INGENIERIA ELECTRONICA

con aplicaciones industriales y control

JOHN D. RYDER, Ph. D.

Decano de Ingeniería y Profesor de Ingeniería Eléctrica
de la Universidad del Estado de Michigan

TRADUCIDO Y REVISADO POR:

Emilio Cembranos
Ingeniero de Construcción y Electricidad
M. S., Stanford University, California

Joaquín Olivé
Ingeniero de Armamento
M. S., E. E., Stanford University,
California

McGRAW-HILL BOOK COMPANY, INC.

New York Toronto London

1965

INGENIERIA ELECTRONICA

54363

Depósito legal: M. 1.[illegible]37.—1965 Núm. Rgtro.: 7.025/64

Impreso en España — *Printed in Spain*

Blass, S. A. Tipográfica. Madrid (España)

PROLOGO

La electrónica, que utiliza los conocimientos básicos de la dinámica de las cargas eléctricas y el comportamiento físico de éstas en los conductores, la teoría de circuitos y redes, la de campos electromagnéticos y las de realimentación y control, está introduciéndose profundamente en todos los campos de la ingeniería eléctrica. Anteriormente, estaba algo restringida a las altas frecuencias y a la transmisión de información. En la actualidad, ha invadido los campos de la industria y de los negocios. Por ello, necesita un punto de vista más amplio.

Este texto trata de poner los conocimientos básicos necesarios al alcance de aquellos que trabajan en el amplio campo de la ingeniería eléctrica que no se refiere a la radio. En lo que respecta a inclusión o exclusión de material, se han tomado decisiones algo arbitrarias, ya que, mientras la parte de la electrónica relacionada con la radio tiene sus límites bastante definidos, no se han encontrado límites concretos para el campo de la electrónica industrial o de la Electrónica de Ingeniería en general. A causa de esta extensión indefinida, no ha sido posible estudiar las aplicaciones con gran detalle, lo cual ha contribuido a evitar que la obra se convirtiese en un manual del manejo de determinados circuitos y aparatos.

Los tres primeros capítulos dan una visión general de elementos y conceptos electrónicos para los no iniciados. Los fundamentos de semiconductores y transistores se tratan en el Cap. 12. A lo largo del libro se ha recurrido frecuentemente a las matemáticas y a la teoría de circuitos para tratar cuantitativamente la materia correspondiente.

JOHN D. RYDER

TABLA DE MATERIAS

CAPÍTULO 1

INTRODUCCION

La ciencia de la electrónica es también fundamental para un amplio campo de la ingeniería eléctrica. Verdaderamente, al desarrollo de esa ciencia deben atribuirse las valiosas aplicaciones de la técnica de las frecuencias superiores a algunos centenares de ciclos y el amplio empleo de las ondas de forma no-sinusoidal. Los conocimientos de electrónica se utilizan ahora en dispositivos que funcionan con frecuencias que van desde cero hasta decenas de millares de megaciclos, y que manejan potencias desde micromicrovatios (picovatios) hasta millares de kilovatios, y emplean una gran variedad de formas de onda.

En este texto se procura realzar de un modo especial los principios científicos que son de importancia en el campo llamado electrónica industrial o electrónica de ingeniería, normalmente relacionado con las frecuencias bajas y con las señales y métodos que conducen de alguna forma al control de la energía, en contraposición con los conceptos de la transmisión de información que están más frecuentemente relacionados con el campo de la radio.

1-1. El átomo y el electrón. Las teorías atómicas actuales, basadas en el modelo de átomo propuesto por Bohr, sitúan la masa y la carga positiva del mismo en un núcleo central rodeado de electrones en movimiento. El *núcleo* se compone de *neutrones* y *protones*. Los neutrones tienen una masa que es igual, aproximadamente, a un dieciseisavo de la del átomo de oxígeno, y no tienen carga eléctrica. Existen en todos los núcleos, excepto en el del hidrógeno H^1, en números fijos. El protón tiene una masa un poco más ligera que la del neutrón y aproximadamente igual a la masa del átomo de hidrógeno H^1. Tiene una carga igual en valor absoluto a la del electrón, pero es positiva, o sea, de signo contrario. Los elementos químicos se distinguen unos de otros por los distintos números de protones y neutrones que tienen en el núcleo, siendo el número de protones igual al número atómico, y así, el hidrógeno tiene uno, el helio dos, etc. Como, en su estado normal, el átomo es eléctricamente neutro, el número de electrones pertenecientes a él, que se mueven alrededor del núcleo, es igual al número de protones.

El *electrón* es la unidad de carga eléctrica indivisible más pequeña que se conoce. Hace tiempo que tuvieron éxito los experimentos para medir la relación de la carga a la masa del electrón, y en 1910 se midió

la carga por primera vez, con lo que se determinaron dichas características. Experimentos posteriores y repetidos han afinado más estas constantes del electrón y hoy se cree que son las siguientes:

$$\text{Carga} = e = 1{,}602 \times 10^{-19} \text{ culombios}$$
$$\text{Masa} = m = 9{,}106 \times 10^{-31} \text{ kg}$$
$$\text{Carga/masa} = \frac{e}{m} = 1{,}759 \times 10^{11} \text{ culombios/kg}$$

El electrón aparenta tener un doble carácter. A veces es mejor considerarlo como partícula, y en otros experimentos parece necesario asignarle propiedades de onda para explicarse satisfactoriamente los fenómenos. Esta dualidad no se ha entendido todavía del todo. Cuando se le asignan propiedades de onda, su longitud de onda está relacionada con su velocidad por

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{metros}$$

donde h = constante de Planck = $6{,}624 \times 10^{-34}$ julios-segundos
m = masa del electrón en kg
v = velocidad del electrón en m/seg

La corriente eléctrica es debida al movimiento de cargas eléctricas, que muchas veces son electrones. Sin embargo, mucho tiempo antes de que se conociese la existencia del electrón, era costumbre hablar de la corriente eléctrica como debida al movimiento de cargas positivas, desde el polo positivo al negativo, en la parte de circuito metálico exterior al generador. Este hábito está demasiado arraigado para que pueda vencerse fácilmente, aunque se sabe que ocurre lo contrario, o sea, que son electrones negativos los que se mueven y que circulan en la parte de circuito metálico exterior, del polo negativo al positivo. Por tanto, cuando se trate de corrientes eléctricas, se debe interpretar que el sentido de la corriente es el usual, es decir, el tradicional o convencional. Sin embargo, cuando se trate de corrientes electrónicas (de electrones) ha de entenderse que se habla del flujo o movimiento real de electrones.

El *fotón* es también una importante partícula fundamental. Es un corpúsculo o elemento discontinuo de energía radiante o luminosa, estando relacionada la cantidad de energía con la frecuencia por

$$W = hf \quad \text{julios}$$

Por tanto, la cantidad de energía transportada por un fotón dado depende de su frecuencia. Esta partícula también se muestra con un doble carácter y debe considerarse con propiedades de onda al discutir muchos experimentos ópticos.

Aunque el fotón no tiene masa material, puede suponerse que tiene una masa de radiación, y esta masa equivalente está relacionada con la energía del fotón por la ecuación de Einstein:

$$W = mc^2 \text{ julios}$$

siendo c la velocidad de la luz e igual a 3×10^8 metros por segundo.

1-2. Historia de la válvula o tubo de vacío. El primer empleo de una válvula de vacío tuvo lugar probablemente cuando Thomas A. Edison, en 1883, descubrió el efecto que lleva su nombre. Realizando un experimento con una lámpara de incandescencia, Edison observó que circula corriente a través del vacío, entre un filamento caliente y una pequeña placa metálica, cuando la placa es positiva respecto al filamento, y que esa corriente deja de circular cuando la placa es negativa, indicando con ello características rectificadoras. Ahora se sabe que esta corriente descubierta por Edison está constituida por el movimiento de electrones que van del filamento caldeado al electrodo positivo.

En 1897, J. A. Fleming, después de tener noticia del experimento de Edison, aplicó en Inglaterra dicho efecto a la detección o rectificación de señales de radio con un diodo que se llamó *válvula de Fleming*.

En 1907, Lee de Forest añadió una rejilla, o electrodo de control, a la válvula de Fleming, consiguiendo el elemento tan sensible, con carácter de relé, que ahora se llama triodo o válvula (o tubo) de tres electrodos. Antes de que el triodo pudiera explotarse plenamente, fue necesaria una amplia investigación en las técnicas del vacío, sobre los materiales emisores de electrones y en el diseño de circuitos. Estos progresos comprendieron la construcción de bombas capaces de conseguir grados de vacío muy altos, la formación de emisores de tungsteno toriado y revestidos de óxidos y diversos proyectos de circuitos y tubos aptos para un amplio campo de aplicaciones.

Hacia 1926, las dificultades debidas a las capacidades internas entre electrodos, que surgieron en la amplificación a frecuencias superiores a 1 Mc, hicieron que el Dr. A. W. Hull añadiese al triodo un cuarto electrodo, la rejilla pantalla, apareciendo así el tetrodo o válvula de cuatro electrodos. Algunos años más tarde, él mismo puso al tetrodo una tercera rejilla, llamada supresora, constituyendo el pentodo, que subsanaba ciertos defectos de funcionamiento del tetrodo. Esta última válvula, o sea, el pentodo, tiene propiedades que la hacen especialmente adecuada para un margen de frecuencias muy amplio, y es hoy una de las clases de válvulas que más se emplean.

Hay muchas otras clases especiales que se tratarán al hablar de sus aplicaciones.

1-3. Válvulas gaseosas. Debido al estado primitivo de las técnicas del vacío, gran parte de los primeros trabajos de electrónica tuvieron que hacerse con válvulas que contenían cantidades bastante notables de gas. Se descubrieron pronto las características de la des-

carga gaseosa, en la cual la presencia de iones positivos del gas podría neutralizar la carga espacial negativa formada por los electrones, y entonces se desarrollaron los rectificadores de vapor de mercurio.

Hacia 1928, aparecieron el *tiratrón* y la válvula «*grid-glow*» (de rejilla luminiscente), que son válvulas con gas, de tres electrodos, utilizadas para control. Estas hicieron posible el control de cantidades considerables de energía eléctrica, con un alto rendimiento. A dicho avance siguió, en 1932, el descubrimiento del arranque controlado de la descarga de un cátodo constituido por un depósito de mercurio, resultando así el *ignitrón*. Esta válvula fue capaz de controlar y manejar corrientes mayores aún que las correspondientes al tiratrón. Estos dos tipos de válvulas han influido mucho en la aplicación de la electrónica a la electricidad industrial (electricidad de potencia).

1-4. Desarrollo de la física del estado sólido. Existe una clase amplia de materias que tienen propiedades eléctricas intermedias entre las de los conductores metálicos y los aislantes. Estas materias, llamadas *semiconductores*, deben en gran parte sus interesantes características a déficits de «portadores» de cargas eléctricas. Sus resistencias tienen coeficientes negativos de temperatura y pueden conducir por portadores negativos o electrones, o bien por portadores positivos (ausencia de electrones) llamados *huecos*. Algunas sustancias que presentan estas propiedades especiales son compuestos de silicio, de germanio, de selenio o de titanio.

Los rectificadores de cristal que emplean algunas de estas materias se han venido utilizando en radio desde principios de siglo. Recientemente se ha descubierto que era posible aprovecharlas para funciones de control o de relé, lo cual ha conducido al *transistor*, que es un elemento de control con carácter de triodo o tetrodo realizado con semiconductores.

Como no necesitan calentar ningún emisor de electrones, lo cual hace posible una vida más larga, estos elementos tienen gran interés en distintas aplicaciones industriales.

BIBLIOGRAFIA

1. Millikan, R. A.: «Electrons (+ and —), Protons, Photons, Neutrons, Mesotrons, and Cosmic Rays», University of Chicago Press, Chicago, 1947.
2. Stranathan, J. D.: «The Particles of Modern Physics», The Blakiston Division, Mc Graw-Hill Book Company, Inc., New York, 1942.
3. Crowther, J. A.: «Ions, Electrons, and Ionizing Radiations», 7.ª ed., Longmans, Green & Co., Inc., New York, 1939.
4. Tonks, L.: Electrical Discharge in Gases, *Trans. AIEE*, **53** : 239 (1934).
5. Bardeen, J., y W. H. Brattain: The Transistor, a Semiconductor Triode, *Phys. Rev.*, **74** : 230 (1948).
6. Becker, J. A., y J. N. Shive: The Transistor—A New Semiconductor Amplifier, *Elec. Eng.*, **68** : 215 (1949).

CAPÍTULO 2

FENOMENOS FISICOS EN LOS TUBOS ELECTRONICOS

Los tubos o válvulas electrónicos son elementos de circuito no-lineal y funcionan con este carácter a causa de varios fenómenos físicos que tienen lugar dentro de ellos, tales como la emisión de electrones, el comportamiento de éstos cuando están sometidos a campos eléctricos o magnéticos, los límites impuestos a la corriente por la carga espacial, los efectos de las velocidades iniciales de los electrones emitidos, la energía entregada a los electrodos y la ionización del gas existente en dichos tubos.

Estos fenómenos físicos hacen que los campos prácticos de funcionamiento de las válvulas electrónicas sean limitados. Como el entendimiento de sus propiedades y el empleo adecuado de ellos, dependen mucho del conocimiento de los fenómenos o procesos físicos dichos, parece aconsejable, en este capítulo, pasar una revista a los mismos.

2-1. Comportamiento de los electrones en campos eléctricos. El movimiento de los electrones y de otras cargas en los tubos electrónicos, se debe a las fuerzas ejercidas sobre estas partículas por los campos eléctricos y magnéticos existentes. Al considerar estas fuerzas y los movimientos de las cargas en las válvulas de vacío, se suele suponer que el número de electrones por unidad de volumen, o sea, la *densidad de carga*, es lo suficientemente pequeño para que la repulsión mutua entre electrones pueda despreciarse. También suele suponerse que el vacío es lo suficientemente bueno para que no haya colisiones con átomos o iones de gas, y que las fuerzas gravitatorias son pequeñas respecto a las ejercidas por los campos. Todas estas hipótesis pueden ser confirmadas en la práctica.

En la mayor parte de las válvulas de vacío corrientes, para acelerar electrones se utilizan fuerzas de campos eléctricos. La intensidad de un campo eléctrico se define como la fuerza (en newtonios) ejercida sobre a unidad de carga positiva (culombio), o sea:

$$\mathcal{E} = \frac{\mathrm{f}}{q} \quad \text{voltios/m} \tag{2-1}$$

Si en este campo se encuentra un electrón, que como es sabido tiene una carga $-e$, de valor absoluto $1{,}60 \times 10^{-19}$ culombios, la fuerza que se ejerce sobre él es de

$$\mathrm{f}_e = -e\mathcal{E} \quad \text{newtonios} \tag{2-2}$$

indicando el signo menos que la fuerza es de sentido opuesto al del campo, o sea, que está dirigida hacia el electrodo positivo.

De la ley de Newton, $\mathbf{f} = m\mathbf{a}$, se deduce que la aceleración que experimenta el electrón en el campo vale:

$$\mathbf{a} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-e\mathcal{E}}{m} \tag{2-3}$$

para velocidades a las cuales puede despreciarse la variación relativista de la masa. Entonces se pueden aplicar las leyes ordinarias de la dinámica de partículas. Si el campo varía con el tiempo, la aceleración será una función del tiempo.

El trabajo realizado sobre el electrón por la fuerza, al trasladarle entre dos puntos A y B del campo, es:

$$W = \int_A^B f_e \cos\alpha\, ds = -\int_A^B e\mathcal{E} \cos\alpha\, ds$$

donde α es el ángulo formado por la fuerza y la dirección positiva del movimiento o el elemento diferencial de espacio ds.

Este trabajo es igual a la energía cinética adquirida por el electrón, luego, si α es cero, o sea, si el movimiento se realiza en la dirección y sentido de la fuerza

$$W = \frac{m(v^2 - v_o^2)}{2} = -e\int_A^B \mathcal{E}\, ds \tag{2-4}$$

Debe advertirse que la integral de la intensidad de campo, entre los puntos A y B, con el signo menos, es igual a la diferencia de potencial V entre dichos puntos, de forma que

$$W = \frac{m(v^2 - v_o^2)}{2} = Ve \quad \text{julios} \tag{2-5}$$

Así, la energía adquirida por un electrón es igual a su carga multiplicada por la diferencia de potencial entre la cual se ha movido.

Si la velocidad inicial v_o es cero, la Ec. (2-5) da un resultado muy utilizado en la práctica, o sea:

$$v = \sqrt{\frac{2\,Ve}{m}} = 5{,}93 \times 10^5 \sqrt{V} \tag{2-6}$$

Esta es la velocidad alcanzada por un electrón que, partiendo del reposo, se ha trasladado a un punto cuyo potencial es V voltios superior al potencial del punto de partida.

La Ec. (2-5) da lugar a una unidad de energía empleada en electrónica frecuentemente. Se trata del electrón-voltio, que es la cantidad

de energía recibida por un electrón al subir una diferencia de potencial de 1 voltio, es decir:

$$1\ \text{eV} = 1 \times 1{,}60 \times 10^{-19} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{julios}$$

El electrón-voltio es una unidad muy utilizada al expresar la energía de las partículas.

Cuando se trata de partículas de energías muy altas, se emplean, a veces, las abreviaturas MeV y BeV que significan «millón de electrón-voltios» y «mil millones de electrón-voltios», respectivamente (*).

Ejemplo. Un electrón que tiene una velocidad inicial correspondiente a una energía de 10 eV, entra en el campo eléctrico existente entre dos placas paralelas, por el punto A de la Fig. 2-1 y formando su trayectoria un ángulo de 30° con los electrodos. El electrón ha de incidir en el punto B de la placa superior, situado 0,5 cm a la derecha de una línea vertical que pasa por A. Hallar el potencial necesario en la placa superior, la duración del recorrido entre las dos placas, la velocidad final y la energía entregada al electrodo superior.

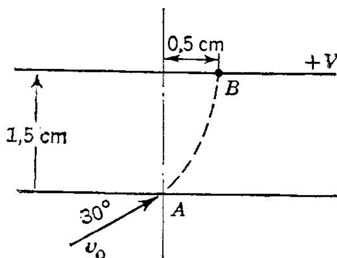


FIG. 2-1. Trayectoria del electrón.

Velocidad inicial:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2Ve}{m}} = \sqrt{2 \times 10 \times 1{,}76 \times 10^{11}}$$
$$= 1{,}87 \times 10^6\ \text{m/seg}$$

Componentes de la velocidad:

$$v_{oy} = 1{,}87 \times 10^6 \times \text{sen}\ 30^\circ = 0{,}935 \times 10^6\ \text{m/seg}$$
$$v_{ox} = 1{,}87 \times 10^6 \times \cos 30^\circ = 1{,}62 \times 10^6\ \text{m/seg}$$

Como el campo no altera la componente horizontal v_{ox}, el tiempo que tarda el electrón en el recorrido cuya proyección horizontal es 0,5 cm (0,005 m), que es el mismo tiempo que tarda en alcanzar la placa superior, vale

$$t = \frac{0{,}005}{1{,}62 \times 10^6} = 3{,}09 \times 10^{-9}\ \text{seg}$$

Si se considera positiva la aceleración cuando está dirigida hacia arriba, la aceleración producida por el campo eléctrico es, entonces,

$$a = \frac{e\mathcal{E}}{m} = 1{,}76 \times 10^{11}\mathcal{E}$$

$$\text{Proyección vertical del recorrido} = y = \frac{at^2}{2} + v_{oy}t = 0{,}015\ \text{m}$$

$$0{,}015 = \frac{1{,}76 \times 10^{11}\,\mathcal{E}\text{-}(3{,}09 \times 10^{-9})^2}{2} + 0{,}935 \times 10^6 \times 3{,}09 \times 10^{-9}$$

$$\mathcal{E} = \frac{12{,}1 \times 10^{-3}}{8{,}40 \times 10^{-7}} = 1{,}44 \times 10^4\ \text{voltios/m}$$

(*) N. del T. B es inicial de «billón», que en los EE.UU. de América significa mil millones. En España se viene utilizando ahora GeV, donde G significa «giga» y vale también 10^9.

Diferencia de potencial entre la placa superior y la inferior: $V = 1{,}44 \times 10^4 \times$ $\times\ 0{,}015 = 216$ voltios.

Componente vertical de la velocidad final:

$$v_y = at + v_{oy} = 1{,}76 \times 10^{11} \times 1{,}44 \times 10^4 \times 3{,}09 \times 10^{-9} + 0{,}935 \times 10^6$$
$$= 8{,}78 \times 10^6 \text{ m/seg}$$

Velocidad final total

$$= \sqrt{v_y^2 + v_{ox}^2}$$
$$= \sqrt{(8{,}78 \times 10^6)^2 + (1{,}62 \times 10^6)^2} = 8{,}93 \times 10^6 \text{ m/seg}$$

La energía entregada a la placa superior, en el impacto, es:

$$W = \frac{mv^2}{2} = \frac{9{,}11 \times 10^{-31}(8{,}93 \times 10^6)^2}{2} = 3{,}62 \times 10^{-17} \text{ julios}$$

Comprobación. La diferencia total de potencial a través de la cual se ha movido el electrón es de $10 + 216 = 226$ voltios.

Por tanto, la energía total del electrón es de 226 eV, o sea,

$$226 \text{ eV} = 226 \times 1{,}60 \times 10^{-19} = 3{,}62 \times 10^{-17} \text{ julios}$$

2-2. Corriente espacial. Cuando el campo eléctrico acelera un electrón, como en la Fig. 2-2, el aumento de energía cinética adquirido tiene que ser igual a la entregada a dicho electrón, según exige el principio de conservación de la energía. En este caso, la fuente o generador de dicha energía es la batería conectada en el circuito. El electrón, al moverse hacia el electrodo positivo, induce en él una carga también positiva o, lo que es lo mismo, hace que un electrón tienda a emigrar hacia el circuito exterior. Al mismo tiempo, induce una pequeña carga negativa, o sea, tira de un electrón del circuito, hacia la placa negativa. El resultado es que hay un pequeño movimiento o desplazamiento de carga negativa del electrodo positivo al negativo, pasando por la batería.

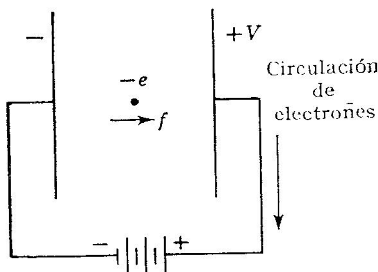


FIG. 2-2. Electrón en tránsito en un campo eléctrico.

Este movimiento de carga negativa constituye una corriente eléctrica ordinaria (convencional) de sentido contrario, es decir, saliendo del terminal positivo de la batería, lo cual representa que el generador suministra energía. Cuando el electrón alcanza la placa positiva, ha tenido lugar una nueva distribución de cargas, pues ha quedado dicha placa a falta de un electrón, siendo esta diferencia compensada por el electrón que llega. Entonces se restablece el equilibrio eléctrico en el sistema, y la corriente cesa. La energía eléctrica que se entregó al

electrón y se convirtió en energía cinética, al chocar dicho electrón contra el electrodo se disipa en calor y, quizá, en rayos X.

La energía suministrada por el generador viene dada por:

$$W = Vq = \int_{t_0}^{t} Vi\,dt = \frac{m(v^2 - v_o^2)}{2} \tag{2-7}$$

Tomando la derivada respecto al tiempo,

$$Vi = mv\frac{dv}{dt} = mva = -ve\mathcal{E}$$

$$i = -\frac{ev\mathcal{E}}{V} \quad \text{A} \tag{2-8}$$

Esta es una corriente de sentido convencional, lo cual explica el signo menos. Debe advertirse que la velocidad v resulta de la aceleración producida por el campo $\mathcal{E}$, o sea, es la componente de la velocidad, paralela a la dirección del campo.

Un electrón puede entregar energía a un circuito eléctrico, lanzándole en un campo eléctrico que le frene. Como entonces el electrón se mueve hacia el electrodo negativo, induce en éste una carga positiva, produciendo una circulación de electrones, en el circuito exterior, del electrodo negativo al positivo. Esta circulación puede considerarse como una corriente convencional a través del generador que va, en su interior, de su polo positivo al negativo, y representa una entrega de energía a dicho generador de fuerza electromotriz. El electrón pierde energía cinética y, por tanto, disminuye la velocidad.

Ejemplo.—Hallar la corriente que recorre el circuito exterior en el instante último anterior al impacto del electrón del ejemplo de la Sec. 2-1.

La corriente convencional que circula por el circuito exterior se debe solamente a la componente de la velocidad del electrón, paralela al campo eléctrico, o sea,

$$i = \frac{ev\mathcal{E}}{V} = \frac{1{,}60 \times 10^{-19} \times 8{,}78 \times 10^{6} \times 1{,}44 \times 10^{4}}{216}$$
$$= 9{,}45 \times 10^{-11}\ \text{A}$$

Esta corriente, considerada en el sentido convencional, sale del polo positivo de la batería; por tanto, ésta entrega energía al electrón.

2-3. Comportamiento de los electrones en campos magnéticos. La fuerza que ejerce un campo magnético sobre un conductor recorrido por una corriente, viene dada por

$$\mathbf{f}_m = \mathbf{B}il \operatorname{sen} \theta \quad \text{newtonios} \tag{2-9}$$

siendo **B** la densidad de flujo magnético en weberios/metro cuadrado y θ el ángulo que forman la dirección positiva de la corriente y la direc-

ción del flujo. Es decir, la fuerza es proporcional a la proyección de **i** sobre la normal a **B**. Además, esta fuerza tiene una dirección perpendicular al plano determinado por **B** e **i**.

Puesto que la corriente i es un movimiento de electrones, puede expresarse como la carga que pasa por segundo por un determinado punto, o sea

$$i = -\frac{ne}{t} \qquad (2\text{-}10)$$

donde n es el número de cargas electrónicas e que pasan en el tiempo t. Entonces

$$\mathbf{f}_m = -\frac{\mathbf{B}nel \operatorname{sen} \theta}{t}$$

siendo l/t la velocidad v de los electrones. Considerando, en el campo magnético, un electrón solo

$$\mathbf{f}_m = -\mathbf{B}e\mathbf{v} \operatorname{sen} \theta \qquad \text{newtonios} \qquad (2\text{-}11)$$

Con notación de análisis vectorial, la ecuación de fuerzas anterior se escribe

$$\mathbf{f}_m = -e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

en la cual se emplea el símbolo de producto vectorial. La fuerza citada siempre es perpendicular a la velocidad instantánea del electrón. El signo menos indica que dicha fuerza es de sentido contrario a la que se ejercería sobre una corriente convencional de cargas positivas que se moviese en la dirección y sentido de v.

Las componentes, paralela y normal a **B**, de la velocidad del electrón son, respectivamente, $v_p = v \cos \theta$ y $v_n = v \operatorname{sen} \theta$. Según esto, la Ec. (2-11) se convierte en

$$\mathbf{f}_m = -\mathbf{B}e\mathbf{v}_n \qquad (2\text{-}12)$$

Al hallar la dirección y sentido de la fuerza, conviene considerar al electrón móvil como creador de un campo magnético. Se acostumbra a utilizar los dedos de la mano derecha para determinar la dirección y sentido del campo que rodea a una corriente convencional, cuyos sentido y dirección son indicados por el dedo pulgar. Esta regla, modificada, se puede aplicar a electrones en movimiento si se utiliza la mano izquierda, indicando entonces el pulgar la dirección y sentido del movimiento del electrón, y los restantes dedos el campo magnético que lo rodea. En la Fig. 2-3, el electrón crea un campo magnético que abraza a su trayectoria y está dirigido de forma que sale de la página, hacia el lector, en la parte que está a la izquierda de la trayectoria, si se considera la posición instantánea representada en la figura por e. Según las reglas usuales para fuerzas en campos magnéticos, la fuerza

se dirige hacia el lado contrario a aquel en que las intensidades de campo se suman; por tanto, en este caso, está dirigida hacia la derecha, según se indica en la figura por la flecha *f*.

Siendo siempre perpendicular a la velocidad instantánea, la fuerza $\mathbf{f}_m$ no puede realizar ningún trabajo sobre el electrón y, por tanto, la velocidad $\mathbf{v}_n$ permanece constante. Como $\mathbf{v}_n$ y **B** son constantes, $\mathbf{f}_m$ también lo es, y produce una aceleración perpendicular a la velocidad $\mathbf{v}_n$, lo cual hace que el electrón se mueva en una trayectoria circular, con una velocidad constante $\mathbf{v}_n$.

La fuerza centrífuga tiene que ser igual a la fuerza magnética, o sea,

$$\frac{mv_n^2}{r} = Bev_n$$

de donde se deduce que el radio de la trayectoria circular es

$$r = \frac{mv \operatorname{sen} \theta}{Be} \quad \text{metros} \qquad (2\text{-}13)$$

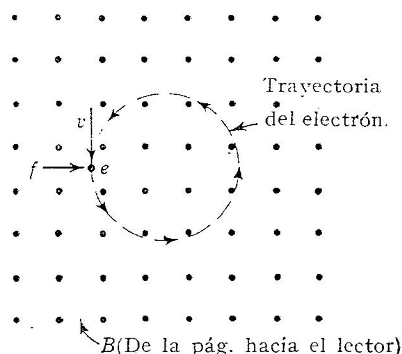


FIG. 2-3. Trayectoria del electrón en un campo magnético *B* que sale de la página hacia el lector.

Aplicando leyes muy conocidas de la dinámica, se ve que la velocidad angular es

$$\omega = \frac{v_n}{r} = \frac{Be}{m} \qquad (2\text{-}14)$$

y que el período, o tiempo que se tarda en describir una vez la trayectoria circular, vale

$$T = \frac{2\pi m}{Be} \quad \text{seg} \qquad (2\text{-}15)$$

Este período es independiente de la velocidad y, por tanto, lo mismo tarda un electrón de gran velocidad en recorrer su círculo, que será de radio grande, que otro electrón de pequeña velocidad en describir el suyo, que será de radio pequeño.

Ejemplo. Un electrón que tiene una energía de 20 eV, entra en un campo magnético de densidad 0,02 weberios/m² bajo un ángulo de 30°. Hallar la posición del electrón después de dar una vuelta dentro del campo.

La velocidad inicial es

$$v_o = \sqrt{\frac{2Ve}{m}} = \sqrt{2 \times 20 \times 1{,}76 \times 10^{11}} = 2{,}65 \times 10^6 \text{ m/seg}$$

Entonces

$$v_p = v_0 \cos 30^0 = 2{,}65 \times 10^6 \times 0{,}866 = 2{,}29 \times 10^6 \text{ m/seg}$$
$$v_n = v_0 \operatorname{sen} 30^0 = 2{,}65 \times 10^6 \times 0{,}500 = 1{,}32 \times 10^6 \text{ m/seg}$$

El tiempo que tarda en dar una vuelta es

$$T = \frac{2\pi m}{Be} = \frac{2\pi}{0{,}02 \times 1{,}76 \times 10^{11}} = 1{,}78 \times 10^{-9} \text{ seg}$$

Durante este tiempo, el electrón se mueve siguiendo una trayectoria cuya proyección en la dirección del campo tiene un valor distinto de cero a causa de la componente v_p de su velocidad, de forma que al final se encuentra a una distancia, medida a lo largo de las líneas de flujo, de L metros desde su punto de entrada, que vale

$$L = v_p T = 2{,}29 \times 10^6 \times 1{,}78 \times 10^{-9}$$
$$= 4{,}07 \times 10^{-3}\, m = 0{,}407 \text{ cm}$$

2-4. Electrones en los metales. En un metal hay gran cantidad de átomos muy próximos entre sí y dispuestos en una estructura regular llamada cristal. Los electrones que rodean a cada núcleo tienen diferentes cantidades de energía total, repartida entre energía cinética, o de movimiento, y energía potencial, o de posición, en el campo eléctrico del núcleo. Como en todos los átomos, los electrones pueden existir solamente en estados discretos de energía, y solamente puede haber, a un tiempo, un electrón en un determinado estado o nivel de energía.

En un átomo aislado, estos niveles se diferencian en cantidades apreciables de energía, pero en un sólido, al existir numerosos átomos muy próximos en un espacio pequeño, el efecto que se produce es aumentar grandemente el número de niveles posibles y disminuir así la diferencia de energía entre dichos niveles, llegando a ser muy pequeños estos incrementos.

Los electrones que tienen las cantidades más bajas de energía están fuertemente ligados al núcleo por el campo eléctrico de éste; pero otros, de energías superiores, pueden desplazarse a niveles más lejanos. De hecho, muchos de estos electrones tienen energía suficiente para alejarse tanto de su núcleo propio, que llegan a regiones en que los campos nucleares de átomos contiguos se superponen y anulan entre sí, con lo cual un electrón determinado puede quedar en estado incierto sin saber a qué átomo pertenece. Estos electrones de energías superiores andan errantes por el metal de una manera aleatoria y se llaman *electrones libres* o *electrones de conducción.*

Si se aplica una tensión a una parte del conductor, se crea un campo eléctrico dentro de él. Este campo ejerce fuerzas sobre los electrones libres, resultando un desplazamiento uniforme de ellos en una determinada dirección y que se superpone a sus velocidades de azar. El desplazamiento uniforme constituye un movimiento de cargas eléctricas, o sea, una corriente, a través del conductor.

Se ha estudiado la distribución de energía aleatoria entre los electrones de un metal, y se cree que una función, llamada *distribución de Fermi-Dirac,* predice el número dN de electrones que tienen energías comprendidas en un pequeño intervalo, entre E y $E + dE$, a una temperatura absoluta T. Dicha función es

$$dN = \frac{c\sqrt{E}\,dE}{\epsilon^{(E-E_M)e/kT} + 1} = F\,dE \qquad (2\text{-}16)$$

en la que c es una constante de proporcionalidad que vale $c = 6{,}82 \times$
$\times\ 10^{27}$ electrones/m³/(eV)$^{3/2}$;

E = energía en eV
k = constante de Boltzmann = $1{,}38 \times 10^{-23}$ julios/°K
T = temperatura en °K (grados Kelvin, o sea, grados centígrados absolutos), y
E_M un valor de energía que se explica a continuación

A cero absoluto de temperatura, la distribución citada predice la curva parabólica de la Fig. 2-4. Según ésta, la energía del electrón que la tiene más alta a 0°K, es E_M. La teoría predice también que todos los niveles posibles de energía inferiores a E_M están *llenos*, o sea, ocupados, por electrones, a cero absoluto de temperatura, lo cual se indica por el rayado de la figura. De esta forma, el cero absoluto puede

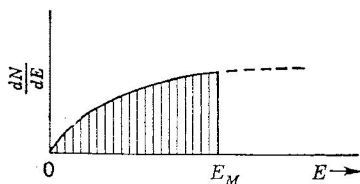


FIG. 2-4. Distribución de energías de Fermi-Dirac de un metal a 0°K.

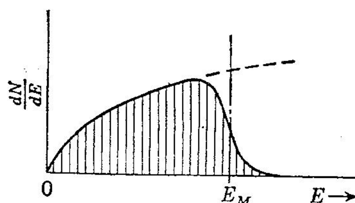


FIG. 2-5. Distribución de energías de los electrones de tungsteno a 3000°K.

definirse como la temperatura a la cual todos los electrones están en sus más bajos estados de energía posibles.

Al aumentar la temperatura del metal, parte de la energía térmica que se le ha suministrado se entrega a los electrones de energía superior, o libres, lo cual les capacita para trasladarse a niveles de energía más altos, por encima de E_M. Sin embargo, como la mayor parte de la energía calorífica dada al metal se emplea en la vibración térmica de los átomos y solamente queda disponible una cantidad pequeña para aumentar la de algunos electrones, la distribución de energía entre ellos solamente es afectada en forma ligera, convirtiéndose en una como la de la Fig. 2-5 para el tungsteno a una temperatura de 3.000°K.

El valor de E_M es una característica del material y puede calcularse por la fórmula

$$E_M = \left(\frac{3N}{2c}\right)^{2/3} = 3{,}64 \times 10^{-19} N^{2/3} \qquad (2\text{-}17)$$

en la que N es el número de electrones de valencia por unidad de volumen del metal. Como este número depende de cada material, también dependerá de él E_M.

El nivel E_M es llamado a veces *energía característica de Fermi* de un material o cuerpo determinado y sirve como medida del nivel relativo de las energías de los electrones en dicho cuerpo. En conductores

metálicos, E_M siempre es el extremo superior de un grupo o *banda* de niveles ocupados, o sea, llenos de electrones a 0°K. En los semiconductores y aislantes, la situación es distinta, pero de ello se tratará más adelante.

2-5. Barrera superficial de energía y emisión de electrones. Para liberar a un electrón de un cuerpo, es decir, para hacer que sea emitido por la superficie, debe tener dicho electrón una cantidad de energía, o sea, una velocidad dirigida hacia el exterior, suficiente para vencer las fuerzas que lo ligan al cuerpo y que existen en la superficie del mismo. Así como en el párrafo anterior se ha tratado de la distribución de energía entre los electrones de un metal, para la emisión es necesario considerar sólo aquellos electrones que tengan velocidades con componente normal a la superficie.

Tomando en cuenta únicamente los que tienen velocidades dirigidas hacia el exterior, la distribución de energía entre ellos es de la forma representada en la Fig. 2-6. Como la curva correspondiente a la temperatura elevada de $T°$ se aproxima asintóticamente al eje horizontal, habrá algunos electrones con velocidades altas dirigidas hacia el exterior. Si la cantidad de energía que se requiere para que un electrón escape de la superficie es E_B, puede indicarse este valor en el eje de abscisas, o sea en la escala de energías y, entonces, se ve que para temperaturas altas puede haber en el metal electrones con velocidad dirigida hacia el exterior suficientemente grande para poder escapar. Estos electrones constituyen la corriente emitida o corriente de emisión.

En la figura puede verse que hay que dar energía a los electrones de los niveles más altos a 0°K para que tengan las velocidades hacia fuera necesarias para la emisión. En el párrafo anterior, se supuso que esta energía suplementaria se suministra a los electrones del metal elevando su temperatura, o sea, entregándoles energía de agitación térmica. Se ha descubierto que dicha energía suplementaria puede suministrarse en diferentes formas, siendo la forma determinada lo que da nombre a la clase de emisión. Así, si se entrega energía térmica, al proceso se le llama *emisión termoiónica*; si se suministra por la luz o medios radiantes, o sea, por fotones que incidan en la superficie, se llama *fotoemisión* al flujo de electrones resultante; si la energía se da mecánicamente por bombardeo de la superficie con un haz primario de electrones o iones, el proceso se llama *emisión secundaria*, y si la emisión se debe a fuerzas ejercidas por un campo eléctrico intenso que atrae a los electrones, emisión *por campo eléctrico* o emisión *autoelectrónica*.

La barrera superficial de energía E_B depende del material y del estado de la superficie; por ejemplo, si está limpia, revestida con otro metal, o con un recubrimiento de átomos de gas adsorbidos. En la Fig. 2-6 se ve que la energía suplementaria que hay que suministrar, para que haya emisión, es igual a la diferencia de energías entre E_B, energía barrera, y E_M, energía de los electrones que la tienen más alta a 0°K. Dicha cantidad suplementaria de energía se llama *función de trabajo* o *trabajo*

de extracción del material. Normalmente se expresa en electronvoltios y se representa por el símbolo E_W, o sea,

$$E_W = E_B - E_M \tag{2-18}$$

A causa de la dependencia de la función de trabajo del estado de la superficie y su limpieza, es difícil obtener resultados concordantes en las medidas experimentales. Los dados en la Tabla 1 son los que se creen representativos de la mejor información de que se dispone.

Para determinar la corriente que puede emitir una determinada superficie unidad a una temperatura dada, es necesario volver a la distribución de energía a $T°$ de la Fig. 2-6. Hay que hallar, entonces, la ecuación de la distribución para una temperatura T, integrar dicha ecuación desde E_B hasta infinito, para saber el número de electrones que tienen suficiente energía para atravesar la superficie, y multiplicar por la velocidad media de los electrones y por la carga de uno. La ecuación que resulta para la corriente de emisión se escribe normalmente en la forma

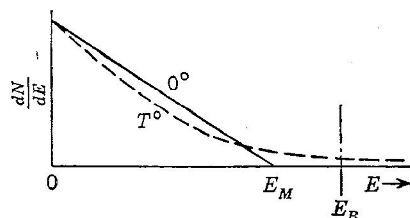


FIG. 2-6. Distribución de energías entre los electrones que tienen velocidades con componente normal a la superficie.

$$I = A_o S T^2 \epsilon^{-b_o/T} \quad \text{A} \tag{2-19}$$

donde $A_o = 4\pi mek^2/h^3$ = constante universal de proporcionalidad en amp/m²/grados²

S = área de la superficie emisora, en m²

T = temperatura de la superficie, en grados Kelvin

$b_o = eE_W/k = 11.600\ E_W$

k = constante de Boltzmann = $1{,}380 \times 10^{-23}$ julios/°K

La expresión (2-19) se llama *ecuación de Richardson* o *de Dushman*, pues los dos llegaron a esta relación independientemente. Dushman demostró que A_o debería ser una constante universal con el valor 120,4 para todos los materiales, pero las experiencias dan una variación considerable, siendo desconocida la causa, aunque se cree está relacionada con el estado de la superficie.

La ecuación de Dushman predice la corriente de emisión de todo metal de propiedades conocidas a la temperatura T. Sirve esta relación para proyectar dispositivos de emisión termoelectrónica o válvulas termoiónicas e indica, también, un límite de corriente impuesto en su funcionamiento. Esta corriente máxima que puede obtenerse de una fuente termoelectrónica se llama *corriente de saturación por temperatura.*

La ecuación de Dushman muestra una relación de gran pendiente, entre la corriente de emisión y la temperatura. Por ello, las válvulas electrónicas deben funcionar en un margen de temperaturas relativa-

TABLA 1. VALORES DE LAS CONSTANTES DE EMISIÓN PARA ALGUNOS METALES

Material	A_o, amp/m²/grado²	b_o	E_W (eV)	Punto de fusión (°K)
Carbono	$60{,}2 \times 10^4$	54.500	4,7	
Cesio	$16{,}2 \times 10^4$	21.000	1,81	301
Molibdeno	$60{,}2 \times 10^4$	49.900	4,3	2.895
Níquel	$26{,}8 \times 10^4$	32.100	5,0	1.725
Platino	32×10^4	61.700	5,32	2.047
Tántalo	$60{,}2 \times 10^4$	47.600	4,1	3.123
Torio	$60{,}2 \times 10^4$	39.400	3,4	2.118
Tungsteno	$60{,}2 \times 10^4$	52.400	4,52	3.655

mente limitado, correspondiendo el límite inferior a la temperatura que dé emisión suficiente y el superior es determinado por la evaporación o fusión del material emisor. La Fig. 2-7 es una curva de corriente de emisión en función de la temperatura para el tungsteno y en su margen normal de trabajo.

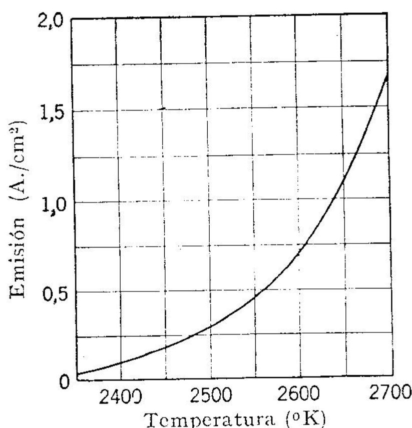


FIG. 2-7. Densidad de corriente de emisión en función de la temperatura del tungsteno.

Las constantes A_o y b_o pueden determinarse experimentalmente si la ecuación de Dushman se escribe en la forma siguiente:

$$\log \frac{i}{T^2} = \log A_o S - \frac{0{,}4343 b_o}{T} \qquad (2\text{-}20)$$

Dibujando la línea de log i/T^2 en función de $1/T$, debe resultar una recta con una pendiente $-0{,}4343\ b_o$ y una ordenada en el origen de log A_oS, a partir de las cuales pueden calcularse b_o y A_o.

2-6. Materiales para cátodos termoiónicos. Como el emisor electrónico en las válvulas electrónicas funciona ordinariamente como electrodo negativo, se le llama *cátodo*. Las condiciones que deben reunir los materiales adecuados para cátodos, o sea, para emisores termoiónicos, limitan el campo de elección. Son características convenientes una baja función de trabajo y estabilidad mecánica a las altas temperaturas y, sin embargo, son propiedades que no se encuentran reunidas en los materiales de que se dispone.

El preferido en las primeras formas de válvulas termoiónicas fue el *tungsteno*. Aunque su función de trabajo no es baja, su alto punto de fusión permite el funcionamiento a temperaturas próximas a los 2.500°K y se obtienen una emisión de electrones y una duración de

vida mecánica bastante aceptables. Está expuesto a envenenamiento por oxígeno, vapor de agua y algunos otros gases; por lo cual, debe emplearse en válvulas con buen vacío. Para mantener la temperatura de trabajo de 2.500°K, se requieren potencias de caldeo bastante grandes. El *rendimiento relativo de emisión* o *emisión específica* del tungsteno suele estar entre 4 y 20 mA emitidos por vatio de potencia consumida en caldeo.

Por su rendimiento bajo comparado con otros materiales, actualmente sólo se emplea el tungsteno como emisor en algunos tipos de diodos rectificadores, en algunos tubos de potencia de alta tensión y en los tubos de rayos X.

El *tungsteno toriado* fue conseguido por Langmuir y Rogers en 1913 como un material emisor de electrones de mejores características. Antes del proceso de estirado del alambre, se añade al tungsteno en polvo un uno o dos por ciento de óxido de torio. Mientras se hace el vacío en el tubo, el óxido libera torio puro y parte de éste se difunde a través del filamento y forma en la superficie una capa monoatómica de torio.

Entre los átomos de torio adsorbido y el tungsteno base, se desarrolla un intenso campo eléctrico que reduce la función de trabajo y ayuda, por tanto, a que escapen los electrones. El rendimiento relativo de emisión está entre 50 y 100 mA por vatio de potencia de caldeo, a temperaturas de trabajo de, aproximadamente, 1.900°K.

Si la temperatura es excesiva se produce, en la superficie, una evaporación de átomos de torio más rápidamente que la difusión de torio hacia dicha superficie, y si la temperatura está por debajo de lo normal, se reduce la velocidad de descomposición del óxido, con lo cual el torio liberado es insuficiente para cubrir la superficie dicha. Un control preciso de la temperatura de trabajo asegura para la válvula una vida que sólo será limitada por el suministro de la reserva de torio existente en el material.

Las superficies de tungsteno toriado se pueden estropear por el bombardeo de iones gaseosos; por lo cual se emplean en tubos de alto vacío. La mayor parte de las válvulas de potencia transmisoras, de medio y gran tamaño, utilizan alambre de tungsteno toriado como cátodo.

Los emisores *recubiertos de óxido* fueron descubiertos por Wehnelt en 1904, pero no se emplearon con generalidad hasta cerca de 1922. Este cátodo se compone de una base de níquel, konel (aleación de níquel, hierro, cobalto y titanio) u otra aleación, revestida con una capa de óxidos, normalmente de bario y estroncio. Al hacer el vacío, parte del óxido se descompone, dejando metal puro, y éste forma una capa superficial adsorbida que es electropositiva respecto de la sustancia de base, facilitando así la emisión de electrones y reduciendo la función de trabajo.

Los revestimientos de óxido son susceptibles de envenenamiento por oxígeno y pueden deteriorarse por bombardeo de iones gaseosos. En consecuencia, sólo se emplean normalmente en válvulas que trabajen con tensiones inferiores a los 1.000 voltios, para que las posibles

energías de los iones sean menores. El rendimiento de emisión está considerado normalmente como comprendido en el margen de 100 a 10.000 mA por vatio de caldeo, a temperaturas de trabajo de alrededor de 1.000°K.

Mientras que las constantes o parámetros de la ecuación de Dushman son conocidas y figuran en la Tabla 2, sin embargo, los materiales con óxido no muestran ordinariamente una corriente de saturación definida y, así, se pueden obtener impulsos de 100 amperios por cm².

Los materiales de óxidos se depositan ordinariamente sobre los materiales base por aspersión. Por esta facilidad de fabricación y por la baja potencia de caldeo requerida, los cátodos de óxidos se emplean en casi todos los tubos electrónicos pequeños y, probablemente, representan más del 95 por 100 de todos los tubos electrónicos producidos.

TABLA 2. CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES DE CÁTODOS USUALES

Material	A_o	b_o	E_W (eV)	Rendimiento de emisión (mA/vatio)	Temperatura de trabajo (°K)
Tungsteno..........	$60{,}2 \times 10^4$	52.400	4,52	4 a 20	2.500 a 2.600
Tungsteno toriado...	$3{,}0 \times 10^4$	30.500	2,6	50 a 100	1.900 a 2.000
Revestidos de óxido.	$0{,}01 \times 10^4$	11.600	1,0	100 a 10.000	1.000 a 1.200

Ejemplo. Un cátodo de óxidos de forma de disco plano, con un lado revestido, tiene un diámetro de 3 mm. Si la emisión observada o corriente de saturación es de 5,70 mA, hallar la temperatura de trabajo del cátodo.

$$\text{Area de la superficie} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 0{,}003^2}{4} = 0{,}00000707 \text{ m}^2$$

$$i = A_o S T^2 \epsilon^{-b_o/T}$$

$$0{,}0057 = 0{,}01 \times 10^4 \times 7{,}07 \times 10^{-6} T^2 \epsilon^{-11.600/T}$$

$$T^2 \epsilon^{-11.600/T} = 8{,}05$$

Tomando logaritmos de base 10,

$$2 \log T - \frac{11.600}{T} \times 0{,}4343 = 0{,}906$$

$$2 \log T - \frac{5030}{T} = 0{,}906$$

Para resolver esta ecuación es necesario dar a T valores supuestos y ensayarlos. Como los cátodos revestidos de óxido trabajan alrededor de 1.000°K, supóngase que T tiene este valor.

$$2 \times 3{,}0 - 5{,}03 = 0{,}906$$

$$0{,}97 \neq 0{,}906$$

Se ve que el valor supuesto es alto. Se ensaya ahora 990 °K.

$$2 \times 2{,}996 - 5{,}080 = 0{,}906$$
$$5{,}992 - 5{,}080 \neq 0{,}906$$

Aún es ligeramente alto. Se ensaya 988 °K,

$$2 \times 2{,}995 - 5{,}091 = 0{,}904 \cong 0{,}906$$

La temperatura de trabajo está, por tanto, muy poco por encima de 988 °K.

2-7. Clases de cátodos termoiónicos. Hay tres clases generales de cátodos termoiónicos: los *de filamento* o de caldeo directo, los *equipotenciales* o de caldeo indirecto y los de *pantalla térmica.*

En los de caldeo directo, por el paso de una corriente eléctrica se calienta un alambre, o sea, un filamento de tungsteno, de tungsteno toriado o de níquel revestido de óxidos, y el filamento emite directamente. Debido a la caída de tensión producida por la corriente de caldeo, no están al mismo potencial todos los puntos del filamento. En la Fig. 2-8 se representan varios cátodos de esta clase.

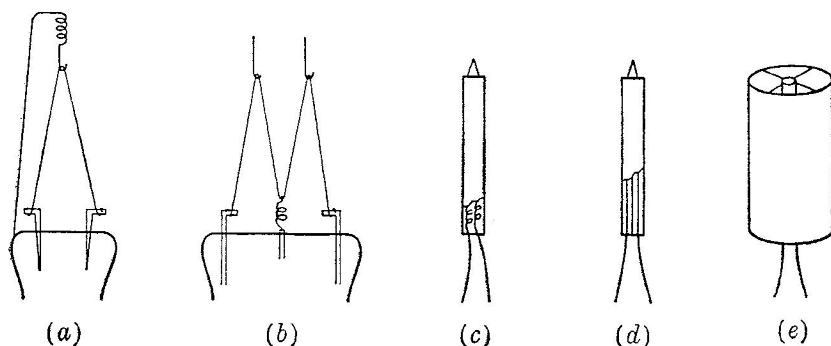


FIG. 2-8. Tipos de cátodos. (*a*) V invertida; (*b*) W invertida; (*c*) cátodo con filamento de caldeo en hélice; (*d*) filamento de caldeo plegado; (*e*) cátodo de pantalla térmica.

Los de caldeo indirecto se hacen cubriendo con óxidos un pequeño manguito de níquel o de otro metal base. Se introduce en el manguito un filamento de tungsteno aislado, realizándose la emisión en la superficie exterior del manguito mientras que el calor se aporta indirectamente por la corriente que pasa por el filamento de tungsteno. Las funciones de caldeo y emisión están ahora separadas y la superficie emisora es completamente equipotencial. Se emplean distintas formas de filamentos de caldeo y normalmente se recubren, antes de introducirlos en el manguito que hace de cátodo, con un aislamiento, tratado térmicamente, de óxidos de aluminio o magnesio.

Esta estructura tiene una inercia térmica considerable, pudiéndose caldear por corriente alterna sin que se produzcan variaciones cíclicas de temperatura que darían lugar a fluctuaciones de la corriente de emi-

sión. Por esta razón, generalmente se emplean cátodos de caldeo indirecto en las válvulas de recepción.

Para disminuir la radiación de calor por unidad de superficie emisora, se puede utilizar un filamento de revestimiento de óxidos, en forma de tira plegada u ondulada. En tal caso puede rodearse de un reflector de calor, hecho de níquel pulimentado, que reduce aún más la radiación de calor. Un tipo equipotencial de cátodos térmicamente apantallados se construye normalmente con aletas, revestidas de óxidos y que salen radialmente de un manguito central, que contiene el filamento de caldeo, y rodeando al conjunto va una pantalla térmica de níquel.

El objeto del apantallamiento térmico es disminuir el calor radiado por el cátodo o, lo que es lo mismo, disminuir la potencia consumida para una emisión electrónica dada, mejorando así el rendimiento relativo de emisión.

Como el apantallamiento térmico lleva como consecuencia entrantes y cavidades, de donde es difícil extraer los electrones y, por tanto, formarían nubes de cargas espaciales negativas, las cuales repelerían a los siguientes electrones emitidos, solamente se emplean los cátodos de esta clase en válvulas gaseosas, donde los iones positivos del gas pueden neutralizar las acumulaciones de carga negativa.

2-8. Fotoemisión. Según las teorías más usuales sobre ondas, la luz, o la energía radiante, puede considerarse como formada por corpúsculos o elementos discontinuos de energía. La energía por corpúsculo está relacionada con la frecuencia de la luz por

$$W = hf = \text{energía del quantum, en julios} \qquad (2\text{-}21)$$

donde h es la llamada constante de Planck y vale $6{,}624 \times 10^{-34}$ julios-segundos. Cada corpúsculo, es decir, cada elemento discontinuo de energía, se llama *fotón*, y la cantidad de energía de un fotón, quantum.

Si el quantum de energía transportado por un fotón es igual o mayor que la función de trabajo de una superficie, entonces el fotón puede incidir sobre un átomo de dicha superficie y producir la emisión de un electrón. El fotón es absorbido, y si su energía era mayor que la función de trabajo, el exceso aparece en forma de energía cinética del electrón emitido. La emisión tiene lugar en menos de 10^{-9} segundos después de que la luz incide sobre la superficie y, como la intensidad de dicha luz es simplemente una medida del número de fotones que llegan, al aumentar la intensidad se aumenta la corriente de emisión.

La teoría anterior fue expresada por Einstein en la forma

$$hf = eE_W + \frac{mv^2}{2} \qquad (2\text{-}22)$$

Esta ecuación dice que la energía del fotón incidente se transfiere al electrón en dos formas, una, eE_W, para vencer la función de trabajo, y otra, como energía cinética que adquiere el electrón después de la emi-

sión. Cada fotón no produce necesariamente la emisión de un electrón, sino que muchos fotones son reflejados por la superficie.

Como eE_W tiene un valor determinado para cada superficie, se deduce que hay un valor mínimo de energía del fotón, o sea, una frecuencia límite, f_0 (umbral de frecuencia fotoelectrónica), por debajo de la cual no hay emisión. Así

$$f_0 = \frac{eE_W}{h} \tag{2-23}$$

y para una radiación excitadora de esta frecuencia la corriente de emisión se hace cero.

La Ec. (2-23) proporciona un método de medida de las funciones de trabajo de diversos materiales, midiendo el umbral de frecuencia fotoelectrónica. Se pueden obtener valores concordantes con los termoiónicos con superficies muy limpias.

Las sustancias de baja función de trabajo son las mejores para cátodos fotoelectrónicos. El cesio, el potasio, el rubidio, el sodio y el litio, combinados con capas de oxígeno o hidrógeno, permiten elegir las frecuencias de trabajo, o las longitudes de onda, a lo largo de todo el espectro visible. Una capa sensible típica se constituye depositando cesio, formando una capa monomolecular, sobre otra de óxido de cesio dispuesta en una superficie de plata. Los procesos para depositar dichos materiales son cuestión de arte, y no se comprenden bien. En la Fig. 2-9 se representa un tubo fotoemisivo.

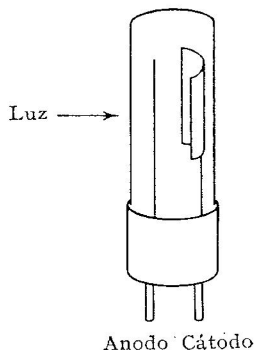


FIG. 2-9. Constitución de un tubo fotoelectrónico típico.

Ejemplo.—Un electrón es emitido fotoelectrónicamente con una energía de 0,67 eV, después que la superficie que lo emitió fue expuesta a una luz de 5200 A de longitud de onda. ¿Cuál es la función de trabajo de dicha superficie? (1 A = $= 10^{-10}$ m.)

$$\text{Frecuencia de la luz} = f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{5{,}2 \times 10^{-7}} = 5{,}76 \times 10^{14}$$

Entonces

$$E_W = \frac{hf}{e} - \frac{mv^2}{2e}$$

pero $mv^2/2e$ es el exceso de energía y vale 0,67 electronvoltios; luego

$$E_W = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 5{,}76 \times 10^{14}}{1{,}60 \times 10^{-19}} - 0{,}67$$

$$= 2{,}38 - 0{,}67 = 1{,}71 \text{ eV} = \text{función de trabajo}$$

2-9. Emisiones secundaria y por campo eléctrico. Los electrones pueden recibir energía suficiente para la emisión, mediante impacto de otro electrón o ion que choque contra la superficie. Este fenómeno se llama *emisión secundaria*, y los electrones emitidos, *electrones secundarios*. Las partículas que golpean la superficie y producen la emisión se llaman, a su vez, electrones o iones *primarios*.

La emisión secundaria puede producirse mediante bombardeo de un material, conductor o aislante, por un haz primario de gran energía, constituido por electrones o por otras partículas. Los electrones secundarios emitidos serán atraídos por cualquier electrodo que haya en la región a potencial superior, y constituirán un flujo de carga eléctrica saliendo de la superficie, mientras que el haz primario aporta carga a dicha superficie.

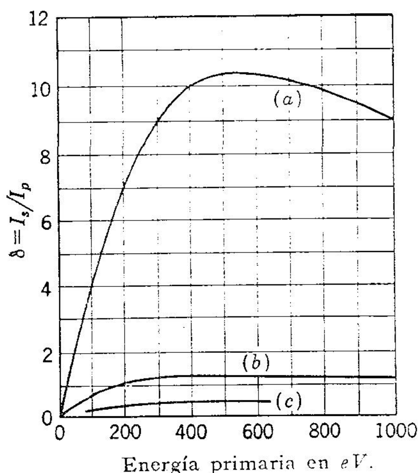


FIG. 2-10. Razones de emisión secundaria de: (*a*) superficie de Cs-CsO-Ag, (*b*) níquel, (*c*) níquel tratado con carbono.

El número medio de electrones secundarios emitidos por cada electrón primario o partícula que incida sobre la superficie se llama *coeficiente* o *factor de emisión secundaria* y se representa por el símbolo δ. Para algunas superficies, δ puede alcanzar valores mayores de 10.

La emisión secundaria depende de la naturaleza y función de trabajo de la superficie. Las energías de los electrones emitidos normalmente son menores de 20 eV, pero el número de electrones secundarios, o sea, δ, es función de la energía primaria, función que suele tener un máximo bastante ancho entre 400 y 600 eV.

Los materiales utilizados para emisión secundaria deben tener una función de trabajo pequeña y su superficie debe reunir ciertas condiciones, pues la emisión depende principalmente de la superficie. Los materiales de gran emisión tienen superficies compuestas, análogas en la mayoría de los aspectos a las utilizadas en fotoemisión. Una de las superficies mejores, por su alto valor de δ, se compone de cesio y óxido de cesio, mientras que el grafito libre de impurezas tiene una δ pequeña. En la Fig. 2-10 se representan las δ de varios materiales en función de la energía del haz primario.

En algunos tubos se utiliza la emisión secundaria como fuente de electrones. En tales tubos, un cátodo revestido, análogo a las superficies descritas, es bombardeado por iones, procedentes del gas contenido en dicho tubo, y emite los electrones necesarios para mantener la descarga. Estos cátodos no necesitan fuente exterior de caldeo y frecuen-

temente se conocen con el nombre de *cátodos fríos*, aunque su temperatura de funcionamiento puede ser alta debido al bombardeo.

Si a la superficie de un metal se aplica un campo eléctrico alto y positivo, es posible extraer electrones directamente del material a temperaturas corrientes. El campo eléctrico hace descender el valor de E_B, la energía de barrera superficial, y la emisión alcanza valores altos para intensidades de campo del orden de 10^6 voltios por cm. Esta es la *emisión por campo eléctrico* o *emisión autoelectrónica*. Un descenso parcial de la barrera de energía, producido por el campo eléctrico aplicado, se observa para tensiones inferiores y se llama efecto Schottky.

Entre dos electrodos muy próximos, o entre un punto y un plano, o entre un hilo fino central y un cilindro que lo rodea, el campo eléctrico existente puede alcanzar valores altos sin que sean grandes las diferencias de potencial. Son necesarias precauciones especiales en los proyectos de tubos de alta tensión utilizados en rayos X y en rectificación para evitar que puedan crearse dichos campos elevados y los posibles daños causados por las grandes corrientes debidas a la emisión producida por estos campos.

2-10. Efectos de carga espacial en el diodo termoiónico. Los electrones emitidos por un cátodo termoiónico caldeado pueden tener energías mayores que E_B, lo cual indica que algunos pueden ser emitidos con pequeñas velocidades dirigidas hacia el exterior. El valor más probable de este exceso de energía viene dado por $2kT/e$ y, para un emisor a 1.000 °K, la energía dirigida hacia el exterior tiene como más probable un valor de sólo 0,17 eV. Estas energías de emisión, aunque existen, normalmente son pequeñas, comparadas con las energías dadas a los electrones por las tensiones aplicadas a las válvulas.

Si se encierra un cátodo termoiónico en una envoltura hermética, dentro de la cual se ha hecho el vacío, y se le calienta hasta la temperatura de emisión, emitirá electrones que irán llenando el espacio que lo rodea de carga negativa. Si la emisión continúa, el campo eléctrico, debido a dicha carga negativa, repelerá algunos electrones hacia el cátodo. Se alcanzará una condición de equilibrio cuando la *carga espacial* sea suficiente para devolver electrones al cátodo en la misma proporción que son emitidos, dando una emisión resultante nula.

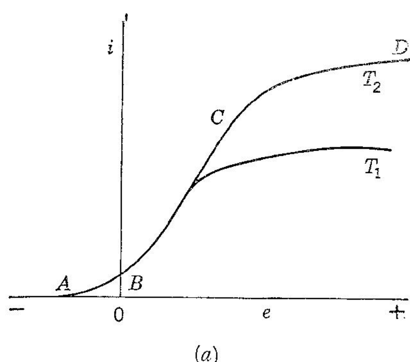
Si se incluye, dentro de la envoltura, un segundo electrodo o *ánodo* y se le hace positivo respecto al cátodo, los electrones de la carga espacial negativa serán atraídos hacia el ánodo, disminuyendo dicha carga espacial y el campo repulsor, y permitiendo así que algunos de los electrones, los emitidos con mayores energías, lleguen al ánodo. El equilibrio se alcanzará de nuevo cuando el número resultante (o sea, descontando los devueltos al cátodo) de electrones que abandonan el cátodo sea igual al de electrones recogidos por el ánodo.

Si se va variando la tensión aplicada entre ánodo y cátodo y se traza la curva de la corriente en función de esta tensión aplicada, se obtiene un gráfico como la Fig. 2-11. Esta es la gráfica corriente-

tensión de un *diodo* termoiónico, o válvula de dos electrodos, y demuestra que el diodo termoiónico es en el circuito un elemento *no lineal*.

La curva se compone de tres regiones. La región *A-B* indica que los electrones emitidos tienen exceso de energía sobre la necesaria para la emisión, ya que algunos son capaces de vencer las fuerzas repulsoras creadas por un ánodo ligeramente negativo.

La región *C-D* puede interpretarse como originada por corriente de saturación, ya que, para esos valores de la tensión aplicada, el ánodo es capaz de recoger prácticamente todos los electrones emitidos por el cátodo. Este fenómeno se confirma por las curvas de la Fig. 2-11*b*, tomadas con un filamento de tungsteno, para la temperatura T_1 y



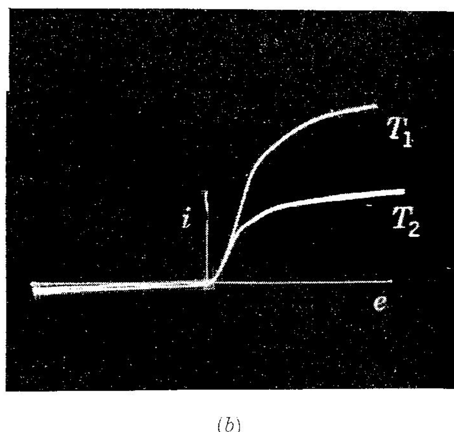


FIG. 2-11. (*a*) Curvas corriente-tensión de un diodo. (*b*) Oscilograma de un diodo FP-400, de filamento de tungsteno, para dos temperaturas.

para otra inferior T_2. Los emisores de óxidos y de tungsteno toriado no presentan una saturación tan pronunciada, sino que su emisión continúa aumentando notablemente según se sigue elevando la tensión de ánodo.

En la región *B-C*, la corriente está limitada por la carga espacial negativa debido a que la tensión aplicada es insuficiente para atraer hasta el ánodo todos los electrones emitidos por el cátodo. Para cualquier tensión aplicada, la corriente de equilibrio se alcanza cuando el número resultante de electrones que abandona la región catódica se hace igual al número de ellos recogido por el ánodo, y la carga espacial es estable.

Si el número de electrones que sale de la región del cátodo es mayor que el recogido por el ánodo, la carga espacial aumenta hasta que el campo eléctrico repulsor llega a un valor que reduce el número de los que salen del cátodo. Si el número resultante emitido es menor que el recogido, la carga espacial disminuye hasta que el campo eléctrico repulsor permite aumentar el número resultante de electrones que abandonan el cátodo.

Si se aplica una tensión mayor de ánodo, aumenta la corriente recogida por él, se reduce la carga espacial y se establece una nueva condición de equilibrio cuando la emisión resultante iguala al nuevo número (que es mayor) de electrones recogidos.

O sea, la presencia de la carga negativa, en el espacio comprendido entre el cátodo y el ánodo, limita la corriente que se puede obtener en el ánodo. En la Fig. 2-12 se representa el efecto de la carga espacial en la variación de potencial en dicho espacio entre cátodo y ánodo. Si se supone que los dos electrodos son planos, que no hay carga espacial y que el cátodo está frío, la variación de potencial es uniforme, como indica la línea (*a*) de la figura. Si la temperatura del cátodo es suficientemente alta para dar más emisión que la requerida por la corriente de ánodo, la carga negativa espacial reduce el potencial en todos los puntos, resultando una variación del mismo como la de la curva (*b*). En la superficie del cátodo se presenta un campo eléctrico repulsor, como lo indica la pendiente negativa de la curva de potencial en ese punto.

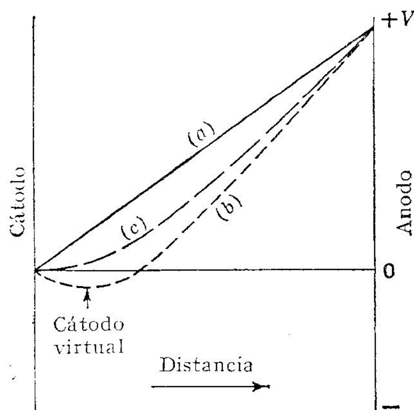


FIG. 2-12. Variación de potencial en un diodo: (*a*) sin carga espacial, (*b*) con velocidades iniciales y carga espacial, (*c*) con velocidades iniciales nulas.

Puede explicarse que el mínimo de potencial o *cátodo virtual* y el campo repulsor existen a causa de las pequeñas velocidades iniciales de los electrones. Si dichas velocidades fuesen nulas, o si la corriente fuese estrictamente la precisa de saturación, la curva del potencial sería la (*c*) de la Fig. 2-12, con pendiente cero y campo nulo en la superficie del cátodo.

Para la región *B-C*, es posible hallar una expresión analítica de la curva de corriente como función de la tensión. El problema se simplifica haciendo la hipótesis de que la velocidad inicial de los electrones es cero y las experiencias demuestran que esto da una explicación teórica satisfactoria de los resultados.

Supóngase que el cátodo y el ánodo son superficies planas paralelas indefinidas y separadas por una distancia d y que el cátodo está caldeado a tal temperatura que puede dar cuanta emisión sea requerida. Si n es el número de electrones por metro cuadrado que pasan en un segundo a través de un plano intermedio entre el cátodo y el ánodo y v la velocidad de esos electrones, en su movimiento hacia el ánodo, la densidad de corriente, o corriente por unidad de superficie de cátodo o ánodo, es

$$J = -nev = -\rho v \qquad (2\text{-}24)$$

La velocidad de los electrones depende de su energía y, despreciando las energías iniciales, se tiene

$$\frac{mv^2}{2} = Ve \tag{2-25}$$

donde V es el potencial en el plano intermedio considerado de la región espacial cuya distancia al cátodo es x.

La ecuación de Poisson da la velocidad de variación, es decir, la derivada, de la intensidad de campo con relación a la abscisa x, en un espacio donde existe carga eléctrica

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_v} \tag{2-26}$$

donde ρ = densidad de carga en culombios/m³ y ϵ_v = permitividad, o constante dieléctrica, del espacio = $10^{-9}/36\pi$.

Sustituyendo, en la ecuación de Poisson, ρ por su expresión deducida de la Ec. (2-24) y, a su vez, v por la suya deducida de la (2-25), se obtiene

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{J}{\epsilon_v\sqrt{2Ve/m}}$$

Resolviendo la última ecuación respecto a la densidad de corriente J, da

$$J = \frac{4\epsilon_v}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\,\frac{V^{3/2}}{x^2} \qquad \text{A/m}^2$$

Para hallar la densidad de corriente en el ánodo, suponiendo que está a una distancia d del cátodo, en función de la tensión E_b entre ánodo y cátodo, se tiene

$$J = 2{,}34 \times 10^{-6}\,\frac{E_b^{3/2}}{d^2} \qquad \text{A/m}^2 \tag{2-27}$$

Esta es la llamada ley de *Langmuir-Child*, o ley del exponente tres medios. Demuestra que en la región *B-C*, la corriente es una función no lineal de la tensión entre ánodo y cátodo y que es independiente de la temperatura del cátodo (supuesto que haya emisión suficiente). Así, un cátodo puede ser capaz de dar i amperios de corriente de emisión y la tensión aplicada ser aún insuficiente para atraer y recoger toda la corriente emitida.

Como se han despreciado las velocidades iniciales de los electrones, se ha supuesto, en realidad, que el campo eléctrico es cero en la superficie del cátodo. Esta hipótesis no es verdadera estrictamente, según indica la línea (*b*) de la Fig. 2-12, pero el campo es cero en el cátodo

virtual, de manera que el suponer que las velocidades iniciales son nulas tiene el efecto de trasladar un poco hacia el ánodo la superficie catódica. Como la posición del cátodo virtual depende de la temperatura del cátodo, la corriente real recibida por el ánodo, en las condiciones de limitación por carga espacial, depende también algo de la temperatura de caldeo.

La ley de *Langmuir-Child* tiene importancia suma en el campo electrónico, ya que la mayor parte de las veces el funcionamiento de los tubos de vacío tiene lugar en condiciones de limitación por carga espacial.

Para una válvula con cátodo y ánodo cilíndricos concéntricos, la corriente limitada por carga de espacio viene dada por

$$i_b = 14{,}6 \times 10^{-6} \frac{l}{r_a} \frac{E_b^{3/2}}{\beta^2} \quad \text{A} \tag{2-28}$$

donde l es la longitud del ánodo y β una función de r_a/r_k, o sea, de la relación de los radios de ánodo y cátodo. Para valores de esta relación superiores a 7, se puede tomar β^2 igual a la unidad, cometiendo un error pequeño.

En un tubo de vacío con funcionamiento limitado por carga espacial, la corriente depende de la tensión elevada a tres medios, habiéndose hallado que ésta es una relación general para cualquier forma geométrica. Con ello, se ha demostrado analíticamente la naturaleza no lineal del diodo de vacío.

2-11. Corriente regulada por una rejilla; el triodo de vacío. En 1907, de Forest introdujo, entre el cátodo y el ánodo de un diodo, un electrodo llamado rejilla, formado por una redecilla metálica, construyendo así el *triodo*. La rejilla es capaz de ejercer un control electrostático de la corriente de placa, resultando así que el triodo es en esencia un relé con control fácilmente variable.

Al mantener la rejilla normalmente algunos voltios negativa respecto del cátodo y estar situada en la nube de electrones de la carga espacial, se suma su influencia a la de esta carga espacial en la regulación del número de electrones que pasan al ánodo, o sea, en el control de la corriente de la válvula.

La intensidad del campo en la superficie del cátodo es así función de e_c, tensión entre rejilla y cátodo. En la Sec. anterior 2-10 se vio que dicha intensidad de campo era también función de e_b, tensión entre ánodo y cátodo. Sin embargo, la rejilla está mucho más cerca del cátodo que el ánodo y, por tanto, 1 voltio en la rejilla producirá un campo en el cátodo, para producir el cual se necesitarán en el ánodo muchos voltios. La relación entre la tensión anódica necesaria para producir una variación determinada en la intensidad de campo de la superficie catódica y la tensión de rejilla necesaria para producir la misma variación en el mismo campo, se llama *coeficiente* o *factor de amplificación* de la válvula y se representa por el símbolo μ.

Esta definición expresa que la variación del campo eléctrico en la superficie catódica, producida por una variación de 1 voltio en la tensión de ánodo, tiene en la corriente una influencia $1/\mu$ veces la influencia de 1 voltio de variación de la tensión de rejilla. Ahora, la corriente anódica puede expresarse como

$$i_b = F\left(e_c + \frac{e_b}{\mu}\right) \tag{2-29}$$

Esta relación tiene amplia aplicación en el estudio del triodo.

Las experiencias demuestran que la función de la Ec. (2-29) tiene aproximadamente la forma

$$i_b = K\left(e_c + \frac{e_b}{\mu}\right)^a \tag{2-30}$$

donde a vale cerca de $^3/_2$. La constante de proporcionalidad K es llamada *perveancia* y se expresa en amperios por (voltio)$^{3/2}$.

Tomando logaritmos en la Ec. (2-30), se tiene

$$\ln i_b = \ln K + a \ln\left(e_c + \frac{e_b}{\mu}\right)$$

la cual indica que si se traza en papel logarítmico (siendo escalas logarítmicas las abscisas y las ordenadas) la línea que represente i_b en función de $e_c + e_b/\mu$, resultará una recta. Entonces a y K se pueden dedu-

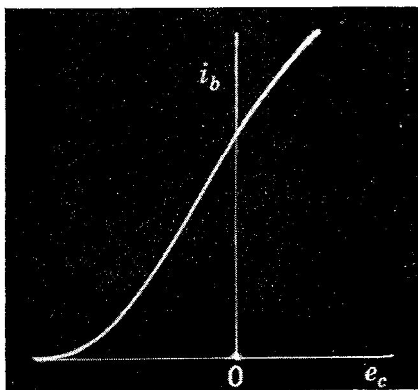


FIG. 2-13. Curva característica de i_b en función de e_c, que manifiesta la relación no-lineal en un triodo.

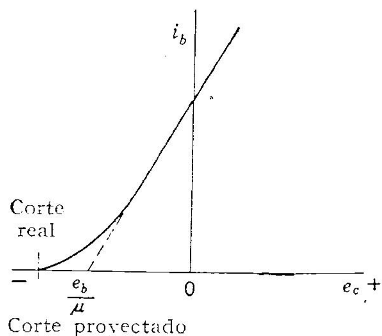


FIG. 2-14. Cortes real y proyectado.

cir de la pendiente y ordenada en el origen de la línea aproximadamente recta que se habrá obtenido.

Una prueba experimental de que la relación (2-30) entre i_b y e_c no es lineal, se tiene en el oscilograma de la Fig. 2-13, donde e_c se varía en un amplio margen mientras e_b permanece constante.

El oscilograma indica que la corriente de placa se hace cero para un valor negativo de la tensión de rejilla. Este valor se llama *tensión de corte*. Realmente, la corriente disminuye lentamente cerca de su anulación, por lo que los valores de corte no son bien definidos, habiendo una zona de imprecisión. A veces es útil emplear la *tensión de corte proyectado*, que se halla prolongando la parte recta de la característica hasta que corte al eje de tensiones (véase Fig. 2-14). El valor correspondiente al dicho corte proyectado se halla haciendo, en la Ec. (2-30), $i_b = 0$ y suponiendo $a = 1$, o sea,

$$e_c = -\frac{e_b}{\mu}$$

Como la rejilla se mantiene negativa normalmente, salvo en algunas aplicaciones, no atrae electrones y la corriente de rejilla es despreciable. Sin embargo, cuando se hace positiva hay corriente de rejilla y hay que tenerla en cuenta en los diseños de válvulas y circuitos.

2-12. Pérdidas de energía y refrigeración en los tubos de vacío. Al ser acelerado hacia el ánodo un electrón procedente del cátodo, ha recibido energía cinética. En el impacto sobre el electrodo positivo, su velocidad se anula y la energía que llevaba se convierte en calor y, en algunos tubos de alta tensión, en rayos X.

La potencia instantánea entregada al ánodo es $e_b i_b$. Además, la estructura de dicho ánodo puede interceptar parte del calor radiado por el cátodo. Esta potencia total debe ser eliminada del ánodo por conducción o radiación, pues la convección no es posible en un tubo de vacío.

La mayor parte de los tubos pequeños se proyectan para irradiar este calor y conservar baja la temperatura del ánodo, ya que, si la temperatura de las partes metálicas fuese excesiva, puede dar lugar a la emisión de gases ocluidos, lo cual estropearía el vacío, y a temperaturas de 400 a 600°C puede ablandarse el vidrio.

Para aumentar la radiación, las placas de las válvulas de vacío pequeñas se hacen normalmente de níquel o hierro ennegrecidos. La mayor parte de las válvulas de media potencia se construyen con ánodos de tántalo o molibdeno y se enfrían por radiación al funcionar a altas temperaturas, alcanzando ordinariamente estos metales puntos del rojo cereza al amarillo, lo cual es admisible porque se han desgasificado totalmente en la fabricación. También se emplea el grafito por su alta emisividad de radiaciones, pero no debe funcionar a temperaturas en las que muestre color a causa de la dificultad de eliminar en la fabricación todos los gases.

Las válvulas o tubos de potencia muy grande no pueden radiar su calor a las temperaturas de la práctica, por lo cual se requiere enfriamiento por conducción. Tales tubos se proyectan con ánodos externos de cobre refrigerados por agua, para lo cual se colocan dentro de camisas rodeadas de agua en circulación, o bien se refrigeran por chorro de aire dirigido sobre aletas de cobre fijadas a la superficie exterior del ánodo.

Como la eliminación del calor en el que se convierten las pérdidas es un factor tan importante en los tubos de vacío, se acostumbra a catalogarlos por la potencia que pueden disipar en placa. Para un tubo ya determinado, la potencia de salida es, entonces, función del rendimiento del circuito. Se ve, por tanto, que esta forma de clasificar es bastante distinta de la empleada en otros aparatos eléctricos.

2-13. Ionización de los gases. Los átomos de los gases a baja presión están tan separados entre sí que pueden considerarse independientes unos de otros, excepto en colisiones fortuitas, debidas a los movimientos térmicos aleatorios. Los electrones más exteriores de todo átomo, al mismo tiempo que tienen gran energía, están débilmente ligados a sus núcleos, a causa de su distancia a éstos y al apantallamiento producido por los electrones interiores. Por tanto, en el bombardeo de electrones libres que sufren los átomos, pueden aquéllos hacer saltar algunos de los electrones exteriores de dichos átomos. El electrón incidente y el nuevamente liberado quedan libres, convirtiéndose el átomo en un ion positivo de una carga positiva unitaria y, si esto ocurre en gran número, se dice que el gas se ioniza.

La liberación de un electrón, o sea, la ionización de un átomo, requiere una cantidad determinada de energía necesaria para sacar completamente al electrón del campo del núcleo (el cual es positivo). Esta cantidad se llama energía de ionización y, cuando se expresa en electron-voltios, se llama *potencial de ionización* del gas. Dicha energía de ionización tiene que ser suministrada por el electrón que bombardea. Si éste tiene menos energía, parte de ella puede ser utilizada para elevar un electrón del átomo de un nivel, o estado, normal inferior de energía a otro estado superior. Si, por el contrario, tiene exceso de energía, dicho exceso se reparte entre el electrón incidente y el liberado. En la tabla 3 se dan algunos potenciales de ionización. Se puede ver que el potencial de ionización es también la diferencia de potencial necesaria para acelerar un electrón, inicialmente en reposo, hasta que adquiere la energía suficiente para ionizar un átomo del gas determinado.

Mientras se están formando gran cantidad de iones positivos, muchos otros se están recombinando con electrones para volver al estado neutro. Además, muchos átomos han recibido energía menor a la de ionización, y con ella algunos electrones han sido elevados desde los estados normales a niveles superiores de excitación, sin que los electrones salgan del átomo. Cuando un electrón se recombina con un ion para formar el átomo neutro, o cuando un electrón excitado vuelve a su nivel normal, se desprende energía que es radiada como un destello

(*flash*) de luz, cuya frecuencia está ligada con la energía correspondiente por la relación de Planck

$$W = hf \quad \text{julios}$$

La existencia de ionización en un gas se delata, por tanto, por una luminosidad de un color típico. Esta luminosidad está producida por el efecto acumulativo de los destellos individuales y explica el espectro de líneas producido por una descarga eléctrica gaseosa.

TABLA 3. POTENCIALES DE IONIZACIÓN DE ALGUNOS GASES

Gas o vapor	Potencial de ionización en eV	Color de la descarga
Argón	15,7	Azul
Helio	24,5	Amarillo
Mercurio	10,4	Azul verdoso
Sodio	5,1	Amarillo
Neón	21,5	Naranja

El ion positivo es pesado y se mueve despacio bajo la acción de campos eléctricos; pero, dondequiera que esté, es capaz de neutralizar la carga espacial negativa debida a un electrón próximo. Si en un diodo se han creado suficientes iones positivos, la carga espacial negativa que limita la corriente es neutralizada y, entonces, puede fluir una corriente muy grande.

Considérese un gas encerrado en un recipiente a una presión de algunas centésimas de milímetro de mercurio y con los electrodos convenientes dentro del recipiente. Siempre habrá algunos electrones libres en el gas, presumiblemente creados por rayos cósmicos o por otra radiación. Si se aplica entre los electrodos una pequeña diferencia de potencial, estos electrones se dirigirán hacia el ánodo. Al elevar la tensión, pueden dichos electrones adquirir energía suficiente para ionizar un átomo por colisión. Entonces habrá dos electrones y un ion positivo, los cuales se moverán bajo la acción del campo eléctrico. Los dos electrones adquirirán energía ionizante, chocarán con átomos y habrá cuatro electrones y dos iones positivos. Este proceso es acumulativo y continuará hasta que tenga lugar la *descarga disruptiva* en el gas.

Después que sucede la descarga disruptiva, queda el espacio lleno de un *plasma* de electrones y iones positivos y la tensión entre electrodos decae a un valor aproximado al del potencial de ionización del gas, justamente el suficiente para dar la energía necesaria a los electrones para ionizar y, por tanto, crear iones positivos.

Hay que suministrar nuevos electrones si la descarga ha de ser *autónoma*. En una descarga *luminiscente*, la fuente de electrones es un cátodo usualmente revestido con material de gran emisión secundaria,

siendo emitidos los electrones como electrones secundarios por el bombardeo de iones positivos sobre la superficie. En dicha superficie del cátodo, aparece una luz coloreada, siendo característico de esta luminosidad catódica el que la densidad de corriente en la superficie del cátodo permanece esencialmente constante, variando en extensión el área luminosa al variar la demanda de corriente.

En una descarga de *arco*, la fuente de electrones puede ser un cátodo caldeado, como en un arco termoiónico, un depósito de mercurio o un metal sólido. En el caso del depósito de mercurio el proceso de emisión no está bien explicado aún, pero se cree que es una forma de emisión por campo eléctrico. En una descarga de arco, los iones positivos juegan un papel importante en la neutralización de la carga espacial de electrones. Debido a dicha neutralización, las tensiones usuales de los tubos gaseosos son bajas y del orden del potencial de ionización del gas.

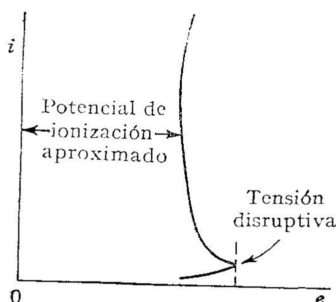


FIG. 2-15. Curva característica corriente-tensión de una descarga gaseosa.

En la Fig. 2-15 se representa la curva de corriente, en función de tensión, de una descarga gaseosa. Como se ve, después que la tensión alcanza el valor de la tensión disruptiva, la diferencia de potencial decae al valor de mantenimiento que, aproximadamente, es el potencial de ionización. Este gráfico será tratado más ampliamente en el Cap. 14.

PROBLEMAS

2-1. Dos grandes electrodos metálicos paralelos están separados por una distancia de 0,5 cm, siendo el electrodo superior 20 voltios positivo respecto al inferior. Del electrodo negativo se suelta un electrón con una velocidad, dirigida verticalmente hacia arriba, que se debe a una energía de 12 eV. (*a*) Hallar el tiempo que tarda en llegar al electrodo superior. (*b*) ¿Cuáles son la velocidad y energía del electrón en el momento del impacto?

2-2. Un electrón sale del centro del electrodo negativo del Prob. 2-1 con una velocidad de 5×10^6 m/seg cuya dirección forma un ángulo de 30° con el electrodo. Dibújese la trayectoria seguida por el electrón y hállese: (*a*) el tiempo de tránsito, (*b*) la distancia recorrida paralelamente al electrodo, o sea, la proyección horizontal de la trayectoria, (*c*) la energía entregada al electrodo en el impacto. El electrodo superior está a + 20 voltios, como antes.

2-3. Trácese la curva de la corriente de la parte externa del circuito en función del tiempo, para el electrón del Prob. 2-2.

2-4. El electrón de la Fig. 2-16 tiene una velocidad inicial debida a una energía de 10 eV dirigida como se indica en dicha figura. Hallar la diferencia de potencial E que ha de aplicarse entre los electrodos 1 y 2 para que el electrón incida en el punto B. Trazar la curva de corriente que fluye en el circuito debida al movimiento del electrón. Las placas están separadas 1 cm.

2-5. Se quita el generador E del Prob. 2-4 y se sustituye por un campo magnético. Hallar la densidad de flujo B requerida para que el electrón, con velocidad inicial debida a 10 eV, haga impacto en el punto B. ¿Qué dirección ha de tener el flujo?

2-6. Un electrón con una energía de 100 eV según la dirección horizontal, entra en el campo existente entre dos placas horizontales de 2 cm de largo y separadas 1,5 cm. La inferior está a + 200 voltios. Hallar la dirección y densidad de flujo, en weberios por metro cuadrado, de un campo magnético que justamente impida al electrón desviarse de su trayectoria recta horizontal. Despréciense los campos deformados de las regiones de los bordes de las placas.

2-7. Un electrón con energía de 50 eV entra perpendicular a un campo magnético de 0,04 weberios por m². Hallar el número de vueltas por minuto de este electrón y el radio de su trayectoria en el campo.

2-8. Un filamento de tungsteno de 2,5 cm de longitud y 0,15 mm de diámetro se calienta a 2.550 °K. (*a*) Calcular la corriente de emisión. (*b*) ¿A qué temperatura debería calentarse el mismo filamento si fuese de tungsteno toriado?

2-9. ¿A qué valor debe bajarse la función de trabajo de una superficie de tungsteno toriado para elevar la densidad de corriente a 15.000 amperios por cm² a una temperatura de 2.550 °K?

2-10. Un emisor de recubrimiento de óxidos tiene 5,35 cm de largo y 1,25 mm de diámetro y se pone a una temperatura de 1.025 °K. ¿Cuánto vale la corriente limitada solamente por la temperatura? Si la temperatura decae a 1.000°K, ¿en qué tanto por ciento varía la corriente emitida?

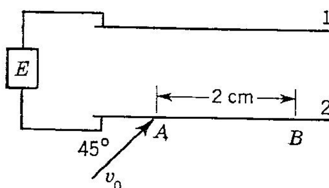


FIG. 2-16

2-11. El filamento de un diodo FP-400 es de tungsteno y tiene 3,2 cm de largo y 0,125 mm de diámetro. Si la corriente limitada solamente por temperatura es de 24 mA, ¿cuál es la temperatura del filamento?

2-12. (*a*) Calcular la energía transportada por fotones de luz amarilla de 5.893 Å; de luz azul de 4.210 Å y de luz ultravioleta de 2.537 Å.

(*b*) Si cada fotón de los citados incide sobre una superficie de cesio de 1,81 voltios de función de trabajo, hallar las velocidades de emisión de los electrones en el caso de que haya emisión.

2-13. Un tubo fotoelectrónico de cátodo de sodio tiene una longitud de onda límite de 6.550 Å. Este tubo es iluminado por una luz verde de 5.300 Å de longitud de onda. Si se emiten electrones, ¿cuál será la velocidad máxima de emisión?

2-14. Un determinado diodo de vacío necesita 30 voltios para una corriente de 120 mA en condiciones de limitación por carga espacial. ¿Qué tensión producirá 95 mA de corriente? ¿Cuál será la corriente máxima que puede circular sin que las pérdidas de placa sobrepasen de 3,2 vatios?

2-15. Un diodo de ánodo cilíndrico con filamento de tungsteno toriado, que mide 2,5 cm de longitud y 0,05 cm de diámetro, trabaja a una temperatura de filamento de 1.900 °K. El diámetro del ánodo es 1,0 cm. Si la corriente en el diodo ha de ser el 35 por 100 del valor de saturación, ¿qué tensión entre ánodo y cátodo será necesaria?

2-16. Un diodo de ánodo cilíndrico ha de utilizar un filamento de tungsteno toriado y dar una corriente de saturación de 300 mA. El ánodo tiene que ser lo suficientemente grande para irradiar las pérdidas en placa a razón de 1,5 vatios por cm², con corriente de saturación circulando a 100 voltios de tensión entre ánodo y cátodo. La temperatura del filamento es de 1.925°K. (*a*) ¿Cuáles deben ser el diámetro y longitud del ánodo? (*b*) Hallar el diámetro del filamento. Supóngase $\beta^2 = 1,0$.

BIBLIOGRAFIA

1. Crowther, J. A.: «Ions, Electrons, and Ionizing Radiations», 7.ª ed., Longmans, Green & Co., Inc., New York, 1939.
2. Page, L., y N. I. Adams: «Principles of Electricity», D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1931.
3. Ryder, J. D.: «Electronic Fundamentals and Applications», Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1950.
4. Dushman, S.: Thermionic Emission, *Revs. Mod. Phys.*, **2** : 381 (1930).
5. Jones, H. A., e I. Langmuir: Characteristics of Tungsten Filaments as Functions of Temperature, *Gen. Elec. Rev.*, **30** : 310, 354, 408 (1927).
6. Langmuir, I.: The Electron Emission from Thoriated-tungsten Filaments, *Phys. Rev.*, **22** : 357 (1923).
7. Blewett, J. P.: Properties of Oxide-coated Cathodes, *J. Appl. Phys.*, **10** : 831 (1939).
8. Coomes, E. A.: The Pulsed Properties of Oxide Cathodes, *J. Appl. Phys.*, **17** : 647 (1946).
9. Hughes, A. L., y L. A. DuBridge: «Photoelectric Phenomena», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1932.
10. Glover, A. M.: A Review of the Development of Sensitive Phototubes, *Proc. IRE*, **29** : 413 (1941).
11. Woolridge, D. E.: Theory of Secondary Emission, *Phys. Rev.*, **56** : 562 (1939).
12. Langmuir, I.: The Effects of Space Charge and Residual Gases on Thermionic Currents in High Vacuum, *Phys. Rev.*, **2** : 450 (1913).
13. Compton, K. T., e I. Langmuir: Electrical Discharges of Gases, *Revs. Mod. Phys.*, **2** : 123 (1930).
14. Loeb, L. B.: «Fundamental Processes of Electrical Discharge in Gases», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1939.
15. Richtmyer, F. K., y E. H. Kennard: «Introduction to Modern Physics», 4.ª ed., McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947.

CAPÍTULO 3

EL TUBO DE VACIO COMO ELEMENTO DE CIRCUITO

El tubo de vacío es generalmente un dispositivo o elemento no-lineal. Este carácter impone restricciones en el análisis de los circuitos de los que formen parte tubos de vacío, pero existen dos métodos distintos para resolver tales circuitos.

El primero se limita a regiones de funcionamiento lineal del tubo y le sustituye por un circuito equivalente lineal activo, con lo cual ya pueden aplicarse los métodos normales de análisis de circuitos. Este método está limitado usualmente a señales débiles de entrada, con las cuales el funcionamiento tiene lugar solamente sobre una parte pequeña de la característica gráfica del tubo; parte que, entonces, puede justificadamente suponerse recta, es decir, puede hacerse la hipótesis de funcionamiento lineal. Por su sencillez y porque suele buscarse en la práctica que gran parte del funcionamiento del tubo se realice en condiciones lineales, este método se sigue mucho.

En el segundo método, más general, se trata al tubo como elemento no-lineal y se aplican métodos gráficos de análisis, trabajando directamente sobre las curvas de funcionamiento del tubo. Estos métodos se siguen más con señales grandes de entrada y así se emplearán en este libro.

3-1. Características no lineales de la corriente como función de la tensión. La gráfica de la corriente en función de la tensión se ha mencionado como fuente de información sobre las propiedades de los elementos de circuitos. En particular, una línea como la de la Fig. 3-1*a*, da información gráfica sobre la resistencia del elemento cuyas características estén trazadas.

En los circuitos eléctricos se distinguen dos clases de resistencia. La primera, llamada *resistencia estática,* se define como

$$R = \frac{v}{i} \quad \text{ohmios} \qquad (3\text{-}1)$$

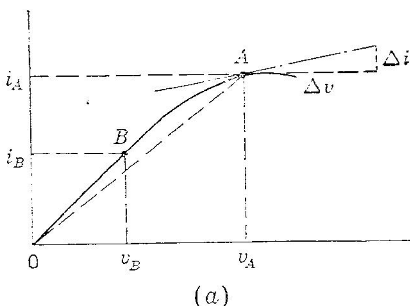
y, refiriéndose al punto A de la Fig. 3-1*a*, dicha resistencia estática es

$$R_A = \frac{v_A}{i_A}$$

que, como se ve, es la inversa de la pendiente de la recta de trazos que pasa por A y el origen de coordenadas.

La segunda clase, que es una *resistencia incremental*, o *resistencia dinámica*, aparece en circuitos con tensiones y corrientes variables y se define en función de pequeñas (teóricamente infinitesimales) variaciones de tensión y corrientes por la relación

$$r = \frac{dv}{di} \quad \text{ohmios} \qquad (3\text{-}2)$$



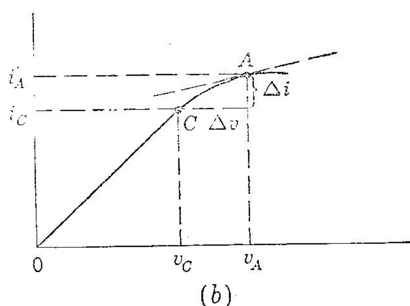


FIG. 3-1. (*a*) Característica corriente-tensión de una resistencia (resistor). (*b*) Figura ilustrativa de la resistencia incremental o dinámica.

Este último concepto puede aclararse más mediante la Figura 3-1*b*. Si a una resistencia (es decir, a un resistor) se aplica una tensión v_A, circula por ella una corriente i_A y el punto de funcionamiento es el A. Si la tensión aplicada varía, tomando un valor v_C, entonces la corriente se convierte en i_C y el punto de funcionamiento se traslada a C sobre la curva. Para cualquier valor de tensión intermedio, existe un punto de funcionamiento *sobre la curva*, de forma que, para variaciones de tensión entre los puntos A y C, o *para una pequeña componente alterna superpuesta a una componente de continua*, el resistor presenta un valor medio que es la inversa de la pendiente media, es decir, una resistencia, dada por

$$r = \frac{v_A - v_C}{i_A - i_C} = \frac{\Delta v}{\Delta i}$$

Si se disminuye la variación de tensión, haciéndola infinitesimal, entonces se obtiene la Ec. (3-2). Esta resistencia, correspondiente a pequeñas variaciones alternas de corriente o tensión, se representa gráficamente por la inversa de la pendiente de la curva en el punto de trabajo, siendo determinado este punto por la componente de continua.

Volviendo a la Fig. 3-1*a*, la resistencia estática en A era $R_A = v_A/i_A$. La resistencia dinámica o incremental es

$$r_A = \frac{dv}{di}$$

la cual es la inversa de la pendiente de la recta de trazos y puntos, tangente a la curva en A.

Las dos resistencias, estática y dinámica, tienen el mismo valor si se miden en el punto B, pues la pendiente de la recta que une este punto al origen es la misma que la pendiente de la curva en B.

Una resistencia (resistor) cuya característica gráfica de la corriente en función de la tensión es una recta, se llama *lineal*. Si la pendiente es variable, se dice que es *no-lineal*. En las secciones siguientes se tratarán otras propiedades de las relaciones gráficas entre corrientes y tensiones correspondientes a los tubos de vacío.

3-2. Símbolos de corrientes y tensiones en los triodos de vacío. En los circuitos con tubos de vacío hay que considerar varias corrientes y tensiones, lo que hace necesario fijar unos símbolos para el entendimiento mutuo. El Instituto de Radio Ingenieros (I.R.E., Institute of Radio Engineers) ha adoptado ciertos símbolos y notación normalizados y éstos se emplearán en el presente libro en cuanto sea posible.

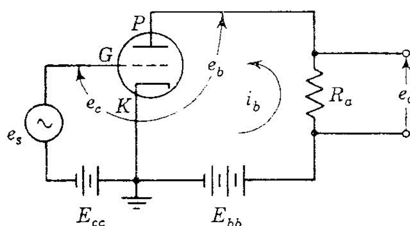


FIG. 3-2. Circuito simple de un amplificador de triodo.

Todas las tensiones del tubo normalmente se miden respecto al cátodo K como referencia, según se indica en la Fig. 3-2, que representa una forma simple de amplificador con triodo. Las letras minúsculas se emplean para indicar magnitudes variables o instantáneas y las mayúsculas para valores de corriente o tensión continuas o valores medios cuadráticos de alternas. Como el triodo tiene tres electrodos: rejilla, cátodo y ánodo o placa, se utilizan frecuentemente las letras g (grid), k (cathode) y p (plate) como subíndices. Además, en los tiempos anteriores a la aparición de las fuentes de alimentación de corriente alterna rectificada, las baterías o pilas de alimentación de los circuitos de filamento, placa y rejilla se indicaban con A, B y C, respectivamente, y estas letras se han conservado como subíndices en la notación. Así, c y g, ordinariamente, se refieren a magnitudes del circuito de rejilla, b y p a magnitudes del circuito de placa y k y f a las del circuito de filamento o cátodo.

Algunos de los símbolos que se emplearán comúnmente, son los siguientes (se suponen las tensiones positivas cuando èl potencial sube desde cátodo a rejilla o de cátodo a ánodo, según que se trate de tensiones de rejilla o de ánodo, respectivamente):

e_c = tensión instantánea total de rejilla respecto a cátodo
e_g = valor instantáneo de la componente alterna de tensión de rejilla respecto a cátodo
E_c = valor medio o de reposo de la tensión de rejilla respecto a cátodo

E_{cc} = tensión continua de alimentación del circuito de rejilla, medida respecto a cátodo (positiva cuando el potencial sube a partir de cátodo)

e_s = valor instantáneo de la tensión alterna de entrada

E_s = valor eficaz, o medio cuadrático, de la tensión alterna de entrada

E_g = valor eficaz o medio cuadrático de la componente alterna de tensión de rejilla respecto a cátodo

E_f = tensión entre terminales de filamento o entre terminales de filamento de caldeo

I_f = corriente de filamento o corriente de caldeo

i_b = corriente total instantánea de ánodo

i_p = valor instantáneo de la componente alterna de la corriente de ánodo

I_b = valor medio o valor de reposo de la corriente de ánodo

I_{bs} = valor medio de la corriente de ánodo habiendo señal simultáneamente. Este símbolo se empleará solamente cuando se desea acentuar que I_b e I_{bs} son diferentes, como en el funcionamiento no-lineal del tubo

I_p = valor eficaz o medio cuadrático de la componente alterna de la corriente de ánodo

e_b = tensión instantánea total de ánodo respecto a cátodo

e_p = valor instantáneo de la componente alterna de la tensión de ánodo respecto a cátodo. Es igual a e_o

E_b = valor medio o de reposo de la tensión de ánodo respecto a cátodo

E_p = valor eficaz o medio cuadrático de la componente alterna de tensión entre ánodo y cátodo

E_{bb} = tensión continua de alimentación del circuito de ánodo, tomada respecto a cátodo (positiva cuando el potencial sube a partir de cátodo)

e_o = valor instantáneo de la tensión alterna de salida o tensión alterna en la carga, considerada positiva cuando sube el potencial al ir de cátodo a placa. Es igual a e_p

Para válvulas de varias rejillas se emplea un sistema de subíndices numéricos, tales como en e_{c1}, e_{c2}, ..., indicando el número la rejilla a que se refiere, empezando a contar por la más próxima a cátodo. Si no se emplea subíndice, entonces sólo entra en consideración una rejilla o se refiere a la rejilla utilizada para control de la corriente de ánodo por la señal de entrada.

En análisis de amplificadores, como el de la Fig. 3-2, es corriente suponer que es sinusoidal la señal de entrada e_s y tiene un valor eficaz E_s. Para el circuito de la figura, dicha tensión de entrada alterna es también e_g, es decir, la componente alterna de la tensión entre rejilla y cátodo. Este no es siempre el caso en circuitos más complejos. En el de la figura, se puede expresar e_c, tensión entre rejilla y cátodo, como

suma de la tensión continua E_{cc} de polarización y de valor instantáneo de la alterna de entrada e_g. O sea

$$e_c = E_{cc} + e_g \tag{3-3}$$

En la mayor parte de los circuitos, la tensión de polarización E_{cc} de rejilla es negativa, o sea la rejilla está del lado del polo negativo. Cuando en las ecuaciones en que figura E_{cc} se introducen valores numéricos de ella, deben afectarse del signo menos, si corresponde, ya que E_{cc} fue definida suponiéndola positiva cuando el potencial sube yendo de cátodo a rejilla. En la Fig. 3-3*a* se ha trazado e_c en función del tiempo, para e_s sinusoidal y E_{cc} negativa.

A causa del control ejercido por la tensión de rejilla sobre la corriente de ánodo, la tensión e_s producirá una variación de esta corriente. En la Fig. 3-3*b* se representan las distintas corrientes de ánodo, existiendo entre ellas la relación

$$i_b = I_b + i_p \tag{3-4}$$

Cuando no hay señal, o sea en estado estático, se cumple entre las tensiones del circuito de ánodo la siguiente ecuación:

$$E_b = E_{bb} - I_b R_a \tag{3-5}$$

la cual se modifica por la aparición de i_p cuando hay señal de entrada e_s. Entonces, la tensión instantánea entre ánodo y cátodo es

$$e_b = E_{bb} - (I_b + i_p) R_a$$

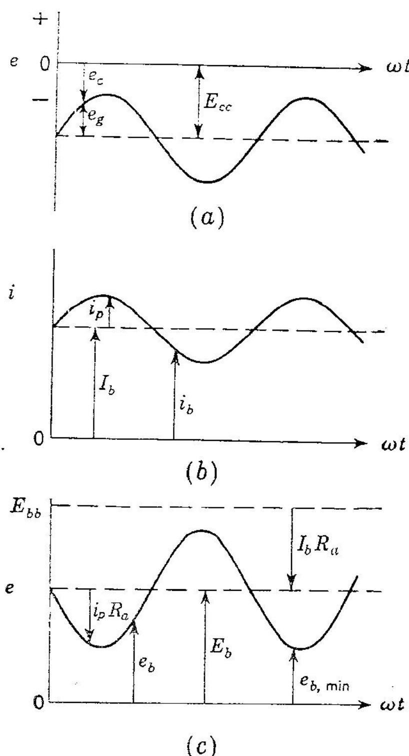


FIG. 3-3. Relaciones de corrientes y tensiones.

de la cual se deduce la componente variable de la tensión de salida (considerada ésta positiva si sube el potencial al ir de cátodo a ánodo).

$$e_o = -i_p R_a = e_b - E_b \tag{3-6}$$

o bien

$$e_b = E_b + e_o$$

Estas relaciones se reflejan en la Fig. 3-3*c*.

Obsérvese que la corriente de placa está en fase con la tensión de rejilla. Al aumentar la corriente de ánodo, también crece en magnitud (en valor absoluto) la tensión en la carga, con lo cual, la tensión del tubo (es decir, la tensión entre ánodo y cátodo) disminuye, pues

$$(I_b + i_p)R_a + e_b = \text{constante} = E_{bb}$$

De donde se deduce que la tensión del tubo (entre ánodo y cátodo) y la tensión de rejilla están en contrafase.

3-3. Curvas características y parámetros del triodo. Una representación conveniente de las características de funcionamiento de un elemento no-lineal de circuito es la forma gráfica. Se ha dicho anterior-

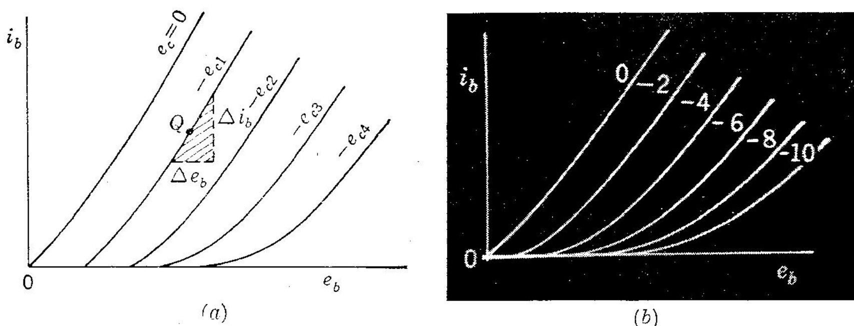


FIG. 3-4. (a) Características de placa de un triodo. (b) Oscilograma de características de placa de un triodo 6J5. Margen representado del eje e_b = 400 voltios.

mente que el tubo de vacío es un elemento no-lineal, generalmente, y que en él se cumplía la relación

$$i_b = f(\mu e_c + e_b)$$

que es la misma Ec. (2-29). Dicha ecuación tiene tres variables: i_b, e_c y e_b y, por tanto, representa una superficie. Sin embargo, para obtener una representación plana, se acostumbra a proyectar sobre los tres planos coordenados las familias de curvas que resultan de las intersecciones de la superficie dicha con planos paralelos a los coordenados. Así se obtienen tres familias de curvas características.

Si se elige la proyección sobre el plano i_b, e_b, se obtienen las *características de placa*, que dan la corriente de placa en función de la tensión de placa, para varias tensiones de rejilla. Se toma, por tanto, un valor de e_c y se conserva constante para cada curva de la familia. Las figuras 3-4*a* y *b* son típicas características de placa de un triodo.

Como estas curvas representan la corriente en función de la tensión del mismo circuito, su pendiente es la inversa de una resistencia. Como se vio en la Sec. 3-1, la resistencia incremental o dinámica tiene im-

portancia en corriente alterna o con pequeñas variaciones de corriente, y ésta es la manera usual de funcionar el tubo en los amplificadores. Así, la inversa de la pendiente de la curva en el punto de trabajo Q de la Fig. 3-4*a* tiene interés y vale

$$\frac{1}{\text{Pendiente}} = r_p = \left.\frac{\partial e_b}{\partial i_b}\right]_{e_c = k} \tag{3-7}$$

y ésta es la ecuación que define r_p, o sea, la *resistencia de placa a las variaciones de corriente* (también se llama *resistencia interna* de la válvula). Su inversa, la *conductancia de placa*, se representa por el símbolo g_p.

La pendiente de las curvas no es constante, pero hay una región de pendiente aproximadamente constante, lo cual hace posible tratar el

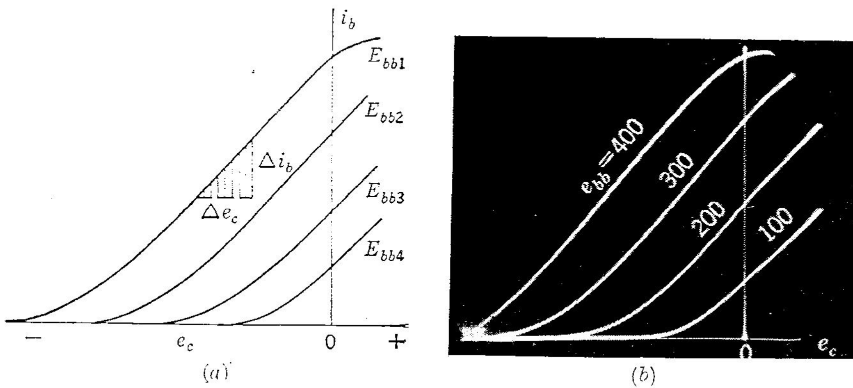


FIG. 3-5. (*a*) Características mutuas de un triodo. (*b*) Oscilograma de características mutuas de un triodo 6J5.

tubo de vacío como elemento lineal en dicha región. La resistencia de placa depende del tubo, existiendo triodos con valores de r_p desde 300 a 100.000 ohmios.

Una segunda familia de curvas llamadas *características mutuas* o *de transferencia* relaciona e_c e i_b, para valores constantes de e_b. Las figuras 3-5*a* y *b* son dos familias de características mutuas. Aquí, otra vez, cobra importancia la *variación* de i_b producida por una *variación* de e_c y, para un valor constante de la e_b, tales variaciones tienen lugar moviéndose el punto representativo a lo largo de la curva característica. La pendiente de dicha curva, o sea, la relación de la variación de i_b a la de e_c es

$$\text{Pendiente} = g_m = \left.\frac{\partial i_b}{\partial e_c}\right]_{e_b = k} \tag{3-8}$$

Se utiliza de nuevo la derivada parcial para indicar que la tercera variable e_b permanece constante.

Las dimensiones de la derivada son las de una conductancia y, como la curva relaciona corriente de un circuito con tensión de otro, se trata de una conductancia de trasferencia. Por tanto, el parámetro g_m se llama *trasconductancia de rejilla a placa, conductancia mutua* o *pendiente*. Se expresa normalmente en micromhos, o sea 10^{-6} mho, existiendo tubos con valores de g_m desde algunos cientos hasta 40.000 μmhos.

La tercera familia de curvas es la de la Fig. 3-6. Estas son las características de *corriente constante* que ponen de manifiesto los efectos de e_c y e_b al mantener i_b constante. En la Sec. 2-11 se definió un parámetro μ como la relación entre los efectos de tensión de rejilla y de tensión de placa en el campo eléctrico de la superficie del cátodo o en la corriente. Obsérvese que g_m mide el efecto de la tensión de rejilla en la corriente de placa y g_p el de la tensión de placa en la misma corriente. Entonces μ, g_m y g_p están relacionados por

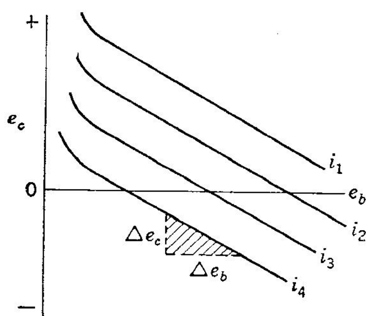


FIG. 3-6. Características de corriente constante de un triodo.

$$\mu = \frac{g_m}{g_p} = \frac{\partial i_b / \partial e_c}{\partial i_b / \partial e_b} = -\left.\frac{\partial e_b}{\partial e_c}\right]_{i_b = k} \tag{3-9}$$

Como se ve, esta definición de μ presenta a este parámetro como igual a la pendiente de las curvas de corriente constante de la Fig. 3-6. El signo menos indica que la variación de tensión de rejilla tiene que ser de signo contrario a la variación de la tensión de placa para que i_b permanezca constante. La familia de curvas de corriente constante tiene aplicación en los cálculos del funcionamiento de ciertas formas de amplificadores de potencia. El parámetro μ se llama *factor de amplificación*.

La Ec. (3-9) se expresa más frecuentemente en la forma

$$\mu = g_m r_p \tag{3-10}$$

la cual relaciona los tres parámetros del tubo en el punto de trabajo e impone límites al proyectista a causa de las relaciones existentes entre los parámetros y la estructura mecánica de dicho tubo.

Así, es interesante tener en cuenta que:

1. El factor μ aumenta con la separación entre rejilla y placa, pero es independiente de la separación entre cátodo y rejilla.

2. El factor de amplificación μ aumenta al disminuir la separación entre los alambres de la rejilla.

3. La resistencia de placa aumenta al aumentar la distancia entre cátodo y placa.

4. La resistencia de placa aumenta al disminuir la separación entre los alambres de la rejilla.

5. La conductancia mutua g_m aumenta al disminuir la distancia entre cátodo y rejilla.

6. La conductancia mutua aumenta al aumentar la corriente de ánodo y, por tanto, al aumentar el tamaño del cátodo.

Según los puntos 1 a 4 inclusive, puede decirse que un tubo de alto μ es también un tubo de gran r_p. El punto 5 da la razón de la existencia de separaciones entre cátodo y rejilla tan pequeñas como 0,001 pulg. (0,025 mm) en algunos tubos de gran g_m.

3-4. Característica dinámica mutua. Las características mutuas de la Fig. 3-5 fueron tomadas a tensión de ánodo constante, sin que hubiese impedancia de carga en el circuito de placa. Se llaman *características estáticas*. Cuando hay impedancia de carga y el tubo da una salida útil del circuito de placa, es la E_{bb}, o tensión de alimentación, la que permanece constante, pero la tensión del tubo (tensión entre placa y cátodo) varía. Para predecir el funcionamiento real de los circuitos es necesario trazar una *característica dinámica* para una carga dada y una E_{bb} constante. Esta curva se obtiene gráficamente restando la cantidad i_bR_a de cada ordenada de la característica estática elegida. En la Fig. 3-7 se tiene una característica dinámica del triodo 6J5, superpuesta a las características estáticas del tubo.

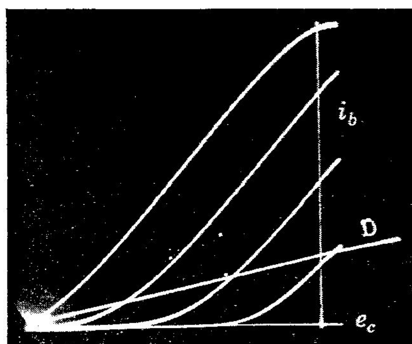


FIG. 3-7. Características mutuas de un triodo 6J5, presentando una característica dinámica D para $E_{bb} = 400$ voltios, $R_L = 20.000$ ohmios, $\mu = 20$, $r_p = 7.700$ ohmios.

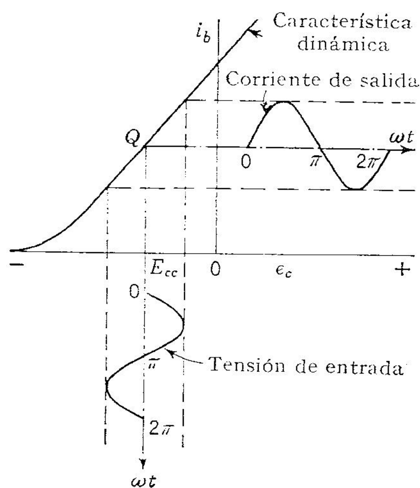


FIG. 3-8. Determinación gráfica de la forma de onda de la corriente de salida.

La pendiente de la característica dinámica siempre es menor que la de la característica estática y dicha línea dinámica se aproxima más al carácter lineal. Esta propiedad última tiene importancia considerable, pues la característica dinámica puede, por ello, utilizarse para determinar gráficamente formas de onda de la corriente de salida, para una carga dada, como puede verse en la Fig. 3-8. Es necesario que la

característica dinámica sea lo más lineal posible si se pretende que la corriente de salida no resulte distorsionada, o sea, que la onda de la corriente de salida tenga una forma idéntica a la de la onda de la tensión de rejilla en la entrada.

El punto Q se llama *punto de trabajo* o *punto de reposo,* en el cual trabaja el tubo cuando la señal de entrada es cero. Queda determinado por las tensiones E_{cc} y E_{bb}. Como la característica dinámica solamente puede trazarse punto por punto y es, generalmente, una curva, no suele utilizarse para el análisis gráfico. Sin embargo, se emplea frecuentemente como punto de partida en análisis teóricos del funcionamiento de los tubos de vacío.

3-5. Análisis gráfico del funcionamiento de los circuitos. El circuito de placa de la Fig. 3-9, compuesto del tubo, la fuente de alimentación E_{bb} y la resistencia de carga R_a, es un circuito serie, con la corriente i_b circulando por todos los elementos. Considerando la parte de circuito exterior al tubo, la tensión de placa es

$$e_b = E_{bb} - i_b R_a$$

de la cual se deduce

$$i_b = \frac{E_{bb}}{R_a} - \frac{e_b}{R_a} \qquad (3\text{-}11)$$

La Ec. (2-29) expresaba la relación funcional entre i_b y e_b, dentro del tubo, en la forma

$$i_b = f(\mu e_c + e_b) \qquad (3\text{-}12)$$

En las dos Ecs. (3-11) y (3-12) figura la misma corriente i_b. No es posible la resolución analítica simultánea de ambas, debido a la forma general de la (3-12). Sin embargo, esta ecuación está representada por la familia de características de placa, lo cual hace posible una resolución gráfica simultánea de las dos ecuaciones. Esta forma de proceder se llama método de resolución por la *línea de carga* o *recta de carga.*

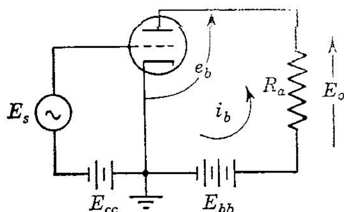


FIG. 3-9. Amplificador de triodo.

La Ec. (3-11) representa la recta que pasa por los puntos

$$i_b = 0 \qquad e_b = E_{bb}$$
$$i_b = \frac{E_{bb}}{R_a} \qquad e_b = 0$$

y que tiene una pendiente de $-1/R_a$. Con esta recta, superpuesta a la familia de características de placa de un tubo dado, se puede hallar la corriente que circulará para cualquier valor de e_c, con la carga y E_{bb} dadas.

Así, en la Fig. 3-10 se ha trazado una tal *recta de carga,* o *línea de carga,* en *corriente continua* para $E_{bb} = 300$ voltios y $R_a = 7.500$ ohmios, con lo cual, el punto en que corta al eje de ordenadas es

$E_{bb}/R_a = 40$ mA. y aquél en que corta al eje de abscisas es $E_{bb} = 300$ voltios. Si la polarización de rejilla E_{cc} es de -10 voltios, el punto Q, o punto de funcionamiento en condiciones de reposo, a sea, cuando no hay señal de entrada, será la intersección de la línea de carga en

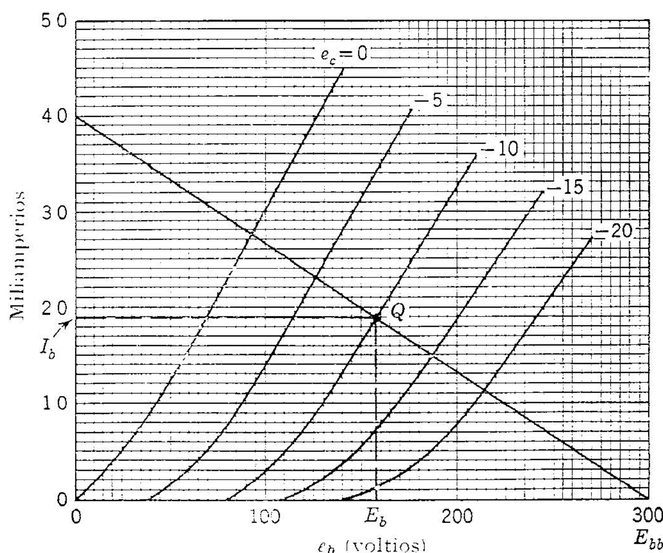


FIG. 3-10. Trazado de la línea de carga en corriente continua.

corriente continua con la característica correspondiente a $e_c = -10$ voltios. En dicho punto se hallan $I_b = 19$ mA, tensión de placa $= E_b = 157$ voltios, con lo cual, la tensión en la carga vale $300 - 157 = 143$ voltios.

Normalmente, habrá una tensión de señal variable o alterna en la entrada. Si se conectan varios amplificadores en cascada, o sea, si la salida del primer tubo se va a utilizar como tensión de entrada de un segundo tubo, es necesario separar, en el circuito de salida del primero, la tensión alterna de la tensión continua. Esto se realiza mediante circuitos de acoplamiento de distintas formas, una de las cuales se ve en la Fig. 3-11 que se compone del condensador C, para bloquear la corriente continua; de R_a, como resistencia de carga de placa, y de R_g, que es una derivación para la corriente alterna en el circuito de salida. Así, en el circuito de carga compuesto, los recorridos de la corriente continua y de la alterna no son los mismos. El punto de trabajo sigue siendo determinado por R_a y la

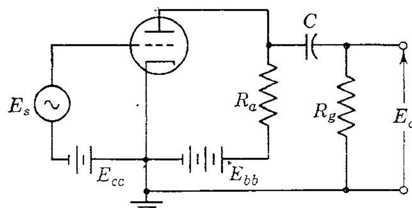


FIG. 3-11. Amplificador de triodo con acoplamiento RC.

línea de carga en corriente continua, pero es necesaria otra línea de carga cuando hay una señal alterna de entrada.

Si es despreciable la reactancia de C, y si $R_g = 15.000$ ohmios y $R_a = 7.500$ ohmios, como anteriormente, entonces, la resistencia de carga para la corriente alterna es de 5.000 ohmios. Cuando $E_s = 0$, el tubo se encuentra en estado de reposo, o sea, funciona en el punto Q, determinado por la línea de carga en corriente continua y $E_{cc} = -10$ voltios, y éste debe ser también un punto de la *línea de carga en corriente alterna*. Esta línea, que pasa por Q, tiene una pendiente $-1/R_{ac}$ ($-1/5.000$ para el circuito de que se trata) y puede trazarse fácilmente, como se ve en la Fig. 3-12, dibujando antes una recta auxiliar que corta

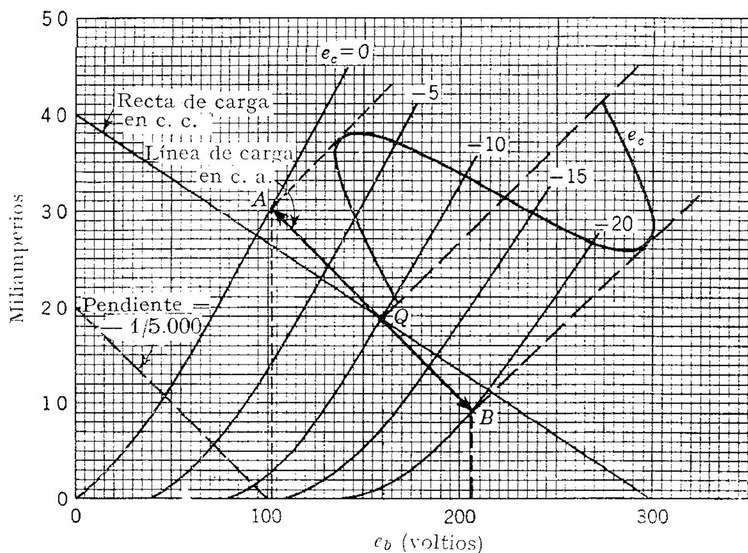


FIG. 3-12. Método de trazado de las líneas de cargas en corriente continua y en corriente alterna.

al eje horizontal en 100 voltios y al vertical en $100/R_{ac} = 100/5.000 = 0{,}02$ Amp., recta que aparece de trazos en la figura. Paralelamente a ésta, que tiene la pendiente de $-1/5.000$, se traza otra por el punto Q, con lo cual, se obtiene la recta de carga alterna. Todos los puntos de ella representan estados instantáneos de funcionamiento con tensiones variables, o tensiones alternas.

Así, si una señal alterna sinusoidal de 10 voltios de cresta, se aplica a la rejilla, el punto de funcionamiento instantáneo se desplazará alternativamente a lo largo de la recta de carga alterna, entre el punto A (cresta positiva), correspondiente a $e_c = 0$ y a la corriente máxima de 30 mA., y el punto B (cresta negativa), correspondiente a $e_c = -20$ y a la corriente mínima de 9 mA. La forma

de la onda de la corriente de salida puede dibujarse punto por punto, si se quiere.

La tensión alterna de salida puede obtenerse por

$$E_o = \frac{E_{\text{máx}} - E_{\text{mín}}}{2\sqrt{2}} = \frac{206 - 102}{2\sqrt{2}} = 36{,}7 \text{ voltios eficaces}$$

pues la variación total entre A y B es el doble del valor de cresta. Como $\sqrt{2}$ es la relación entre el valor de cresta o máximo y el eficaz en ondas sinusoidales, solamente para tensiones de salida de forma sinusoidal vale el resultado último. El valor eficaz de la componente fundamental de la corriente alterna de placa vale, también,

$$I_p = \frac{I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}}{2\sqrt{2}} = \frac{30 - 9}{2\sqrt{2}} = 7{,}42 \text{ mA.}$$

El *valor absoluto de la ganancia en tensión* del amplificador puede también hallarse por:

$$|\text{Ganancia}| = |A| = \frac{E_o}{E_s} = \frac{36{,}7}{7{,}07} = 5{,}2$$

Por tanto, la recta de carga permite determinar muchos valores por medios gráficos. De ordinario, el método se emplea, y tiene precisión, solamente con señales grandes, ya que con señales débiles no se pueden tomar bien las medidas en el gráfico.

Para construir la línea de carga pueden seguirse las siguientes reglas:

1.ª Trazar una recta de carga en corriente continua, en las características de placa, cuyas intersecciones con los ejes sean $y = E_{bb}/R_a$ y $x = E_{bb}$.

2.ª Situar el punto Q en esta recta.

3.ª Trazar una recta auxiliar de la misma pendiente que la línea de carga alterna, por ejemplo, con intersecciones en los ejes de $E_{bb} = 100$ e $i = 100/R_{ac}$.

4.ª Trazar por Q una paralela a la recta auxiliar, con lo que se obtiene la línea de carga alterna.

3-6. Circuito de generador de tensión, equivalente para un triodo. La mayor parte de las veces, los amplificadores funcionan con tensiones de entrada débiles y se desea obtener un funcionamiento lineal, o sea, sin distorsión. Las características gráficas del tubo tienen regiones considerables de linealidad, en las cuales permanecen constantes las pendientes, o sea los parámetros del tubo. Si el funcionamiento se limita a tales regiones, se puede seguir un método analítico de resolución de circuitos para hallar dicho funcionamiento del tubo.

La Ec. (2-29), que daba la corriente de ánodo en función de e_c y e_b, puede escribirse en una forma más general

$$i_b = f(e_c, e_b) \qquad (3\text{-}13)$$

cuya diferencial total es

$$di_b = \frac{\partial i_b}{\partial e_c} de_c + \frac{\partial i_b}{\partial e_b} de_b \qquad (3\text{-}14)$$

Lo que interesa es la variación de i_b, pero dicha variación ha de ser finita, no infinitesimal, para que resulte práctica. Se pueden sustituir las diferenciales anteriores por pequeñas variaciones finitas, *siempre que* las derivadas parciales sean constantes en la región correspondiente a los incrementos Δ. Como las derivadas parciales son

$$\frac{\partial i_b}{\partial e_c} = g_m \qquad \frac{\partial i_b}{\partial e_b} = \frac{1}{r_p}$$

resulta que la restricción de constancia significa que las variaciones de i_b, e_c y e_b han de estar limitadas a regiones de las características gráficas que tengan pendiente constante, o sea, a donde las curvas características sean lineales.

Al sustituir en la Ec. (3-14) se obtiene

$$\Delta i_b = g_m \, \Delta e_c + \frac{1}{r_p} \Delta e_b$$

Teniendo en cuenta que las componentes de variación de e_b, e_c y i_b son e_o, e_g y i_p, entonces

$$i_p = g_m e_g + \frac{1}{r_p} e_o$$

o bien

$$-\mu e_g + i_p r_p - e_o = 0 \qquad (3\text{-}15)$$

Esta ecuación pone de manifiesto la relación entre las componentes *variables* (es decir, las variaciones) de las tensiones del circuito, *habiendo sido eliminados todos los valores de c.c.*, o sea, los constantes. En realidad, las fuentes de alimentación de corriente continua suministran la energía y determinan el punto Q, y así determinan los valores de μ y r_p correspondientes.

La Ec. (3-15) puede también escribirse para la malla i_p de la figura 3-13 *a*, al relacionar las tensiones y corrientes del circuito, por lo cual, este circuito es equivalente al del triodo, en lo que a tensiones y corrientes se refiere. Es decir, el triodo puede sustituirse por un generador equivalente, de tensión μe_g, con el terminal positivo conectado a cátodo, y una resistencia interna r_p. Obsérvese que e_g y e_o se definen de forma que, cuando son positivas, corresponden a subidas de potencial a partir del cátodo, tomado como referencia, y que la corriente i_p circula en un sentido de acuerdo con la polaridad del generador indicado en la figura.

Si las variaciones de tensión y corriente son sinusoidales, la ecuación del circuito equivalente puede escribirse en valores eficaces así

$$-\mu \mathbf{E}_g + \mathbf{I}_p r_p = \mathbf{E}_o \quad (3\text{-}16)$$

Esta es la del circuito de la Figura 3-13*b*, el cual es equivalente a un amplificador simple de tubo de vacío con entrada y salida sinusoidales.

Por tanto, un triodo de vacío que trabaje en una región lineal de sus características, o sea, con valores constantes de μ, r_p y g_m, puede sustituirse por un circuito equivalente con generador de tensión, siendo válida la equivalencia solamente para las variaciones y componentes alternas de las tensiones y corrientes. Entonces, pueden seguirse ya los métodos convencionales u ordinarios de análisis de circuitos.

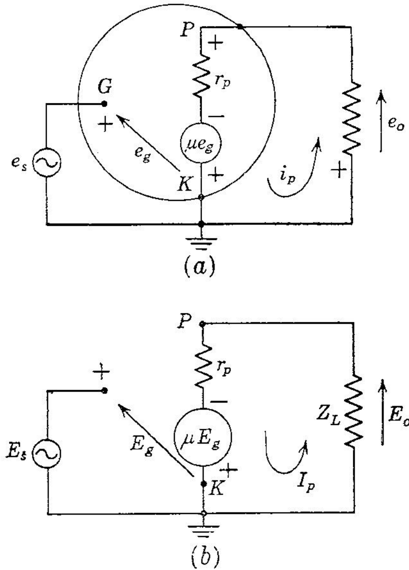


FIG. 3-13. (*a*) Circuito equivalente correspondiente a un triodo. (*b*) El mismo circuito con corrientes y tensiones eficaces.

3-7. Circuito equivalente con generador de corriente. El teorema de Norton permite transformar, en el caso del triodo, el circuito de generador de tensión equivalente en otro circuito equivalente con generador de corriente. Haciendo operaciones en la Ec. (3-16), resulta

$$g_m \mathbf{E}_g = \mathbf{I}_p - \frac{\mathbf{E}_o}{r_p} \quad (3\text{-}17)$$

Esta corresponde al circuito de la Fig. 3-14*b*, en la cual, un generador de corriente $g_m\mathbf{E}_g$ alimenta a dos derivaciones o ramas con corrientes de valores $\mathbf{I}_p$ y $-\mathbf{E}_o/r_p$. Recuérdese otra vez que E_o es una tensión

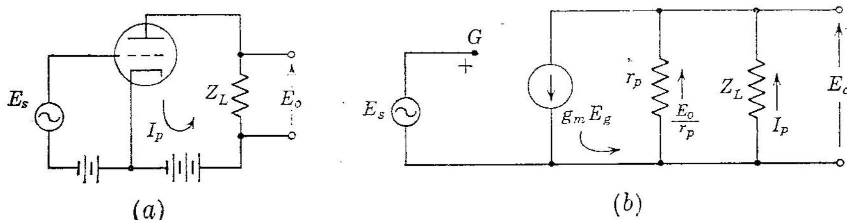


FIG. 3-14. (*a*) Amplificador de triodo. (*b*) Circuito, con generador de corriente, equivalente al de (*a*).

tal que, cuando tiene valor positivo, corresponde a subidas de potencial a partir de la referencia, con lo cual se explica la razón del signo menos.

Por tanto, el tubo es equivalente a un generador de corriente, con intensidad $g_m\mathbf{E}_g$, en paralelo con una resistencia r_p o conductancia g_p. El sentido de la corriente es consecuente con el sentido del generador de tensión primitivo. Con ello, se dispone de una segunda forma de circuito (con generador de corriente) equivalente para el tubo de vacío. En muchas aplicaciones en que existen varias derivaciones en paralelo en el circuito de placa, será más conveniente esta forma. También será la más útil para el pentodo.

3-8. Ganancia de un amplificador. Uno de los motivos importantes del empleo de amplificadores es el aumento de la tensión, de forma que la de salida resulte mayor que la de entrada. Este aumento o *ganancia de tensión* se define como la razón de la tensión de salida a la tensión de entrada, consideradas ambas con las convenciones de sentido y signo anteriores. Dicha razón o cociente es, en general, un número complejo, pues pueden no estar en fase las dos tensiones. O sea,

$$\text{Ganancia de tensión} = \mathbf{G} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} \tag{3-18}$$

donde $\mathbf{E}_s$ es la señal de entrada al circuito, que puede ser distinta de la tensión real entre rejilla y cátodo.

Teniendo en cuenta que en la Fig. 3-14 *b*

$$\mathbf{I}_p = -\frac{\mathbf{E}_o}{Z_L}$$

y sustituyendo $\mathbf{I}_p$ por esta expresión, en la Ec. (3-17), y aplicando la (3-18), se obtiene

$$\mathbf{G} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} = -\frac{\mu Z_L}{r_p + Z_L} \tag{3-19}$$

la cual puede tener un ángulo de fase además del cambio en 180° a que equivale el signo menos.

3-9. Medida de los parámetros del tubo. Los parámetros μ, g_m y r_p se definen como las pendientes de las características en el punto de trabajo, pero es difícil medirlos con precisión directamente en las curvas. Sin embargo, se pueden obtener medidas precisas mediante circuitos basados en métodos de puente o de anulación de señal. A continuación

se analizan estos circuitos como aplicación de los circuitos equivalentes de la sección anterior.

El puente de la Fig. 3-15 puede utilizarse para medir r_p en puntos Q determinados por E_{bb} y E_{cc}. Cuando está equilibrado, de manera que se tiene salida nula en el detector,

$$\frac{r_p}{R_1} = \frac{R_3}{R_2} \tag{3-20}$$

y entonces

$$r_p = \frac{R_1 R_3}{R_2} \tag{3-21}$$

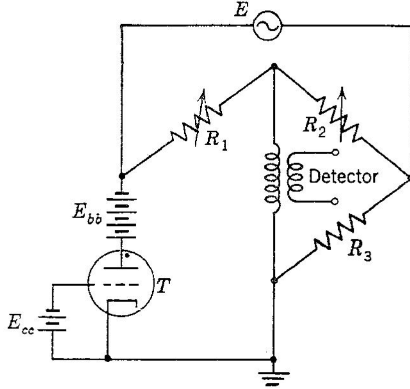


FIG. 3-15. Puente de Wheatstone para medidas de r_p.

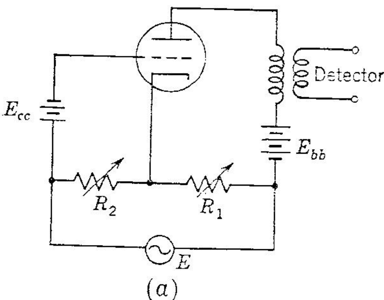
Frecuencias menores de 1000 ciclos son las que ordinariamente se utilizan en el generador de excitación E. La resistencia de la fuente de alimentación E_{bb} debe ser despreciable.

El puente Miller de la Fig. 3-16, cuando está equilibrado, de forma que la salida en el detector sea nula, o sea, cuando $I_2 = 0$, da el valor de μ. En estas condiciones,

$$g_m \mathbf{E}_g r_p = \mathbf{I}_1 R_1 \tag{3-22}$$

Como $\mathbf{E}_g = \mathbf{I}_1 R_2$, entonces

$$\mu = g_m r_p = \frac{R_1}{R_2} \tag{3-23}$$



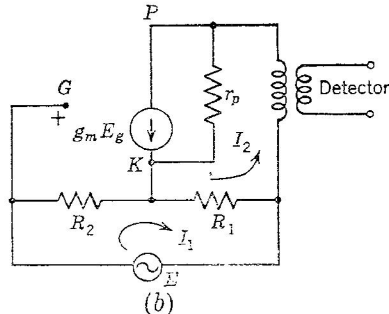


FIG. 3-16. Puente de Miller y su circuito equivalente, con generador de corriente, para medidas de μ.

El circuito de la Fig. 3-17 sirve para medir g_m. En condiciones de equilibrio, o sea, de salida cero en el detector,

$$g_m \mathbf{E}_g \frac{r_p R_3}{r_p + R_3} = \mathbf{I}_1 R_1$$

Como $\mathbf{E}_g = \mathbf{I}_1 R_2$, entonces

$$g_m = \frac{R_1(r_p + R_3)}{r_p R_2 R_3} \tag{3-24}$$

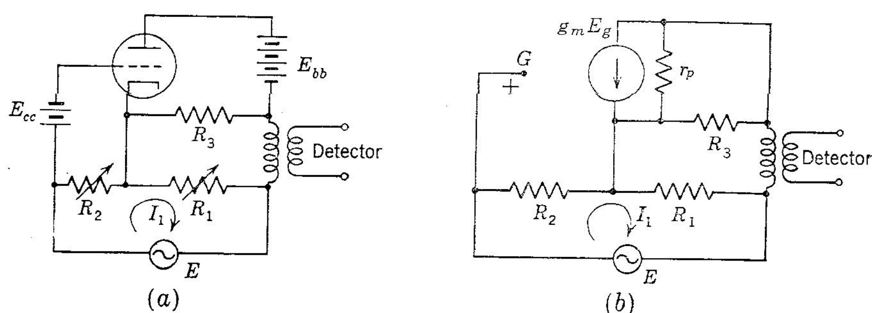


FIG. 3-17. (*a*) Puente para medidas de g_m. (*b*) Circuito equivalente con generador de corriente.

Si la medida ha de ser independiente de r_p, entonces, eligiendo $r_p \gg R_3$, la Ec. (3-24) se reduce a

$$g_m = \frac{R_1}{R_2 R_3} \tag{3-25}$$

Como detector se pueden emplear auriculares telefónicos; no obstante, un oscilógrafo de rayos catódicos con amplificador puede mostrar más sensibilidad para apreciar el equilibrio.

3-10. Tetrodo. Las capacidades internas que inherentemente existen en el triodo dan lugar a reactancias apreciablemente pequeñas a frecuencias del orden de un megaciclo, lo cual se traduce en dificultades en el circuito que serán más ampliamente tratadas en el Cap. 4. Estas dificultades e inestabilidad limitan seriamente la utilidad del triodo como amplificador a las frecuencias citadas.

Para vencer estos defectos del triodo, Hull inventó en 1927 el *tubo de rejilla pantalla*. Como tiene cuatro electrodos, es un *tetrodo*. La segunda rejilla, o pantalla, se coloca entre la primera, o rejilla de mando, y el ánodo, para apantallar o blindar, eléctricamente, a la rejilla de mando del ánodo. De esta forma la capacidad entre rejilla y placa C_{gp} que tenía valores de 3 a 10 micromicrofaradios ($\mu\mu$F), se reduce en el

tetrodo a 0,01 μμF o menor. Ello amplía considerablemente el margen de frecuencias de funcionamiento.

Trabajando la pantalla a un potencial continuo positivo y al potencial alterno de cátodo, realiza la función aceleradora de electrones que cumplía el ánodo y conserva su propiedad de blindaje. La influencia

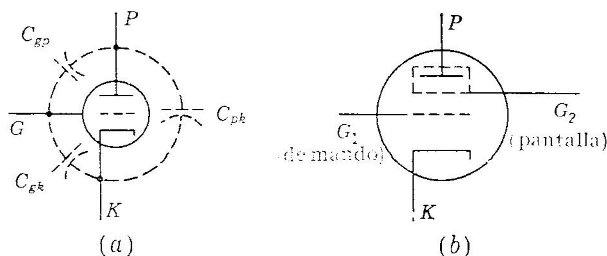


FIG. 3-18. (a) Capacidades interelectródicas de un triodo. (b) Representación esquemática de un tetrodo.

del potencial de placa en el campo eléctrico de las proximidades del cátodo, se disminuye mucho por el efecto de blindaje de la pantalla, con lo que la corriente de placa casi es independiente de la tensión de la misma. Por esto, la resistencia de placa de un tetrodo es muy alta, del orden de centenares de miles de ohmios. Realmente, el tetrodo funciona de forma muy parecida a un triodo constituido por el cátodo, la rejilla de mando y la rejilla pantalla, la cual actúa como ánodo, quedando la placa del tetrodo simplemente como colector de electrones.

En la Fig. 3-19 se representa una familia de características de placa de un tetrodo. La parte tan curvada correspondiente a tensiones bajas de placa, se presenta cuando el potencial de ánodo se hace inferior al de pantalla. Los electrones secundarios emitidos por la placa a causa del bombardeo de electrones primarios, son atraídos entonces hacia la pantalla, que es más positiva, equivaliendo ello a una corriente de sentido contrario al de corriente de placa. Como se ve en la figura, la corriente de emisión secundaria puede llegar a ser mayor que la recibida del cátodo, produciéndose una inversión de corriente de placa. Este fenómeno puede reducirse tratando con carbono la superficie de la placa, con lo que se disminuye el coeficiente de emisión secundaria.

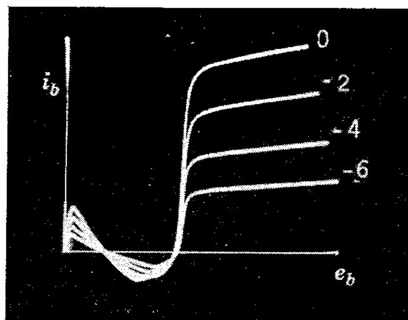
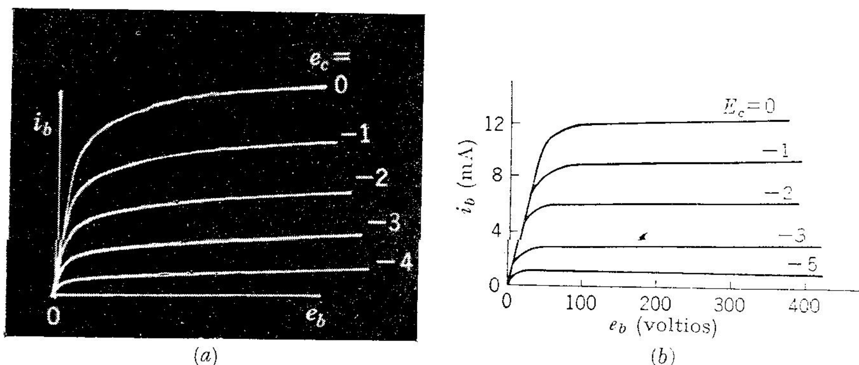


FIG. 3-19. Oscilograma de características de placa de un tetrodo (tipo 24A), que presenta corriente invertida de ánodo. $E_{c2} = 150$ voltios.

A causa de que la región de funcionamiento lineal en sus características es bastante limitada, el tetrodo fue pronto desplazado por el pentodo y hoy, en general, no se emplea en su forma primitiva.

3-11. Pentodo. El pentodo, o tubo de cinco electrodos fue inventado en 1930 para suplir las deficiencias del tetrodo. Tiene tres rejillas: la de mando, la de pantalla y la supresora, con lo cual se eliminaron las ondulaciones que se presentaban, para tensiones bajas, en las características del tetrodo; se mejoró, aún más, el blindaje interno y se elevó la resistencia de placa por encima de un megaohmio en los tubos corrientes. El factor de amplificación pasó a ser también muy alto.



(a) (b)

FIG. 3-20. (a) Oscilograma de características de placa de un pentodo 6J7; $E_{c_2} = 90$ voltios. (b) Características típicas de placa de los pentodos: $E_{c_2} = 90$ voltios.

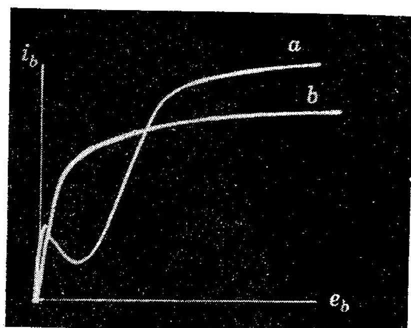


FIG. 3-21. Funcionamiento de una 6SJ7, conectada: (a) como tetrodo, (b) como pentodo.

La Fig. 3-20 presenta una familia de características de placa de un pentodo, mucho más lineales, como puede observarse, que las del tetrodo. En estas curvas se manifiesta el efecto de la rejilla supresora, que consiste en eliminar la emisión secundaria del ánodo. Dicha rejilla se coloca entre pantalla y placa y trabaja a los mismos potenciales continuo y alterno que el cátodo. El rayo de electrones primarios tiene suficiente energía para vencer el campo retardador de la supresora y alcanzar la placa. Los electrones secundarios emitidos por la placa se encuentran con un campo negativo, o sea, repulsor, debido a la supresora, lo que les hace regresar al ánodo, no habiendo así ningún efecto en la corriente de placa. En la Fig. 3-21 se ve, por comparación directa, la superioridad

en calidad de las características del pentodo sobre las del tetrodo.

En el funcionamiento en la región lineal, se pueden emplear circuitos equivalentes análogos a los utilizados en el triodo. Es más conveniente el circuito con generador de corriente, pues, como se ve en las características, el pentodo funciona muy parecido a un generador de corriente constante, independiente de la tensión aplicada a placa.

Como r_p es mayor de un megaohmio en casi todos los pentodos, las resistencias de carga grandes con relación a r_p requerirían valores excesivos de E_{bb}, debido a la caída de tensión $I_b R_a$. Si se emplean circuitos de carga resonantes será imposible conseguir impedancias de resonancia del orden de r_p. A causa de estas dificultades, son normales cargas de placa de 100.000 a 200.000 ohmios. Como estos valores son pequeños respecto a r_p, la corriente estará determinada, en gran parte, por la resistencia del generador y no por la carga.

Considerando el circuito equivalente de generador de corriente y teniendo en cuenta que $r_p \gg Z_L$, puede prescindirse de la derivación o rama r_p, pues se puede suponer que toda la corriente circula por la derivación Z_L. Esto conduce al circuito equivalente, en el caso del pentodo, de la Fig. 3-22. Dicho circuito se basa de nuevo en la hipótesis de funcionamiento lineal, además de en la $r_p \gg Z_L$. Como no han sido tomadas en cuenta aún las capacidades del tubo, el circuito sólo es válido para bajas frecuencias.

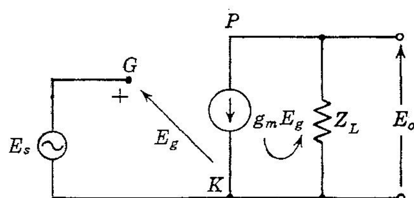


FIG. 3-22. Circuito equivalente, con generador de corriente, correspondiente a un pentodo de gran r_p.

Entonces, la ganancia de un amplificador con pentodo puede calcularse, según

$$\mathbf{E}_o = -g_m \mathbf{E}_g Z_L$$

por

$$A = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g} = -g_m Z_L \tag{3-26}$$

la cual es más sencilla que la expresión del triodo. También es aplicable al pentodo el método gráfico de la línea de carga.

Con la g_m del pentodo 6AK5, igual a 5.100 μmhos, y una carga de 25.000 ohmios, se puede obtener una ganancia de 127 por paso. Por su alta ganancia y pequeña C_{gp}, el pentodo encuentra amplia aplicación en todos los márgenes de frecuencias.

3-12. Tubo de haces dirigidos. Las variaciones en los proyectos de pentodos han conducido a un tetrodo modificado, el *tubo de haces dirigidos*, cuyas características son las del pentodo perfeccionadas. En las del pentodo, la parte de tensiones bajas presenta una región curva (Fig. 3-20*a*) que restringe el campo de funcionamiento con gran-

des señales y salidas de potencia. Dicha curvatura se debe a que la pantalla absorbe electrones del haz primario. Además las grandes corrientes de pantalla en el pentodo producen pérdidas de energía en esa rejilla y hacen disminuir el rendimiento total.

En el tubo de haces dirigidos, los hilos de la rejilla pantalla están alineados con los hilos de la rejilla de mando, es decir, están en la sombra electrónica de éstos, disminuyendo, así, el número de electrones primarios interceptados por la pantalla. La supresora se sustituye por las placas formadoras del haz, que se encuentran a cada lado del cátodo, obligando a que el flujo de electrones tenga lugar solamente en áreas limitadas. La gran densidad de electrones en el intervalo anterior al ánodo constituye una carga espacial negativa, o sea, una región en que desciende el potencial lo suficiente para que se tenga el mismo efecto que tiene la supresora sobre los electrones secundarios. Realmente, no hay rejilla supresora, no se intercepta a los electrones primarios, y las características de placa se hacen más estiradamente rectilíneas, como se ve en la Fig. 3-23. Solamente para pequeñas tensiones y corrientes hay una ligera depresión, reminiscencia de las características de los tetrodos anteriores.

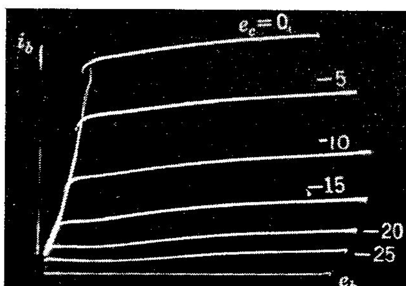


FIG. 3-23. Características de placa del tetrodo de haces dirigidos 6L6; $E_{c_2} = 230$ voltios.

El tubo de haces dirigidos tiene algunas ventajas sobre el pentodo con grandes señales y potencias de salida, pues se necesita menos potencia de entrada en la rejilla. Ello entraña un valor mayor de g_m, lo cual se verifica. Como el tubo de haces dirigidos se emplea normalmente con señales grandes, es más conveniente, para su estudio, el método gráfico de la línea de carga.

3-13. Tubo de μ variable. Se ha visto que la ganancia de un amplificador de pentodo era $-g_m Z_L$. El parámetro g_m es función de la polarización de rejilla E_{cc}, pues, según va descendiendo sobre la característica mutua el punto de trabajo, al aumentar la polarización, la pendiente de la curva, o sea, g_m, va disminuyendo. Este fenómeno proporciona un medio de variar suave y progresivamente la ganancia de un amplificador haciendo variar la polarización de rejilla. Sin embargo, en un triodo o pentodo ordinario, el cambio brusco de pendiente en la parte baja de la curva puede introducir una distorsión considerable.

El pentodo de *μ variable*, de *pendiente variable* o de *corte remoto*, fue proyectado para obtener un control de ganancia, con grandes tensiones de entrada, sin distorsión. Como se ve en la Fig. 3-24, la característica dinámica mutua de rejilla tiene una variación uniforme y suave de pendiente sobre un amplio campo de variación.

Esto se logra haciendo la rejilla de paso variable, estando los hilos muy próximos en los extremos y más separados en el centro. Cuando se aplica una polarización negativa pequeña, el tubo tiene valores altos de g_m y de μ, que son las medias de los efectos correspondientes a las distintas partes, más y menos cerradas, de la rejilla. Al aumentar negativamente la polarización, las partes más cerradas alcanzan el corte y las g_m y μ resultantes son más bajas, como medias de los efectos correspondientes a las partes más abiertas, o sea, de las de aquéllas en que los hilos de la rejilla están más separados.

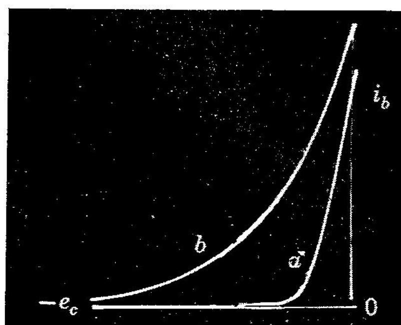


FIG. 3-24. Características dinámicas mutuas de rejilla de (a) el pentodo 6SJ7 de corte brusco, (b) el pentodo 6SK7 de μ variable o corte remoto.

La transconductancia de un pentodo de pendiente variable puede ser de 2.000 μmhos con $E_{cc} = -3$ voltios, dando una ganancia de 100 con una carga de 50.000 ohmios. Para $E_{cc} = -35$ voltios, la g_m se reduce a 10 μmhos y la ganancia a 0,5.

3-14. Autopolarización de amplificadores. Fuentes de alimentación. La corriente total de placa se ha expresado como

$$i_b = I_b + i_p$$

Si esta corriente circula de cátodo a masa a través de un grupo paralelo RC como el de la Fig. 3-25, la componente continua producirá una caída de potencial, haciendo al cátodo positivo respecto a masa, igual a

$$E_k = R_k I_b \tag{3-27}$$

Como entonces, la rejilla, que está al potencial continuo de masa, resulta negativa respecto a cátodo, puede emplearse este sistema como fuente de la polarización negativa de rejilla E_{cc}, eligiendo una R_k tal que

$$R_k = \frac{E_{cc}}{I_b} \tag{3-28}$$

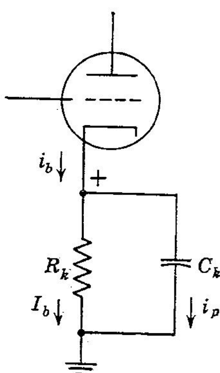


FIG. 3-25. Análisis de distribución de corrientes en circuito de polarización por cátodo.

Esto se hace corrientemente en la práctica, en los circuitos amplificadores.

El condensador C_k se elige de forma que tenga una reactancia pequeña, con relación a R_k, para que las dos corrientes componentes se distribuyan

como en la figura y no haya caída de tensión alterna en la combinación en paralelo. Si es $X_{ck} \ll R_k$ a la frecuencia más baja que interese, dicha desigualdad se satisfará también para todas las otras frecuencias superiores. La mayoría de las veces, basta con que sea $X_{ck} = R_k/10$, aunque razones económicas pueden obligar a emplear C_k más pequeñas.

Si C_k tiene el valor conveniente, puede considerarse como no existente el conjunto R_kC_k de polarización en los circuitos equivalentes empleados en el análisis del funcionamiento. En los capítulos siguientes se tratará el funcionamiento cuando C es pequeño o no se ha puesto.

En la Fig. 3-26 se ve el empleo de la polarización por cátodo en circuitos de triodo y de pentodo. Además, en el pentodo de la Fig. 3-26*b*

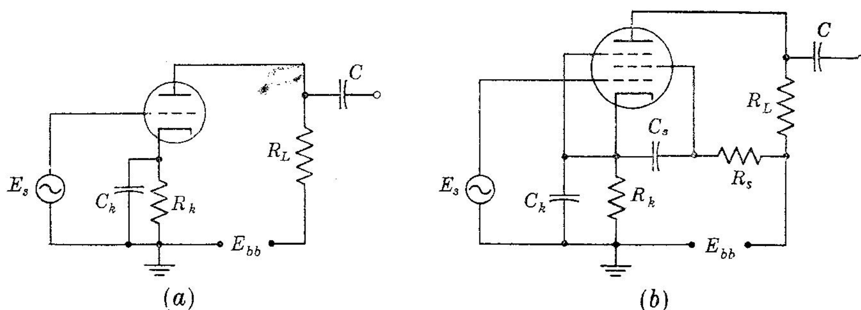


FIG. 3-26. (*a*) Amplificador de triodo con autopolarización. (*b*) Amplificador de pentodo con autopolarización y alimentación de pantalla.

figura un procedimiento de obtener la tensión continua de rejilla-pantalla aprovechando la fuente de alimentación de placa. R_s se elige de forma que la caída de tensión, producida en ella por la corriente de pantalla, reduzca la tensión de la fuente de placa al valor conveniente de tensión de pantalla. El condensador C_s deriva en cortocircuito las señales de c. a. de la pantalla a cátodo y debe representar una reactancia solamente de algunos cientos de ohmios, para la frecuencia más baja de funcionamiento.

Las tensiones de placa, normalmente, son suministradas por fuentes de corriente alterna que es rectificada y filtrada, aun cuando, por sencillez, en muchos circuitos figuren baterías.

3-15. Distorsión de la forma de onda. Toda diferencia de forma entre las ondas de entrada y salida de un amplificador, indica que hay *distorsión*. En muchos casos es necesario que el tubo de vacío amplifique la señal de entrada produciendo una tensión de salida no distorsionada, o sea, que su onda tenga forma idéntica a la de entrada. En otros empleos, sin embargo, se introduce distorsión intencionadamente para producir una salida modificada, o sea, distorsionada.

La distorsión en los circuitos con tubos de vacío puede ser de tres clases:

1. Distorsión de frecuencia
2. Distorsión no lineal o distorsión de amplitud
3. Distorsión de fase o de retardo

La *distorsión de frecuencia* se produce por amplificación desigual de las componentes de distintas frecuencias que forman una señal determinada. Un amplificador que tuviese una gráfica ganancia-frecuencia como la recta horizontal de trazos de la Fig. 3-27, sería un amplificador ideal, es decir, no tendría distorsión de frecuencia. En un amplificador real, sin embargo, la línea decaería en un extremo, o en ambos, de la banda de frecuencias, resultando distintas las ganancias para frecuencias tales como las f_a y f_b. Si se aplica a la entrada una onda compuesta, que contiene las dos frecuencias, tal como la

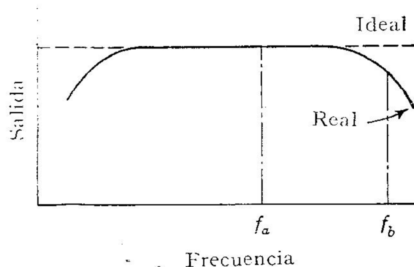


FIG. 3-27. Gráfica de ganancia-frecuencia de un amplificador.

$$e_s = K_a \text{ sen } \omega_a t + K_b \text{ sen } \omega_b t$$

y la ganancia para f_a es n y para f_b es $0{,}8n$, entonces, la salida será

$$e_o = nK_a \text{ sen } \omega_a t + 0{,}8nK_b \text{ sen } \omega_b t$$

que evidentemente tendrá una forma de onda distinta a la de la entrada, habiendo, por tanto, distorsión de frecuencia.

La distorsión de frecuencia se debe a los elementos reactivos de los tubos o de los circuitos.

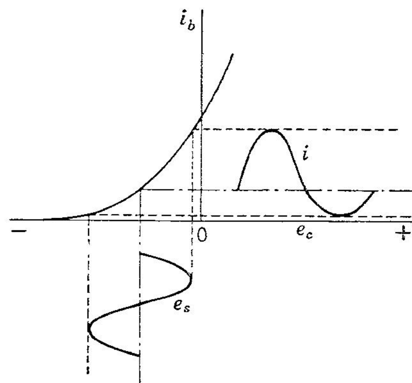


FIG. 3-28. Distorsión no lineal producida por una característica dinámica mutua que tiene una parte curva.

La *distorsión no-lineal* o *distorsión de amplitud*, se produce, si la relación entre la salida y la entrada del tubo y circuito (es decir, entre la salida y la entrada del amplificador) no es lineal, o sea si amplitudes diferentes en la entrada no son amplificadas por factores iguales. Si la característica dinámica mutua de un tubo de vacío no es lineal, entonces habrá distorsión de este tipo según indica la Fig. 3-28. Aunque la tensión e_s de entrada en rejilla es sinusoidal, sin embargo, la corriente de salida resulta distorsionada, indicando la presencia de frecuencias armónicas en dicha salida.

Cuando la entrada contiene varias frecuencias simultáneamente, una característica no lineal produce también *distorsión de intermodulación*. La parte curva de la característica introduce, además de las armónicas, frecuencias que son sumas y diferencias de todas las presentes. Dichas frecuencias sumas y diferencias no guardan relación armónica con la entrada original y el oído las percibe como ruido.

La distorsión no lineal es producida normalmente por condiciones de funcionamiento inadecuadas para el tubo.

La *distorsión de fase*, o *de retardo*, tiene lugar si no se conserva la relación de fases entre las componentes de las distintas frecuencias de la señal de entrada. Si el ángulo de fase θ en que son desplazadas las componentes de las diferentes frecuencias de una señal de entrada es proporcional a la frecuencia, entonces la fase de todas las componentes es desplazada, o retardada, el mismo intervalo de tiempo, con lo que la onda total se desplaza, o retarda, como un solo conjunto y no hay distorsión de fase.

El criterio significativo en relación con la distorsión de fase es que $d\theta/d\omega$ ha de ser constante para que no haya nada de distorsión de esta clase. La distorsión de fase es producida por la existencia de elementos reactivos.

3-16. Clasificación de los regímenes de funcionamiento de los tubos. Los regímenes de funcionamiento de los tubos de vacío son designados universalmente por regímenes de Clases *A*, *AB*, *B*, o *C*. Se representan gráficamente en la Fig. 3-29, la cual muestra la relación entre la polarización, la señal de entrada y la forma de onda de la corriente de salida, y en la que se utiliza la característica dinámica mutua.

En la Fig. 3-29, en Clase *A*, la tensión de polarización E_{cc} tiene un valor tal, que el funcionamiento tiene lugar en una parte lineal de la característica, o sea, E_{cc} se ha elegido algo menor que la mitad de la tensión de corte. La señal de entrada en rejilla es suficientemente débil para que la rejilla sea negativa en todo tiempo. Como consecuencia, la corriente de placa circula continuamente y la onda de salida es semejante a la de entrada, habiendo poca distorsión por ser lineal la característica.

La amplificación en tensión es grande, pero la potencia de salida es pequeña, por lo limitado de las amplitudes de la tensión y de la corriente. El rendimiento de potencia es bajo, siendo 50 por 100 el máximo teórico, pero, en la práctica, está en el margen 2 a 25 por 100. Los amplificadores en Clase A se emplean para ganancia de tensión y donde se necesitan pequeñas potencias con poca distorsión.

En la Fig. 3-29*b*, que indica el funcionamiento en Clase B, la tensión de polarización de rejilla se ha elegido aproximadamente igual a la de corte, y la señal de entrada puede hacer a la rejilla positiva a intervalos. La corriente de placa circula la mitad del tiempo, o sea, durante 180° del ciclo de la señal de entrada y los impulsos de la corriente de salida son semejantes, en forma, a los semiciclos positivos

de la tensión de entrada. Al no existir los semiciclos negativos, la distorsión es grande.

Como las oscilaciones o amplitudes de tensión pueden ser grandes, la potencia de salida es alta y el rendimiento de potencia puede alcanzar

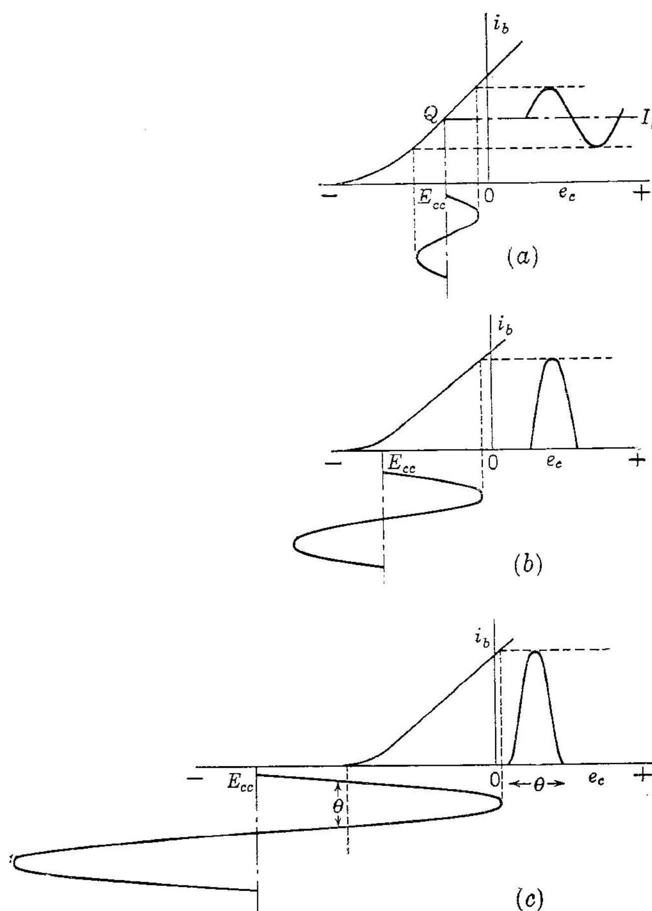


FIG. 3-29. (a) Funcionamiento en clase A, (b) en clase B, (c) en clase C.

teóricamente el 78,5 por 100 aunque, en la práctica, los circuitos dan del 50 al 60 por 100.

El funcionamiento en clase AB tiene lugar con polarización intermedia entre las de las clases A y B, circulando la corriente de placa durante más de 180° y menos de 360° del ciclo de la señal de entrada. La distorsión, potencia de salida y rendimiento tienen valores comprendidos entre los de la clase A y los de la clase B.

La Clase C, como en la Fig. 3-29 *c*, requiere una tensión de polarización de rejilla mayor que la de corte, ordinariamente dos o más veces mayor. La señal de entrada es grande y puede hacer a la rejilla considerablemente positiva. La corriente de placa circula durante un ángulo θ, menor que 180°, del ciclo de la señal de entrada. La distorsión es muy grande, pero la potencia de salida puede ser también alta para un tubo dado. El rendimiento puede alcanzar teóricamente el 100 por 100, siendo en la práctica de un 65 a un 85 por 100. A causa de la distorsión tan grande, el funcionamiento en Clase C sólo se emplea en altas frecuencias, donde pueden eliminarse los productos de distorsión mediante circuitos de filtro sencillos.

3-17. El decibelio como unidad de ganancia. Resulta muy útil en el análisis del funcionamiento de los circuitos el empleo de unidades logarítmicas de ganancia y de potencia de salida de amplificadores. Además, como el oído es el receptor final de la señal de salida de muchos equipos electrónicos y el oído aprecia las intensidades del sonido en una escala logarítmica, es conveniente, desde este punto de vista, una unidad logarítmica.

Se ha establecido y se ha llamado *belio*, en honor a Alexander Graham Bell, a una unidad de medida logarítmica de las *relaciones de potencias*. Otra unidad, que es una décima parte de la anterior, ha resultado más práctica y se la ha llamado *decibelio*, siendo, por tanto,

$$\text{Número de decibelios} = \text{db} = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \tag{3-29}$$

Téngase muy en cuenta que el decibelio es una unidad de relación (o razón) de potencias y no una unidad de potencia absoluta. Sin embargo, si a P_1 se le da un determinado valor y se adopta y define como potencia de referencia o *nivel cero*, entonces lo que se calcula es una potencia absoluta, expresándose los resultados como tantos decibelios sobre o bajo el nivel cero. Se han propuesto varios niveles de referencia, habiéndose hecho bastante común el de 0,001 vatios.

Si la entrada y la salida de un amplificador se miden sobre resistencias de igual valor, entonces, según la expresión de potencia,

$$\text{db} = 10 \log \frac{E_2^2}{E_1^2} = 20 \log \frac{E_2}{E_1} \tag{3-30}$$

Si el circuito rejilla-cátodo de un tubo se considera como circuito abierto y la tensión de salida E_o se aplica a un circuito que tampoco consume potencia, entonces la *ganancia en decibelios* de un amplificador de tensión se define, también, según la Ec. (3-30), resultando

$$\text{Ganancia en db} = 20 \log \frac{E_o}{E_s} \tag{3-31}$$

El signo menos, o sea, un resultado negativo, representa una pérdida de potencia. La ecuación anterior constituye una definición de la ganancia en decibelios de los amplificadores de tensión.

En este texto, «log» significará logaritmo de base 10, mientras que «ln» representará logaritmo neperiano, o sea, logaritmo de base el número «e».

Ejemplo 1. La salida de un amplificador es 3,5 vatios en ciertas condiciones y 7,0 vatios en otras. Hallar el nivel de salida en decibelios, tomando como referencia 0,001 vatios.

En las condiciones primeras

$$10 \log \frac{3,5}{0,001} = 10 \times 3,544 = 35,44 \text{ db sobre el nivel de referencia}$$

En las segundas condiciones

$$10 \log \frac{7,0}{0,001} = 10 \times 3,845 = 38,45 \text{ db sobre el nivel de referencia}$$

O sea, *multiplicando por 2 la potencia* el nivel en decibelios ha aumentado en 3,01 db (10 log 2).

Ejemplo 2. La entrada de un amplificador es 0,01 voltios y da una salida de 2,17 voltios. Hallar la ganancia del amplificador en decibelios. Se tiene

$$20 \log \frac{2,17}{0,01} = 20 \times 2,336 = 46,72 \text{ db de ganancia}$$

Ejemplo 3. Un determinado transformador tiene un rendimiento del 72 por 100. Hallar las pérdidas de dicho transformador en decibelios.

$$\text{Rendimiento} = \frac{P_2}{P_1} = 0,72$$

Por tanto,

$$\text{db} = 10 \log 0,72$$

y, para evitar los logaritmos negativos, obsérvese que

$$\log \frac{1}{A} = -\log A$$

Entonces,

$$\text{db} = -10 \log 1,39 = -10 \times 0,143 = -1,43 \text{ db}$$

El signo menos indica que hay pérdidas.

3-18. Tubo de rayos catódicos y oscilógrafo. Las formas de la onda representativas de tensiones y corrientes pueden estudiarse directamente en un tubo en el que se hace visible el impacto de un haz de electrones. Dicho tubo se llama *tubo de rayos catódicos*, pues se creyó al principio que el haz de electrones consistía en rayos emanados del cátodo.

Debido a la carga eléctrica de los electrones del haz, éste puede desviarse, o sea, flexarse, mediante campos eléctricos y magnéticos, para trazar una imagen en una pantalla fluorescente que luce con el impacto de los electrones. Puede emplearse el tubo para representar

los valores instantáneos que va tomando un potencial eléctrico en función de un segundo, formando así un gráfico de coordenadas x, y, ó, indirectamente, para representar una variable eléctrica en función del tiempo.

La Fig. 3-30 es un esquema de uno de estos tubos, con el cátodo K como fuente de electrones. La rejilla G tiene, en su centro, un pequeño orificio por donde pasa un pincel de electrones, siendo variada la intensidad de corriente del haz mediante variación de la tensión de polarización de dicha rejilla respecto a cátodo. Esto permite el ajuste o regulación de la intensidad del impacto o punto luminoso en la pantalla fluorescente. El pincel de electrones pasa después por huecos de los ánodos A_1 y A_2, formando este par una lente de campo eléctrico mediante la cual el haz de electrones es precisamente enfocado en un

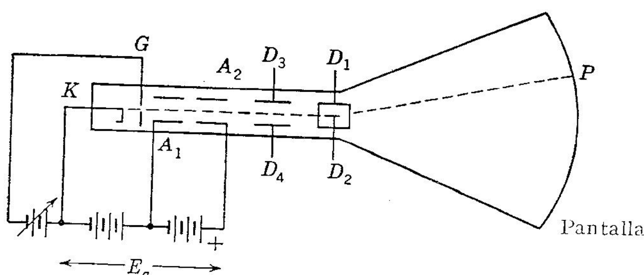


FIG. 3-30. Esquema de tubo de rayos catódicos.

punto fino sobre la pantalla. El potencial de A_1 es variable para actuar como mando o control de enfoque. Al conjunto completo formador del haz se le llama cañón *electrónico*.

Después de salir del cañón, el haz pasa entre un par de placas paralelas D_3 y D_4 y, después, entre otro segundo par orientado perpendicularmente al primero. Entre las placas D_3 y D_4, se crea un campo eléctrico que desvía el haz en una dirección normal (vertical en la figura) a las placas. Otra tensión, entre el par D_1 y D_2, produce una desviación perpendicular (horizontal en la figura) al par D_3 y D_4. Así, es posible mandar en dos dimensiones la posición del punto luminoso sobre la pantalla, por medio de dos tensiones.

La desviación lograda por el haz puede calcularse según la geometría del tubo, por

$$D = \frac{l_d L E_d}{2 d E_a} \text{ metros} \qquad (3\text{-}32)$$

donde l_d = longitud de la placa de desviación, en m
L = distancia del centro de la placa a la pantalla, en m
E_d = tensión desviadora
d = separación entre placas desviadoras, en m
E_a = tensión aceleradora que actúa sobre el haz

Esta ecuación indica que la desviación es proporcional a la tensión desviadora aplicada E_d, o bien, a la intensidad de campo E_d/d. La tensión aceleradora puede variar entre 1.000 y 80.000 voltios, dependiendo de la velocidad con la cual ha de desviarse el punto de impacto electrónico o de la intensidad que se quiere tenga la traza en la pantalla.

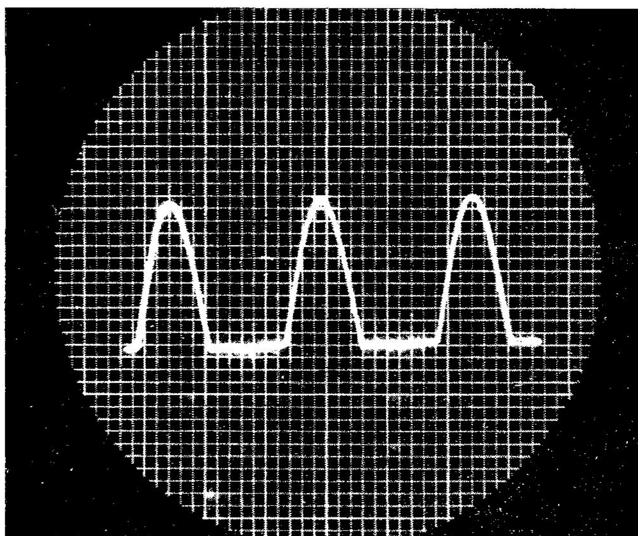


FIG. 3-31. Ejemplo de un fenómeno representado en función del tiempo, con pantalla calibrada.

Aplicando una tensión linealmente variable con el tiempo a las placas de desviación según el eje x, es posible representar tensiones, aplicadas a las placas del eje y, como funciones del tiempo. La Fig. 3-31 es una de estas representaciones correspondiente a una onda rectificada de corriente alterna y, en dicha figura, se ve la posibilidad de hacer medidas utilizando una pantalla calibrada de plástico superpuesta a la pantalla fluorescente del tubo. La tensión que da lugar a la base lineal de tiempos ha de ser de la forma de la Fig. 3-32, es decir, en diente de sierra, y en la cual la rápida caída a cero hace retroceder en la pantalla el punto de impacto tan rápidamente que no puede dejar señal. En algunos casos, se obtiene, de esta parte de variación rápida de la onda de barrido, una tensión negativa de supresión que se aplica a la rejilla G del tubo para cortar, o sea, suprimir el haz electrónico y la correspondiente traza en la pantalla durante el retorno del haz al punto origen de tiempos.

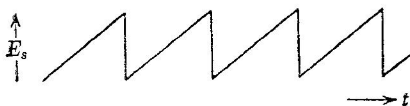


FIG. 3-32. Forma de onda de la tensión de barrido.

También es posible desviar el haz electrónico empleando un campo magnético transversal a la dirección de dicho haz, siendo obtenido dicho campo mediante una bobina y una corriente variable. La desviación conseguida puede calcularse por

$$D = \sqrt{\frac{e}{m}}\,\frac{B}{\sqrt{2E_a}}\,l_m L \quad \text{metros} \tag{3-33}$$

donde e/m = relación de carga a masa del electrón = $1{,}759 \times 10^{11}$ culombios/kg.
E_a = tensión aceleradora
B = densidad de flujo que actúa en weberios/m².
l_m = longitud del haz sometida al campo magnético, en m.
L = distancia del centro del campo a la pantalla, en m.

En bobinas con núcleo de aire, B es una función directa de la corriente de la bobina. Como esta corriente vale

$$i = \frac{1}{L}\int_0^t e\,dt$$

siendo e la tensión aplicada a la bobina, entonces, en la observación directa de tensiones por desviación magnética no se tienen las verdaderas formas de onda. Sin embargo, es relativamente fácil engendrar una corriente en la bobina que sea función lineal del tiempo, utilizándose frecuentemente la desviación magnética para crear la base lineal de tiempo, o sea, el barrido horizontal. Este es el caso de la mayor parte de los receptores de televisión.

El material de la pantalla fluorescente es una cuidadosa mezcla de minerales naturales y sintéticos para dar la respuesta de color y propiedades fosforescentes deseadas. Hay pantallas en las cuales la imagen persiste durante diferentes tiempos después de que cesa la excitación, de forma que las líneas producidas por trazas muy rápidas o muy infrecuentes pueden conservarse para su fácil observación visual. Se dispone de valores de persistencias desde algunos microsegundos hasta varios minutos. En los tiempos más largos, el efecto se produce por una pantalla de doble capa, en la cual es excitado, por el haz, un material de poca persistencia, que da gran potencia en el azul y el ultravioleta, excitando, entonces, la luz ultravioleta a la segunda capa a una acción fosforescente de tiempo largo en la parte amarilla del espectro. El oscilógrafo usual en los laboratorios está preparado normalmente con la pantalla verde P1 de persistencia intermedia, de 20 a 30 milisegundos, dando una buena agudeza visual y una persistencia razonable para observación visual.

Un oscilógrafo completo, como el del esquema de la Fig. 3-33, tiene amplificadores para ambas tensiones desviadoras x e y, un generador de tensión de barrido válido para un gran margen de frecuencias y fuentes de alimentación para tensiones aceleradoras y de enfoque y

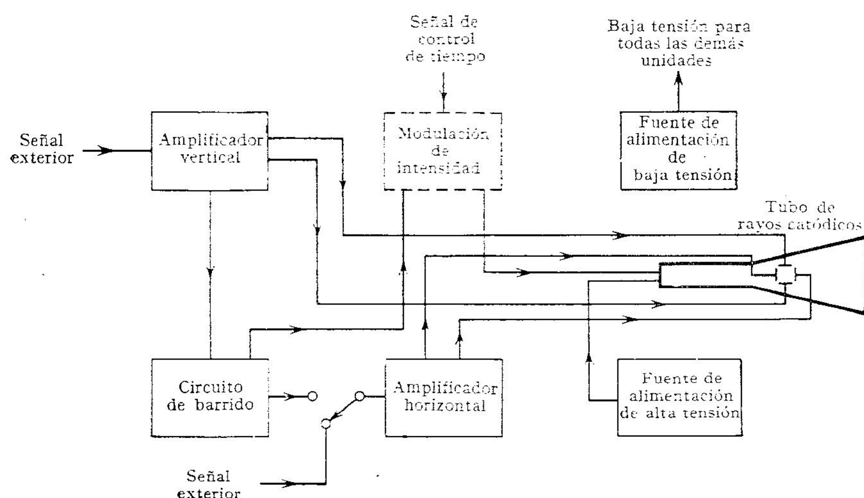


FIG. 3-33. Esquema de bloques de un oscilógrafo completo.

para los distintos amplificadores. Los amplificadores de tensiones desviadoras deben tener una respuesta de frecuencia suficientemente ancha para no distorsionar aun a la frecuencia más alta de las señales de entrada previstas.

TABLA 4. SUSTANCIAS PARA PANTALLAS FLUORESCENTES

Clase de fósforo	Color	Persistencia	Aplicaciones
P1	Verde	Intermedia, 20 miliseg	Oscilógrafo de aplicación general
P2	Verde azulado seguido de amarillo	Azul, corta Amarillo, varios minutos	Observación visual de transitorios
P4	Blanco	Intermedia, 33 miliseg	Televisión
P5	Azul	Muy corta, 20 μseg	Fotografía rápida
P7	Azul, y después amarillo	Azul, corta Amarillo, 1 minuto	Radar
P11	Azul	Corta, 1 a 2 miliseg	Análogas a las de P5
P15	Verde azulado	Muy corta	Fenómenos muy rápidos

Es relativamente fácil el registrar fotográficamente las trazas de la pantalla. En este libro se han utilizado tales fotografías para muchas ilustraciones de transitorios. Es conveniente emplear pantallas P1 ó P5, siendo ambas adecuadas para película pancromática. Utilizando esta película con régimen de velocidad ASA 100 y exposición de 1/10 seg.

y f 5,6, se obtendrán negativos satisfactorios, normalmente. Revelando la película en un revelador de gran contraste y sacando el positivo en papel n.º 5 de contraste, se puede obtener mejor contraste de imagen.

PROBLEMAS

3-1. Una lámpara especial de filamento de tungsteno tiene una característica corriente-tensión dada por la ecuación

$$I = 0{,}012V^{1{,}9} \quad A$$

Hallar la resistencia estática, la resistencia dinámica y la tensión entre terminales de la lámpara, para corrientes de 0,62 y 1,15 A.

3-2. En un triodo determinado se han tomado los datos siguientes:

i_b (mA)	e_c (voltios)	e_b (voltios)
10,0	—3	155
10,0	—5	190
9,0	—3	145
8,3	—2	155

Hallar los valores de μ, g_m y r_p en esa región, suponiendo que los datos determinan características lineales.

3-3. Se puede desarrollar la función de la Ec. (3-12) en una serie de Taylor y, para un cierto tubo, los dos primeros términos son:

$$i_b = 57 \times 10^{-6}(12e_c + e_b) + 0{,}24 \times 10^{-6}(12e_c + e_b)^2$$

siendo despreciables los demás términos. Si el punto Q es elegido en $e_c = -6$ voltios, $e_b = 180$ voltios; hallar los valores de i_b, r_p y g_m.

3-4. Un triodo tiene las características dadas en la Fig. 3-34. Con una carga de 125.000 ohmios, $I_b = 0{,}8$ mA. y $E_{cc} = -1$ voltio, hallar: (*a*) E_{bb}, (*b*) tensión alterna de salida si $E_s = 0{,}7$ voltios eficaces y (*c*) el valor de E_b.

3-5. ¿Qué resistencia de carga situará al punto Q en $I_b = 0{,}8$ mA, $E_b = 235$ voltios, si $E_{bb} = 350$ voltios, en el tubo de la Fig. 3-34? Hallar gráficamente la ganancia de un amplificador funcionando con esta carga y este punto Q. Hallar los valores de E_{cc}, $I_{\text{máx}}$ e $I_{\text{mín}}$, para una señal de 2 voltios de cresta a cresta.

3-6. Dibújense los circuitos, con generador de corriente, equivalentes a los de la Fig. 3-35. Dibújense, también, los equivalentes con generador de tensión. Todas las reactancias de los condensadores son despreciables por pequeñas.

3-7. En la Fig. 3-35*c* se tiene $R_1 = 10.000$, $R_2 = 15.000$ ohmios, $g_m = 2.000$ µmhos, $r_p = 800.000$ ohmios. Con $E_s = 3{,}0$ voltios, hallar la lectura de un miliamperímetro de corriente alterna situado en I.

3-8. Dos tubos, que tienen los parámetros siguientes, se conectan en paralelo: $\mu_1 = 4{,}5$; $g_{m1} = 1.750$ µmhos; $\mu_2 = 30{,}5$; $g_{m2} = 3.600$ µmhos. Hallar los μ, g_m y r_p de un tubo único que sea equivalente a la combinación en paralelo de los dos.

3-9. Dos tubos desiguales trabajan en paralelo. Hallar las expresiones de los μ, g_m y r_p equivalentes, en función de los μ_1, g_{m1}, r_{p1} y μ_2, g_{m2} y r_{p2} de los tubos respectivos.

3-10. El tubo de la Fig. 3-34 ha de funcionar con $E_b = 250$ voltios. Si I_b ha

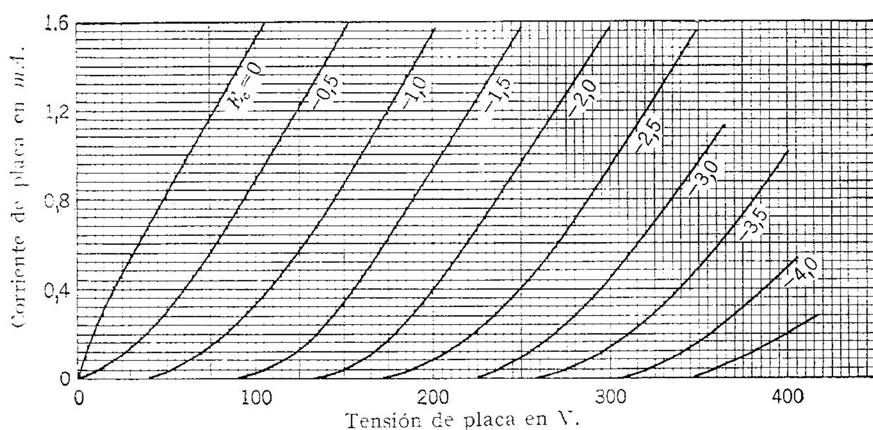


Fig. 3-34.

de ser 1,0 mA, especifíquese el valor de la polarización, el valor de una resistencia de cátodo que dé esa polarización y la potencia total de alimentación del tubo.

3-11. La característica dinámica mutua de un triodo puede representarse por

$$i_b = a_0 + a_1 e_g + a_2 e_g^2 + a_3 e_g^3$$

Si $e_g = E_m$ sen ωt, hallar las amplitudes de todas las corrientes de las diversas frecuencias que formen parte en la corriente de salida.

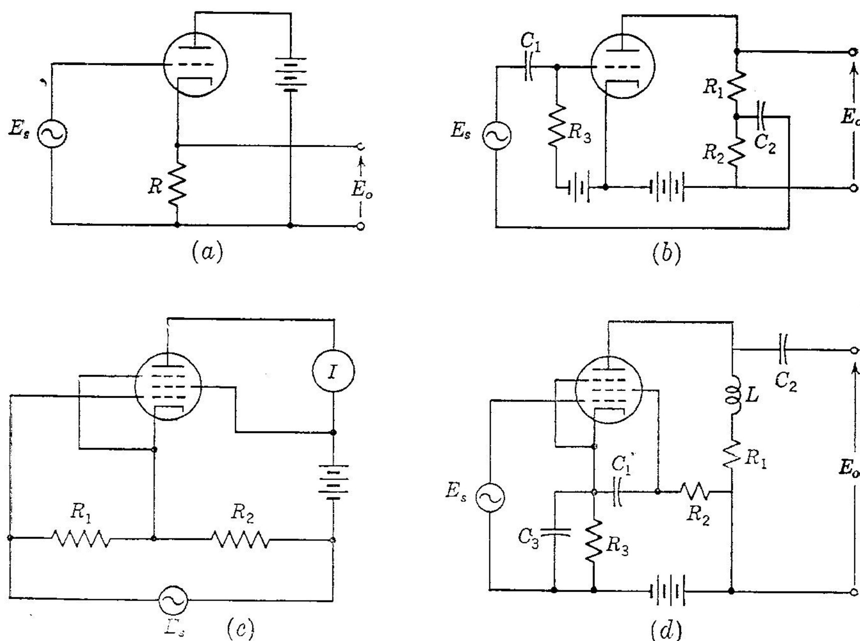


Fig. 3-35

3-12. Al tubo del Prob. 3-11 se le aplica una tensión de entrada

$$e_c = E_1 \text{ sen } \omega t + E_3 \text{ sen } 3{,}5\omega t$$

Hallar qué frecuencias, y las amplitudes correspondientes, forman parte de la corriente de salida.

3-13. Un cierto triodo con una potencia de salida de 0,275 vatios suministra su energía a un transformador de un rendimiento del 65 por 100. ¿Cuáles son la pérdida en decibelios del transformador y el nivel de potencia en la carga, expresado en decibelios, tomando como referencia 0,001 vatios?

3-14. Un micrófono con una salida de — 56 db y 200 ohmios de impedancia, excita un amplificador que tiene un nivel de salida de + 31 db en una carga de 16 ohmios (se ha tomado como referencia 0,001 vatios). (*a*) Hallar la ganancia en decibelios requerida en el amplificador. (*b*) Hallar la potencia de salida del amplificador en vatios y la tensión y corriente en la carga.

BIBLIOGRAFIA

1. «Standards on Electronics», Institute of Radio Engineers, New York, 1938.
2. «American Standards for Graphical Symbols for Electronic Devices», American Standards Z32.10—1944, American Standards Association, New York.
3. «Standards on Abbreviations, Graphical Symbols, Letter Symbols, and Mathematical Signs», Institute of Radio Engineers, New York, 1948.
4. Preisman, A.: «Graphical Constructions for Vacuum Tube Circuits», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1943.

CAPÍTULO 4

AMPLIFICADORES DE SEÑALES DEBILES COMO ELEMENTOS DE CIRCUITO

El funcionamiento de un tubo de vacío, sea triodo, tetrodo o pentodo, depende de la constitución determinada del circuito con el cual se emplea. Los tubos, por ser elementos de tres terminales, pueden conectarse, como cuadripolos, de seis maneras diferentes, de las cuales solamente tres han tenido cierto valor práctico hasta ahora. Estas tres formas básicas difieren en ganancia, impedancias de entrada y de salida y carga externa, por lo que cada una debe estudiarse con cierto detalle.

Para este estudio se considerará al tubo como elemento lineal, haciendo la hipótesis que sirvió de base a los circuitos equivalentes y, por tanto, solamente se tratará de señales débiles de entrada. En este capítulo se estudiará solamente el funcionamiento básico del circuito, dejando para el Cap. 5 la respuesta, de estos circuitos, como función de la frecuencia y como función de la forma de onda de la señal de entrada.

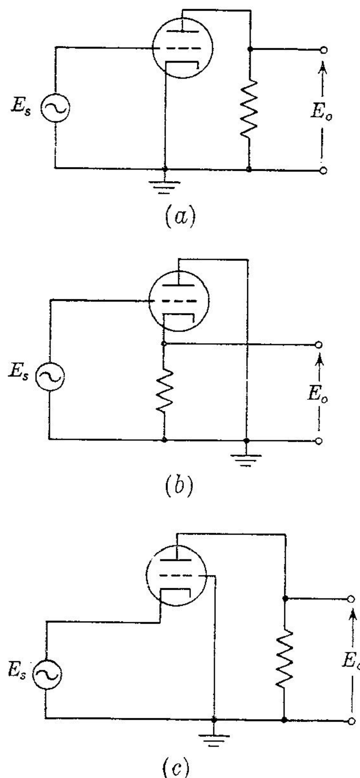


FIG. 4-1. (a) Amplificador de cátodo a masa. (b) Seguidor catódico. (c) Amplificador de rejilla a masa.

4-1. Tipos básicos de amplificadores. Para hacer resaltar las diferencias fundamentales entre los tres importantes circuitos básicos, se han simplificado en la Fig. 4-1, representando sólo las partes relativas a la señal de corriente alterna, prescindiendo de las alimentaciones y de los elementos de acoplamiento.

En los tres circuitos hay un electrodo del tubo que es común a los circuitos de entrada y salida y, normalmente, este electrodo se pone

al mismo potencial alterno de masa, o sea, al potencial alterno de referencia. En la Fig. 4-1*a* el electrodo común es el cátodo, por lo que el circuito se llama a veces amplificador de *cátodo a masa*. Es el tipo más empleado para amplificación de tensión, tanto en bajas como en altas frecuencias.

En la Fig. 4-1*b*, es el ánodo el que se pone a masa y la salida se toma de la carga conectada en el circuito de cátodo. Como la tensión de cátodo está en fase con la señal de entrada en rejilla y tiende a crecer o disminuir con el aumento o disminución de la tensión de rejilla, se le llama a este amplificador, *seguidor de cátodo* o *seguidor catódico* (también *amplificador catódico*). Tiene una ganancia de tensión inferior a la unidad, siendo útil como amplificador de corriente y como transformador reductor de impedancia para adaptar una impedancia alta a una baja. Además, da una señal de salida que está en fase con la señal de entrada.

El tercer circuito, Fig. 4-1*c*, emplea la rejilla como el electrodo común o de masa, por lo que se le llama amplificador con *rejilla a masa*. La señal de entrada se aplica en el circuito de cátodo y, además de dar ganancia de tensión, sirve como transformador elevador de impedancia. Debido al apantallamiento en el campo eléctrico entre cátodo y ánodo, o sea, entre los circuitos de entrada y salida, proporcionado por la rejilla conectada a masa (el potencial de rejilla es el de masa), el circuito tiene aplicación en altas frecuencias, donde es importante que no haya acoplamiento entre dichos circuitos de entrada y salida.

Aunque se han representado triodos, en los tres circuitos básicos se pueden emplear pentodos, si bien la mayor parte de los empleos del pentodo se hacen con el circuito de la Fig. 4-1*a*. Esto se debe a que en las figuras 4-1*b* y *c* no está el cátodo a cero de potencial alterno y la derivación capacitiva de la rejilla pantalla, para ponerla al mismo potencial alterno del cátodo, se hace más cara y difícil. Además, uno de los motivos del empleo de pentodos es su buen blindaje interno entre los circuitos de entrada y salida, pero no se necesita un cumplimiento especial de esta condición en la Fig. 4-1*b*, y en la Fig. 4-1*c* la rejilla puesta a masa proporciona precisamente dicho blindaje con un triodo.

4-2. Acoplamiento de amplificadores en cascada. En los amplificadores electrónicos, una débil señal de entrada es amplificada sucesivamente por una cadena de amplificadores *en cascada* hasta que se alcanza la magnitud deseada de tensión o de potencia de salida. En los circuitos en cascada, la salida de un tubo se convierte en la señal de entrada al siguiente. Cuando se proyectan para amplificar solamente señales de corriente alterna, hay que disponer los elementos necesarios para introducir la caída de tensión alterna desarrollada en la carga de un tubo en el circuito de entrada del tubo siguiente y, al mismo tiempo, bloquear las tensiones continuas existentes.

Se utilizan, para realizar estas funciones, circuitos de acoplamiento de corriente alterna como los representados en la Fig. 4-2; empleándose

una resistencia de carga R_a, en la que se desarrolla la caída de tensión, y un condensador, para bloquear las corrientes continuas, en los pasos (RC) acoplados por resistencia y capacidad como el de la Fig. 4-2a; una bobina y un condensador (Fig. 4-2b), en los amplificadores acoplados por bobina de choque; y un transformador, en el caso de la Fig. 4-2c. Se requiere una resistencia R_g de descarga de rejilla, como camino de corriente continua de fugas, para proporcionar una vía de retorno a los electrones llegados a la rejilla del segundo tubo. Evidentemente, en el amplificador acoplado por transformador realiza esta función el arrollamiento secundario del transformador.

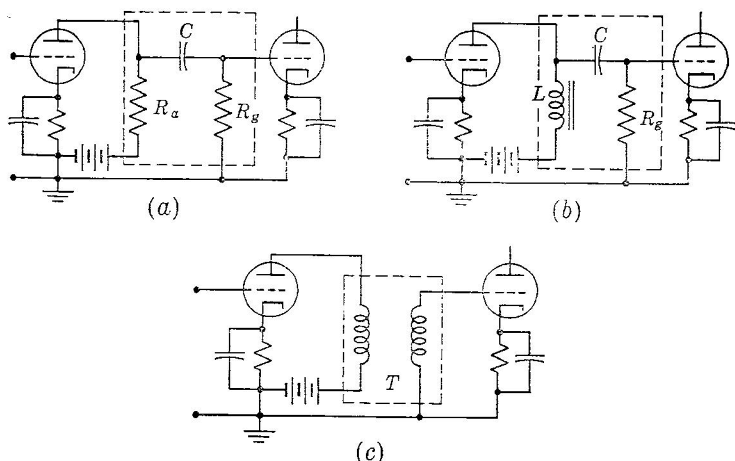


FIG. 4-2. Circuitos de acoplamiento en amplificadores de corriente alterna. (a) Acoplamiento RC. (b) Acoplamiento por bobina de choque. (c) Acoplamiento por transformador.

La resistencia de descarga suministra también una vía para aplicar la tensión de polarización. Esta resistencia debe ser lo suficientemente alta para que no reduzca en cantidad importante la impedancia total de carga del primer tubo, constituida principalmente por R_a ó ωL, y lo suficientemente baja para que no se acumule en la rejilla una carga eléctrica formada por los pocos electrones recogidos por ella. La resistencia de descarga tiene normalmente valores comprendidos entre 200.000 y 1.000.000 ohmios.

En un amplificador en cascada, la ganancia total de tensión, definida en la Sec. 3-8 como relación de tensiones, es el producto de las ganancias de cada paso o etapa. Cuando se expresan en decibelios, como en la Sec. 3-17, la ganancia total es la suma de las individuales de los pasos. Esta simplificación de operaciones es una razón justificativa importante del empleo de la unidad decibelio.

Como en los circuitos de acoplamiento hay elementos reactivos y en los tubos hay capacidades internas, en los amplificadores se produ-

cen distorsiones de frecuencia, de fase y de transitorios. Estos efectos se tratarán en el Cap. 5.

4-3. Admitancia de entrada del triodo en amplificadores de cátodo a masa. Aunque la intensidad de corriente debida a los electrones atrapados por una rejilla de mando negativa es despreciable, sin embargo, las capacidades entre electrodos del tubo contribuirán a formar cierta corriente en el circuito de rejilla de un triodo. La existencia de esta corriente y de las capacidades puede tener gran importancia en algunos casos.

En la Fig. 4-3*a* se indican y designan las capacidades del tubo. Aun cuando las capacidades internas suelen ser solamente de algunos micromicrofaradios (picofaradios) cada una, su efecto en el funcionamiento del circuito puede ser considerable por su conexión en un circuito activo.

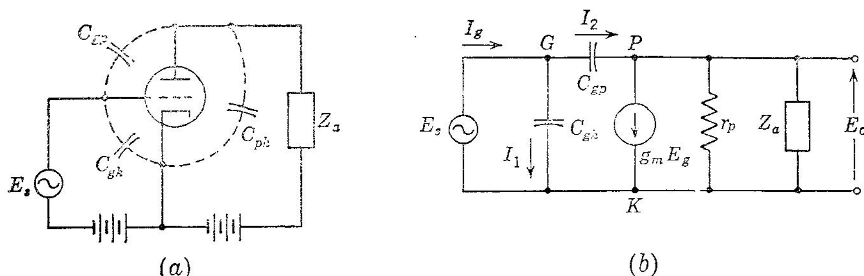


FIG. 4-3. (*a*) Triodo, con sus capacidades internas indicadas. (*b*) Circuito equivalente al de (*a*), con C_{pk} incluido en Z_a.

Considerando la capacidad de salida C_{pk} como parte de la carga Z_a, ya que está conectada directamente en paralelo con ella, se llega al circuito equivalente de la Fig. 4-3*b*. La corriente alterna de rejilla puede expresarse así:

$$\mathbf{I}_g = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \tag{4-1}$$

donde

$$\mathbf{I}_1 = j\omega C_{gk}\mathbf{E}_s$$
$$\mathbf{I}_2 = -j\omega C_{gp}(\mathbf{E}_o - \mathbf{E}_s)$$

Para la mayor parte de tubos y circuitos

$$\left|\frac{r_p Z_a}{r_p + Z_a}\right| \ll \frac{1}{\omega C_{gp}}$$

lo cual es equivalente a decir que la corriente $g_m\mathbf{E}_g = g_m\mathbf{E}_s$ es grande respecto a $\mathbf{I}_2$. Entonces se puede escribir

$$\mathbf{E}_o = -g_m\mathbf{E}_s \frac{r_p Z_a}{r_p + Z_a} \tag{4-2}$$

y

$$\mathbf{I}_g = j\omega C_{gk}\mathbf{E}_s + j\omega C_{gp}\mathbf{E}_s\left(1 + g_m \frac{r_p \mathbf{Z}_a}{r_p + \mathbf{Z}_a}\right) \tag{4-3}$$

Como la admitancia de entrada es $\mathbf{Y}_g = \mathbf{I}_g/\mathbf{E}_s$, resulta

$$\mathbf{Y}_g = j\omega\left[C_{gk} + C_{gp}\left(1 + g_m \frac{r_p \mathbf{Z}_a}{r_p + \mathbf{Z}_a}\right)\right] \tag{4-4}$$

La Ec. (4-4) es la expresión de la admitancia de entrada de un triodo con conexión de cátodo a masa, bajo las hipótesis hechas. Puede verse en ella que la admitancia se debe a bastante más que a la presencia de C_{gk}. El efecto de la naturaleza activa del circuito y del generador equivalente del tubo se pone de manifiesto por la presencia de g_m y r_p.

Como la impedancia del grupo de elementos en paralelo del circuito de placa será compleja en general, sea

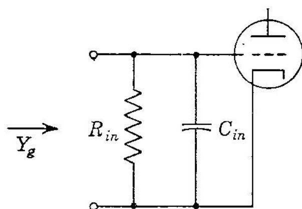


FIG. 4-4. Circuito de entrada de un triodo.

$$\mathbf{Z}' = \frac{r_p \mathbf{Z}_a}{r_p + \mathbf{Z}_a} = R' \pm jX'$$

siendo el más o el menos el signo adecuado según la clase de reactancia de la carga. Entonces, la admitancia de entrada será

$$\mathbf{Y}_g = -g_m \omega C_{gp}(\pm X') + j\omega[C_{gk} + C_{gp}(1 + g_m R')] \tag{4-5}$$

En la Fig. 4-4, la admitancia de entrada del circuito representado puede expresarse como

$$\mathbf{Y}_g = \frac{1}{R_{\text{in}}} + j\omega C_{\text{in}}$$

y, comparándola con la Ec. (4-5), se ve que la Fig. 4-4 representa el circuito de entrada del triodo, en donde

$$R_{\text{in}} = -\frac{1}{g_m \omega C_{gp}(\pm X')} \tag{4-6}$$

$$C_{\text{in}} = C_{gk} + C_{gp}(1 + g_m R') \tag{4-7}$$

La capacidad de entrada es considerablemente mayor que C_{gk} sola

y los signos de la expresión de R_{in} conducen a los tres casos posibles siguientes:

Carga	Resistencia de entrada	Capacidad de entrada
Capacitiva....................	Positiva	C_{in}
Resistiva....................	Infinita (circuito abierto)	C_{in}
Inductiva....................	Negativa	C_{in}

Así, para cargas capacitivas, el circuito de entrada a rejilla representa una carga resistiva sobre el generador de señales, siendo el valor de esta resistencia inversamente proporcional a la frecuencia. Con cargas inductivas, la resistencia de entrada negativa que resulta indica una realimentación de energía del circuito de placa al de rejilla, a través de C_{gp}, lo cual puede dar lugar a inestabilidad y oscilación. Es decir, la resistencia negativa de entrada contrarresta a la resistencia positiva del circuito de rejilla y puede producir una resistencia resultante nula o negativa. Un circuito de este tipo es intrínsecamente un oscilador.

Debido a la oscilación incipiente a que da lugar la citada realimentación de energía en los circuitos con triodos, las posibilidades de estos tubos quedan limitadas a la amplificación solamente de las radiofrecuencias inferiores. Sin embargo, el pentodo, en el cual, por su constitución, C_{gp} resulta muy pequeña, no produce dicha realimentación y es capaz de amplificación estable a frecuencias de algunos centenares de megaciclos, conectado con cátodo a masa. Cuando en estas frecuencias se emplean triodos, se hace con conexión de rejilla a masa, debido al excelente blindaje interno que proporciona dicha forma de conexión.

Ejemplo. Un triodo de la válvula doble triodo 12AU7 que tiene: $r_p = 7.700$ ohmios, $g_m = 2.200$ μmhos, $C_{gp} = 1{,}5$ $\mu\mu$F, $C_{gk} = 1{,}6$ $\mu\mu$F y $C_{pk} = 0{,}5$ $\mu\mu$F, trabaja con una resistencia de carga de 40.000 ohmios. Hallar las magnitudes equivalentes del circuito de entrada de este tubo a frecuencias de 10.000 ciclos y 10 Mc, con la conexión de cátodo a masa de la Fig. 4-1*a*.

Se supuso que $\mathbf{Z}_a$ se componía de R_a y C_{pk} en paralelo. A 10.000 ciclos, la admitancia de esta combinación vale

$$\mathbf{Y}_a = \frac{1}{R_a} + j\omega C_{pk} = 0{,}25 \times 10^{-4} + j2\pi \times 10^4 \times 0{,}5 \times 10^{-12}$$
$$= 0{,}25 \times 10^{-4} + j3{,}14 \times 10^{-8} = 0{,}25 \times 10^{-4} \text{ mhos}$$

Por tanto, $\mathbf{Z}_a = 40.000$ ohmios

La magnitud $r_p\mathbf{Z}_a/(r_p + \mathbf{Z}_a)$ puede calcularse como

$$\frac{r_p\mathbf{Z}_a}{r_p + \mathbf{Z}_a} = R' + jX' = \frac{7.700 \times 40.000}{7.700 + 40.000} = 6.430 \text{ ohmios}$$

Puesto que X' tiene que ser cero, entonces

$$R_{\text{in}} = -\frac{1}{g_m\omega C_{gp}(-X')} = \infty$$

Calculando la capacidad de entrada,

$$
\begin{aligned}
C_{\text{in}} &= C_{gk} + C_{gp}(1 + g_m R') \\
&= 1{,}6 + 1{,}5(1 + 0{,}0022 \times 6.430) \\
&= 1{,}6 + 1{,}5 \times 15{,}2 \\
&= 24{,}2\ \mu\mu\text{F a } 10.000 \text{ ciclos}
\end{aligned}
$$

Esta capacidad es mucho mayor que la C_{gk} por sí sola.

A la frecuencia de 10 Mc

$$
\begin{aligned}
\mathbf{Y}_a &= 0{,}25 \times 10^{-4} + j2\pi \times 10^7 \times 0{,}5 \times 10^{-12} \\
&= 0{,}402 \times 10^{-4}\underline{/51^\circ} \\
\mathbf{Z}_a &= 2{,}48 \times 10^4\underline{/-51^\circ}
\end{aligned}
$$

Entonces

$$
\frac{r_p \mathbf{Z}_a}{r_p + \mathbf{Z}_a} = \frac{7.700 \times 24.800\underline{/-51^\circ}}{7.700 + (15{,}3 - j19{,}3) \times 10^3}
$$

$$
R' - jX' = 5{,}03 \times 10^3\underline{/-11^\circ} = (4{,}9 - j0{,}91) \times 10^3
$$

Por tanto,

$$
\begin{aligned}
R_{\text{in}} &= -\frac{1}{g_m \omega C_{gp}(-X')} = \frac{1}{0{,}0022 \times 2\pi \times 10^7 \times 1{,}5 \times 10^{-12} \times 0{,}91 \times 10^3} \\
&= 5.300 \text{ ohmios} \\
C_{\text{in}} &= C_{gk} + C_{gp}(1 + g_m R') \\
&= 1{,}6 + 1{,}5(1 + 0{,}0022 \times 4{,}9 \times 10^3) \\
&= 1{,}6 + 1{,}5 \times 11{,}8 \\
&= 19{,}3\ \mu\mu\text{F}
\end{aligned}
$$

A 10 Mc la entrada de un triodo 12AU7 con carga de placa resistiva de valor 40.000 ohmios, aparece como compuesta de un condensador de 19,3 μμF en paralelo con una resistencia de 5.300 ohmios. Esta se considera ordinariamente como una resistencia de entrada demasiado baja y hace a ese triodo inadecuado para tales frecuencias.

4-4. Análisis del amplificador de cátodo a masa. El amplificador acoplado por *RC* de la Fig. 4-5 es probablemente el tipo de conexión más empleado comúnmente, poniéndose, en muchos equipos, varios pasos en cascada para obtener una alta ganancia total de tensión. La forma básica del amplificador *RC* de triodo se reduce al circuito equivalente de la Fig. 4-6*a*, en el cual se ve que

$$
\mathbf{I}_p = \frac{\mu \mathbf{E}_g}{r_p + \mathbf{Z}_a} \tag{4-8}
$$

y, por definición, $\mathbf{E}_o = -\mathbf{I}_p \mathbf{Z}_a$, con lo cual

$$
\mathbf{E}_o = \frac{-\mu \mathbf{Z}_a \mathbf{E}_g}{r_p + \mathbf{Z}_a}
$$

En la práctica de amplificadores, la *ganancia de tensión*, según se definió en la Sec. 3-8, puede hallarse, para el amplificador de cátodo a masa, por las fórmulas

$$\text{Ganancia} = \mathbf{A} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g} = \frac{-\mu \mathbf{Z}_a}{r_p + \mathbf{Z}_a} = \frac{-g_m \mathbf{Z}_a}{1 + \mathbf{Z}_a/r_p} \qquad (4\text{-}9)$$

Este número que representa la ganancia no tiene dimensiones y generalmente es un número complejo. La inversión de fase indicada por el

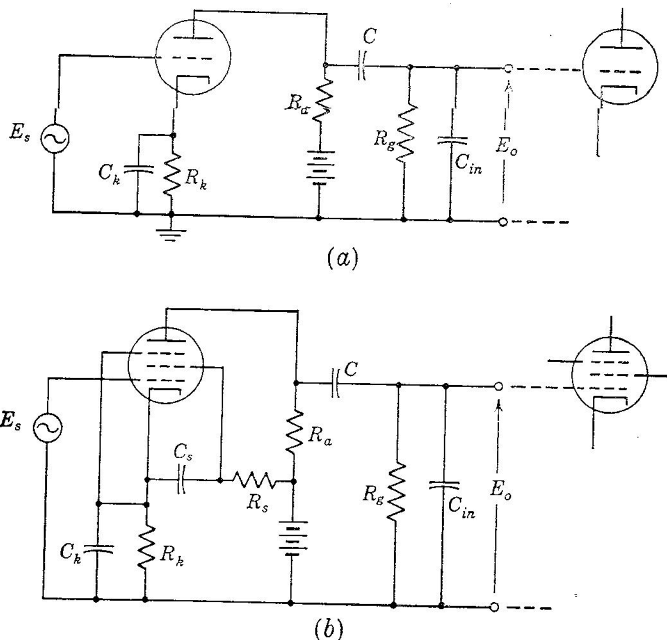


FIG. 4-5. (*a*) Amplificador de triodo con acoplamiento *RC* y conexión de cátodo a masa. (*b*) Idem de pentodo.

signo menos es inherente a este tipo de circuito. El ángulo hallado, aparte del desfase intrínseco de 180°, se llama desviación de fase, desplazamiento de fase o desfase del circuito.

Se puede obtener la más alta ganancia de tensión haciendo que $\mathbf{Z}_a$ sea grande con relación a r_p, como se ve escribiendo la Ec. (4-9) en la forma

$$\mathbf{A} = \frac{-\mu}{1 + r_p/\mathbf{Z}_a}$$

Sin embargo, si Z_a es una resistencia, entonces, la gran tensión continua de alimentación que se necesita para compensar la caída en la

resistencia de carga resulta antieconómica o, incluso, peligrosa. Por otra parte, las impedancias inductivas excesivamente grandes son caras y varían con la frecuencia debido a la capacidad distribuida de los arrollamientos. Las impedancias de carga mayores que se emplean, por tanto, son del orden de 100.000 a 250.000 ohmios, con las cuales de ordinario se logran ganancias por paso o etapa convenientemente grandes, sin que sea necesario que las tensiones de alimentación sobrepasen de los 300 a 350 voltios. La tendencia asintótica hacia μ (ganancia de tensión máxima posible) que se manifiesta en la Fig. 4-7, demuestra también que no se requieren valores muy grandes de Z_a.

Si se emplea un pentodo con la conexión de cátodo a masa, como

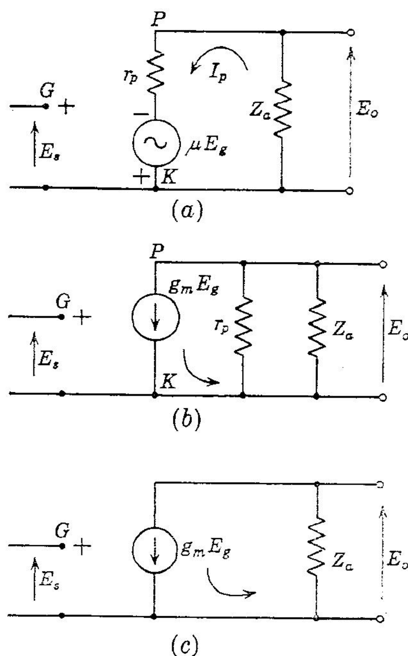


FIG. 4-6. Circuito equivalente para triodo (a ó b), para pentodo (b ó c).

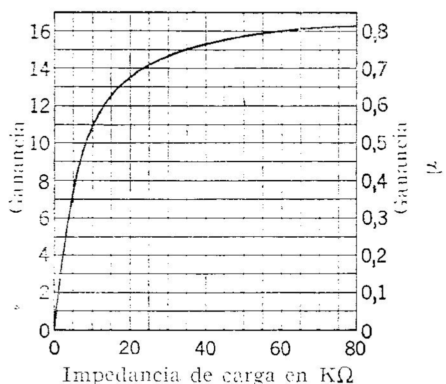


FIG. 4-7. Curva de ganancia en función de la impedancia de carga, obtenida por medidas con un tubo 6J5, en el que $E_{bb} = 250$ voltios, $E_{cc} = -6$ voltios, $\mu = 20$, $r_p = 7.700$ ohmios, como valores adoptados.

en la Fig. 4-5b, el circuito equivalente puede reducirse al de la Fig. 4-6b, en el cual se han concentrado en $\mathbf{Z}_a$ todas las impedancias del circuito de placa por las que circula la señal. Por las razones dichas en el párrafo anterior, las impedancias de carga en los pentodos normalmente son muy pequeñas respecto a las resistencias de placa, ya que éstas tienen valores muy altos. Sin embargo, es posible obtener aún grandes ganancias debido a los altos valores de μ. El pentodo puede equipararse a un generador de corriente constante de intensidad $g_m\mathbf{E}_g$ y, si se desprecia la resistencia de placa, por constituir una derivación de resistencia muy grande, se obtiene entonces un circuito equivalente como el de la Fig. 4-6c. La tensión de salida será, por tanto,

$$\mathbf{E}_o = - g_m\mathbf{E}_g\mathbf{Z}_a$$

con lo cual la ganancia de un pentodo, de alta resistencia de placa, con conexión de cátodo a masa, resulta

$$\text{Ganancia} = A = \frac{E_o}{E_s} = \frac{E_o}{E_g} = -g_m Z_a \tag{4-10}$$

que, como se ve, es una expresión sencilla.

Obsérvese que tanto en la segunda forma de expresión de la ganancia de un triodo, en la Ec. (4-9), como en la ecuación última aparece la ganancia proporcional a la conductancia mutua g_m del tubo. Esto servirá como un criterio de importancia en la elección del tipo de tubo adecuado para un amplificador de tensión.

Ejemplo. A la rejilla del triodo de la Fig. 4-8 se aplica una señal de 1 voltio eficaz de 1.000 ciclos. La impedancia de carga es $Z_a = 10.000 + j16.000$ ohmios y se supone que las capacidades internas del tubo pueden despreciarse a esta frecuencia. Hallar la corriente alterna de placa I_p y la ganancia del circuito, si $\mu = 20$ y $r_p = 10.000$ ohmios.

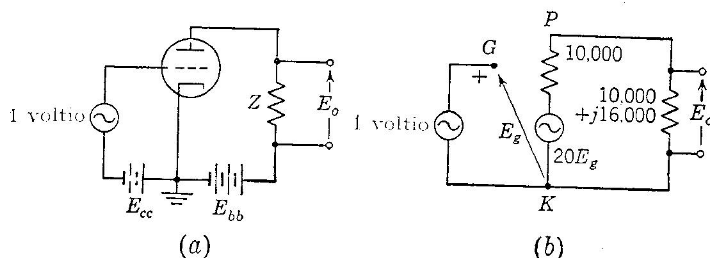


FIG. 4-8. (a) Amplificador de triodo y (b) su circuito equivalente.

Refiriéndose al circuito de la Fig. 4-8b, la tensión entre rejilla y cátodo es $E_g = 1$ y $\mu E_g = 20$. Por tanto, según la ecuación (4-8), será

$$I_p = \frac{\mu E_g}{r_p + Z_a} = \frac{20}{10.000 + 10.000 + j16.000}$$
$$= \frac{20}{25.600\underline{/38{,}6^\circ}} = 0{,}000782\underline{/-38{,}6^\circ}\text{A}.$$

La tensión de salida será

$$E_o = -I_p Z_a = -7{,}82 \times 10^{-4}\underline{/-38{,}6^\circ} \times 18.900\underline{/58^\circ}$$
$$= -14{,}8\underline{/19{,}4^\circ} = 14{,}8\underline{/199{,}4^\circ}\text{ voltios}$$

y la ganancia

$$A = \frac{E_o}{E_g} = \frac{14{,}8\underline{/199{,}4^\circ}}{1\underline{/0^\circ}} = 14{,}8\underline{/199{,}4^\circ}$$

El amplificador tiene una ganancia de 14,8, con un desplazamiento de fase de 19,4° además del desplazamiento de 180° inherente a esta clase de circuitos.

En la Sec. 4-3 se trató de la impedancia de entrada de triodos y pentodos con esta conexión de cátodo a masa. Aplicando el teorema de Thévenin, resulta que la impedancia de salida de un tubo, considerado como el generador de este circuito, es la combinación de r_p en paralelo con C_{pk}. Sin embargo, cuando a un tubo se le pide una potencia de salida apreciable, entran en juego consideraciones de distorsión de la forma de la onda, según se trata en el Cap. 6, y, normalmente, no pueden aplicarse las condiciones teóricas de adaptación de impedancias y de transferencia máxima de potencia.

4-5. Amplificador seguidor de cátodo. Para constituir el amplificador *seguidor de cátodo*, o *amplificador catódico*, se coloca la carga R_k en el circuito de cátodo y el ánodo es el electrodo que se pone a masa

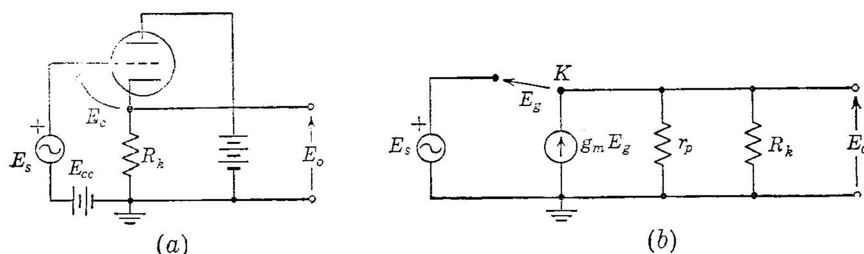


FIG. 4-9. (*a*) Amplificador seguidor de cátodo. (*b*) Circuito equivalente al de (*a*).

(para tensiones de señal), constituyendo éste, por tanto, el electrodo común (Fig. 4-9).

Despreciando, de momento, las capacidades internas del tubo y considerando el circuito equivalente de la Fig. 4-9*b*, la segunda ley de Kirchhoff da

$$g_m \mathbf{E}_g - \mathbf{E}_o \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{R_k} \right) = 0 \qquad (4\text{-}11)$$

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{E}_s - \mathbf{E}_o \qquad (4\text{-}12)$$

donde $\mathbf{E}_o$, según se indica en la figura, es la tensión de cátodo tomada respecto a masa o terminal común, con la convención de ser positiva cuando el potencial sube al ir de masa a cátodo. Sustituyendo (4-12) en (4-11), se obtiene

$$\mathbf{E}_o \left(1 - \frac{1}{\mu} + \frac{1}{g_m R_k} \right) = \mathbf{E}_s$$

de la cual se deduce

$$\mathrm{A} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} = \frac{1}{1 - 1/\mu + 1/g_m R_k} = \frac{\mu}{1 + \mu + r_p/R_k} \qquad (4\text{-}13)$$

$$= \frac{\mu R_k}{r_p + (\mu + 1) R_k} \qquad (4\text{-}14)$$

De la Ec. (4-13) se deduce que la ganancia es siempre menor que la unidad, aproximándose a $\mu/(\mu + 1)$ cuando es $r_p \ll R_k$.

La impedancia interna del circuito de placa o impedancia de salida del amplificador tiene importancia al diseñar el circuito para adaptar su carga con objeto de que se obtenga la potencia de salida máxima y en el estudio de la respuesta de frecuencia de dicho circuito (o sea, del amplificador). La impedancia de salida puede hallarse introduciendo en la Fig. 4-9*b* una corriente $\mathbf{I}_o$ que circule hacia el interior del circuito por el terminal superior de $\mathbf{E}_o$. La relación de $\mathbf{E}_o$ a esta corriente $\mathbf{I}_o$, considerada con el generador interno $\mathbf{E}_s$ cortocircuitado, dará la impedancia de salida.

Según la segunda ley de Kirchhoff,

$$g_m\mathbf{E}_g + \mathbf{I}_o - \mathbf{E}_o\left(\frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_k}\right) = 0 \tag{4-15}$$

y cortocircuitando $\mathbf{E}_s$, se ve, en la Fig. 4-9*b*, que

$$\mathbf{E}_g = -\mathbf{E}_o \tag{4-16}$$

Sustituyendo, en (4-15), $\mathbf{E}_g$ por su valor de (4-16), resulta

$$\mathbf{E}_o\left(g_m + \frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_k}\right) = \mathbf{I}_o$$

de la cual se deduce, para la impedancia de salida,

$$Z_{\text{sal.}} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{I}_o} = \frac{1}{g_m + 1/r_p + 1/R_k} = \frac{r_pR_k}{r_p + (\mu + 1)R_k} \tag{4-17}$$

$$= \frac{R_k}{1 + g_mR_k + R_k/r_p} \tag{4-18}$$

Esta es la impedancia que presenta un seguidor de cátodo a cualquier carga conectada a sus terminales de salida. En un pentodo, en el cual $R_k \ll r_p$ se verifica, aproximadamente,

$$Z_{\text{sal.}} = \frac{1}{g_m + 1/R_k}$$

la cual se reduce a $1/g_m$ para los circuitos usuales.

La Ec. (4-17) puede escribirse en la forma

$$Z_{\text{sal.}} = \frac{r_p/(\mu + 1)R_k}{r_p/(\mu + 1) + R_k} \tag{4-19}$$

que tiene una interpretación física sencilla, ya que es la expresión de dos resistencias en paralelo, como las de la Fig. 4-10. La impedancia de salida del seguidor de cátodo, según se ve, puede representarse por las resistencias en paralelo R_k y $r_p/(\mu + 1)$, representando esta última el efecto del tubo.

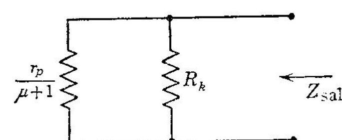


FIG. 4-10. Circuito de salida efectivo del seguidor de cátodo.

En el triodo 12AU7, que tiene $r_p = 7.700$ ohmios y $\mu = 20$, la resistencia efectiva en paralelo con R_k vale 367 ohmios. Esto da una impedancia de salida que hace al seguidor de cátodo muy útil como circuito adaptador de impedancias de líneas o como transformador reductor de impedancias sobre amplios márgenes de frecuencia.

En paralelo con esta impedancia de salida están la capacidad C_{pk} de placa a cátodo, y la capacidad C_{hk} de cátodo a filamento de caldeo, si el circuito de caldeo está a masa para la frecuencia de señal, como suele ocurrir normalmente. Sin embargo, estas capacidades no imponen ningún descenso importante del límite superior de frecuencia, o sea, ninguna reducción importante en la anchura de banda de respuesta del circuito en el extremo de alta frecuencia, debido al bajo valor que tiene Z_{sal}. En el triodo 12AU7, citado anteriormente, $C_{pk} = 0{,}50$ $\mu\mu$F, $C_{hk} = 2{,}5$ $\mu\mu$F, siendo la reactancia de estas capacidades en paralelo 3.850 ohmios a 13,8 Mc, es decir, diez veces

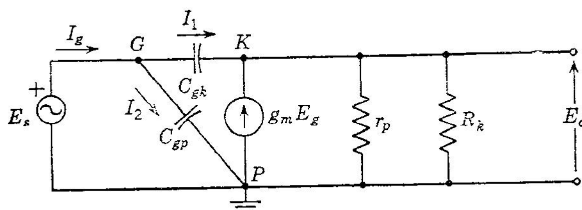


FIG. 4-11. Circuito equivalente del seguidor de cátodo, incluyendo C_{gp} y C_{gk}.

mayor que $r_p/(\mu + 1)$. Así, el funcionamiento es posible por lo menos a esta frecuencia.

Además, el seguidor de cátodo tiene una admitancia de entrada que es bastante menor que en el amplificador con conexión de cátodo a masa. En el circuito equivalente de la Fig. 4-11; que incluye las distintas capacidades del tubo excepto C_{pk}, la cual, según se ha visto, tiene efecto despreciable frente a R_k, se pueden escribir, para las corrientes, las siguientes ecuaciones

$$\mathbf{I}_g = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \qquad (4\text{-}20)$$
$$\mathbf{I}_1 = j\omega C_{gk}(\mathbf{E}_s - \mathbf{E}_o)$$
$$\mathbf{I}_2 = j\omega C_{gp}\mathbf{E}_s$$

Sustituyendo, en la primera ecuación, $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$ por sus expresiones de la segunda y tercera y dividiendo por $\mathbf{E}_s$, resulta

$$\mathbf{Y}_g = \frac{\mathbf{I}_g}{\mathbf{E}_s} = j\omega\left[C_{gp} + C_{gk}\left(1 - \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s}\right)\right] \qquad (4\text{-}21)$$

y como $\mathbf{E}_o/\mathbf{E}_s$ es la ganancia A, entonces

$$\mathbf{Y}_g = j\omega[C_{gp} + C_{gk}(1 - \mathrm{A})] \qquad (4\text{-}22)$$

Con una carga resistiva R_k y despreciando el efecto de C_{pk}, la admitancia de entrada es debida a una capacidad

$$C_{\text{in}} = C_{gp} + C_{gk}(1 - |A|) \qquad (4\text{-}23)$$

Como el valor absoluto $|A|$ de la ganancia ordinariamente es menor que la unidad pero tiene un valor próximo a ella, la capacidad de entrada se reduce casi a C_{gp} únicamente, lo cual constituye una ventaja importante para la reducción de la admitancia de entrada en las altas frecuencias. Por consiguiente, el amplificador seguidor de cátodo tiene aplicación cuando es necesario acoplar una impedancia muy alta a una carga de baja impedancia, sobre una banda ancha de frecuencias.

4-6. Diseño de amplificadores seguidores de cátodo. En el amplificador de cátodo a masa se pueden elegir a discreción muchos parámetros del diseño, sin embargo, esto no ocurre normalmente con el seguidor de cátodo. Después de fijar un valor de R_k, basado en la obtención de una determinada ganancia, de una impedancia de salida o en la adaptación de una impedancia de carga, el resto del circuito puede especificarse fácilmente.

Si la impedancia de salida es dada, puede elegirse rápidamente un tubo adecuado, pues

$$Z_{\text{sal.}} \cong \frac{r_p}{\mu + 1} \cong \frac{1}{g_m} \quad \text{para } \mu > 10$$

Según la Ec. (4-13), pueden elegirse la relación R_k/r_p y un valor de R_k para obtener una ganancia determinada mediante las curvas de la Fig. 4-12, entrando en ellas con la ganancia que se quiere tener y el μ del tubo seleccionado. Se ve en esta figura que para valores de $\mu > 10$ y $R_k/r_p > 1$ se obtienen ganancias siempre mayores que 0,8 y que la elección de R_k no es crítica, es decir, hay gran amplitud de valores de R_k que dan casi la misma ganancia. Sin embargo, si se calienta el cátodo con corriente alterna, los valores grandes de R_k pueden introducir en el amplificador zumbido procedente de la fuente de alimentación de caldeo, a través de la capacidad existente entre el filamento

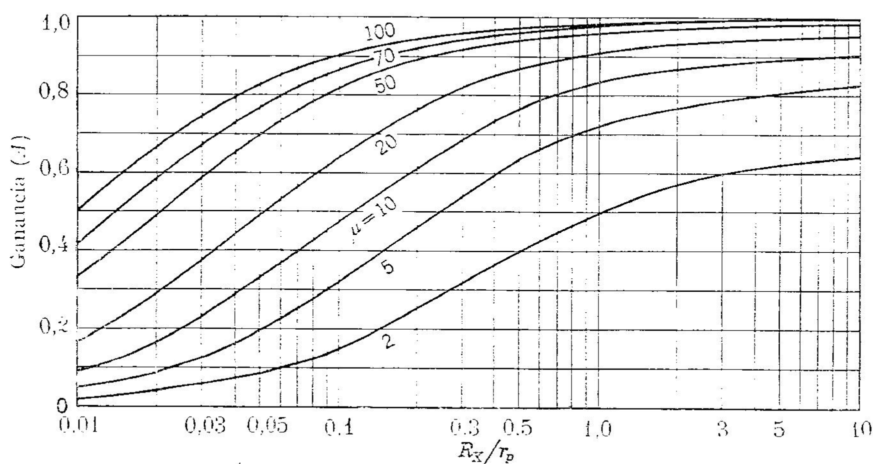


FIG. 4-12. Ganancia de seguidor de cátodo en función de R_k/r_p y de μ.

de caldeo y el cátodo, según se indica en la Fig. 4-13. Si este zumbido molesta o no se quiere tener, entonces, usualmente deben evitarse valores R_k superiores a unos 50.000 ohmios.

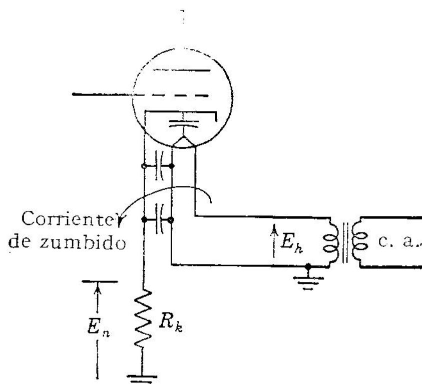


FIG. 4-13. Camino que sigue la corriente alterna de zumbido al introducirse por R_k.

Ejemplo. Un seguidor de cátodo está proyectado con una resistencia de cátodo de 50.000 ohmios. El filamento de caldeo se alimenta con 6,3 voltios a 60 ciclos, estando a masa un extremo del circuito de caldeo y siendo $C_{hk} = 2,5$ $\mu\mu$F. Hallar la tensión de zumbido introducida en el cátodo.

La resistencia de cátodo y C_{hk} pueden considerarse en serie con los 6,3 voltios de tensión alterna y con masa. La reactancia de la capacidad vale

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times 60 \times 2,5 \times 10^{-12}} = 1,06 \times 10^9 \text{ ohmios}$$

La tensión E_n de zumbido será, entonces,

$$E_n \cong \frac{R_k}{X_C} E_h = \frac{5 \times 10^4 \times 6{,}3}{1{,}06 \times 10^9}$$
$$\cong 298 \times 10^{-6} \text{ V} = 298\ \mu\text{V}$$

En un seguidor de cátodo utilizado como transformador de impedancias para un transductor de alta impedancia y baja tensión, tal como una célula fotoeléctrica, una tensión de esta magnitud puede ser completamente apreciable comparada con la señal deseada.

El tubo y la carga ya están determinados. Quedan por especificar la tensión de polarización de rejilla y la magnitud de posibles señales de entrada y salida. Debe trazarse, en una familia de características de placa, la línea de carga que corresponde a R_k y al valor E_{bb} de que se disponga. Las intersecciones de esta línea con las *características* determinan las e_c reales, o sea, las tensiones totales entre rejilla y cátodo, y las corrientes instantáneas de placa. Considerando la Fig. 4-9 y escribiendo una ecuación del circuito de rejilla en valores instantáneos, se tiene

$$e_c = e_s - e_o$$

Teniendo en cuenta que $e_o = i_b R_k$, entonces

$$e_s = e_c + i_b R_k \tag{4-24}$$

Se puede construir una tabla de valores e_c, i_b, $i_b R_k = e_o$ y e_s, tomando para e_c las tensiones de rejilla de las distintas características de la familia de placa y, para i_b, las corrientes que dan las intersecciones de la línea de carga con las características correspondientes a las tensiones de rejilla tomadas. Esto puede aclararse considerando un ejemplo en la Fig. 4-14.

Sea un triodo 6J5. Suponiendo $\mu = 20$, $r_p = 7.700$ ohmios, $R_k = 30.000$ ohmios y $E_{bb} = 300$ voltios, se ha trazado en las características del tubo, que son las de la Fig. 4-14, la línea de carga. Tomando las intersecciones de ésta con algunas curvas E_c, se pueden determinar las i_b correspondientes a las e_c elegidas y, sustituyendo en la Ec. (4-24), se pueden calcular las e_s. Haciendo así, se ha constituido la tabla adjunta.

e_c (voltios)	i_b (mA)	$i_b R_k$ (voltios)	e_s (voltios)
0	7,4	222	222
— 4	5,3	159	155
— 8	3,3	99	91
— 12	1,6	48	36
— 16	0,45	13,5	— 2,5
— 18	0,0	0,0	— 18

Por ejemplo, la intersección de la característica de $e_c = -4$ voltios y la línea de carga da una corriente de placa de 5,3 mA. Entonces, es $i_b R_k = 30.000 \times 0{,}0053 = 159$ voltios. Según la Ec. (4-24), se tiene

$$e_s = -4 + 159 = 155 \text{ voltios}$$

y se anota este valor en la última columna, como señal de entrada requerida.

Comparando la columna $i_b R_k = e_o$ y la columna e_s, se ve cómo la tensión de salida tiende a seguir o aproximarse a la señal de entrada,

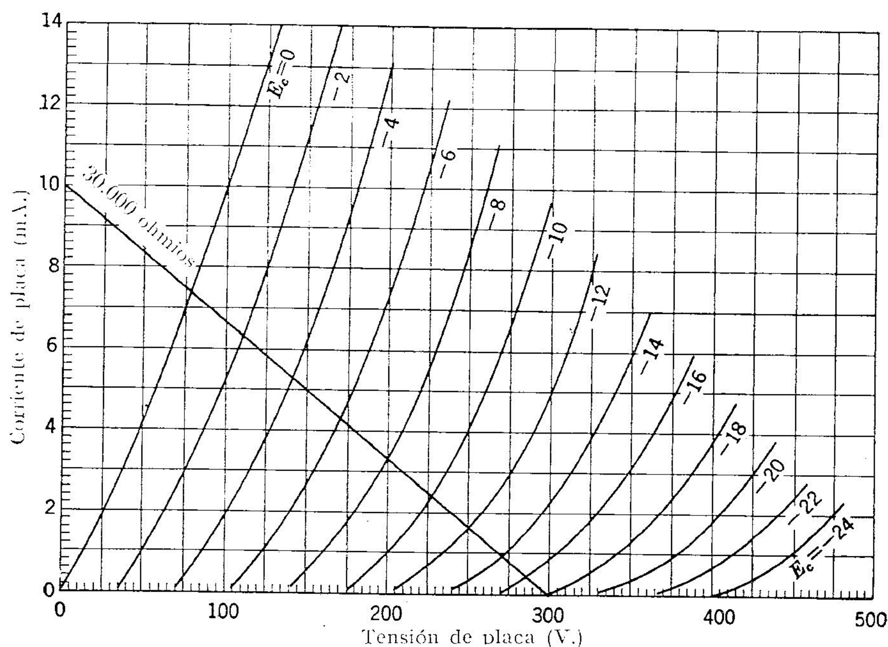


FIG 4-14. Línea de carga para un seguidor de cátodo, con $E_{bb} = 300$ voltios y $R_k = 30.000$ ohmios.

lo cual explica el nombre de seguidor de cátodo dado a este amplificador.

Trazando por puntos la curva de $e_o = i_b R_k$ en función de e_s, se obtiene la línea de la Fig. 4-15. Esta es la relación entre la salida y la entrada del seguidor de cátodo, que es lineal, como puede verse, excepto en una muy ligera curvatura que presenta en la zona próxima al corte. Según se aprecia en la tabla, la tensión de rejilla respecto a cátodo está oscilando desde $e_c = 0$, o sea, desde tensión nula entre rejilla y cátodo hasta el valor de corte, igual a -18 voltios. También se ve en la tabla que se puede tener una señal de entrada de 222 voltios positivos sin que la rejilla sobrepase los cero voltios, es decir, sin que se

haga positiva, pero, sin embargo, una señal negativa de solamente — 18 voltios pondrá la rejilla al potencial de corte. En algunas aplicaciones con señales que en todo instante sean positivas puede esto ser satisfactorio, pero, para una señal simétrica, debe buscarse un punto Q mejor.

La Fig. 4-15 indica la posibilidad de tener una señal total de entrada de 240 voltios de variación de extremo a extremo de ella, lo cual representaría una señal simétrica de 120 voltios de cresta. Para manejar satisfactoriamente una señal así, se requiere que el punto Q esté situado en el punto medio de la línea representativa de la relación entre la

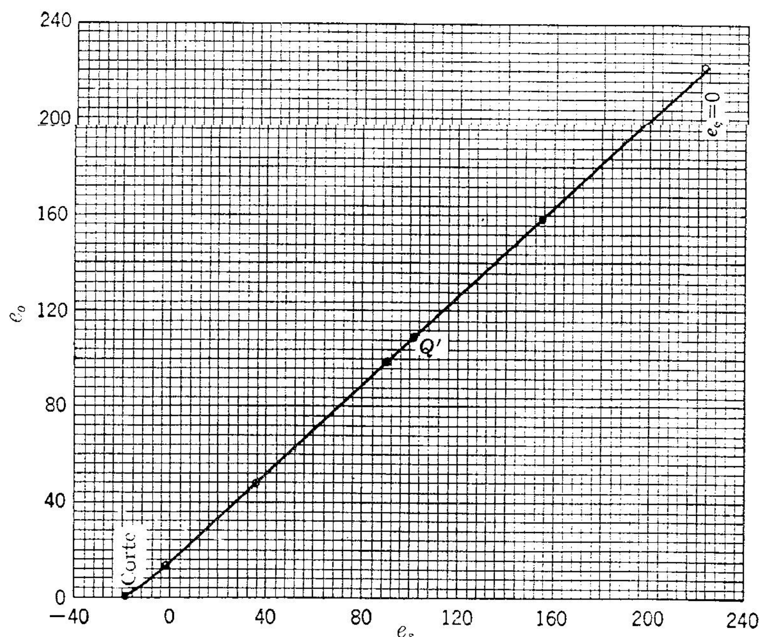


FIG. 4-15. Tensión de salida en función de la tensión de entrada (ambas en voltios) de un seguidor de cátodo.

salida y la entrada. Como dicha línea comprende una variación total de la tensión de entrada de 240, el punto medio estará 120 voltios por debajo del valor de la cresta positiva, o sea, en 222 — 120 = + 102 voltios. Tal punto se indica en la figura con Q'. El valor de $e_s = 102$ voltios será, entonces, la polarización de *rejilla respecto a masa* y la línea indica que en el mismo instante es $e_o = 109$ voltios, la cual es la tensión de *cátodo respecto a masa*. Por tanto, la verdadera polarización de *rejilla respecto a cátodo* del punto Q vale

$$e_s - e_o = 102 - 109 = -7 \text{ voltios} = e_c$$

Si se proporcionan estos niveles de potencial a rejilla y cátodo, el punto Q será el Q' en la Fig. 4-15 y el amplificador operará con una señal

simétrica de entrada que tiene 240 voltios de cresta a cresta, dando una salida de 222 voltios, también de cresta a cresta.

No es necesario dibujar la línea de la Fig. 4-15 ni calcular la tabla de valores, si la única información que se requiere del diseño son las tensiones de polarización convenientes y si no se desea saber lo que se aparta, la línea, del carácter lineal. Las polarizaciones pueden hallarse directamente, observando que en un extremo del funcionamiento es $e_c = 0$, o sea, la rejilla está a punto de ser positiva, y que en el otro límite es $i_b R_k = e_o = 0$, o sea, el tubo está en el corte. Directamente, en las características del tubo de la Fig. 4-14, se ve que la línea de carga indica, para $e_c = 0$, una $i_b = 7{,}4$ mA. Entonces, $e_o = 0{,}0074 \times 30.000 = 222$ voltios y, como $e_c = 0$, la Ec. (4-24) da $e_s = e_o = 222$ voltios también.

En el otro extremo de la línea de carga se corta el tubo para $e_c = -18$ voltios y, como entonces, $i_b R_k = e_o = 0$, la Ec. (4-24) da $e_s = e_c = -18$ voltios. Estos resultados se ordenan en la tabla adjunta.

	Con rejilla a cero voltios	En el corte
e_s	222	— 18
e_o	222	0
e_c	0	— 18

Así, la señal de entrada tendrá una variación, de extremo a extremo, de

$$222 - (-18) = 240 \text{ voltios}$$

y la tensión de salida e_o variará en un recorrido total de

$$222 - 0 = 222 \text{ voltios}$$

y la tensión verdadera entre rejilla y cátodo varía de 0 a — 18 voltios. El punto Q' se situaría, entonces, en $222 - 120 = 102$ voltios y las otras tensiones se hallarían como antes.

Los dos circuitos de la Fig. 4-16 son procedimientos prácticos de obtener los potenciales necesarios para los electrodos; mostrando la Fig. 4-16*a* uno sencillo de poner la rejilla a + 102 voltios respecto a masa y la Fig. 4-16*b* otro procedimiento de hallar un punto de retorno de rejilla a + 102 voltios sobre masa, al mismo tiempo que se mantiene el cátodo a + 109 voltios, respecto de masa también. Este último circuito de amplificador tiene otras propiedades interesantes que se tratarán en la sección siguiente.

Suponiendo, en la Fig. 4-16*a*, $E_{bb} = 300$ voltios y eligiendo a discreción

$$R_1 + R_2 = 500.000 \text{ ohmios}$$

entonces,

$$R_2 = {}^{102}/_{300} \times 500.000 = 170.000 \text{ ohmios}$$

para que se tenga el adecuado efecto divisor de tensión de R_1 y R_2. Por tanto,

$$R_1 = 500.000 - 170.000 = 330.000 \text{ ohmios}$$

con lo cual la rejilla se mantendrá a 102 voltios positivos respecto a masa. La tensión de cátodo respecto a masa, de 109 voltios $= e_o$, en el punto Q', es proporcionada por la caída en la resistencia de cátodo.

En la Fig. 4-16*b*, dicha tensión de cátodo respecto a masa, en el punto Q', es también de + 109 voltios. El potencial del punto X de

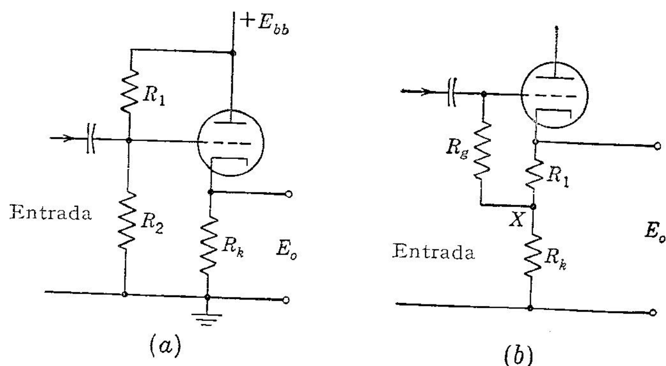


FIG. 4-16. Dos procedimientos de polarización de un seguidor de cátodo.

la resistencia de cátodo ha de ser + 102 voltios, o sea, de — 7 voltios respecto a cátodo. Entonces

$$\frac{R_1}{R_1 + R_k} = \frac{7}{109}$$

y como $R_1 + R_k = 30.000$ ohmios, se tiene $R_1 = 1.930$ ohmios.

Esto completa el diseño del amplificador seguidor de cátodo. La ganancia puede realmente hallarse por la línea de carga y, como predice la Ec. (4-13), es

$$A = {}^{222}/_{240} = 0{,}925$$

Aplicando la ecuación

$$A = \frac{\mu(R_1 + R_k)}{r_p + (\mu + 1)(R_1 + R_k)} = \frac{20 \times 30.000}{7.700 + 21 \times 30.000} = 0{,}94$$

lo cual constituye una comprobación, obteniéndose resultados bastante concordantes.

4-7. Análisis del seguidor de cátodo modificado. Puede verse que el circuito de la Fig. 4-17 tiene una resistencia de entrada extraordinariamente alta, lo cual representa una nueva propiedad valiosa. Esta resulta del acoplamiento, en parte, del circuito de salida en el circuito de entrada, o sea, de agregar un elemento activo (el generador $g_m E_g$) a la red pasiva de entrada.

La resistencia R_1, puesta para polarización, será pequeña, ordinariamente, respecto a R_k, y puede, por tanto, prescindirse de ella en el circuito equivalente de la Fig. 4-17*b*. A veces se conecta, en paralelo con esta resistencia, un condensador de paso, como se ve en la figura,

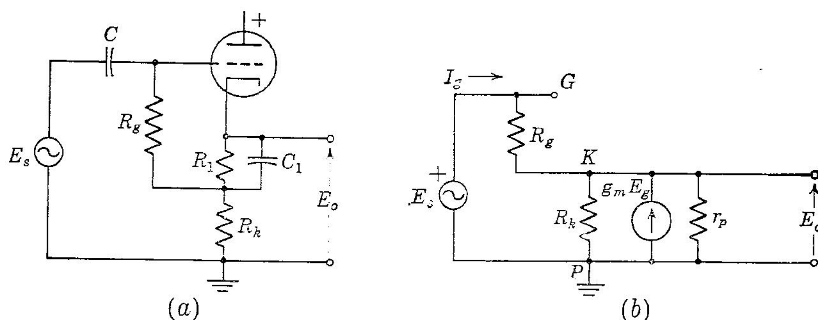


FIG. 4-17. (*a*) Seguidor de cátodo modificado para proporcionar polarizaciones, y (*b*) circuito equivalente al de (*a*).

lo cual justifica también su eliminación en dicho circuito equivalente. La resistencia de descarga de rejilla R_g será, en este circuito de varios megaohmios, normalmente, y, por tanto, muy grande respecto a R_k. Entonces, según la segunda ley de Kirchhoff aplicada al nudo K del cátodo, se tiene

$$\mathbf{I}_g + g_m\mathbf{E}_g - \mathbf{E}_o\left(\frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_k}\right) = 0 \tag{4-25}$$

y la tensión entre rejilla y cátodo es

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{E}_s - \mathbf{E}_o = \mathbf{I}_g R_g \tag{4-26}$$

Para hallar la ganancia, se eliminan $\mathbf{E}_g$ e $\mathbf{I}_g$ en (4-25), sustituyéndolas por sus expresiones deducidas de la (4-26), con lo cual

$$\mathbf{E}_o\left(g_m + \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_k} + \frac{1}{r_p}\right) = \mathbf{E}_s\left(g_m + \frac{1}{R_g}\right)$$

Puede, entonces, obtenerse la ganancia en la forma

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} = \frac{1}{1 - \dfrac{R_g(1 + R_k/r_p)}{R_k(1 + g_m R_g)}} \tag{4-27}$$

Según debía esperarse, la ganancia es siempre menor que la unidad. Si se supone $R_k/r_p \gg 1$ y $g_m R_g \gg 1$, las cuales son hipótesis aproximativas razonables normalmente, entonces la ganancia se reduce a

$$\mathbf{A} \simeq \frac{\mu}{\mu + 1} \tag{4-28}$$

Un proceso semejante, pero sustituyendo en la Ec. (4-25) $\mathbf{E}_o$ y $\mathbf{E}_g$ por sus expresiones deducidas de la (4-26), conduce a

$$\mathbf{I}_g \left(1 + g_m R_g + \frac{R_g}{R_k} + \frac{R_g}{r_p}\right) = \mathbf{E}_s \left(\frac{1}{R_k} + \frac{1}{r_p}\right)$$

La resistencia de entrada, que es igual a $\mathbf{E}_s/\mathbf{I}_g$, puede ahora expresarse en la forma

$$R_{\text{in}} = \frac{\mathbf{E}_s}{\mathbf{I}_g} = R_g - \frac{R_k(1 + g_m R_g)}{1 + R_k/r_p} \tag{4-29}$$

Haciendo las mismas hipótesis de aproximación que para la ganancia, se llega a

$$R_{\text{in}} = R_g(\mu + 1) \tag{4-30}$$

O sea, la resistencia de entrada que resulta es bastante mayor que la de descarga de rejilla. En ciertos tipos de circuitos donde es importante no cargar el generador, o en otros donde deba ser grande la constante de tiempo representada por CR_{in}, el seguidor de cátodo modificado resulta de gran utilidad.

4-8. Amplificador de rejilla a masa. En la Fig. 4-18 se representa un amplificador de rejilla a masa, o también llamado, de entrada en cátodo. Este amplificador tiene unas ganancias en tensión y en potencia razonables y el conectar la rejilla a masa reduce la capacidad de entrada a la C_{gk} y la de salida a la C_{gp} y, como ambas son pequeñas, es posible tener una respuesta con una banda ancha de frecuencias. Una de las características principales de este sistema es que su relación de impedancias es elevadora, o sea, tiene una impedancia de entrada baja y una salida alta.

Como la corriente de placa circula por el generador de entrada $\mathbf{E}_s$, la resistencia interna R del mismo juega importante papel y queda

incluida en el circuito equivalente de la Fig. 4-18*b*. Aplicando la primera ley de Kirchhoff a las dos mallas

$$\mu \mathbf{E}_g - \mathbf{E}_s - \mathbf{I}_p(r_p + R + Z_a) = 0 \tag{4-31}$$

$$\mathbf{E}_g + \mathbf{E}_s + \mathbf{I}_p R = 0 \tag{4-32}$$

y la corriente de placa es

$$\mathbf{I}_p = -\frac{(\mu + 1)\mathbf{E}_s}{r_p + (\mu + 1)R + Z_a}$$

Como la tensión en la carga (con la convención de ser positiva cuando sube el potencial al ir de masa a placa) es $\mathbf{E}_o = -\mathbf{I}_p Z_a$, y como tam-

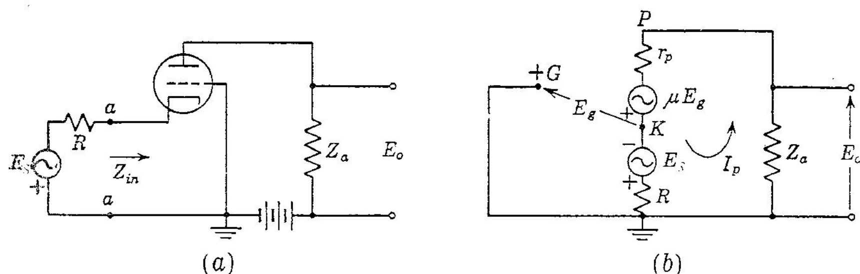


FIG. 4-18. Amplificador con conexión de rejilla a masa y su circuito equivalente.

bién $\mathbf{E}_o$ representa una subida negativa del potencial a partir del terminal común, la ganancia será

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} = \frac{(\mu + 1)Z_a}{r_p + (\mu + 1)R + Z_a} \tag{4-33}$$

En este amplificador no hay inversión de fase. El tubo aparenta tener un factor de amplificación de $\mu + 1$, lo cual se debe a que la tensión de entrada no sólo es amplificada sino sumada directamente a la salida.

Analizando más la Ec. (4-33), se descubre que el tubo tiene una resistencia interna aparente, o sea, una resistencia de placa efectiva, de

$$r'_p = r_p + (\mu + 1)R$$

Esta es la impedancia de salida del amplificador.

La impedancia de entrada, sobre la cual trabaja el generador, es interesante. Puede hallarse, despreciando las capacidades del tubo, por

$$\frac{\mathbf{E}_s}{\mathbf{I}_p} = \frac{r_p + (\mu + 1)R + Z_a}{\mu + 1}$$

$$= R + \frac{r_p + Z_a}{\mu + 1}$$

Por tanto, la impedancia de entrada del tubo solo, vista desde los terminales a, a de la Fig. 4-18a, vale

$$Z_{in} = \frac{r_p + Z_a}{\mu + 1} \tag{4-34}$$

con lo que el amplificador transforma la impedancia total del circuito de placa reduciéndola por un factor $\mu + 1$. Para un tubo con $\mu = 20$, $r_p = 7.700$ ohmios y, con una resistencia de carga de placa de 40.000 ohmios, la resistencia de entrada es de 2.270 ohmios.

Como los circuitos de entrada y salida están en serie, el sistema es análogo a una bomba que eleva agua de un sistema de baja presión a una tubería de alta presión.

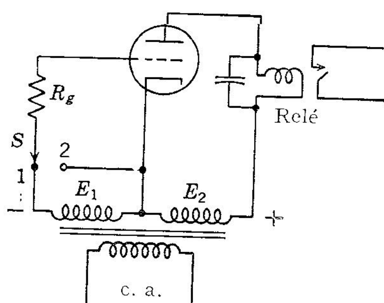


FIG. 4-19. Amplificador de contactos alimentado con corriente alterna.

4-9. Amplificadores de tensión alimentados por corriente alterna. A veces, la economía de fabricación obliga a eliminar la fuente de alimentación con rectificador que daba tensión continua a la placa y el tubo tiene que funcionar con tensión alterna en el ánodo en una aplicación de control donde los impulsos de corriente de placa no producen dificultad ninguna. La corriente de placa circulará, entonces, a impulsos de medio ciclo durante el semiciclo positivo de la tensión de placa. La tensión de rejilla controlará, o sea, mandará, durante ese semiciclo y, por tanto, el funcionamiento puede entenderse si se estudia en el intervalo en que la tensión de placa es positiva.

La forma de onda de la corriente de placa se aproxima a medias sinusoides y los valores medios de estas ondas determinarán la corriente media o corriente continua existente. Dicha media puede calcularse aproximadamente multiplicando el valor de cresta por $1/\pi$.

En la Fig. 4-19 se representa un amplificador de contactos, destinado a mandar un relé sin que haya corriente apreciable en los contactos. Cuando el contacto S está conectado al 1, la rejilla es polarizada negativamente por la tensión E_1. Si E_1 tiene un valor que supera al E_2/μ, el tubo estará cortado durante este intervalo. Cuando el contacto se cambia a 2, se elimina la polarización E_1 y la tensión de rejilla es cero, teniendo, entonces, los impulsos de corriente de placa un valor medio suficiente para accionar el relé que hay en dicho circuito de placa.

Si R_g fuese de 1 megaohmio y el valor de cresta de E_1 fuese de 50 voltios, la corriente de cresta manejada por los contactos sería siempre menor de 50 μA y tendría un valor medio de 16 μA durante el semiciclo en que la rejilla es positiva. La pequeñez de esta corriente ase-

gurará a los contactos una vida indefinidamente larga. Para evitar que el relé tiemble se puede conectar un condensador, de algunos microfaradios, en paralelo con la bobina del relé, con objeto de suavizar la corriente de dicha bobina.

Otras aplicaciones en que se emplea tensión alterna en el ánodo se tienen en circuitos de células fotoeléctricas y en circuitos de control de motores.

PROBLEMAS

(Se supone que el lector dispone de un manual de tubos que contenga las características de los distintos tipos comerciales que se necesitan en estos problemas.)

4-1. A un tubo con $\mu = 70$, $r_p = 66.000$ ohmios, conectado con cátodo a masa, se le aplica una señal de 2 voltios eficaces. La carga es resistiva y vale 80.000 ohmios. Hallar la corriente alterna de placa, la tensión alterna de salida y la ganancia, en decibelios, del amplificador.

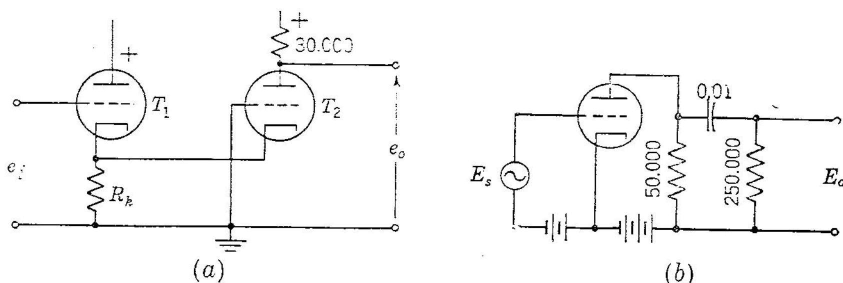


FIG. 4-20.

4-2. El tubo del Prob. 4-1 funciona como amplificador de cátodo a masa, a 50.000 ciclos, con una carga de 50.000 + j50.000 ohmios. Si $C_{gp} = 2{,}5\mu\mu$F, $C_{gk} = 4{,}0\ \mu\mu$F y $C_{pk} = 3{,}2\ \mu\mu$F, calcular la resistencia de entrada y la capacidad de entrada del tubo.

4-3. Los tubos de la Fig. 4-20*a* son triodos idénticos, con $g_m = 2.100$ µmhos, $r_p = 7.700$ ohmios. Si $I_{b_1} = 4$ mA, $I_{b_2} = 2{,}5$ mA, $E_{cc} = -6{,}0$ voltios, en ambos tubos, calcular el valor de R_k y hallar la *ganancia total en tensión y en decibelios* del circuito.

4-4. En la Fig. 4-20*b*, $g_m = 2.000$ µmhos, $r_p = 30.000$ ohmios y $E_s = 2{,}0$ voltios eficaces. Calcular la ganancia y la tensión de salida para una señal de 200 ciclos. Hágase lo mismo para 2.000 ciclos y dígase la clase de distorsión que existe.

4-5. Un pentodo tiene $g_m = 4.500$ µmhos, $r_p = 1{,}5$ megaohmios y la tensión de salida ha de ser de 40 voltios eficaces con una corriente alterna de placa de 0,2 mA. (*a*) ¿Qué tensión de señal se necesita? (*b*) ¿Qué tanto por ciento de error se introduce en esta tensión utilizando el circuito equivalente aproximado (r_p = infinito)?

4-6. Un pentodo 6AU6 se emplea en el amplificador de la Fig. 4-5*b*. Para un punto *Q* de $I_b = 3$ mA, $I_{c_2} = 0{,}8$ mA, $E_{bb} = 250$ voltios, $E_{c_1} = -1{,}5$ voltios, $E_{c_2} = 100$ voltios y con $g_m = 4.800$ µmhos, $r_p = 1{,}5$ megaohmios, calcular los valores de R_s y R_k necesarios. Hallar el valor de R_a apropiado para tener una ganancia en tensión de 125.

4-7. Un amplificador seguidor de cátodo ha de utilizar un triodo 12AX7, que tiene $\mu = 35$, $r_p = 62.000$ ohmios, $E_{cc} = -2$ voltios. Si $I_b = 0{,}3$ mA, especificar la resistencia de polarización y la resistencia de carga, como las de la Fig. 4-16*b*, para obtener una ganancia de 0,85 y para funcionar con una señal de tensión simétrica.

4-8. Un triodo 12AX7 (véanse las curvas características en un manual de tubos) va a emplearse como seguidor de cátodo con $E_{bb} = 250$ voltios. Si ha de tener una impedancia de salida de 600 ohmios, especificar la resistencia de cátodo, determinar la máxima oscilación posible (de cresta a cresta) de tensión simétrica de entrada, hallar la ganancia y determinar la polarización de funcionamiento (e_c).

4-9. En la Fig. 4-16*b*, supóngase que el tubo es un 6J5 ($\mu = 20$, $r_p = 7.700$ ohmios) y que $R_k = 25.000$ ohmios y $R_1 = 2.000$ ohmios. Hallar el valor de R_g, que puede emplearse para dar una resistencia de entrada de 150 megaohmios. Con este valor de R_g, calcúlese la tensión de salida y la ganancia para $E_s = 2$ voltios eficaces, despreciando la reactancia de C.

4-10. Un amplificador de rejilla a masa emplea un tubo que tiene $\mu = 10$, $r_p = 9.500$ ohmios. Si $E_s = 1$ voltio eficaz, hallar: (*a*) la tensión de salida entre los terminales de una carga resistiva de 50.000 ohmios, si $R_1 = 200$ ohmios; (*b*) la ganancia en potencia del amplificador, en decibelios.

4-11. Un generador da una tensión de 0,01 voltio y tiene una resistencia interna de 300 ohmios. Diseñar un amplificador de rejilla a masa que, empleando un 6J6 ($\mu = 38$, $r_p = 7.100$ ohmios), tenga una resistencia de entrada adaptada a la del generador. ¿Qué tensión de salida y qué ganancia de potencia en decibelios se obtendrá?

4-12. En la Fig. 4-21, los tubos son triodos idénticos con $\mu = 10$, $r_p = 8.000$ ohmios. Si las corrientes de placa son de 2 mA cada una y $E_{cc} = -8$ voltios, en ambos tubos, calcular los valores de R_1 y R_2 y hallar la ganancia total.

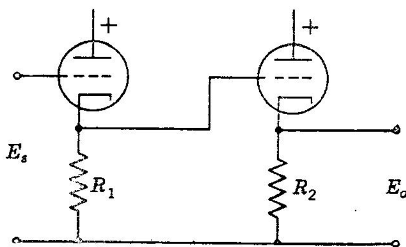


FIG. 4-21.

BIBLIOGRAFIA

1. Richter, W.: Cathode-follower Circuits, *Electronics*, **16** : 112 (noviembre 1943).
2. Jones, M. C.: Grounded-grid Radio-frequency Voltage Amplifiers, *Proc. IRE*, **32** : 423 (1944).
3. Ryder, J. D.: «Electronic Fundamentals and Applications», Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1950.
4. Seely, S.: «Electron-tube Circuits», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1950.

CAPITULO 5

RESPUESTA DE LOS AMPLIFICADORES DE SEÑALES DEBILES

En el capítulo anterior, el amplificador, en sus distintos tipos, se estudió en general como un elemento de circuito, sin considerar la manera en que las reactancias del tubo o de la carga pueden influir en su respuesta de salida al haber variaciones de la frecuencia o de la forma de onda de la entrada. Ahora, se emprende el análisis y diseño de amplificadores para funcionamiento en régimen permanente, o estacionario, sobre márgenes anchos de frecuencia y, también, con señales de entrada en forma de impulsos.

Las capacidades internas del tubo y los circuitos de acoplamiento empleados para separar las componentes de salida alternas, o variables, de las componentes de salida continuas, introducen elementos reactivos y, por tanto, la posibilidad de distorsiones de frecuencia y de fase. Una gran variedad de formas de onda han de pasar por amplificadores, por lo cual, deben proyectarse cuidadosamente las características de frecuencia y de fase, para evitar la distorsión al funcionar sobre bandas de frecuencia anchas. El empleo frecuente de impulsos o de ondas rectangulares es un ejemplo de la necesidad de márgenes de frecuencia amplios, pues, desde el punto de vista del régimen permanente, se necesitan armónicos superiores al centésimo para conservar la forma de los impulsos y de las ondas rectangulares. Las ondas intermitentes en forma de impulsos pueden no permitir el que se alcance un régimen permanente, lo cual hace necesario el determinar también la respuesta de los circuitos a cada impulso aislado si se quiere que se conserve la forma de la onda.

Por ello, el diseñador de circuitos de amplificadores lineales de señales débiles debe considerar las respuestas de frecuencia y de fase desde el punto de vista sinusoidal y la respuesta transitoria a impulsos y a otras formas de onda no sinusoidales. En este capítulo se trata el diseño de amplificadores con las respuestas adecuadas, considerando especialmente el amplificador con conexión de cátodo a masa acoplado por RC, por ser un tipo ampliamente utilizado. La extensión a otros tipos de amplificadores se deduce por aplicación de lo tratado en el Cap. 4.

5-1. Respuestas de frecuencia y de fase del amplificador con cátodo a masa. La distorsión de frecuencia y la de fase se deben a la presencia de elementos reactivos en los circuitos amplificadores. Por ejemplo,

en el amplificador acoplado por RC de la Fig. 5-1, las reactancias de las capacidades del tubo C_{pk} y C_{in} y el condensador de acoplamiento C son funciones de la frecuencia y pueden producir distorsión. A veces hay inductancia, cuya reactancia depende, también, de la frecuencia.

Es esencial, para conservar la forma de la onda de la señal en los amplificadores, el reducir al mínimo las distorsiones de frecuencia y

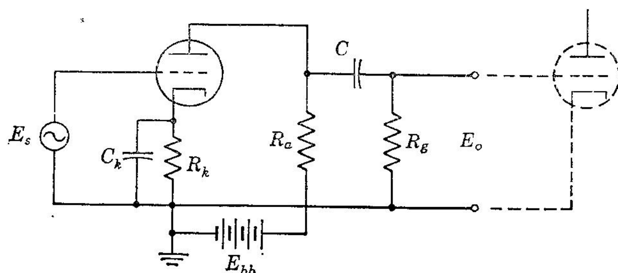


FIG. 5-1. Amplificador con acoplamiento RC.

de fase. El análisis del funcionamiento del amplificador con señales débiles, para determinar el grado de distorsión, se lleva a efecto, normalmente, trazando las curvas de ganancia y ángulo de fase en función de la frecuencia. De ordinario, se emplea una escala logarítmica para la frecuencia, con objeto de abarcar debidamente las bandas tan amplias que se necesitan. La Fig. 5-2 es un gráfico típico de un amplificador

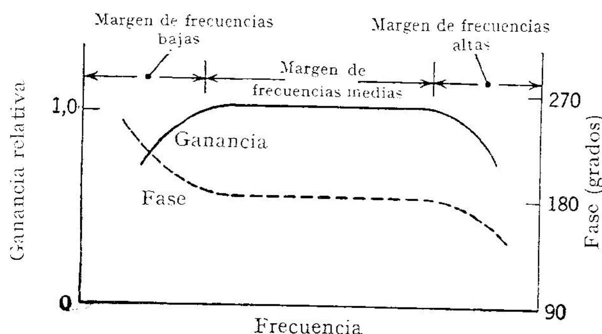


FIG. 5-2. Curvas típicas de ganancia y de fase de un amplificador con acoplamiento RC.

acoplado por RC, estando indicada la distorsión en ambos extremos de la banda, o sea, en el de frecuencias bajas y en el de altas.

La forma de las curvas indica que el estudio del amplificador RC puede basarse en un análisis de funcionamiento en tres márgenes de frecuencia. Para el circuito de la Fig. 5-1 y la curva de la Fig. 5-2, el margen de *bajas frecuencias* puede definirse como aquél en que los condensadores conectados en serie tienen reactancias apreciables y hay que tenerlos en cuenta en el análisis, y el margen de *frecuencias medias*

es aquél en el cual todas las reactancias capacitivas son despreciables, comparadas con las resistencias con ellas relacionadas, representando los condensadores en serie reactancias muy pequeñas y los elementos en paralelo reactancias muy grandes. El margen de *altas frecuencias*

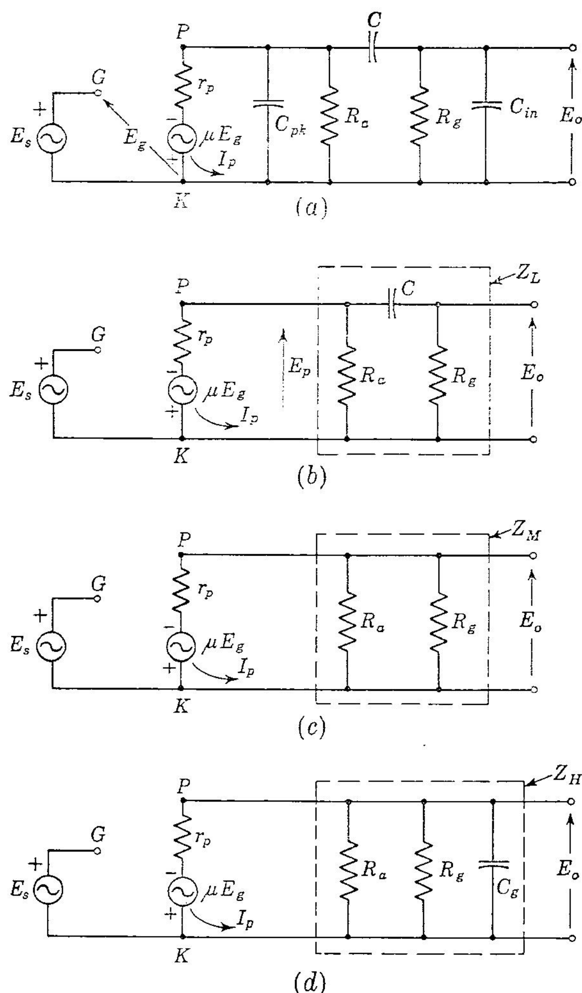


FIG. 5-3. Circuitos equivalentes del amplificador con acoplamiento *RC*. (*a*) Exacto; (*b*) para frecuencias bajas; (*c*) para frecuencias medias; (*d*) para frecuencias altas.

es aquél en el cual las capacidades conectadas en paralelo han llegado a tener reactancias lo suficientemente pequeñas como para constituir derivaciones apreciables en el funcionamiento del circuito amplificador.

La Fig. 5-3*a* representa el circuito equivalente completo del amplificador de triodo de la Fig. 5-1. Hay tres reactancias capacitivas: el

condensador de bloqueo C, conectado en serie, que es un factor determinante del funcionamiento en bajas frecuencias, y los elementos en paralelo C_{pk} y C_{in} que influyen en el funcionamiento a altas frecuencias, pues, ordinariamente, son capacidades pequeñas. La C_{pk} es la capacidad entre ánodo y cátodo, o capacidad de salida del tubo, y la C_{in} fue calculada para este circuito en la Sec. 4-3. Aunque no se representan en el esquema, las capacidades parásitas entre los hilos de conexión y masa y entre los componentes y masa, las cuales quedan en paralelo, pueden valer, aproximadamente, de 5 a 20$\mu\mu$F y, por tanto, deben tenerse en cuenta. Así, en la Fig. 5-3*d*, la capacidad C_g es

$$C_g = C_{pk} + C_{\text{in}} + C_{\text{hilos de conexión}}$$

Si en el paso siguiente de amplificación figura un pentodo, C_{in} valdrá aproximadamente C_{gk}.

En la región de funcionamiento de bajas frecuencias de un amplificador determinado, la capacidad en paralelo C_g puede despreciarse, por tener una reactancia muy alta, o sea, equivaler a una rama abierta, reduciéndose el circuito de la Fig. 5-3*a* al equivalente de la Fig. 5-3*b* para bajas frecuencias. La tensión de placa respecto a cátodo (positiva cuando sube el potencial de cátodo a placa) es

$$\mathbf{E}_p = -\mathbf{I}_p\mathbf{Z}_L = \frac{-\mu\mathbf{E}_g\mathbf{Z}_L}{r_p + \mathbf{Z}_L} \tag{5-1}$$

donde $\mathbf{Z}_L$ es la impedancia resultante de las de todos los elementos del circuito de carga que llevan corriente alterna y que están incluidos en el recuadro de trazos de la figura. El valor de $\mathbf{Z}_L$ en el margen de frecuencias bajas, es

$$\mathbf{Z}_L = \frac{R_a(R_g - j/\omega C)}{R_a + R_g - j/\omega C}$$

Puede verse que $\mathbf{E}_o$ está relacionado con $\mathbf{E}_p$ por

$$\mathbf{E}_o = \frac{R_g}{R_g - j/\omega C}\,\mathbf{E}_p$$

de forma que la *ganancia a frecuencias bajas* será

$$\mathbf{A}_L = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g} = \frac{-\mu\mathbf{Z}_L}{r_p + \mathbf{Z}_L}\,\frac{R_g}{R_g - j/\omega C} \tag{5-2}$$

Al ir aumentando la frecuencia de funcionamiento, la reactancia de C disminuye hasta que llega a ser $1/\omega C \ll R_g$. Para la frecuencia que ya sucede esto, la ganancia se convierte en la *ganancia a frecuencias medias* que es

$$\mathbf{A}_M = \frac{-\mu\mathbf{Z}_M}{r_p + \mathbf{Z}_M} \tag{5-3}$$

donde la impedancia $\mathbf{Z}_M$ para *frecuencias medias* se define por

$$\mathbf{Z}_M = \frac{R_a R_g}{R_a + R_g}$$

Así, el circuito de la Fig. 5-3c es aplicable en esta región de frecuencias y el valor de la ganancia es independiente de la frecuencia, ya que en el circuito no aparecen reactancias. El ángulo de fase también es constante e igual a 180°.

A partir de alguna frecuencia de las superiores, la reactancia de C_g ya no será grande con relación a las resistencias en paralelo con ella. A dicha frecuencia, la resistencia de entrada R_{in} normalmente será todavía grande con respecto a R_a y puede aún ser despreciada, aunque, sin embargo, para alguna frecuencia más alta todavía, el valor de R_{in} debe ser ya tenido en cuenta.

El circuito equivalente se convierte, entonces, en el de la Fig. 5-3d y la *ganancia a frecuencias altas* es

$$\mathbf{A}_H = \frac{-\mu \mathbf{Z}_H}{r_p + \mathbf{Z}_H} \tag{5-4}$$

donde la impedancia del circuito de salida en *frecuencias altas* se define por

$$\mathbf{Z}_H = \frac{R_a R_g}{R_a + R_g + j\omega C_g R_a R_g}$$

Estas expresiones pueden adaptarse fácilmente para su aplicación al pentodo. Dividiendo por r_p la ganancia a frecuencias medias, se obtiene

$$\mathbf{A}_M = \frac{-g_m \mathbf{Z}_M}{1 + \mathbf{Z}_M/r_p}$$

Si $r_p \gg |\mathbf{Z}_M|$, lo cual suele cumplirse en el caso del pentodo, entonces, la ganancia se convierte en

$$\mathbf{A}_M = -g_m \mathbf{Z}_M \tag{5-5}$$

Las expresiones para las otras regiones de frecuencias pueden modificarse análogamente, para aplicación a un pentodo de alta r_p, obteniendo

$$\mathbf{A}_L = -g_m \mathbf{Z}_L \frac{R_g}{R_g - j/\omega C} \tag{5-6}$$

$$\mathbf{A}_H = -g_m \mathbf{Z}_H \tag{5-7}$$

Debe advertirse que la capacidad de entrada C_{in} en un pentodo normalmente es mucho menor que en un triodo, porque C_{gp} es muy pequeño. Como consecuencia, el punto de división entre las regiones de frecuencias medias y de frecuencias altas estará a una frecuencia más alta en el caso de pentodos, con lo cual, éstos darán una amplificación uniforme, o sea, «plana», sobre una banda más ancha que los triodos.

A lo largo de esta sección se ha ido hablando de que ciertas reactancias son despreciables, en valor absoluto, comparadas con otras reactancias o resistencias. En la práctica será admisible, normalmente, el despreciar un elemento componente respecto a otro, si existe entre sus valores absolutos una relación de 10 : 1.

La resistencia R_g de descarga de rejilla, ordinariamente, es grande con respecto a R_a y, por ello, tiene poca influencia en el circuito. Su valor suele estar comprendido entre 100.000 ohmios y 1 megaohmio. El condensador de acoplamiento suele tener una capacidad comprendida entre 0,0001 y 0,25 μF, según la respuesta deseada en el margen de frecuencias bajas. La capacidad C_g puede ser de 40 a 150 $\mu\mu$F en algunos amplificadores de triodo, siendo del orden de 5 a 20 $\mu\mu$F en pasos de pentodos bien construidos. La resistencia de carga se elige haciendo un compromiso entre la ganancia que se desea y la anchura de banda que ha de tenerse, pero esta cuestión será tratada en secciones posteriores.

5-2. Continuación del estudio de las respuestas de frecuencia y de fase del amplificador de acoplamiento *RC*. El análisis de un amplificador se presenta normalmente en la forma de las curvas características de ganancia-frecuencia y de fase-frecuencia tales como las de la Fig. 5-4. Es costumbre emplear una escala logarítmica para el eje de frecuencias, con objeto de encuadrar más fácilmente los amplios márgenes de frecuencia que se requieren. Para el eje de ganancias puede emplearse una escala lineal o una logarítmica; sin embargo, el uso de una escala en decibelios para la ganancia tiene ciertas ventajas como se verá después.

Refiriéndose a la Fig. 5-4, las frecuencias f_1 y f_2 representan frecuencias a las cuales la ganancia en tensión ha decaído a $1/\sqrt{2}$, o sea, a 0,707, del valor que tiene a frecuencias medias o, lo que es lo mismo, la potencia de salida ha decaído a la mitad del valor que tenía a frecuencias medias. En una escala de decibelios, dichas frecuencias, f_1 y f_2, representarían puntos en los cuales la señal de salida es inferior en 3,01 db. a su valor de frecuencias medias. Estas frecuencias f_1 y f_2 son valores límites arbitrarios, pero útiles, de la respuesta, y se verá que están relacionados en forma simple con la elección de parámetros del circuito del amplificador. El intervalo de frecuencias comprendido entre f_1 y f_2 suele llamarse *anchura de banda* o *ancho de banda* del amplificador.

En el diseño de circuitos, es útil poner los resultados anteriores en forma generalizada para que puedan aplicarse a cualquier unidad de

un tipo determinado. En el caso de amplificadores, el funcionamiento a frecuencias bajas y a frecuencias altas puede ponerse en forma generalizada o universal para que valga para cualquier amplificador de acoplamiento RC, tomando el funcionamiento a frecuencias medias como referencia o patrón de comparación, pues la respuesta a estas frecuencias es constante en amplitud y fase a lo largo de dicha banda de frecuencias medias.

Para ver esto en el amplificador con conexión de cátodo a masa y acoplamiento RC, recuérdese que la Ec. (5-3) daba la ganancia a frecuencias medias como

$$\mathbf{A}_M = \frac{-\mu \mathbf{Z}_M}{r_p + \mathbf{Z}_M} = -\frac{\mu R_a R_g}{r_p R_a + r_p R_g + R_a R_g}$$

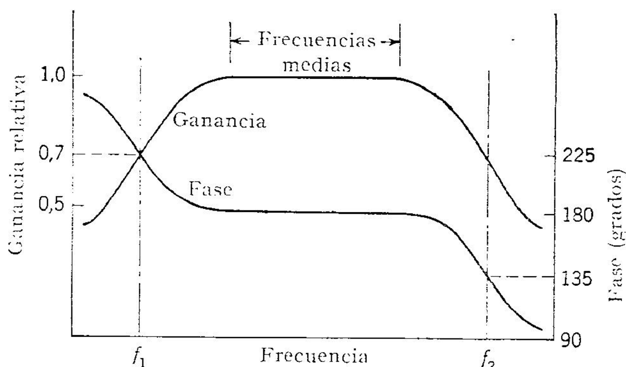


FIG. 5-1. Características gráficas típicas de ganancia-frecuencia y de fase-frecuencia.

La ganancia a frecuencias bajas, dada por la Ec. (5-2), puede expresarse en la forma

$$\mathbf{A}_L = -\frac{\mu R_a R_g}{r_p R_a + r_p R_g + R_a R_g - j(r_p + R_a)/\omega C}$$

Tomando $\mathbf{A}_M$ como base de comparación, la variación de $\mathbf{A}_L$ con respecto al valor de $\mathbf{A}_M$ puede hallarse mediante la relación

$$\frac{\mathbf{A}_L}{\mathbf{A}_M} = \frac{1}{1 - \dfrac{j}{\omega C}\left(\dfrac{r_p + R_a}{r_p R_a + r_p R_g + R_a R_g}\right)} \qquad (5\text{-}8)$$

El segundo término del denominador varía inversamente con la frecuencia y habrá una frecuencia para la cual tenga un valor absoluto igual a la unidad, con lo que el valor absoluto de la relación de ganan-

cias será, entonces, $|A_L/A_M| = 1/\sqrt{2}$. Esto da un significado físico a la frecuencia f_1 de la Fig. 5-4. Luego, por definición,

$$f_1 = \frac{1}{2\pi C}\left(\frac{r_p + R_a}{r_pR_a + r_pR_g + R_aR_g}\right)$$
$$= \frac{1}{2\pi C}\left[\frac{1}{R_g + r_pR_a/(r_p + R_a)}\right]$$
$$= \frac{1}{2\pi C}\left(\frac{1}{R_g + R_x}\right) \tag{5-9}$$

donde R_x es la resistencia equivalente de las r_p y R_a en paralelo.

Las últimas expresiones (5-9) demuestran que la frecuencia f_1 es inversamente proporcional a la constante de tiempo o producto RC del circuito serie de la Fig. 5-5. Esta constante de tiempo depende prin-

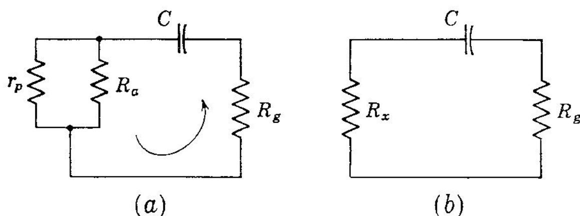


FIG. 5-5. Circuito serie cuya constante de tiempo determina el funcionamiento a las frecuencias bajas.

cipalmente de C y de R_g, ya que R_x, normalmente, es mucho más pequeña que R_g. Si se puede aumentar esta constante de tiempo, aumentando C ó R_g, entonces f_1 se convierte en una frecuencia inferior, con lo cual, se amplía el margen del amplificador. Como, aunque e_c sea siempre negativa, puede circular una pequeña corriente de rejilla, el valor de R_g tiene un límite superior determinado para cada tipo de tubo, que no puede sobrepasarse si no se quiere que el estado de polarización quede desajustado. Este límite es del orden de un megaohmio, lo cual significa que C es la variable que principalmente puede manejar el diseñador.

Introduciendo f_1 en la Ec. (5-8), se obtiene

$$\frac{A_L}{A_M} = \frac{1}{1 - jf_1/f} \tag{5-10}$$

de la cual se deduce
$$\left|\frac{A_L}{A_M}\right| = \sqrt{\frac{1}{1 + (f_1/f)^2}} \tag{5-11}$$

y
$$\theta_L = \text{tg}^{-1}\frac{f_1}{f} \tag{5-12}$$

además de la desviación de fase de 180° intrínseca de la ganancia A_M. De esta forma, la elección de la frecuencia f_1 determina el funcionamiento del amplificador a las frecuencias bajas. El diseñador controla la frecuencia f_1 mediante la selección de los parámetros del circuito de acoplamiento. Puede equilibrar la respuesta a frecuencias bajas de su circuito con el coste, dependiendo este último principalmente del tamaño de C.

La Fig. 5-6 es una representación gráfica no dimensional de las ecuaciones (5-11) y (5-12). En realidad, estas curvas están trazadas en función de la inversa f/f_1 de la variable con objeto de que dicha relación aumente con la frecuencia. La ganancia se aproxima a cero asintóticamente y el ángulo de fase a + 90°, al decrecer f/f_1. Estas curvas son válidas para todo amplificador de acoplamiento RC.

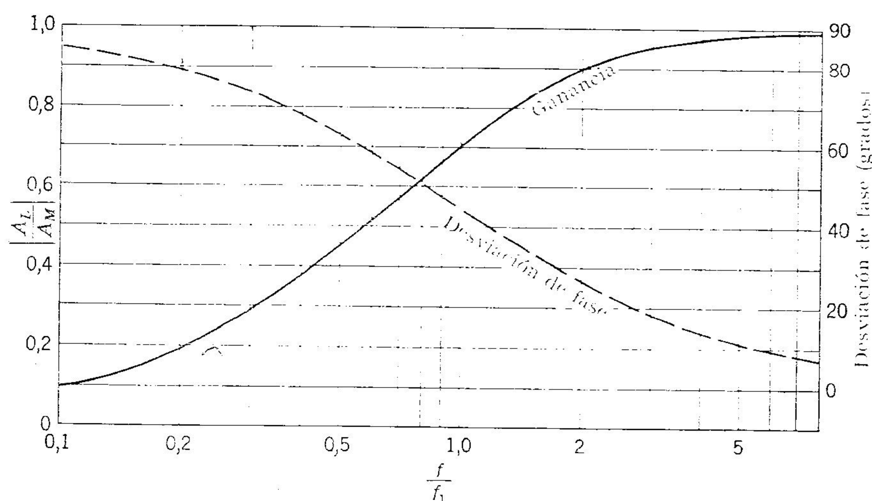


FIG. 5-6. Características universales o generalizadas de ganancia y desviación de fase, en el margen de frecuencias bajas, del amplificador con acoplamiento RC.

Transformaciones análogas, partiendo de la Ec. (5-4) que daba A_H, conducen, para la ganancia relativa de frecuencias altas, a la expresión

$$\frac{A_H}{A_M} = \frac{1}{1 + j\omega C_g \dfrac{1}{1/r_p + 1/R_a + 1/R_g}} \tag{5-13}$$

Puede definirse una frecuencia f_2, para la cual, el segundo término del denominador se haga igual a la unidad, en valor absoluto, y el valor

absoluto de la ganancia sea por consiguiente $1/\sqrt{2}$ del de $\mathbf{A}_M$. Esto confirma la utilidad de la f_2 de la Fig. 5-4. O sea, se define

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_g}\left(\frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_g}\right)$$
$$= \frac{1}{2\pi C_g R_y} \tag{5-14}$$

donde R_y es la resistencia equivalente a las tres en paralelo de la Figura 5-7*b*. Sustituyendo en la Ec. (5-13) se obtiene

$$\frac{\mathbf{A}_H}{\mathbf{A}_M} = \frac{1}{1 + jf/f_2} \tag{5-15}$$

de la cual se deduce

$$\left|\frac{\mathbf{A}_H}{\mathbf{A}_M}\right| = \sqrt{\frac{1}{1 + (f/f_2)^2}} \tag{5-16}$$

y

$$\theta_H = -\operatorname{tg}^{-1}\frac{f}{f_2} \tag{5-17}$$

además de la inversión de fase (desviación de 180°) de la ganancia $\mathbf{A}_M$.

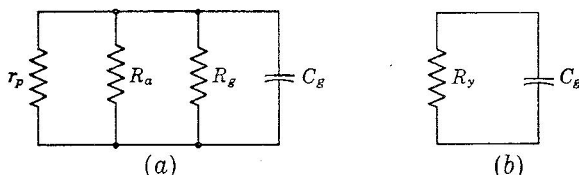


FIG. 5-7. Circuito que limita la respuesta en frecuencias altas.

La frecuencia f_2 queda determinada por la constante de tiempo de los elementos, conectados en paralelo, del circuito de placa, como están en la Fig. 5-7. Al disminuir esta constante de tiempo por disminución de R_a o de C_g, se hace más alta la frecuencia f_2 y se amplía la respuesta del amplificador a frecuencias más altas. La Fig. 5-8 representa las variaciones de la ganancia y de la desviación de fase en función de f/f_2. Los límites a que tienden, cuando la frecuencia aumenta indefinidamente, son, cero para la ganancia y $-90°$ para la desviación de fase. La respuesta del amplificador queda fijada tan pronto como el diseñador elige la frecuencia f_2.

5-3. Gráficas de ganancia en decibelios para régimen permanente. En general, si un amplificador se compone de n pasos amplificadores (también, llamados etapas amplificadoras) en cascada, la ganancia total $\mathbf{A}'$ puede hallarse por

$$\mathbf{A}'/\underline{\theta^\circ} = A_1/\underline{\theta_1^\circ}\, A_2/\underline{\theta_2^\circ}\, A_3/\underline{\theta_3^\circ} \dots A_n/\underline{\theta_n^\circ}$$
$$= A_1A_2A_3 \dots A_n/\underline{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots + \theta_n} \tag{5-18}$$

La ganancia total es el producto de las ganancias individuales y el ángulo total de fase es la suma de los ángulos de fase individuales.

Si los valores absolutos de las ganancias se expresan en decibelios,

$$20 \log A' = 20(\log A_1 + \log A_2 + \log A_3 + \ldots + \log A_n)$$
$$\text{Ganancia total en db} = \text{db}_1 + \text{db}_2 + \text{db}_3 + \ldots + \text{db}_n \qquad (5\text{-}19)$$

y por consiguiente la ganancia total en decibelios se expresa sencillamente como la suma de las ganancias en decibelios de cada etapa.

Si las curvas características de ganancias relativas de la sección anterior se trazan empleando escalas de decibelios, es posible determinar

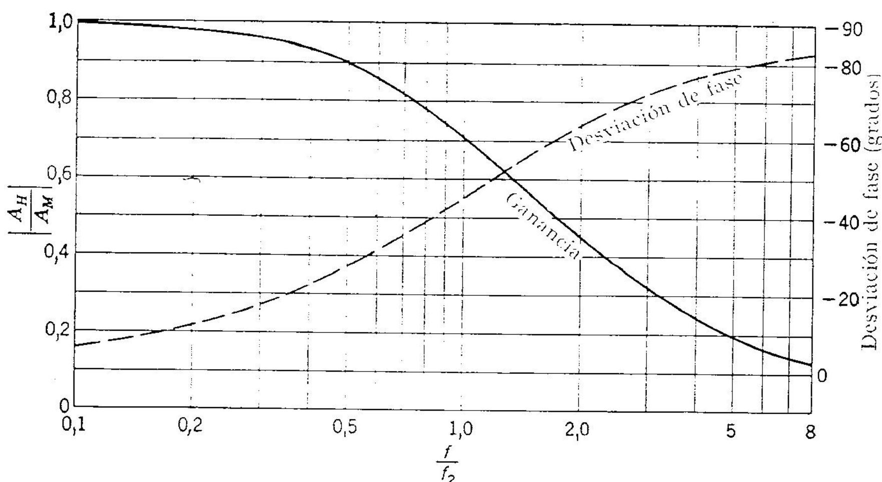


FIG. 5-8. Características universales o generalizadas de ganancia y desviación de fase en el margen de frecuencias altas del amplificador con acoplamiento RC.

la ganancia y la desviación de fase de varios circuitos amplificadores desiguales en cascada mediante simple adición de sus respectivas ganancias en decibelios y de sus ángulos de fase. Además, se dispone entonces de un método sencillo de trazar las respectivas curvas características de ganancia y se puede obtener cierta información sobre la desviación relativa de fase mediante una ojeada a la curva característica en decibelios. Teniendo en cuenta estas ventajas se explica la conveniencia de dibujar las curvas de ganancia con escala de decibelios.

Así, pues, considérese el valor en decibelios de la relación $|\mathbf{A}_H/\mathbf{A}_M|$, la cual, según la Ec. (5-16), conduce a

$$\frac{\mathbf{A}_H}{\mathbf{A}_M} \text{ en db} = 20 \log \left[\frac{1}{1 + (f/f_2)^2}\right]^{1/2}$$
$$= 10 \log \frac{1}{1 + (f/f_2)^2} = -10 \log \left[1 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2\right] \qquad (5\text{-}20)$$

Si la relación f/f_2 es pequeña respecto a la unidad, o sea, el amplificador está funcionando en el margen de frecuencias medias o cerca de este margen, entonces

$$\left.\frac{\mathbf{A}_H}{\mathbf{A}_M}\right|_{db} = 10 \log 1 = 0 \text{ db}$$

lo cual pone de manifiesto que el *nivel de referencia* es el nivel de ganancia correspondiente a las frecuencias medias, o sea, cero decibelios.

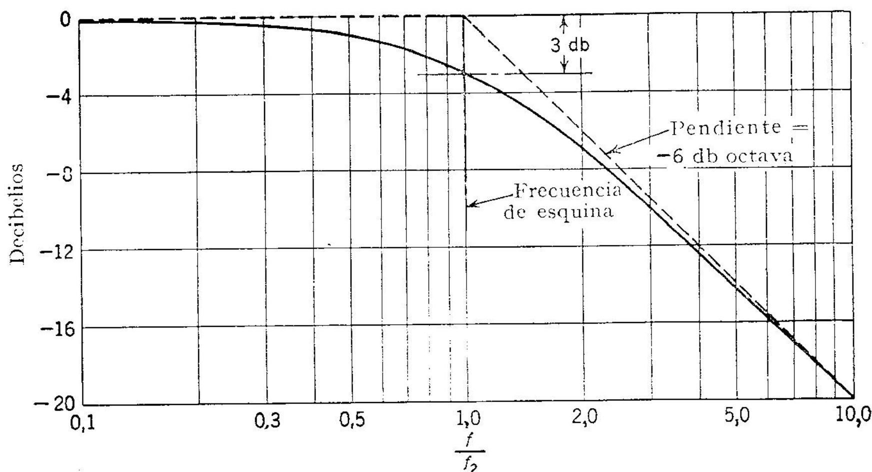


FIG. 5-9. Ganancia en decibelios, en función de f/f_2, en la respuesta a frecuencias altas.

Si $f/f_2 = 1$, la ecuación se convierte en

$$\left|\frac{\mathbf{A}_H}{\mathbf{A}_M}\right|_{db} = 10 \log \frac{1}{2} = -10 \log 2 = -3{,}01 \text{ db}$$

es decir, en este punto de la característica, la ganancia está 3 db *por debajo* (menos) del nivel correspondiente a frecuencias medias tomado como referencia. Se pueden tomar otros valores de f/f_2 y calcular las ganancias de la Tabla 5. Con estos valores se construye una curva, como la de la Fig. 5-9.

Si el amplificador está funcionando con una frecuencia bastante alta, tal que $(f/f_2)^2 \gg 1$, se tiene

$$\left|\frac{\mathbf{A}_H}{\mathbf{A}_M}\right|_{db} = 10 \log \frac{1}{(f/f_2)^2} = -20 \log \frac{f}{f_2} \tag{5-21}$$

La Ec. (5-21) es la de la asíntota a la curva de la ganancia en frecuencias altas de la Tabla 5 para grandes valores de f/f_2, es decir, la función a

que tiende la ganancia en decibelios, como función de la frecuencia, cuando ésta crece indefinidamente. Puede verse que la Ec. (5-21) es la de una recta si se representa en gráfica semilogarítmica («semilog»), o sea, en una gráfica decibelios-frecuencia (con escala logarítmica para las frecuencias) y que esta recta pasa por el punto $f/f_2 = 1$; 0 db, de la Fig. 5-9, por lo cual, en esta figura dicha recta es la recta inclinada de trazos. La frecuencia para la que $f/f_2 = 1$, se llama a veces *frecuencia de esquina*, debido a la intersección de la horizontal de 0 db con la asíntota de frecuencias altas, que tiene lugar precisamente a esa frecuencia, y en forma de ángulo. También se deduce, observando la Ec. (5-21), que la asíntota tiene una pendiente de — 20 db por década de frecuencias (década es la variación de frecuencia obtenida multiplicando la frecuencia por 10), que equivale a una pendiente de — 6 db por octava de frecuencia.

TABLA 5. GANANCIA EN DECIBELIOS PARA FRECUENCIAS ALTAS

f/f_2	*Ganancia en db*	f/f_2	*Ganancia en db*
0,1	— 0,04	1,5	— 5,12
0,2	— 0,18	2,0	— 7,0
0,3	— 0,38	3,0	— 10,0
0,5	— 0,96	5,0	— 14,1
0,7	— 1,73	8,0	— 18,1
1,0	— 3,01	10,0	— 20,0

Resumiendo las propiedades del gráfico decibelios-frecuencia:

1. Para $f/f_2 < 1$, la característica de ganancia tiende asintóticamente a la horizontal de cero decibelios, o sea, a la de referencia, al disminuir la frecuencia f.

2. Para $f/f_2 = 1$, la ganancia es de — 3 db.

3. Para $f/f_2 > 1$, la ganancia disminuye, aproximándose asintóticamente a una pendiente de — 6 db por octava.

El trazado de una curva característica de ganancia, teniendo en cuenta las propiedades anteriores, es relativamente sencillo, ya que la asíntota inclinada pasa por el punto $f/f_2 = 1$; 0 y baja con una pendiente de — 20 db por década o, lo que es lo mismo, con una pendiente de — 6 db por octava. La curva característica puede completarse rápidamente, en forma aproximada, con un trazado a mano alzada.

TABLA 6. GANANCIA EN DECIBELIOS PARA FRECUENCIAS BAJAS

f/f_1	*Ganancia en db*	f/f_1	*Ganancia en db*
0,1	— 20,0	1,5	— 1,61
0,2	— 14,1	2,0	— 0,96
0,3	— 10,7	3,0	— 0,42
0,5	— 7,0	5,0	— 0,18
0,7	— 4,8	8,0	— 0,07
1,0	— 3,0	10,0	— 0,04

La Ec. 5-11), que da $|A_L/A_M|$, es de forma similar a la de la ganancia relativa en frecuencias altas y, por tanto, su expresión en decibelios es

$$\left|\frac{A_L}{A_M}\right|_{db} = 20 \log \left[\frac{1}{1+(f_1/f)^2}\right]^{1/2} = -10 \log \left[1+\left(\frac{f_1}{f}\right)^2\right] \quad (5\text{-}22)$$

Un camino análogo define una frecuencia de esquina $f_1/f = 1$ y una asíntota para frecuencias bajas que tiene una pendiente descendente de — 6 db por octava o una pendiente ascendente de + 6 db por octava, cuando se considera como función de la variable f/f_1 pero cre-

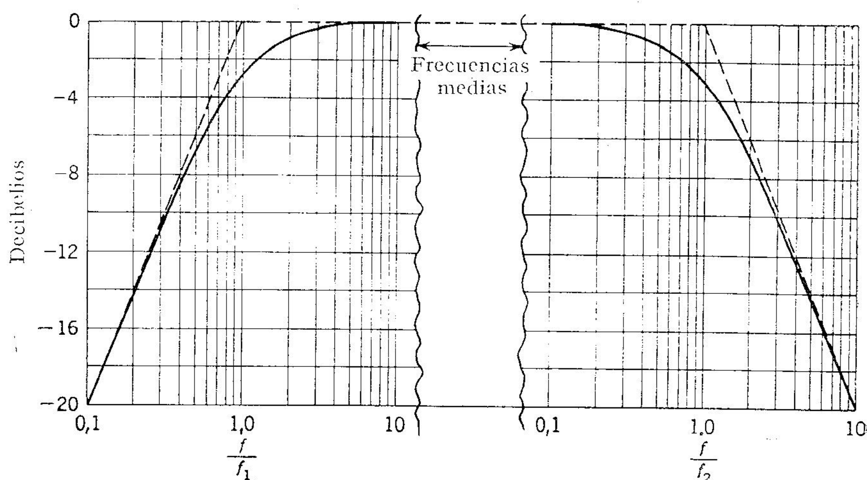


FIG. 5-10. Zonas generalizadas (universales) de la característica de ganancia en decibelios del amplificador con acoplamiento RC.

ciente, como en la Tabla 6. El método queda más ilustrado con la combinación de las distintas zonas de la característica según se ha hecho en la Fig. 5-10 para el amplificador de acoplamiento RC.

Si en cascada con el primero, funciona un segundo amplificador, la ganancia total, en decibelios, es la suma de las ordenadas correspondientes a cada frecuencia. La curva característica de un amplificador compuesto de dos etapas idénticas habrá descendido — 6 db en la frecuencia de esquina de una etapa y la asíntota del conjunto de los dos pasos tendrá una pendiente de — 12 db por octava. La Fig. 5-11 muestra cómo cambian las curvas de respuesta de amplificadores constituidos por distintos números de etapas idénticas en cascada.

En el margen de frecuencias en el cual es grande $(f/f_2)^2$, o sea, donde la característica de ganancia se aproxima a la pendiente asintótica, el ángulo de fase de un amplificador de una sola etapa de acoplamiento RC se acercará a 90° (— 90° para la respuesta a frecuencias bajas). En un amplificador de dos etapas iguales, la asíntota tiene una pendiente

de — 12 db por octava y cuando la característica de ganancia se aproxima a esta asíntota, el ángulo de fase estará próximo a los 180° (ó a — 180° en el caso de frecuencias bajas). De esta manera, de la curva de respuesta de frecuencia del régimen permanente, se puede adquirir cierto conocimiento sobre el ángulo de fase.

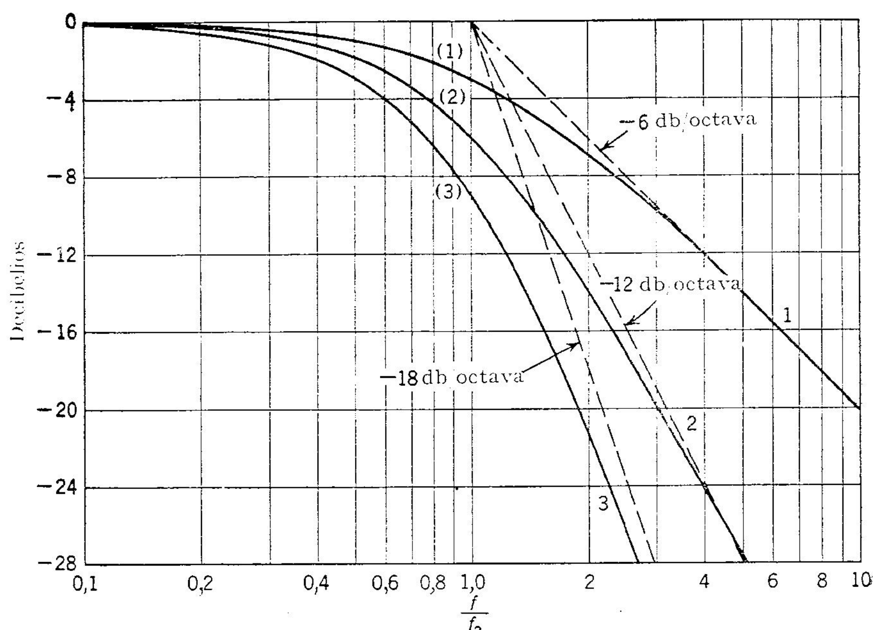


FIG. 5-11. Respuestas de amplificador RC de n etapas idénticas para $n = 1, 2$ y 3.

5-4. Circuitos RC para modificación de la anchura de banda. Mediante sencillas redes RC, es posible reducir la respuesta de un amplificador en el extremo de frecuencias bajas o en el de frecuencias altas del margen de dicho amplificador. O bien, sacrificando la ganancia en el margen de frecuencias requerido, se puede extender algo dicho margen en cualquiera de los dos extremos. Esto se logra combinando la parte descendente de la curva característica de ganancia del amplificador con una parte igual, pero ascendente, de la característica correspondiente a un circuito RC.

Hay una gran variedad de circuitos posibles, dos de los cuales son los de la Fig. 5-12. Estos pueden analizarse mediante los métodos de las frecuencias de esquina y pendientes de las asíntotas de la Sec. 5-3. El circuito de la Fig. 5-12a recorta la respuesta en frecuencias altas, aparentando, así, que se eleva la respuesta a frecuencias bajas, siendo la relación de tensiones

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = \frac{1 + j\omega R_2 C}{1 + j\omega C(R_1 + R_2)} \qquad (5\text{-}23)$$

Para hallar los límites de ganancia en cada extremo, supóngase, primero, que ω *es muy pequeña*, con lo cual se obtiene

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = 1$$

Supóngase ahora que ω *es muy grande* y, entonces

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \alpha$$

Tomando el logaritmo y multiplicando por 20 se obtienen 0 db como nivel de referencia a frecuencias bajas y 20 log α como asíntota para

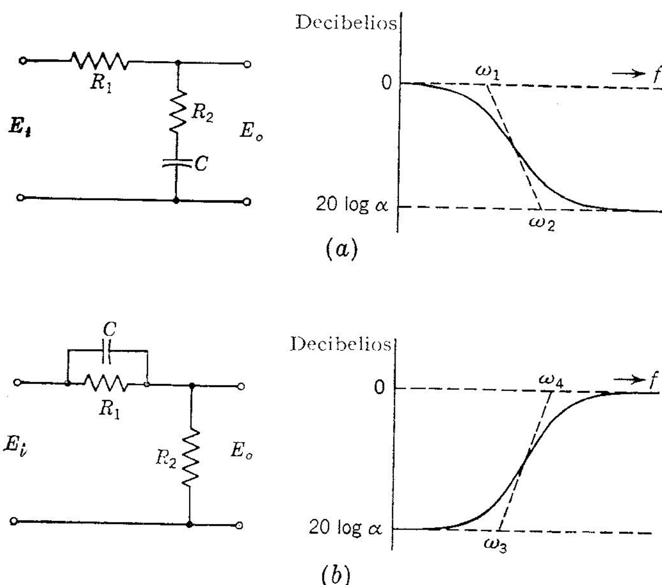


FIG. 5-12. (*a*) Circuito para elevación a frecuencias bajas o descenso a frecuencias altas. (*b*) Elevación a frecuencias altas o descenso a frecuencias bajas.

las frecuencias altas. Con ello, la elevación a las bajas frecuencias (o sea, la pérdida a las altas), en el circuito, es función de α, que es la relación de resistencias.

De la Ec. (5-23) se deduce

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = \left[\frac{1 + (\omega/\omega_2)^2}{1 + (\omega/\omega_1)^2}\right]^{1/2} \tag{5-24}$$

donde
$$\omega_1 = \frac{1}{C(R_1 + R_2)}$$
$$\omega_2 = \frac{1}{R_2 C}$$

Convirtiendo a decibelios la relación entre la salida y la entrada, se tiene

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i}\ \text{db} = 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \quad (5\text{-}25)$$

donde se observa que estos términos son análogos a los de la Ec. (5-20). Por tanto, hay una frecuencia de esquina cuando $\omega = \omega_1$, para la cual,

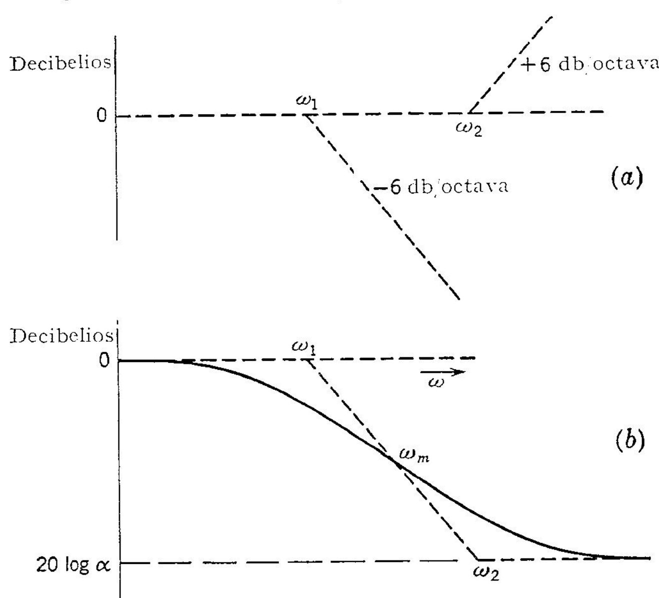


FIG. 5-13. (*a*) Frecuencias de esquina y trazado de asíntotas; (*b*) empleo de las asíntotas para obtener la respuesta de la Fig. 5-12*a*.

$|\mathbf{E}_o/\mathbf{E}_i|$ está 3 db por debajo del nivel de frecuencias bajas. De este mismo término se deduce también una asíntota de la característica de respuesta, recta cuyas ordenadas disminuyen a razón de 6 db por octava a partir del punto de intersección, correspondiente a $\omega = \omega_1$. Dicha asíntota se representa en línea de trazos en la Fig. 5-13*a*. Una segunda frecuencia de esquina se deduce del primer término del segundo miembro de (5-25) cuando $\omega = \omega_2$ y, como tiene signo positivo, esta asíntota *asciende* a razón de 6 db por octava.

La respuesta total $|\mathbf{E}_o/\mathbf{E}_i|$ es, entonces, la suma de estas dos respuestas, según se indica en la Fig. 5-13*b*. Por encima de $\omega = \omega_2$, las

dos pendientes de sentidos contrarios se anulan mutuamente, con lo cual, la asíntota de la respuesta es horizontal con una ordenada de 20 log α. Es decir, la respuesta en frecuencias altas ha descendido 20 log α db respecto a la respuesta en el extremo de frecuencias bajas. Con estas asíntotas, entonces, es posible trazar en seguida la *característica verdadera de respuesta* como la línea llena de la figura, utilizando los datos de las tablas 5 y 6 para los puntos intermedios.

El circuito constituye un medio sencillo de dar una elevación aparente a las bajas frecuencias, a costa de sacrificar la ganancia en altas frecuencias. En la técnica de servomecanismos se llama circuito de *retraso* porque la fase en la salida va atrasada respecto a la de entrada.

El circuito de la Fig. 5-12*b* funciona en forma inversa, reduciendo el margen de frecuencias bajas con respecto al de frecuencias altas. La respuesta es

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + j\omega CR_1}{1 + j\omega CR_1R_2/(R_1 + R_2)} \tag{5-26}$$

Los límites de ganancia en los extremos son, para ω *muy pequeña*,

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \alpha$$

y, para ω *muy grande*,

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = 1$$

Tomando logaritmos en la última expresión para obtener decibelios, se ve que el nivel cero de referencia se tiene a frecuencias altas. El nivel en decibelios a frecuencias bajas es 20 log α y, como α es menor que la unidad, la asíntota de la ganancia a frecuencias bajas está por debajo del cero o referencia, lo cual significa que el circuito reduce las bajas frecuencias con respecto a las altas.

La Ec. (5-26) puede escribirse en la forma

$$\left|\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i}\right| = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left[\frac{1 + (\omega/\omega_3)^2}{1 + (\omega/\omega_4)^2}\right]^{1/2} \tag{5-27}$$

donde

$$\omega_3 = \frac{1}{CR_1}$$

$$\omega_4 = \frac{R_1 + R_2}{CR_1R_2} = \frac{\omega_3}{\alpha}$$

Convirtiendo a decibelios la relación entre la salida y la entrada, se obtiene

$$\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i}_{\text{db}} = 20 \log \alpha + 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_3}\right)^2\right] - 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_4}\right)^2\right] \tag{5-28}$$

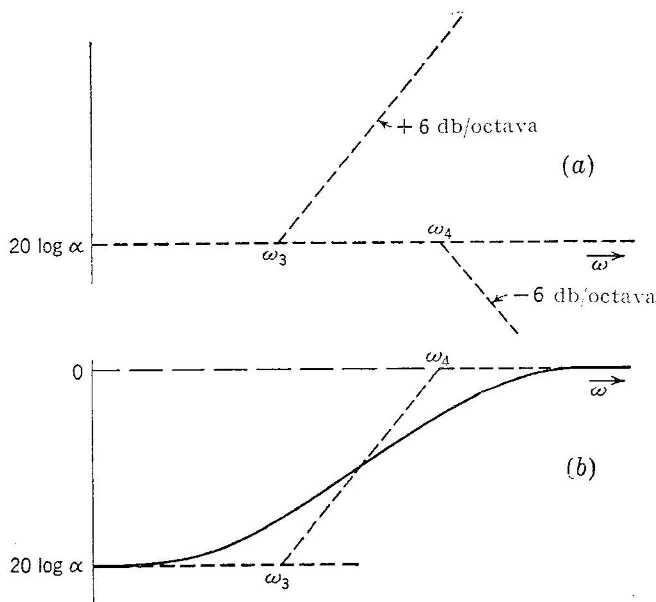


FIG. 5-14. (*a*) Frecuencias de esquina y asíntotas correspondientes a la Fig. 5-12*b*. (*b*) Respuesta del circuito.

La analogía de esta expresión con la Ec. (5-25) es evidente y la representación de las asíntotas de la Fig. 5-14*a* se deduce mediante razonamientos análogos.

Al combinarse las dos pendientes, la pendiente positiva anula a la negativa por encima de la frecuencia de esquina correspondiente a ω_4, obteniéndose la resultante de la Fig. 5-14*b*. La curva de respuesta verdadera también se ha trazado, pasando ésta por los puntos de $\pm$ 3 db correspondientes a ω_3 y ω_4. A frecuencias bajas la ganancia ha descendido respecto a la de altas en 20 log α db. En Servomecanismos se llama circuito de *adelanto*, pues la tensión de salida va adelantada en fase respecto a la de entrada.

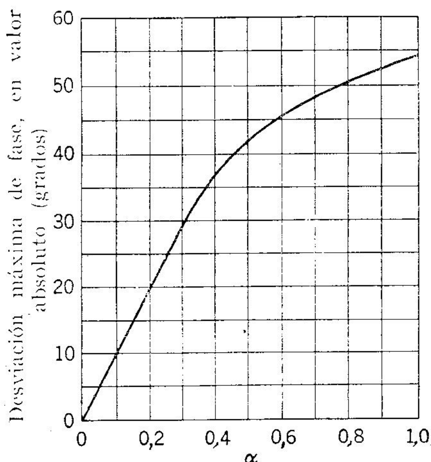


FIG. 5-15. Desviaciones máximas de fase, en valor absoluto, de los circuitos de la figura 5-12.

Estos circuitos introducen una desviación de fase que parte de cero, aumenta hasta un máximo de adelanto o de retraso y otra vez cae a cero al

aumentar progresivamente la frecuencia. La máxima desviación se tiene a

$$\omega_m = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

o

$$\omega_m = \sqrt{\omega_3 \omega_4}$$

respectivamente. Los valores de dichos máximos se representan, como funciones de α en la Fig. 5-15.

5-5. Factores que influyen en la anchura de banda de los amplificadores. La amplificación de impulsos y ondas de formas rectangular, triangular y otras que implican frecuencias de muchos millares de ciclos, requiere amplificadores con anchuras de banda considerablemente mayores de las que se necesitarían si las formas de onda fuesen sinusoidales. El diseño de amplificadores de banda muy ancha es de gran importancia para aquellos que, por otra parte, se ocupan en fenómenos de frecuencias relativamente bajas, siendo necesario adquirir ciertos conceptos fundamentales.

Como el margen de frecuencias bajas de un amplificador depende de f_1 y del condensador C de acoplamiento, puede existir un límite económico, pero no una dificultad técnica seria, en llevar f_1 a una frecuencia tan baja como se quiera. En el extremo de frecuencias altas, la capacidad en derivación $C_g = C_{pk} + C_{gk} + C_{\text{hilos de conexión}}$ constituye la reactancia limitadora y no es posible reducir ésta por debajo del límite intrínseco determinado por la suma de las capacidades C_{pk} y C_{gk} de los tubos de que se trate (se supone que son pentodos). Debido a todo esto, la anchura de banda del amplificador RC suele estudiarse y medirse en función solamente del límite de frecuencias altas.

Como los pentodos de gran g_m dan una ganancia alta y tienen capacidades de entrada pequeñas que se acercan a la C_{gk} sola, se emplean casi exclusivamente pentodos cuando se quiere extender las bandas de frecuencia mucho más arriba de los 10.000 a 20.000 ciclos del margen de audio. Si se supone que se utilizan pentodos, es posible hacer la hipótesis de que $r_p \gg R_a$ siendo R_a la resistencia de carga de placa. También se puede suponer que $R_g \gg R_a$ porque R_a normalmente debe hacerse pequeña para elevar f_2, mientras que R_g debe hacerse grande para bajar f_1.

Con estas hipótesis, la ganancia en frecuencias medias de la Ec. (5-5) se convierte en

$$A_M = -g_m R_a \qquad (5\text{-}29)$$

y la ganancia en frecuencias altas de la expresión (5-4) se transforma en

$$A_H = \frac{-g_m R_a}{1 + j\omega C_g R_a} \qquad (5\text{-}30)$$

La relación de ganancias o ganancia relativa es, entonces, para un pentodo

$$\frac{A_H}{A_M} = \left[\frac{1}{1 + (f/f_2)^2}\right]^{1/2} \tag{5-31}$$

donde

$$f_2 = \frac{1}{2\,\pi\, C_g R_a} = \text{anchura de banda en ciclos} \tag{5-32}$$

Como C_g tiene un valor mínimo que queda fijado al elegir el tubo, la única variable del circuito por la cual pueda aumentarse la anchura de banda es R_a y, para ello, debe disminuirse esta resistencia, lo cual reduce también la ganancia.

Puesto que la ganancia es proporcional a R_a y la anchura de banda es inversamente proporcional a la misma magnitud, el producto de ambas es independiente de R_a. Dicho producto *ganancia × anchura de banda* se emplea como factor figura o *cifra de mérito M*, siendo

$$M = \frac{g_m R_a}{2\pi\, C_g R_a} = \frac{g_m}{2\pi\, C_g} \tag{5-33}$$

la cual es constante para un determinado tipo de tubo. Si C_g se da en picofaradios (micromicrofaradios) y g_m en micromhos, el producto dicho, ganancia × anchura de banda, queda expresado en megaciclos. Al ser constante el producto, no es posible aumentar la anchura de banda sin un sacrificio proporcionado en ganancia y viceversa. Esto plantea un problema fundamental de límite en los amplificadores de esta clase e indica la necesidad de utilizar pentodos de alta g_m.

La tabla 7 expone unos valores de factores o cifras de mérito de algunos tipos corrientes de tubos. Para este objeto se considera $C_g = C_{pk} + C_{gk}$, pues éste representa el mínimoir reducible de las C_g de pentodos.

TABLA 7. CIFRA DE MÉRITO GANANCIA-ANCHURA DE BANDA DE ALGUNOS PENTODOS

Tipo de tubo	C_{gk} ($\mu\mu$F)	C_{pk} ($\mu\mu$F)	g_m (μmhos)	Cifra de mérito
6AG5	6,5	1,8	5.000	98
6AK5	4,0	2,8	5.100	123
6BC5	6,6	2,6	5.700	98
6AH6	10	2,0	9.000	120
6AS6	4,0	3,0	3.200	73
6AU6	5,5	5,0	5.200	80
6AC7	11	5,0	9.000	90
6AG7	13	7,5	11.000	85
6CB6	6,3	1,9	6.200	120

Si un amplificador se compone de n etapas con acoplamiento RC, conectadas en cascada, no necesariamente idénticas, la relación de ganancias totales, indicadas por primas, es

$$\left|\frac{A'_H}{A'_M}\right| = \left[\frac{1}{1 + (f/f_a)^2}\right]^{1/2} \left[\frac{1}{1 + (f/f_b)^2}\right]^{1/2} \cdots \qquad (5\text{-}34)$$

habiendo tomado la expresión para frecuencias altas solamente como ejemplo. La ganancia total de un amplificador expresada en forma de relación respecto a A_M queda, entonces, dada por un polinomio en función de las razones f/f_x, donde f_x se define en función de los parámetros de cada etapa.

Si los pasos del amplificador son todos idénticos y, para todos, $f_x = f_2$, entonces

$$\left|\frac{A'_H}{A'_M}\right| = \left[\frac{1}{1 + (f/f_2)^2}\right]^{n/2} \qquad (5\text{-}35)$$

Es posible determinar un importante factor relacionado con la anchura de banda y que aparece en la Fig. 5-11. En esta figura se ve que según va aumentando el número de etapas conectadas en cascada que componen el amplificador de tipo de acoplamiento RC, disminuye la anchura de banda definida por los puntos de semipotencia, o sea, de — 3 db, en la curva de respuesta. Si se fija una anchura de banda del amplificador total, cada etapa individual debe tener una banda considerablemente más ancha.

Tomando, de nuevo, como ejemplo, el caso de frecuencias altas, expresado por la Ec. (5-35), si f_s representa el punto de — 3db del amplificador total de n etapas, es decir, donde la relación de ganancia en tensión es $1/\sqrt{2}$, entonces

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \left[\frac{1}{1 + (f_s/f_2)^2}\right]^{n/2}$$

de la cual se deduce

$$\frac{f_s}{f_2} = \sqrt{2^{1/n} - 1} \qquad (5\text{-}36)$$

que da la frecuencia del punto de semipotencia para un amplificador de n etapas idénticas en cascada. En la Tabla 8 se encuentran valores calculados según la expresión última, los cuales demuestran que si se quiere obtener una banda ancha en el amplificador total, la anchura de banda de cada etapa tiene que aumentarse considerablemente, y la ganancia por etapa disminuir en la proporción correspondiente.

TABLA 8. VALORES RELATIVOS DE LAS FRECUENCIAS CORRESPONDIENTES A LOS PUNTOS DE —3-DB O DE SEMIPOTENCIA DE n ETAPAS IDÉNTICAS EN CASCADA

Número de etapas n	f_s/f_2	Número de etapas n	f_s/f_2
1	1,00	5	0,39
2	0,64	6	0,35
3	0,51	7	0,32
4	0,44	8	0,30

La manera de determinar el número de etapas, la ganancia por etapa y la frecuencia de semipotencia de cada etapa es algo discrecional. Será aclarada por un ejemplo.

Ejemplo. Un amplificador de varias etapas ha de tener una ganancia total de 6.000 (75 db) a frecuencias medias y la ganancia a 100.000 ciclos solamente puede ser 5 por 100 menor que el valor a frecuencias medias.

Supóngase que sean suficientes dos etapas de pentodos, con $\sqrt{6.000} = 78$ de ganancia cada una (75/2 = 37,5 db de ganancia cada una). Entonces, según la Ec. (5-35), es posible hallar las frecuencias f_2 de cada etapa, sabiendo que la ganancia total ha de ser, a 100.000 ciclos, 0,95 del valor a frecuencias medias. Así

$$\frac{A'_H}{A'_M} = 0,95 = \left[\frac{1}{1 + (f/f_2)^2}\right]^{2/2}$$

$$\frac{f}{f_2} = 0,223$$

y, como $f = 100.000$, entonces $f_2 = 450.000$ ciclos es la frecuencia correspondiente a potencia mitad en cada etapa. La elección del tubo es arbitraria, pero puede ensayarse un pentodo corriente, el 6AU6. La Tabla 7 da $C_{gk} + C_{pk} = 10,5\mu\mu F$ y, admitiendo una capacidad parásita de 10 $\mu\mu F$, se tiene $C_g = 20,5$ $\mu\mu F$. Entonces, como

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_g R_a}$$

$$R_a = \frac{1}{2\pi \times 20,5 \times 10^{-12} \times 450.000} = 17.200 \text{ ohmios}$$

La ganancia por etapa a frecuencias medias es, por tanto,

$$A_M = -g_m R_a = -5.200 \times 10^{-6} \times 17.200 = 89$$
$$\text{Ganancia total} = 89^2 = 7.900$$
$$= 78 \text{ db}$$

El exceso de ganancia puede ser satisfactorio, o bien puede disminuirse R_a ligeramente para reducir la ganancia, mejorando con ello, también ligeramente, la anchura de banda.

5-6. Compensación en frecuencias bajas de amplificadores de acoplamiento RC. Se ha dicho que es posible técnicamente extender la respuesta en frecuencias bajas de un amplificador de acoplamiento RC hasta una frecuencia tan baja como se quiera. Esto puede hacerse, por supuesto, por las técnicas de acoplamiento directo del Cap. 8,

pero en procedimientos de acoplamiento de c. a. puede exigir un condensador de acoplo que es caro y demasiado grande físicamente.

El circuito de la Fig. 5-16 proporciona una impedancia de carga de placa que crece al disminuir la frecuencia y puede compensar la reducción de ganancia producida por el condensador C. Suponiendo que se emplea un pentodo, entonces, R_g y r_p son grandes con relación a R_a y el efecto de shunt de C y R_g en el valor absoluto de la impedancia de carga es despreciable. Sin embargo, C y R_g introducen una caída de tensión y una desviación de fase.

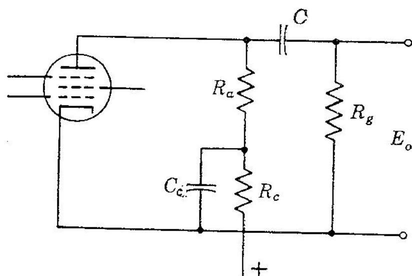


FIG. 5-16 Red de compensación para mejorar la respuesta en frecuencias bajas.

En esencia, la carga de ánodo se compone de R_a y C_c en serie, por lo cual, tendrá una impedancia creciente al disminuir la frecuencia. La resistencia R_c se pone simplemente para facilitar una derivación de c. c. a la corriente de placa y debe ser grande comparada con la reactancia de C_c. Como esto último no puede ser verdad para alguna frecuencia extremadamente baja, la resistencia R_c produce un límite en la efectividad de la compensación a esa frecuencia muy baja.

Del circuito equivalente del pentodo, se deduce

$$\mathbf{A}_L = -g_m\left(R_a - \frac{jR_c/\omega C_c}{R_c - j/\omega C_c}\right)\frac{R_g}{R_g - j/\omega C}$$

La resistencia R_c $1/\omega C_c$, con lo que

$$\mathbf{A}_L = -g_m\left(\frac{\omega C_c R_a - j}{C_c}\right)\left(\frac{CR_g}{\omega CR_g - j}\right) \tag{5-37}$$

Con las hipótesis hechas puede verse que si

$$C_c R_a = CR_g$$

la ganancia en frecuencias bajas será independiente de la frecuencia. Esto equivale a decir que la constante de tiempo del circuito de acoplamiento sería igual a la constante de tiempo $C_c R_a$.

El ángulo de fase de la ganancia es

$$\phi = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\omega(C_c R_a - CR_g)}{1 + \omega^2 CC_c R_a R_g} \tag{5-38}$$

y, otra vez, si

$$C_c R_a = CR_g$$

al ángulo de fase será cero que es la característica deseada. La igualdad correcta de estas dos constantes de tiempo compensarán el efecto del condensador de acoplamiento.

5-7. Compensación en frecuencias altas de amplificadores de acoplamiento *RC*. Es posible subir considerablemente el límite superior del margen de frecuencias de un amplificador de acoplamiento *RC*. Se ha utilizado gran variedad de circuitos de carga de placa para

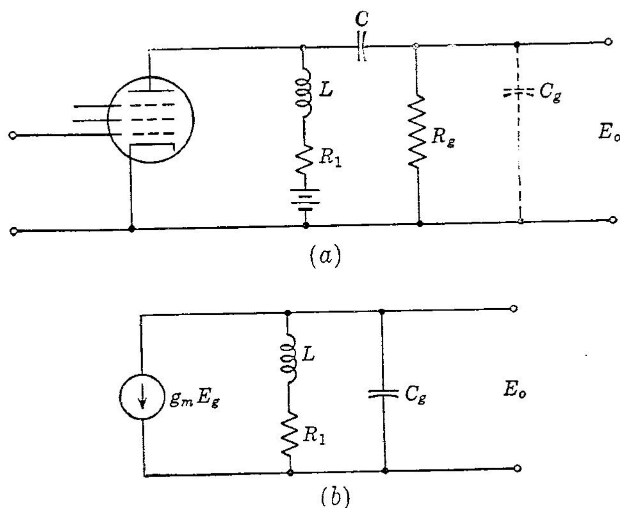


Fig. 5-17. (*a*) Circuito compensado por derivación. (*b*) Circuito equivalente del (*a*)

este objeto, pero aquí se tratarán solamente dos de las formas más simples.

El circuito *compensado por derivación* de la Fig. 5-17*a* es un tipo que se utiliza para elevar el límite de la respuesta a frecuencias altas de un amplificador de acoplamiento *RC*. En este circuito, se conecta, en la carga de placa, una inductancia L en paralelo con C_g, para contrarrestar el efecto de esta capacidad C_g que reduce la impedancia de carga a frecuencias altas. Como se supone que se trata de pentodos y R_g será muy grande comparada con las derivaciones constituidas por el circuito de placa y por C_g, la ganancia puede expresarse partiendo del circuito equivalente para frecuencias altas de la Fig. 5-17*b*, como

$$A_H = -g_m \frac{(R_1 + j\omega L)(-j/\omega C_g)}{R_1 + j\omega L - j/\omega C_g}$$

$$= -g_m R_1 \frac{\omega L/R_1 - j}{\omega C_g R_1 + j(\omega^2 L C_g - 1)} \qquad (5\text{-}39)$$

El valor absoluto de esta ganancia es

$$|\mathbf{A}_H| = -g_m R_1 \sqrt{\frac{1 + \omega^2 L^2/R_1}{1 + \omega^2(C_g^2 R_1^2 - 2LC_g) + \omega^4 L^2 C_g^2}}$$

En el amplificador no compensado, en el cual es $L = 0$, la frecuencia superior correspondiente a la potencia mitad se define, según la Ecuación (5-14), por

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_g R_1}$$

y, teniendo en cuenta esta expresión, la ecuación anterior de $\mathbf{A}_H$ puede transformarse en

$$|\mathbf{A}_H| = -g_m R_1 \sqrt{\frac{1 + (L^2/C_g^2 R_1^4)\,(f/f_2)^2}{1 + (1 - 2L/C_g R_1^2)\,(f/f_2)^2 + (L^2/C_g^2 R_1^4)\,(f/f_2)^4}} \qquad (5\text{-}40)$$

Si el numerador y el denominador del radicando último fuesen funciones idénticas de la frecuencia, entonces, $\mathbf{A}_H$ sería constante al variar la frecuencia. Es evidente, al observar la expresión anterior, que esto no puede conseguirse. Sin embargo, pueden igualarse los coeficientes de los términos de segundo orden, dejando que, solamente, el término en $(f/f_2)^4$ pueda modificar la característica de ganancia-frecuencia y, esto, para valores extremos de la frecuencia. Al igualar los coeficientes dichos, aparecerá una condición conveniente que relacione a L, C_g y R_1. Así,

$$\frac{L^2}{C_g^2 R_1^4} = 1 - \frac{2L}{C_g R_1^2} \qquad (5\text{-}41)$$

de la cual

$$\frac{L}{C_g R_1^2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

Tomando el signo más, ya que todas las magnitudes del primer miembro son positivas, se puede definir un nuevo parámetro a por

$$a = \frac{L}{C_g R_1^2} = 0{,}414 \qquad (5\text{-}42)$$

como condición de uniformidad máxima (aplanamiento máximo) de la curva de respuesta. Puesto que C_g queda fijado al elegir el tubo y R_1 es determinado por la ganancia requerida a frecuencias medias, el valor necesario de L puede hallarse por

$$L = 0{,}414 C_g R_1^2 \qquad (5\text{-}43)$$

En la Fig. 5-18 se han trazado algunas curvas de respuesta para varios valores del parámetro a. Aunque $a = 0{,}414$ da una respuesta

sin ninguna elevación sobre el valor de frecuencias medias, puede verse que $a = 0{,}45$ mejora la anchura de banda si puede tolerarse una ligerísima elevación de la respuesta. Debe recordarse que si se emplean n etapas, la elevación dicha quedará aumentada por el factor n.

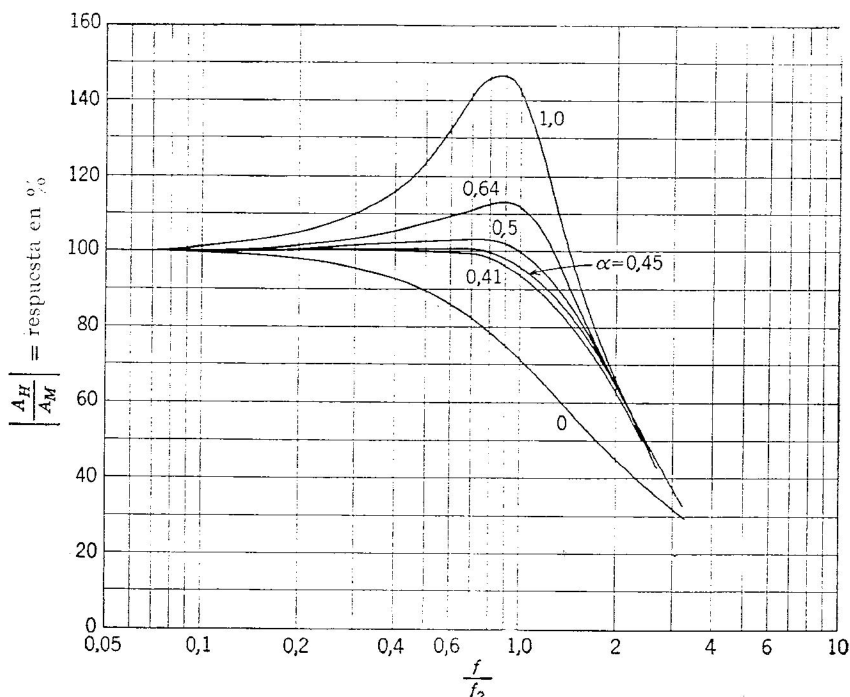


Fig. 5-18. Respuesta de amplificador compensado por derivación, para varios valores de a.

El ángulo de fase de la ganancia puede deducirse de la Ec. (5-39), obteniendo

$$\phi = -\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\omega^3 L^2 C_g}{R_1} + \omega C_g R_1 - \frac{\omega L}{R_1}\right) \tag{5-44}$$

y, después de hacer transformaciones para introducir f_2 y a en la última ecuación, se llega a

$$\phi = -\operatorname{tg}^{-1}\frac{f}{f_2}\left[a^2\left(\frac{f}{f_2}\right)^2 - a + 1\right] \tag{5-45}$$

Un criterio o norma a seguir para obtener una conveniente respuesta de fase, o sea, convenientes propiedades de retardo en tiempo, es que $d\phi/df$ sea constante, es decir, que la desviación de fase sea proporcional a la frecuencia. De esta manera puede examinarse la Ec. (5-45) divi-

diendo ϕ por f/f_2 y representando el primer miembro, así resultante, en función de f/f_2 para distintos valores de a, como se ha hecho en la Fig. 5-19.

Puede verse que la menor variación de ϕ respecto de f/f_2 se tiene para $a = 0{,}32$. Derivando en la Ec. (5-45) e igualando coeficientes, se comprueba que este valor de a es el requerido para retardo constante en tiempo. Es evidente que no hay un valor único de a con el que se pueda conseguir simultáneamente ganancia uniforme y retardo constante en tiempo. Por ello se considera, a veces, satisfactorio el valor de compromiso de $a = 0{,}37$.

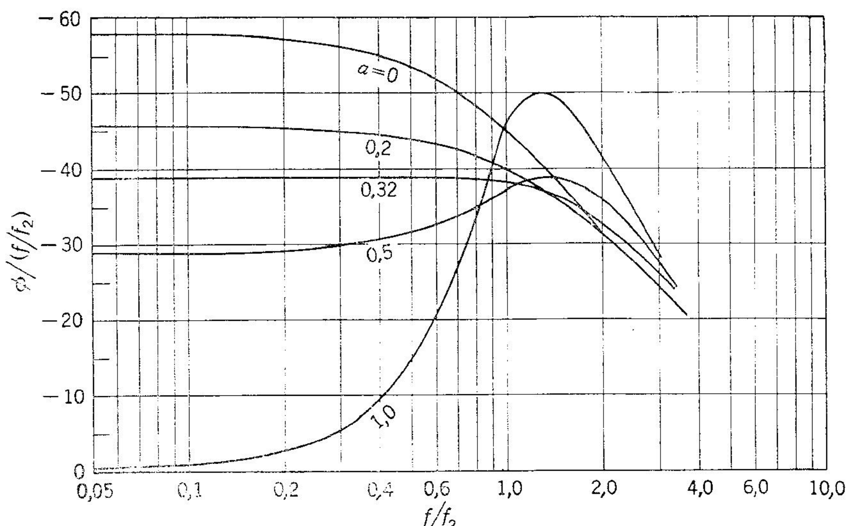


FIG. 5-19. Desviación de fase del amplificador compensado por derivación.

El circuito de la Fig. 5-20a resulta conectando una inductancia L en serie con la capacidad limitadora C_{in} de la etapa amplificadora siguiente y dicho circuito se llama amplificador *compensado en serie.* Según el circuito equivalente para frecuencias altas de la Fig. 5-20b, en el cual C_2 suele representar la C_{in} de la etapa siguiente, puede hallarse la ganancia por

$$\mathbf{A}_H = -g_m \frac{[-jR_1/(\omega C_1 R_1 - j)](j\omega L - j/\omega C_2)}{[-jR_1/(\omega C_1 R_1 - j)] + j(\omega L - 1/\omega C_2)}\left(\frac{-1}{\omega^2 L C_2 - 1}\right)$$

Esta expresión se reduce a

$$\mathbf{A}_H = -g_m R_1 \frac{j}{\omega^3 L C_1 C_2 R_1 - \omega R_1 (C_1 + C_2) - j(\omega^2 L C_2 - 1)} \tag{5-46}$$

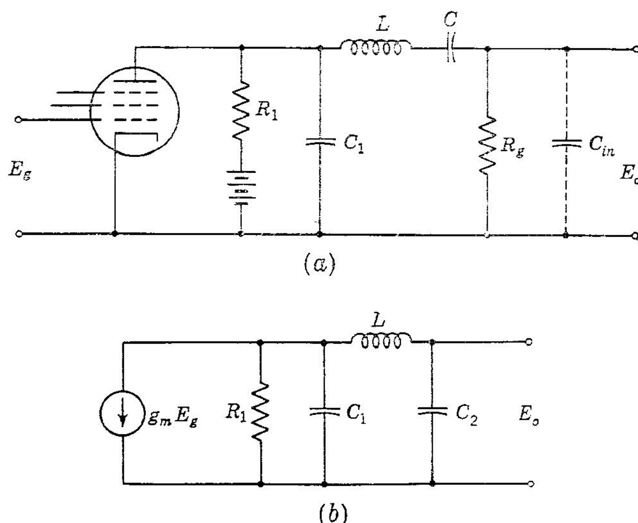


FIG. 5-20. (a) Amplificador de acoplamiento RC compensado en serie. (b) Circuito equivalente para frecuencias altas.

Después de utilizar la definición

$$f_2 = \frac{1}{2\pi R_1(C_1 + C_2)}$$

que es la f_2 en la etapa no compensada, es decir, para $L = 0$ y es análoga a la f_2 empleada en el circuito compensado por derivación, el valor absoluto de la ganancia puede expresarse según

$$|A_H| = -g_mR_1\left\{1 + \left[1 - \frac{2LC_2}{R_1^2(C_1 + C_2)^2}\right]\left(\frac{f}{f_2}\right)^2 + \left[\frac{L^2C_2^2}{R_1^4(C_1 + C_2)^4} - \frac{2LC_1C_2}{R_1^2(C_1 + C_2)^3}\right]\left(\frac{f}{f_2}\right)^4 + \left[\frac{L^2C_1^2C_2^2}{R_1^4(C_1 + C_2)^6}\right]\left(\frac{f}{f_2}\right)^6\right\}^{-1/2} \quad (5\text{-}47)$$

Para que la ganancia tenga la máxima uniformidad posible es conveniente que

$$1 - \frac{2LC_2}{R_1^2(C_1 + C_2)^2} = 0 \quad (5\text{-}48)$$

$$\frac{L^2C_2^2}{R_1^4(C_1 + C_2)^4} - \frac{2LC_1C_2}{R_1^2(C_1 + C_2)^3} = 0 \quad (5\text{-}49)$$

que resultan al igualar a cero los coeficientes de los términos de segundo y cuarto grado. El término en $(f/f_2)^6$ permanece efectivo y limita la respuesta a frecuencias extremas.

Las dos ecuaciones anteriores pueden simplificarse para convertirse en

$$2LC_2 = R_1^2(C_1 + C_2)^2$$
$$LC_2 = 2C_1R_1^2(C_1 + C_2)^2$$

Dividiendo miembro a miembro las últimas ecuaciones, se obtiene que para máxima uniformidad en la respuesta un parámetro m debe tener el valor

$$m = \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 0{,}25 \qquad (5\text{-}50)$$

Esto equivale a que las capacidades deben estar en la relación $C_1/C_2 = 0{,}33$. Puede también determinarse un segundo parámetro de diseño q mediante

$$q = \frac{\omega_2 L}{R_1} = 2\frac{C_1}{C_2} \qquad (5\text{-}51)$$

y q vale 0,667 para el valor óptimo de $C_1/C_2 = 0{,}333$. La inductancia serie puede calcularse por

$$L = qR_1^2(C_1 + C_2) \qquad (5\text{-}52)$$

Para el ángulo de fase de la ganancia, si se hace intervenir f_2, se obtiene

$$\phi = -\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{f}{f_2}\right)\left[\frac{(f/f_2)^2LC_1C_2/(C_1 + C_2) - R_1^2(C_1 + C_2)^2}{R_1^2(C_1 + C_2)^2 - (f/f_2)^2LC_2}\right] \qquad (5\text{-}53)$$

Tomando la $d\phi/df$ e igualando coeficientes, puede verse que es posible un retardo en tiempo relativamente constante para los siguientes valores de los parámetros: $m = 0{,}17$ y $q = 0{,}48$.

Como los condensadores C_1 y C_2 es conveniente que representen solamente a C_{pk} y C_{gk}, respectivamente, y puede ocurrir que estas capacidades no estén en la relación requerida de 1 : 3, resulta que no siempre es posible lograr en este circuito las mejores condiciones. Por supuesto, podría añadirse alguna capacidad en paralelo con uno u otro de ellos para alcanzar la relación 1 : 3, pero ello disminuiría f_2 y reduciría la anchura de banda posible. En la Fig. 5-21 se representa una curva característica del funcionamiento del circuito compensado en serie para unos valores de compromiso $m = 0{,}20$ y $q = 0{,}56$. Si se encuentra que C_1 y C_2 están en esta relación de 1 : 4, entonces el funcionamiento del circuito compensado en serie es aproximadamente igual al del compensado por derivación. Ambos presentan una impor-

tante mejora en anchura de banda y en respuesta de fase con respecto al amplificador de acoplamiento RC simple.

Se emplean también otros circuitos más complejos que tienen elementos adicionales. Al aumentar el número de éstos, se hace posible cumplir más condiciones de limitación de diseño de manera que estos circuitos más complicados darán mejor funcionamiento aún que las dos formas simples tratadas aquí. Sin embargo, los métodos de análisis son similares.

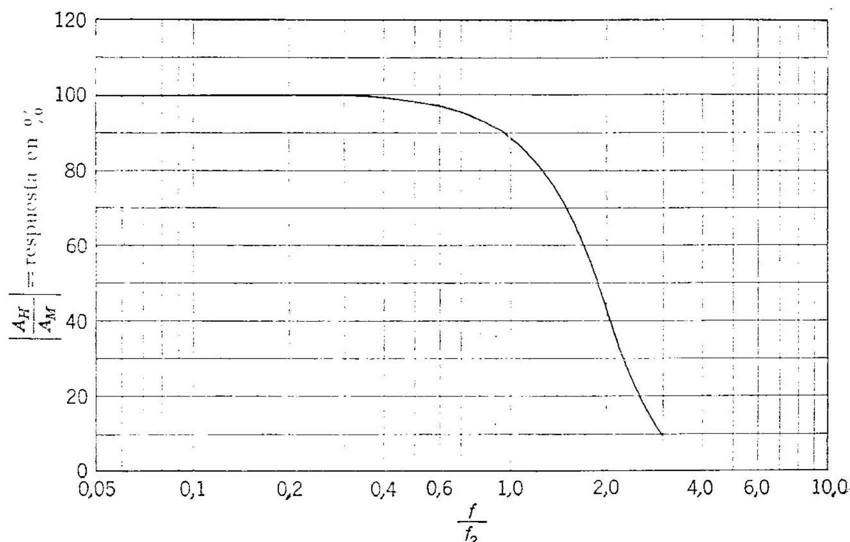


FIG. 5-21. Respuesta de amplitud de un circuito compensado en serie con $m = 0{,}20$, $q = 0{,}56$.

5-8. Respuesta a los impulsos del circuito de acoplamiento RC. Muchos equipos electrónicos emplean formas de onda distintas de la sinusoide. El análisis de frecuencia y fase del régimen sinusoidal permanente que obtenga una respuesta adecuada en un margen comprendido entre el fundamental y armónicos de orden muy alto (posiblemente hasta el de orden ciento) puede garantizar que no habrá distorsión de forma de onda para las ondas no sinusoidales, pero se obtendrá mayor garantía por el análisis de la respuesta a un impulso aislado de tensión o a una serie recurrente de tales impulsos. El estudio directo de impulsos o de ondas cuadradas indicará la naturaleza y magnitud de las restricciones que deben imponerse en el diseño para que se conserven las formas de onda de dichos impulsos.

Cuando a la entrada de un tubo que forma parte de un circuito como el de la Fig. 5-22*b*, se aplica un impulso de tensión de la forma del de la Fig. 5-22*a*, de amplitud E y duración $\delta = t_2 - t_1$, se puede determinar la señal de salida en dos etapas, consistiendo la primera

en hallar la subida en tensión debida a la aplicación inicial del impulso y la segunda en hallar la respuesta durante y después del tiempo de tensión constante del impulso. Se descubre que el *tiempo de subida,* o sea, el tiempo que tarda e_o en alcanzar el 90 por 100 de su valor final, depende de las características del circuito para las frecuencias altas y lo restante del impulso de salida depende de las características de dicho circuito para las bajas frecuencias.

Para el estudio del tiempo de subida es adecuado un circuito equivalente como el de la Fig. 5-22*c*, pues la capacidad en paralelo C_g es el factor predominante. Esta capacidad, en los pentodos, es $C_g = C_{pk} +$

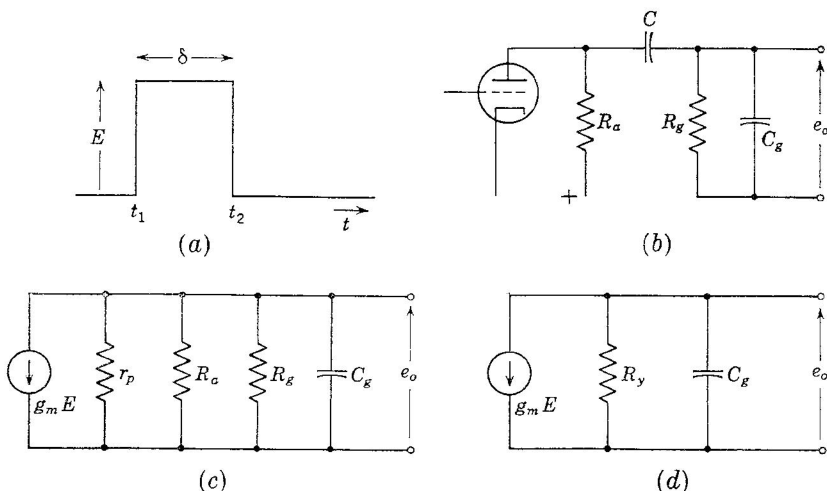


FIG. 5-22. (*a*) Impulso de entrada. (*b*) Amplificador de acoplamiento *RC*. (*c*, *d*) Circuitos equivalentes del (*b*).

$+ C_{gk}$, donde C_{pk} pertenece al primer tubo y C_{gk} al tubo siguiente. El tiempo de subida es independiente del condensador de acoplamiento C, si tiene los valores usuales, especialmente si $R_g \gg R_a$. Definiendo otra vez R_y como la resistencia equivalente de las r_p, R_a y R_g en paralelo, según se hizo en la Ec. (5-14), puede reducirse más el circuito, convirtiéndose en el de la Fig. 5-22*d*.

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito de la Fig. 5-22*d* y empleando el símbolo $p = d/dt$, se obtiene

$$\left(\frac{1}{R_y} + pC_g\right) e_o = 0$$

para $t < t_1$, y

$$\left(\frac{1}{R_y} + pC_g\right) e_o = -g_m E \tag{5-54}$$

para $t > t_1$, con el impulso de tensión de la Fig. 5-22*a* aplicado a la rejilla. Puesto que

$$e_o = \frac{q_c}{C_g}$$

donde q_c es la carga del condensador C_g en un instante cualquiera, se tiene

$$pq_c = -g_m E - \frac{q_c}{R_y C_g} \qquad (5\text{-}55)$$

Después de la separación de variables, la solución que se obtiene es

$$-g_m E - \frac{q_c}{R_y C_g} = \epsilon^{-(t - t_1 + K_1)/R_y C_g} \qquad (5\text{-}56)$$

donde t_1 es el instante en que se aplica el impulso al circuito y K_1 es una constante de integración.

Si C_g está descargado inicialmente, de manera que en $t = t_1$ es $q_c = 0$, entonces

$$-g_m E = \epsilon^{-K_1/R_y C_g}$$

con lo cual

$$q_c = -g_m E R_y C_g(1 - \epsilon^{-(t - t_1)/R_y C_g})$$

Como $e_o = q_c/C_g$, la forma de onda de la tensión de salida durante el tiempo de subida es

$$e_o = -g_m E R_y(1 - \epsilon^{-(t-t_1)/R_y C_g}) \qquad (5\text{-}57)$$

El tiempo de subida es, así, dependiente de la constante de tiempo $R_y C_g$ y la ganancia o la tensión de salida dependen, sin embargo, de R_y. Como C_g tiene un valor mínimo determinado por las capacidades de los tubos, solamente puede reducirse el tiempo de subida disminuyendo R_y, con sacrificio de la ganancia. Esto confirma el razonamiento de la Sec. 5-5.

Con pentodos 6AKZ5 que tienen $C_{gk} + C_{pk} = 6{,}8\ \mu\mu\text{F}$, suponiendo que las demás capacidades parásitas son nulas, con una resistencia de carga de 10.000 ohmios y siendo grandes r_p y R_g, la constante de tiempo será

$$R_y C_g = 10.000 \times 6{,}8 \times 10^{-12} = 0{,}068\ \mu\text{seg}$$

La subida es exponencial, según la línea $1 - \epsilon^{-t/RC}$. Esta curva tarda 2,2 constantes de tiempo en ascender al 90 por 100 de su valor final y 4 constantes de tiempo en llegar al 98 por 100. Por tanto, el tiempo de subida, definido antes, será de 0,150 μseg para el caso dicho de pentodos 6AK5 y, para el mismo caso, el 98 por 100 del valor final se alcanzará

en 0,27 μseg. La ganancia será, entonces, $-g_m R_a = -5.100 \times 10^{-6} \times 10.000 = -51$.

La constante de tiempo $R_g C_g$ es también el factor predominante al determinar f_2, o sea, la frecuencia de corte de las frecuencias altas en el régimen permanente. Como esta misma constante de tiempo determina el tiempo de subida, el emplear compensación para elevar f_2 reducirá dicho tiempo de subida. Sin embargo, el empleo de inductancia hace que el circuito compensado se convierta en uno de segundo orden, lo cual lleva como consecuencia el que pueda haber un sobreimpulso o una oscilación. Con los valores de a, m y q indicados en la Sec. 5-7 no suele presentarse un sobreimpulso importante y, sin embargo, puede conseguirse un tiempo de subida más corto.

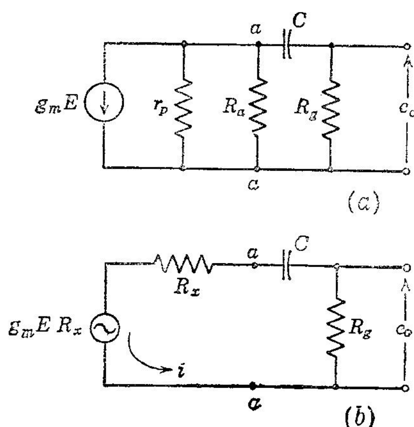


FIG. 5-23. (a) Circuito equivalente para el estudio de la respuesta a impulsos durante y después del impulso. (b) Circuito modificado del (a) mediante el teorema de Thévenin.

Con las constantes usuales de los amplificadores se supondrán cortos los tiempos de subida con relación a la duración del impulso, de forma que puede suponerse que se alcanza la tensión plena de dicho impulso y servirá de punto de partida para el estudio de la tensión de salida durante y después del citado impulso. Si no se llegase a alcanzar la plena tensión, puede tomarse, en la discusión que sigue, en lugar de E, el valor realmente alcanzado.

Para el estudio de la respuesta durante y después de la aplicación del impulso, es aceptable el circuito equivalente de frecuencias bajas de la Fig. 5-23. Utilizando el símbolo R_x para la resistencia equivalente a las r_p y R_a en paralelo, como se hizo en la Fig. 5-5, la parte existente a la izquierda de los puntos a y a puede transformarse mediante el teorema de Thévenin, convirtiéndose el generador de corriente en un generador de tensión cuyo valor es $g_m E R_x$ durante la aplicación del impulso.

Según la primera ley de Kirchhoff, para el circuito de la Fig. 5-23*b* puede escribirse

$$\frac{q_c}{C} + (R_g + R_x)i - g_m R_x E = 0 \qquad (5\text{-}58)$$

Empleando el símbolo $p = d/dt$,

$$pq_c = \frac{g_m R_x E}{R_g + R_x} - \frac{q_c}{C(R_g + R_x)} \qquad (5\text{-}59)$$

Esta ecuación es de la misma forma que la (5-55) y, por tanto, la solución puede escribirse, por analogía con la Ec. (5-56), como

$$\frac{g_m R_x E}{R_g + R_x} - \frac{q_c}{C(R_g + R_x)} = \epsilon^{-(t-t_1-K_2)/C(R_g+R_x)}$$

Se supone $q_c = 0$ en $t = t_1$, con lo cual

$$q_c = g_m R_x E C(1 - \epsilon^{-(t-t_1)/C(R_g+R_x)}) \qquad (5\text{-}60)$$

Como $i = pq$ y $e_o = -R_g i$, la tensión de salida durante el tiempo de aplicación de la tensión E del impulso será

$$e_o = -R_g i = -\frac{g_m E R_x R_g}{R_x + R_g}\epsilon^{-(t-t_1)/C(R_x+R_g)} \qquad t_1 < t < t_2 \qquad (5\text{-}61)$$

Para $t = t_2$, la expresión anterior dará la tensión de salida en el instante final de la aplicación del impulso. Observando la exponencial, se ve que si es la constante de tiempo $C\ (R_x + R_g) \gg \delta$, la tensión de salida será aproximadamente constante durante el intervalo de tiempo δ que dura el impulso y, por tanto, la onda de salida será de techo horizontal. Si la condición de la desigualdad anterior no se cumple, el techo del impulso irá en declive, o sea, *decaerá,* durante el intervalo δ.

En t_2 la tensión aplicada E se hace cero y la Ec. (5-58) se convierte en

$$\frac{q\ (t_2)}{C} + (R_g + R_x)i = 0$$

donde $q\ (t_2)$ es la carga de C en el instante t_2. Hallando $q\ (t_2)$ por la Ec. (5-60), se llega a una expresión para i, en el intervalo $t > t_2$, de la forma

$$i = -\frac{g_m E R_x}{R_x + R_g}(1 - \epsilon^{-(t_2-t_1)/C(R_x+R_g)})\,\epsilon^{-(t-t_2)/C(R_x+R_g)} \qquad t > t_2$$

La tensión de salida e_o, después de la desaparición de la tensión E del impulso, es, por tanto,

$$e_o = -R_g i = \frac{g_m E R_x R_g}{R_x + R_g}(1 - \epsilon^{-(t_2-t_1)/C(R_x+R_g)})\,\epsilon^{-(t-t_2)/C(R_x+R_g)} \qquad t > t_2 \qquad (5\text{-}62)$$

Las Ecs. (5-57), (5-61) y (5-62) son las expresiones de las tres partes de la forma de onda de salida del amplificador con acoplamiento RC cuando es excitado por un impulso rectangular. Su efecto compuesto se representa en la Fig. 5-24. En la Fig. 5-25 se presentan también varias formas de onda calculadas para distintas razones de la constante de tiempo a la duración δ del impulso. Se ha supuesto despreciable el tiempo de subida y, por ello, no se ha indicado en estas ondas últimas.

Lo ideal sería que el circuito transmitiese el impulso sin distorsión y que la tensión de salida fuese cero después del instante $t = t_2$, final de dicho impulso. El impulso de salida tendrá techo horizontal o tendrá una inclinación o decaimiento despreciable si la constante de tiempo $C\ (R_x + R_g)$ es grande respecto a δ. Con esta misma condición el paréntesis de la Ec. (5-62) será pequeño y entonces la tensión de salida será, aproximadamente, cero para $t > t_2$, como debería ser.

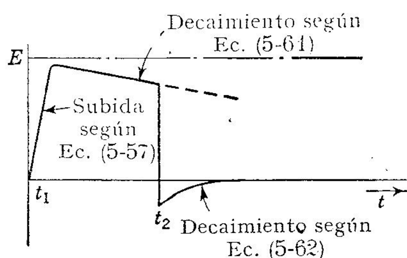


FIG. 5-24. Forma del impulso de salida.

El tiempo de subida de la tensión de salida depende de una constante de tiempo $R_y C_g$, por lo cual, un tiempo de subida corto requiere un valor pequeño de esta constante de tiempo con relación a δ. La inclinación del techo de la onda es determinada por la constante de tiempo $C(R_x + R_g)$, y de la Fig. 5-25 puede deducirse que esta constante debe ser aproximadamente de diez

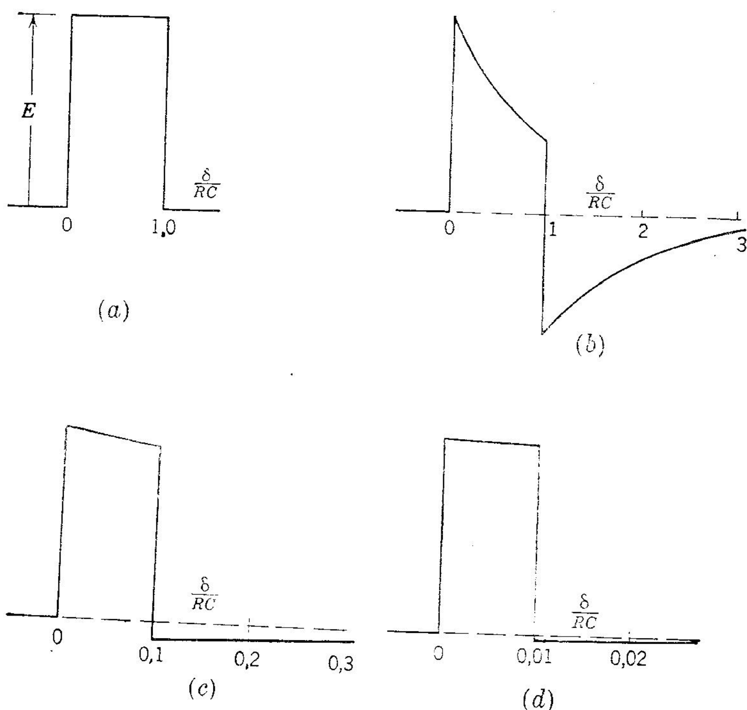


FIG. 5-25. (a) Impulso de entrada. (b) Impulso de salida para $C(R_g + R_x)/\delta = 1{,}0$. (c) Impulso de salida para $C(R_g + R_x)/\delta = 10$. (d) Impulso de salida para $C(R_g + R_x)/\delta = 100$.

a cincuenta veces la duración del impulso δ para tener una onda de salida de forma razonablemente buena. El aumento de esta constante de tiempo se encuentra limitado por el coste del condensador C, pues la magnitud máxima de R_g ordinariamente se fija por consideraciones sobre la corriente de rejilla y por lo general no puede exceder a uno o dos megaohmios.

Por tanto, las condiciones para que un impulso de tensión sufra poca distorsión son las siguientes:

1.ª Capacidad C_g en paralelo de pequeño valor y resistencia de carga R_a baja para obtener un tiempo de subida corto.

2.ª La constante de tiempo $C(R_x + R_g)$ en serie debe ser grande en relación con el intervalo δ que dura el impulso.

El tubo elegido debe tener un gran valor de g_m para obtener una ganancia alta en las condiciones normales de que R_a es pequeña.

5-9. Relaciones entre la respuesta sinusoidal y la respuesta de impulsos. La respuesta sinusoidal y la de impulsos pueden ser relacionadas fácilmente, de forma que conocida una cualquiera de ellas pueda deducirse la otra.

En la Ec. (5-9), la frecuencia f_1 se definió, para un amplificador de acoplamiento RC, según

$$f_1 = \frac{1}{2\pi C(R_x + R_g)}$$

y al tratar sobre la Ec. (5-61) se indicó que esta misma constante de tiempo $C(R_x + R_g)$ determinaba la inclinación o decaimiento del techo del impulso de salida. Si $C(R_x + R_g) \gg \delta$, el impulso tendrá el techo horizontal y llano. Un valor grande de esta constante de tiempo es también, la condición para que f_1 sea baja. Por tanto, la inclinación del techo del impulso es pequeña si f_1 es baja en la respuesta de régimen permanente sinusoidal de un amplificador

En la Ec. (5-61) se ve que el decaimiento es gobernado por el factor exponencial. Esto es, dicho factor exponencial puede desarrollarse en serie en función de la duración completa $t - t_1 = \delta$ del impulso de entrada en la forma siguiente:

$$\epsilon^{-\delta/C(R_x + R_g)} = 1 - \frac{\delta}{C(R_x + R_g)} + \frac{1}{2}\left[\frac{\delta}{C(R_x + R_g)}\right]^2 \cdots$$

Para valores de $\delta/C(R_x + R_g) \leqq 0{,}15$, la exponencial puede sustituirse, con un error pequeño, por los dos primeros términos de la serie. La Ec. (5-61) puede transformarse, entonces, en la

$$e_o \cong -\frac{g_m E R_x R_g}{R_x + R_g} + \frac{g_m E R_x R_g}{R_x + R_g}\left[\frac{\delta}{C(R_x + R_g)}\right]$$

El primer término del miembro de la derecha es la tensión de salida sin inclinación, o sea con $\delta \ll C(R_x + R_g)$. El segundo término de la derecha contribuye al decaimiento, es decir, reduce la tensión de salida. Puede hallarse ahora el descenso sufrido, en tanto por ciento, según

$$\text{Descenso en } \% \cong \frac{[g_m E R_x R_g/(R_x + R_g)]\,[\delta/C(R_x + R_g)] \times 100\ \%}{g_m E R_x R_g/(R_x + R_g)}$$
$$= \frac{\delta \times 100\ \%}{C(R_x + R_g)} \qquad (5\text{-}63)$$

Teniendo en cuenta la definición de f_1, la anterior se convierte en

$$\text{Descenso en } \% \cong 2\pi\delta f_1 \times 100\ \% \qquad (5\text{-}64)$$

y así queda relacionada la inclinación o decaimiento del techo del impulso con la frecuencia f_1 de la respuesta del régimen permanente sinusoidal.

En la Ec. (5-14) se definió la frecuencia f_2 para la respuesta de dicho régimen sinusoidal en un amplificador de acoplamiento RC, por

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_g R_y}$$

Comparando esta ecuación con la (5-57) se ve que la misma constante de tiempo está relacionada con el tiempo de subida del impulso en el amplificador. Como el término exponencial de la Ec. (5-57) asciende al 90 por 100 de su valor final en 2,2 constantes de tiempo, resulta para el *tiempo de subida definido*, de un amplificador, la expresión

$$T_R = 2{,}2 C_g R_y = \frac{2{,}2}{2\pi f_2} = \frac{0{,}35}{f_2} \qquad (5\text{-}65)$$

con lo cual quedan relacionados, entre sí, el tiempo de subida de la respuesta a impulsos y la frecuencia f_2 de la respuesta sinusoidal.

También se deduce

$$T_R f_2 = 0{,}35 \qquad (5\text{-}66)$$

que dice que el producto de la frecuencia f_2 (o anchura de banda, en la mayor parte de los casos) por el tiempo de subida, es una constante. Por tanto una frecuencia f_2 más alta lleva consigo un tiempo de subida más corto.

Puede, además, demostrarse que en un amplificador constituido por una cascada de etapas con acoplamientos RC, el tiempo de subida total viene dado por

$$T_R = \sqrt{T_a^2 + T_b^2 + T_c^2 + \dots}$$

y para n etapas idénticas

$$T_R = T_a \sqrt{n}$$

donde T_a, T_b, etc, son los tiempos de subida individuales de las etapas.

5-10. Respuesta y ensayos con ondas cuadradas. Según la Sec. anterior se ve que el funcionamiento de un amplificador en un salto de tensión indica cómo es su respuesta a frecuencias altas y el funcionamiento durante el techo llano y horizontal del impulso indica cómo es su respuesta a frecuencias bajas. Ambas clases de señal de entrada están comprendidas en forma repetida en la onda cuadrada, por lo cual la utilización de esta onda permite un medio rápido de estudio del circuito amplificador si la señal de salida se observa en un oscilógrafo de rayos catódicos.

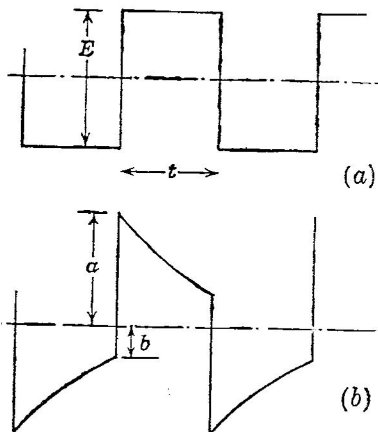


FIG. 5-26. (a) Onda cuadrada que se aplica. (b) Señal de salida de un circuito RC.

Para estudiar la respuesta a frecuencias bajas, se aplica una onda cuadrada de frecuencia un poco superior a f_1, obteniéndose una señal de salida que puede tener un aspecto como la de la Fig. 5-26 *b*. El salto en tensión se compone de dos partes: la a, por encima del eje, y la b, por debajo del mismo, de forma que

$$a + b = E$$

donde E es la amplitud del impulso aplicado al circuito de acoplamiento RC. Además se puede ver que

$$b = a\epsilon^{-\delta/C(R_x + R_g)} = a\epsilon^{-1/C(R_x + R_g)2f}$$

donde la notación (símbolos) son los de la Fig. 5-5 y donde δ es medio período de la onda cuadrada, cuya frecuencia es f. Entonces

$$a = \frac{E}{1 + \epsilon^{-1/C(R_x + R_g)2f}} \tag{5-67}$$

En la Fig. 5-27 se muestra la respuesta de un amplificador de acoplamiento RC a una onda cuadrada de 500 ciclos. Aquí se han empleado valores de 0,5, 2 y 25 de la relación de RC al semiperíodo δ y se deduce,

observando la figura, que para una reproducción verdadera de la forma de onda, la constante de tiempo RC debe ser muy larga con respecto al semiperíodo de la onda. Estas ondas de la figura establecen un criterio para la comparación visual con la respuesta a frecuencias bajas de otros amplificadores.

La respuesta a frecuencias altas puede observarse aplicando una onda cuadrada de frecuencia aproximada a la f_2. En la Fig. 5-28 se ven las formas de onda que han de esperarse con varias relaciones de δ a la constante de tiempo RC en paralelo. Se deduce, de ellas, que es conveniente una constante de tiempo $C_g R_g$ muy pequeña para reducir el tiempo de subida.

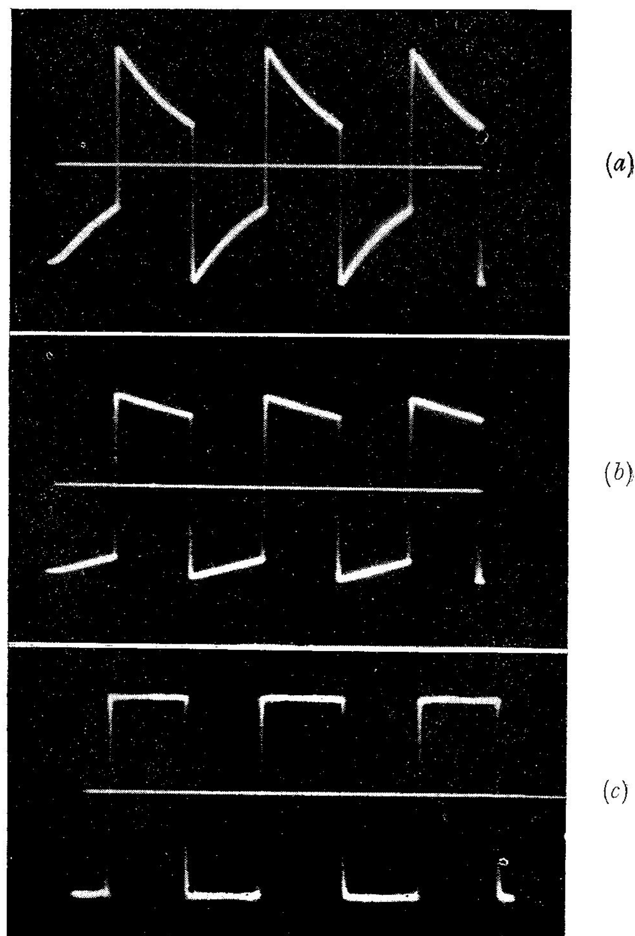
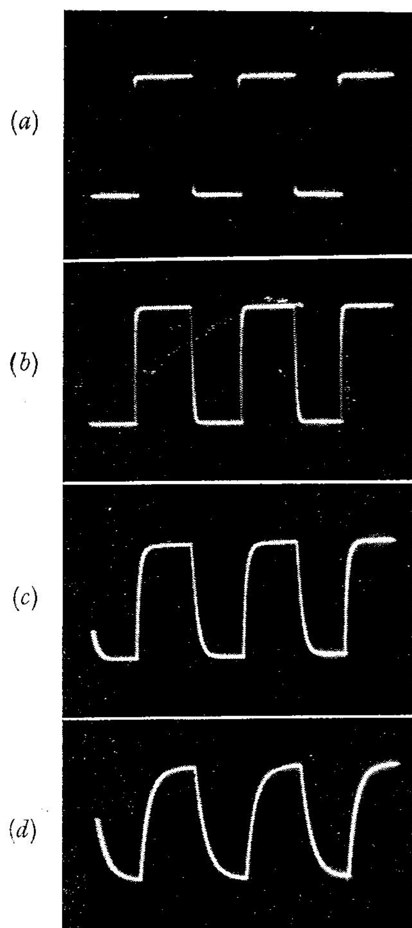


FIG. 5-27. El semiperíodo de todas las ondas es $\delta = 1.000$ μseg. (a) Respuesta con $RC / \delta = 0{,}5$. (b) Respuesta con $RC / \delta = 2$. (c) Respuesta con $RC / \delta = 25$.



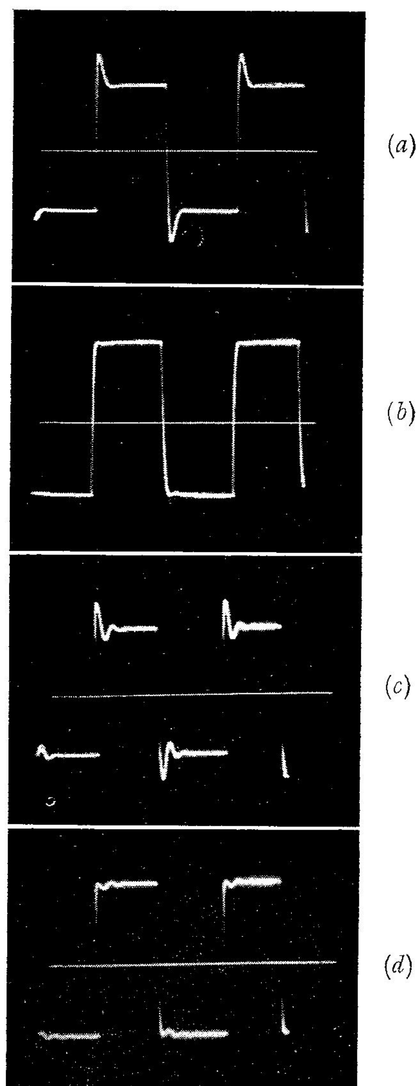


FIG. 5-28 FIG. 5-29

FIG. 5-28. Tiempo de subida de amplificador con acoplamiento RC: (*a*) Forma de onda aplicada, (*b*) $R_yC_g/\delta = 0{,}01$, (*c*) $R_yC_g/\delta = 0{,}04$, (*d*) $R_yC_g/\delta = 0{,}1$.

FIG. 5-29. (*a, b*) Respuesta a una onda cuadrada de amplificador compensado. *c, d*) Respuesta en condiciones más oscilatorias.

Es posible también un segundo tipo de respuesta a frecuencias altas si se emplea compensación inductiva para dichas frecuencias, o si tienen lugar resonancias dentro del amplificador. Pueden presentarse un sobreimpulso o una oscilación amortiguada, según sea el amortiguamiento o relación $\omega L/R$ del circuito, ya que la ecuación que representa el fenómeno se convierte en una de segundo orden. Esta forma de funcionamiento aparecerá en el oscilógrafo como una oscilación de excitación por choque en el salto y, normalmente, es indeseable, no obstante a veces puede tolerarse un sobreimpulso muy pequeño, para disminuir el tiempo de subida. En la Fig. 5-29 se ven respuestas típicas. Se puede hacer una estimación de la frecuencia de la oscilación comparándola con el período de la onda cuadrada y esta frecuencia estimada facilitará la localización del circuito o combinación de elementos que producen la oscilación.

5-11. Series de Fourier. En la Sec. anterior se consideró la respuesta a impulsos de un amplificador de acoplamiento *RC* como una tensión transitoria en función del tiempo (dominio o campo de tiempo). Este parece el método más útil de prever directamente las formas de onda que se van a encontrar en los circuitos. Sin embargo, puede obtenerse también una información valiosa suplementaria relativa a la respuesta del amplificador, si se consideran las características de un impulso bajo el punto de vista sinusoidal (dominio o campo de frecuencia). Así puede desarrollarse otra relación entre la respuesta en tiempo y la respuesta en frecuencia.

Si una sucesión de impulsos repetidos se considera como función periódica, esta función puede representarse, desde el punto de vista de la frecuencia, por una serie de un número infinito de términos, que contiene un término constante y los demás son sinusoidales y cosenoidales de velocidades angulares que son armónicos de una fundamental ω_r. La frecuencia más baja o la velocidad angular fundamental ω_r estará determinada por el ritmo de repetición, o sea, por el número de impulsos por segundo. Entonces se dice que la función está desarrollada en, o representada por, una *serie de Fourier.*

Una serie de Fourier puede escribirse en la forma

$$f(t) = A_o + a_1 \cos \omega_r t + a_2 \cos 2\omega_r t + \dots + a_k \cos k\omega_r t + \dots$$
$$+ b_1 \operatorname{sen} \omega_r t + b_2 \operatorname{sen} 2\omega_r t + \dots + b_k \operatorname{sen} k\omega_r t + \dots \quad (5\text{-}68)$$

y puede sumarse según

$$f(t) = A_o + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_r t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \operatorname{sen} k\omega_r t \quad (5\text{-}69)$$

Los coeficientes de la serie pueden calcularse mediante ciertas transformaciones e identidades trigonométricas. En la Fig. 5-30 el período está expresado como $2\pi/\omega_r$, que es igual al intervalo de repetición t_r.

Si se multiplica por dt en la ecuación (5-68) y se integra a lo largo del período comprendido entre $-\pi/\omega_r$ y $+\pi/\omega_r$, todos los términos procedentes de los que llevan senos y cosenos se anulan y queda como valor del término constante

$$A_0 = \frac{\omega_r}{2\pi}\int_{-\pi/\omega_r}^{+\pi/\omega_r} f(t)\, dt \qquad (5\text{-}70)$$

Este representa el valor medio de la función $f(t)$.

Si se multiplica en la Ec. (5-68) por $\cos k\omega_r t\, dt$ y se integra entre $-\pi/\omega_r$ y $+\pi/\omega_r$ como antes, se deduce, por relaciones trigonométricas, que todos los términos de la derecha de la igualdad se anulan, excepto el de coeficiente a_k. Con ello se obtiene un método para determinar los coeficientes de los términos de cosenos según

$$a_k = \frac{\omega_r}{\pi}\int_{-\pi/\omega_r}^{+\pi/\omega_r} f(t)\cos k\omega_r t\, dt \qquad (5\text{-}71)$$

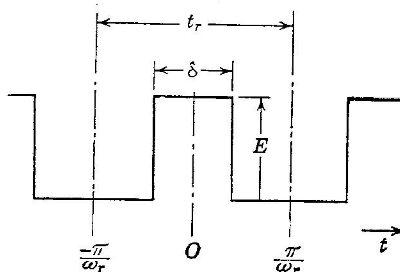


FIG. 5-30. Intervalo periódico de la serie de Fourier.

Análogas transformaciones llevan a la siguiente fórmula de los coeficientes de los términos de senos

$$b_k = \frac{\omega_r}{\pi}\int_{-\pi/\omega_r}^{+\pi/\omega_r} f(t)\,\text{sen}\, k\omega_r t\, dt \qquad (5\text{-}72)$$

En una función par se verifica $f(x) = f(-x)$ y en una función impar

$$f(-x) = -f(x)$$

Así, un coseno es una función par y un seno una impar. Si $f(t)$ fuese una función impar, en la Ec. (5-71) el producto de una función impar y de otra par daría como resultado una impar. La integral de una función impar calculada entre límites iguales en valor absoluto, pero positivo uno y negativo otro, es cero, pues la contribución positiva es anulada por la contribución negativa. Por tanto si $f(t)$ es impar, sus coeficientes a_k serán nulos, con lo cual, *una serie de Fourier que es el desarrollo de una función impar, se compone solamente de términos de senos.*

Por razonamiento análogo, si $f(t)$ es par, desaparecen los coeficientes b_k y se puede decir que *una serie de Fourier, que es el desarrollo de una función par, se compone solamente de términos de cosenos.* El término constante, que depende del valor medio de $f(t)$ en el período, puede aparecer en cualquier serie de este tipo.

Ejemplo. Hallar los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de una función del tiempo dada por una sucesión de impulsos cuadrados, o por la onda de la Fig. 5-31, que tiene una amplitud E.

Eligiendo el origen de tiempos para hacer que la onda sea una función par, la serie resultante será una de las de términos de cosenos. Por observación se aprecia que la onda tiene un valor medio, o sea, un término de c.c., $A_0 = E/2$.

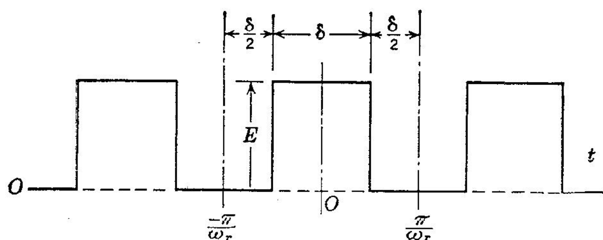


FIG. 5-31. Onda cuadrada.

Los coeficientes pueden calcularse por

$$a_k = \frac{\omega_r}{\pi} \int_{-\pi/2\omega_r}^{+\pi/2\omega_r} E \cos k\omega_r t \, dt$$

en la que se han variado los límites, comprendiendo entre ellos un semiperíodo solamente, porque en el resto del tiempo es $E = 0$. Entonces

$$a_k = \frac{\omega_r E}{\pi} \frac{\operatorname{sen} k\omega_r t}{k\omega_r} \Bigg]_{-\pi/2\omega_r}^{+\pi/2\omega_r}$$

$$= \frac{2E}{\pi k} \operatorname{sen} \frac{k\pi}{2} \tag{5-73}$$

La serie de Fourier viene dada entonces por la expresión

$$f(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi k} \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{sen} \frac{k\pi}{2} \cos k\omega_r t \tag{5-74}$$

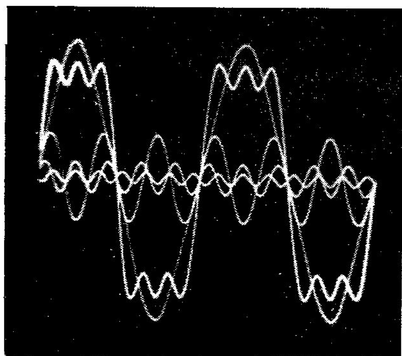


FIG. 5-32. Onda cuadrada aproximada reconstituida por los armónicos primero, tercero, quinto y séptimo.

y algunos de los primeros términos del desarrollo pueden escribirse

$$f(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi} \cos \omega_r t - \frac{2E}{3\pi} \cos 3\omega_r t + \frac{2E}{5\pi} \cos 5\omega_r t - \frac{2E}{7\pi} \cos 7\omega_r t + \cdots \qquad (5\text{-}75)$$

En la Fig. 5-32 se ilustra la manera de componer una onda cuadrada, como la tratada en el ejemplo, por superposición de armónicos. Aquí, al fundamental (o primer armónico) se van sumando el tercero, quinto y séptimo. Para una reproducción fiel de la onda cuadrada se necesitarían muchos más armónicos de órdenes superiores.

Los coeficientes de los términos de las distintas frecuencias que entran en una sucesión de impulsos cuadrados, u onda cuadrada, pueden calcularse fácilmente partiendo de la serie de la Ec. (5-75) y figuran en la tabla 9. En la reproducción de una onda cuadrada el armónico de orden 55 tiene todavía una amplitud superior al 1 por 100 del fundamental y contribuye apreciablemente a componer con precisión la forma de onda deseada.

TABLA 9. AMPLITUDES RELATIVAS DE ARMÓNICOS EN UNA ONDA CUADRADA

(Amplitud del impulso: $E = 1$)

Armónico de orden	*Amplitud*	*Armónico de orden*	*Amplitud*
Fundamental	0,636	25	0,025
3	—0,212	35	—0,018
5	0,127	45	0,014
7	—0,091	55	—0,011
9	0,070	65	0,0098
11	—0,058	75	—0,0085
13	0,049	85	0,0075
15	—0,042	95	—0,0067

Un signo menos en el armónico significa una inversión de fase de ese armónico.

5-12. Análisis de un impulso rectangular recurrente. El desarrollo en serie de Fourier permite dar una interpretación sinusoidal de cualquier función periódica del tiempo que se aplique a un amplificador. La componente correspondiente a cada frecuencia será transformada por la ganancia a esa frecuencia, siendo el resultado una serie que da las frecuencias y sus amplitudes y ángulos de fase correspondientes que se encuentran en la salida del amplificador.

Si la respuesta en frecuencia del amplificador es tal que alguna de las componentes de frecuencias superiores que entran a formar parte del impulso de entrada no son amplificadas tanto como las otras, entonces, los impulsos de salida no tendrán la misma forma que los impulsos de entrada. El grado de importancia que cada armónico tiene en la composición de la forma del impulso depende de la amplitud relativa de ese armónico comparado con el fundamental. El defecto en la

amplificación justa de un armónico de amplitud grande tendrá más efecto en la forma de onda del impulso que el producido por la amplificación incorrecta de un armónico de amplitud pequeña.

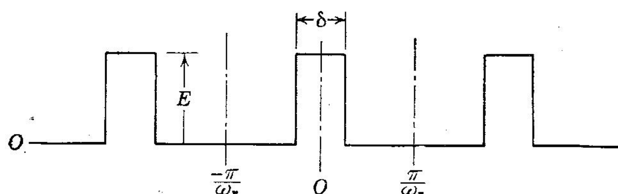


FIG. 5-33. Impulsos rectangulares recurrentes.

Considérese la sucesión de impulsos de la Fig. 5-33. Suponiendo que hay simetría par, lo cual puede conseguirse por una elección adecuada del origen de tiempos para los impulsos recurrentes, entonces, los coeficientes b_k del desarrollo en serie de Fourier desaparecen y

$$a_k = \frac{\omega_r}{\pi} \int_{-\pi/\omega_r}^{+\pi/\omega_r} f(t) \cos k\omega_r t \, dt$$

Como $f(t)$ es cero en el intervalo, excepto entre $t = -\delta/2$ y $t = +\delta/2$, pueden cambiarse los límites de integración, resultando

$$a_k = 2f_r \int_{-\delta/2}^{+\delta/2} E \cos 2\pi f_r kt \, dt \tag{5-76}$$

Realizando la integración y sustituyendo por los valores de los límites, resulta

$$a_k = 2Ef_r\delta \, \frac{\operatorname{sen} \pi k f_r \delta}{\pi k f_r \delta} \tag{5-77}$$

Esta da la amplitud del armónico de orden k de un impulso rectangular, en función de la duración δ y de la frecuencia de repetición f_r.

En la Fig. 5-34 se representan las amplitudes relativas de los armónicos, calculadas según la fórmula (5-77). La longitud de una ordenada cualquiera de la curva envolvente indica la amplitud a_k del término correspondiente de coseno en el desarrollo en serie de Fourier. Los coeficientes negativos indican que hay una desviación de fase de 180° en el armónico en cuestión. La forma de la envolvente indica la importancia relativa de los distintos grupos de armónicos en su efecto sobre la forma del impulso.

Los puntos de cruce con el eje de abscisas, es decir, los puntos correspondientes a amplitudes nulas, son funciones de δ solamente, pues en dichos puntos

$$\frac{\operatorname{sen} \pi k f_r \delta}{\pi k f_r \delta} = 0$$

$$\pi k f_r \delta = n\pi \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

La frecuencia del armónico para la cual su amplitud es cero, es, entonces,

$$kf_r = \frac{n}{\delta} \tag{5-78}$$

Por tanto, la frecuencia kf_r, a la cual puede tener el corte un amplificador, es una función de la duración del impulso y no de la cadencia de repetición.

El número de armónicos existentes en cada lóbulo (es decir, en cada región comprendida entre la envolvente, el eje de abscisas y dos puntos

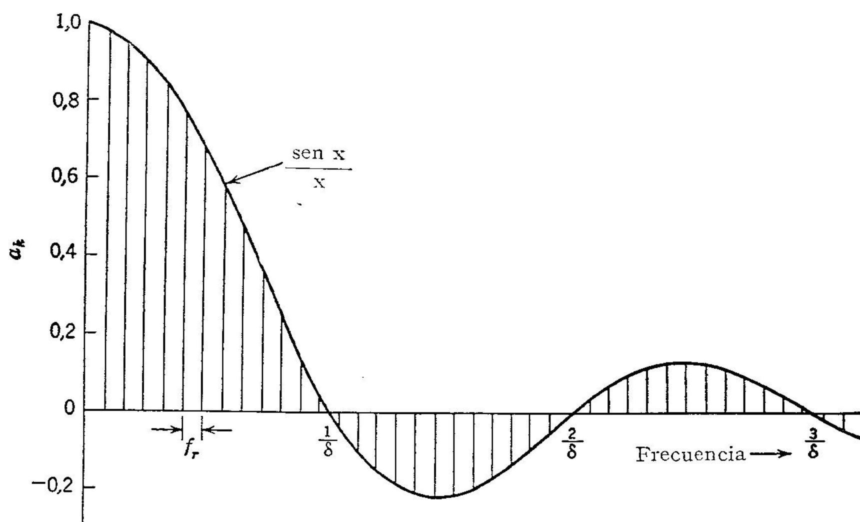


FIG. 5-34. Distribución del espectro de armónicos en una sucesión de impulsos recurrentes.

de cruce consecutivos, o bien, entre la envolvente, el eje de ordenadas, el eje de abscisas y el primer punto de cruce) es inversamente proporcional a la frecuencia de repetición. A medida que el impulso tiene lugar menos frecuentemente, aparecen más armónicos en cada lazo de la envolvente y se va llenando el espectro de frecuencias. *En el límite, cuando el impulso se presenta solamente una vez, o sea cuando $f_r = 0$, se tiene un espectro continuo de frecuencias* (*).

(*) En este caso, el espectro de frecuencias se obtiene mediante la integral de Fourier, dando para la distribución de amplitudes de un impulso que sea función par

$$S(\omega) = \frac{E\delta}{2\pi} \frac{\text{sen } (\omega\delta/2)}{\omega\delta/2}$$

y ésta es representada por la envolvente de la Fig. 5-34, que es de la forma (sen x)/x. Puede observarse que la amplitud del fundamental, o sea, de la frecuencia diferencial inmediata a cero es $E\delta/2\pi$.

Para ilustrar este punto, supóngase un impulso que tiene una duración δ de 1 μseg de manera que el primer cero del espectro tiene lugar en $1/\delta = 1$ Mc, el segundo en 2 Mc, etc. Si la frecuencia de repetición f_r es de 10.000 por segundo, habrá 100 armónicos en cada lóbulo de la envolvente; si $f_r = 1.000$, habría 1.000 armónicos en cada lóbulo (y, por tanto, en el primero) y si fuese $f_r = 100$, entonces habría 10.000.

Puede verse que cuantos más lóbulos de la Fig. 5-34 se incluyan en la banda de paso de un amplificador, mayor será la fidelidad de la reproducción del impulso; o bien, que cuanto más corta es la duración del impulso, mayor anchura de banda se necesitará para una reproducción conveniente. Sigue quedando al arbitrio la decisión sobre cuántos armónicos o cuantos lóbulos de la curva envolvente han de ser inclui-

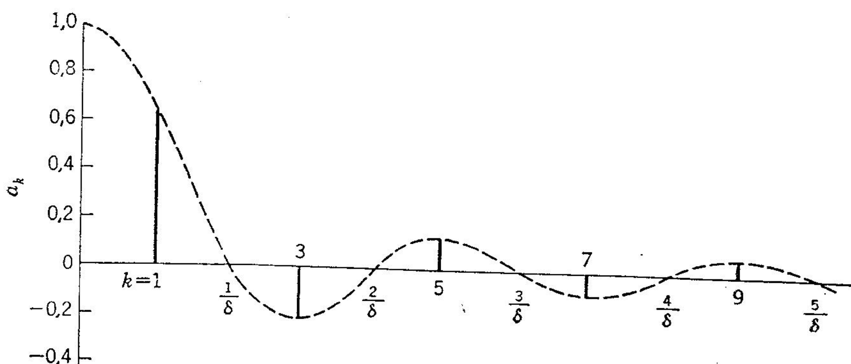


FIG. 5-35. Espectro de frecuencias de una onda cuadrada.

dos. Esto debe estar basado en la economía del diseño, pero si la anchura de banda del amplificador se extiende más allá del cuarto o quinto cero, la reproducción suele ser muy buena. Realmente, como la mayor parte de los armónicos de gran amplitud aparecen en el primer lóbulo de la envolvente, se puede obtener una reproducción con distorsión tolerable transmitiendo las frecuencias comprendidas hasta el primer cero. Así, la anchura de banda del amplificador irá desde la frecuencia de repetición, en el extremo de frecuencias bajas, hasta una frecuencia igual a $1/\delta$, en el extremo de frecuencias altas.

Este análisis puede aplicarse a la onda cuadrada. En esta onda, $\delta = 1/2f_r$, con lo cual la Ec. (5-77) se convierte en

$$a_k = E\,\frac{\operatorname{sen}\,(k\pi/2)}{k\pi/2} = \frac{2E}{\pi k}\operatorname{sen}\frac{k\pi}{2}$$

y esta fórmula conduce a una serie idéntica a la de la Ec. (5-75), como debía ser. Para este caso, se tiene en la Fig. 5-35 una representación gráfica del espectro de frecuencias, con la envolvente determinada por la Ec. (5-77). Como la onda es cuadrada, o sea $\delta = 1/2f_r$, resulta $1/\delta = 2f_r$,

o bien $k = 2$ en cada lóbulo. Habrá solamente un armónico impar en cada lóbulo de la envolvente, cayendo los armónicos pares en los puntos cero de la envolvente y no existiendo, por tanto, estos términos en la serie.

Ejemplo. En una sucesión de impulsos rectangulares que tienen $\delta = 10$ μseg, y con una frecuencia de repetición de 4.000 por segundo, hallar las amplitudes de los cinco primeros armónicos. ¿Cuántos armónicos habrá en cada lóbulo del espectro de frecuencias?

La Ec. (5-77) era

$$a_k = 2Ef_r\delta \frac{\operatorname{sen} \pi k f_r \delta}{\pi k f_r \delta}$$

donde E es la amplitud del impulso. Entonces

$$a_k = 2E \times 4 \times 10^3 \times 10^{-5} \frac{\operatorname{sen} \pi k \times 4 \times 10^3 \times 10^{-5}}{\pi k \times 4 \times 10^3 \times 10^{-5}}$$

$$= \frac{2E}{\pi k} \operatorname{sen} 0{,}04\pi k$$

El desarrollo en serie, si se desprecia todo término de c.c., resulta

$$f(t) = 0{,}0795E \cos 2\pi \times 4.000t + 0{,}0790E \cos 2\pi \times 8.000t + 0{,}0780E \cos 2\pi \times 12.000t + 0{,}0764E \cos 2\pi \times 16.000t + 0{,}0745E \cos 2\pi \times 20.000t + \cdots$$

Como $kf_r = 1/\delta = 100.000$ ciclos,

$$k = \frac{100.000}{4.000} = 25 \text{ armónicos}$$

en cada lóbulo del espectro de frecuencias.

5-13. Ruidos en los amplificadores. La amplificación máxima que puede tenerse poniendo sucesivas etapas en cascada está limitada por el *ruido* eléctrico, o sea, por corrientes irregulares que se engendran en los tubos y en los circuitos. La ganancia suficiente para elevar el ruido interno hasta el nivel normal de la señal de salida marca el límite superior de amplificación utilizable. Toda señal apreciablemente más débil que el ruido quedará enmascarada o tapada.

El ruido procede de varias causas, unas son debidas a la misma constitución, a base de partículas, que tiene el flujo electrónico dentro del tubo, y otras son debidas a elementos del circuito exterior a los tubos.

Ruido de agitación térmica. Este se origina por los movimientos aleatorios de las cargas libres existentes en todo conductor. La energía del ruido está uniformemente distribuida sobre todas las frecuencias y se cree que es debida a choques de electrones con moléculas, produciendo cada impacto un impulso muy corto. La agitación térmica en una resistencia R es función de la temperatura, pudiéndose expresar la tensión de ruido en la resistencia por

$$E_{ruido} = \sqrt{4kTR\,\Delta f} \tag{5-79}$$

donde k = constante de Boltzman = $1{,}38 \times 10^{-23}$ julios/°K
T = temperatura en °K
R = resistencia en ohmios
Δf = anchura de banda admitida por el circuito, en ciclos. Es la diferencia entre las frecuencias correspondientes a los puntos de semipotencia en la curva característica de ganancia en decibelios.

Una causa de ruido de agitación térmica puede considerarse equivalente a un generador de tensión E_{ruido}, en serie con una resistencia interna R que se supone no engendra ruido ninguno. Como todos los elementos componentes de los circuitos tienen resistencia, en todos se engendra ruido de agitación térmica.

Ruido de granalla. Este se debe a la naturaleza aleatoria de la emisión electrónica de los cátodos. Cuando el tubo trabaja en régimen de carga espacial, este ruido disminuye considerablemente porque la reserva de electrones constituida por la carga espacial tiende a suavizar los impulsos individuales de emisión. El ruido aparenta tener un espectro de frecuencias uniformemente distribuido en la región útil de frecuencias. A veces es conveniente expresar esta clase de ruido debido al tubo en función de una resistencia R_{eq} tal que, si se intercala en serie con la rejilla de un tubo hipotético que no originase nada de ruido, engendraría en el circuito de placa la misma corriente de ruido producida por el tubo real (ruidoso). Para los *triodos* dicha resistencia puede expresarse aproximadamente por

$$R_{eq} \cong \frac{2{,}5}{g_m} \text{ ohmios}$$

Los triodos tienen resistencias equivalentes cuyo valor varía desde 210 para un 6J4 a 1.500 para un 6SL7.

Ruido de repartición. En los pentodos, la corriente se divide irregularmente entre dos o más electrodos positivos. Es decir, es un suceso completamente de azar el que un determinado electrón vaya a la pantalla o al ánodo, aunque las corrientes medias de cierto tiempo sean constantes. Este reparto aleatorio de la corriente de un instante a otro se suma al ruido de granalla y hace que el pentodo sea más ruidoso que el triodo. En los *pentodos*, la resistencia de ruido equivalente se convierte en

$$R_{eq} \cong \frac{2{,}5}{g_m} + \frac{20 I_s}{g_m I_k}$$

donde I_s e I_k son las corrientes de pantalla y cátodo, respectivamente. Los valores de R_{eq} en los pentodos varían de 700 a más de 13.000.

Ruido microfónico. Este es un ruido importante en los equipos sometidos a vibración. La corriente de placa depende de la relación de distancias del ánodo a la rejilla y al cátodo, con lo cual, la vibración de

los electrodos del tubo producirá variaciones de corriente, es decir, ruido. Los distintos tipos de tubos varían mucho en su susceptibilidad a la vibración y hay algunos especiales para empleos particularmente difíciles.

Captación eléctrica y magnética. El blindaje sirve para eliminar esta causa, pero a 60 ciclos el blindaje es muy caro o ineficaz. Las tensiones inducidas pueden reducirse por separación u orientación, es decir, desacoplando los aparatos, y por eliminación de las capacidades parásitas entre el circuito y las fuentes de alimentación.

Zumbido de la fuente de alimentación de placa. Normalmente, un filtrado adecuado puede reducir el nivel de la corriente o tensión alterna residual en la rectificada de la fuente de alimentación a un nivel convenientemente bajo, aunque dicha reducción a niveles inferiores a unos cuantos milivoltios requiere un cuidado considerable.

Zumbido del cátodo. Los tubos que tienen filamentos de caldeo que se calientan por corriente alterna pueden tener zumbido de frecuencia la de la red de alimentación industrial, debido a diversas causas. La emisión de electrones por el filamento de caldeo puede introducir zumbido, pero esto puede evitarse normalmente haciendo que el circuito de filamento de caldeo esté de 10 a 20 voltios positivos con respecto al cátodo.

La capacidad entre filamento de caldeo y cátodo puede producir zumbido en algunos circuitos donde el cátodo funciona a un potencial alterno superior al de masa. Conectando a masa el circuito de caldeo en su punto medio central, parte de este zumbido puede ser contrarrestado.

Ciertos tipos de tubos tienen tal forma de construcción del filamento de caldeo que dan lugar a un campo magnético de 60 ciclos alrededor de dicho filamento y este campo puede actuar sobre los electrones en tránsito, produciendo zumbido. Los tubos comerciales difieren mucho en este aspecto de unos tipos a otros. Es difícil eliminar completamente todo el zumbido de 60 ciclos cuando se calienta el filamento de caldeo por corriente alterna, quedando normalmente un residuo de algunos microvoltios. En los casos en que es necesaria una eliminación total, los filamentos de caldeo deben calentarse mediante corriente rectificada y filtrada.

PROBLEMAS

5-1. En la Fig. 5-36, g_m = 2.000 μmhos, r_p = 30.000 ohmios, C_{pk} = 7 $\mu\mu$F y C_{in} = 70 $\mu\mu$F. Trácense las curvas de respuesta de frecuencia y de fase para este amplificador, empleando una escala lineal de amplitudes. Indicar las frecuencias f_1 y f_2 y calcular en decibelios la ganancia a frecuencias medias.

5-2. El tubo de la Fig. 5-36 tiene ahora μ = 20, r_p = 7.700 ohmios. (*a*) Calcular la capacidad del condensador de acoplamiento C para f_1 = 20 ciclos. (*b*) ¿Qué valor deberá tener R_a, resistencia de carga de placa, para trasladar f_2 al valor f_2 = = 250.000 ciclos? ¿Cuál es la ganancia a frecuencias medias?

5-3. Siguiendo los métodos de relación de ganancias de la Sec. 5-2, hallar una expresión de $|A_L/A_M|$ en función de las relaciones f/f_1 y de los parámetros del circuito para el amplificador (*a*) de la Fig. 5-37. Si se dan C y L, hallar una expresión para R que produzca la ganancia más uniforme (más plana) en las frecuencias bajas. Si C = 0,01 μF y L = 200 H, calcúlese la R que produzca la ganancia más uniforme

y trácense las curvas de ganancia en decibelios y de desviación de fase, en función de la frecuencia, en la región de frecuencias bajas.

5-4. Un amplificador de pentodo tiene que trabajar con $I_b = 2{,}5$ mA, $E_{cc} = -4$ voltios, $E_{c2} = 100$ voltios. Además, son: la resistencia de carga $R_a = 75.000$ ohmios, $g_m = 3.200$ μmhos, $r_p = 1$ megaohmio, $C = 0{,}01$ μF, $R_g = 500.000$ ohmios,

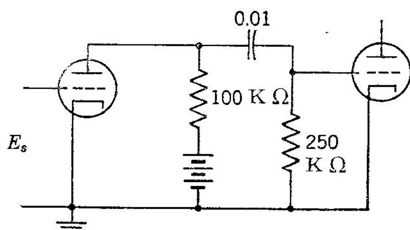


FIG. 5-36.

$C_{gk} = 10$ $\mu\mu$F, $C_{gp} = 0{,}004$ $\mu\mu$F, $C_{pk} = 9$ $\mu\mu$F y la capacidad parásita de los conductores de conexión $= 15$ $\mu\mu$F.

(*a*) Suponiendo que en las resistencias de pantalla y cátodo no hay caídas de tensión alternas (por estar puenteadas por condensadores de reactancia muy pequeña), calcúlense la ganancia a frecuencias medias y las frecuencias f_1 y f_2.

(*b*) ¿Entre qué frecuencias la desviación de fase es $180° \pm 20°$?

5-5. Hállese la fórmula de E_o/E_s para el circuito de la Fig. 5-37*b*. También hállense las de A_L/A_M y A_H/A_M en función de las relaciones f/f_x.

5-6. Para el circuito de la Fig. 5-37*b*, especifíquense f_1 y f_2 y trácese una curva característica de ganancia en decibelios, muéstrense las asíntotas de la ganancia y díganse las pendientes asintóticas en las distintas regiones.

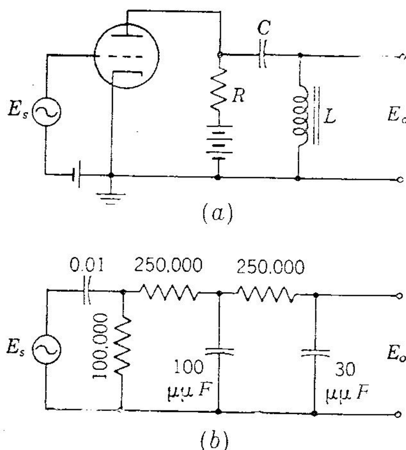


FIG. 5-37.

5-7. Un amplificador de pentodos, de tres etapas con acoplamiento *RC*, ha de tener ganancia constante, con menor error de 0,5 db, hasta 50 Kc. Calcúlese la f_2 para cada etapa de las tres idénticas.

5-8. ¿Qué ganancia total es posible con un amplificador de seis etapas en cascada empleando pentodos 6AK5 si la f_2 resultante del amplificador total ha de ser de 500 Kc? ¿Qué f_2 debe tener cada etapa?

5-9. Un pentodo que tiene $r_p = 0{,}8$ megaohmios, $g_m = 3.000$ μmhos se utiliza en un amplificador RC con $R_a = 25.000$ ohmios, $R_g = 250.000$ ohmios, $C = 0{,}01$ μF, $C_{pk} = 8$ μμF y $C_g = 27$ μμF.

(*a*) Hallar f_1 y f_2 y trácese la característica de ganancia en decibelios en función de la frecuencia.

(*b*) Compensar la respuesta en frecuencias bajas, especificando los valores de los elementos componentes del circuito requeridos y hágase el esquema del circuito.

(*c*) Proporciónese compensación por derivación a la respuesta en las frecuencias altas para que se obtenga una elevación del 5 por 100 sobre A_M. Especifíquense las constantes del circuito y determínese el nuevo valor de f_2.

5-10. Cada etapa de un amplificador de pentodos de tres etapas tiene una ganancia de 30 (en tensión) en frecuencias medias y una frecuencia f_2 de 375 Kc. El amplificador completo ha de modificarse reduciendo las R_a para obtener una f_2 resultante, para el amplificador total, de 600 Kc. Si $g_m = 3.000$ μmhos, qué R_a deberá emplearse y de qué ganancia por etapa y ganancia total se dispondrá?

5-11. La primera etapa de un amplificador de dos pasos y acoplamiento RC tiene una ganancia en tensión de 40 con $f_1 = 60$ ciclos y $f_2 = 28.000$ ciclos. La segunda etapa tiene una ganancia en tensión de 78 y unas f_1 de 82 ciclos y f_2 de 37.000 ciclos. Trácese la curva de respuesta total en decibelios.

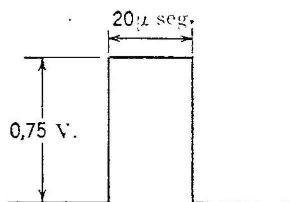


Fig. 5-38

5-12. Un amplificador de banda ancha compensado por derivación emplea pentodos de $g_m = 4.500$ μmhos para dar una ganancia total en tensión de 16.000 con una anchura de banda de 3,75 Mc. Si la capacidad C_g en derivación en el circuito de placa vale 27 μμF en cada etapa, hallar el número de etapas requerido si $a = 0{,}41$.

5-13. Un impulso rectangular de 50 voltios de amplitud y 100 μseg de duración se aplica al pentodo y circuito del Prob. 5-9, antes de hacer la compensación. Constrúyase la forma de onda de la tensión de salida en función del tiempo.

5-14. Un impulso rectangular como el de la Fig. 5-38 se aplica a la rejilla de un amplificador con acoplamiento RC que tiene un pentodo con $g_m = 4.500$ μmhos, $r_p = 0{,}8$ megaohmios. Si $R_g = 1$ megaohmio y la capacidad total en derivación en el circuito de ánodo vale $C_g = 25$ μμF:

(*a*) Hallar la R_a para 0,20 μseg de tiempo de subida al 90 por 100 del valor final.

(*b*) ¿Cuál será el valor de cresta de la tensión de salida?

(*c*) Especificar la capacidad C del condensador de acoplamiento para permitir solamente un descenso del 10 por 100, debido a inclinación del techo, en la tensión de salida durante el tiempo que dura el impulso.

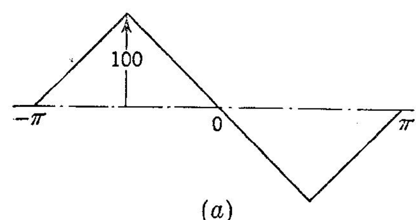
5-15. Determinar los seis primeros términos del desarrollo en serie de Fourier de la onda periódica triangular representada en la Fig. 5-39*a*. Inclúyanse las frecuencias reales que existen si el período de la onda es de 0,00025 segundos.

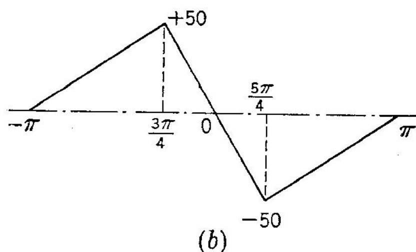
5-16. Determinar los seis primeros términos del desarrollo en serie de Fourier de la onda periódica de la Fig. 5-39*b*. La frecuencia de repetición de dicha onda es de 2.000 por segundo.

5-17. La sucesión de impulsos recurrentes de la Fig. 5-39*c* tiene una duración de impulso de 50 μseg y una frecuencia de repetición de 4.000 por segundo. Dibújese una gráfica del espectro de frecuencias con todas las frecuencias de los tres primeros lazos de la envolvente. ¿Cuál es la amplitud del armónico de orden 67?

5-18. Trácese la gráfica de amplitud en función de la frecuencia para los 10 primeros términos de los desarrollos en serie de Fourier de las funciones del tiempo correspondientes a cada onda de las de la Fig. 5-40.

5-19. Dibújense las gráficas de los espectros de frecuencias para las siguientes sucesiones de impulsos rectangulares: (*a*) $f_r = 10.000$ por segundo, $\delta = 50$ μseg; (*b*) $f_r = 5.000$ por segundo, $\delta = 50$ μseg; (*c*) $f_r = 1.000$ por segundo, $\delta = 50$ μseg.





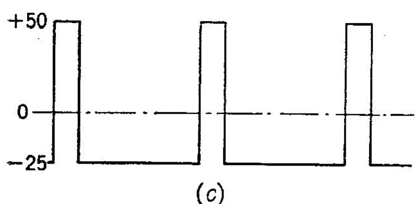
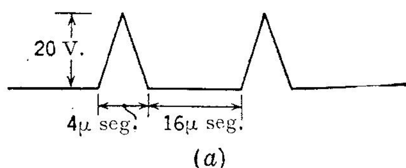
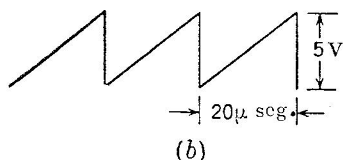


FIG. 5-39.





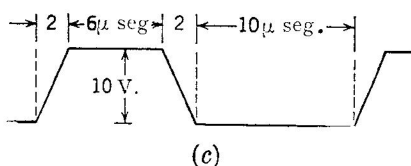


FIG. 5-40.

5-20. Un amplificador de dos etapas de acoplamiento *RC* tiene una ganancia en tensión, a frecuencias medias, de 220 y una frecuencia f_2 de 16.000 ciclos. Si puede sacrificarse la mitad de la ganancia, diseñar una red única *RC* que prolongue el extremo de frecuencias altas de la banda. Una de las resistencias de rejilla es de 250.000 ohmios. ¿Cuál será la nueva frecuencia f_2?

BIBLIOGRAFIA

1. Terman, F. E.: Universal Amplification Charts, *Electronics*, **10** : 34 (Junio, 1937).
2. Arguimbau, L. B.: «Vacuum Tube Circuits», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1948.
3. Valley, G. E., Jr., y H. Wallman: «Vacuum Tube Amplifiers», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.
4. Freeman, R. L., y J. D. Schautz: Video-amplifier Design, *Electronics*, **10** : 22 (Agosto, 1937).

5. Seely, S. W., y C. N. Kimball: Analysis and Design of Video Amplifiers, *RCA Rev.*, **3** : 290 (1939).
6. Herold, E. W.: High-frequency Correction in Resistance-coupled Amplifiers, *Communications (NY)*, **18** : 11 (Agosto, 1938).
7. Larsen, M. J.: Low-frequency Compensation of Video Amplifiers, *Proc. IRE*, **33** : 666 (1945).
8. Bedford, A. V., y G. L. Fredendall: Transient Response of Multi-stage Video-frequency Amplifiers, *Proc. IRE*, **27** : 277 (1939).
9. MacLean, W. R.: Ultimate Bandwidth in High-gain Multistage Video Amplifiers, *Proc. IRE*, **32** : 12 (1944).
10. Frank, E.: «Pulsed Linear Networks», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1943.
11. Johnson, J. B.: Thermal Agitation of Electricity in Conductors, *Phys. Rev.*, **32** : 97 (1928).

CAPÍTULO 6

AMPLIFICADORES DE POTENCIA DE BAJA FRECUENCIA

En muchos empleos de los tubos de vacío, se requiere una potencia de salida estimable, y hay que aplicar a la entrada señales fuertes para obtener dicha potencia. Entonces debe realizarse un análisis gráfico del funcionamiento, ya que, ordinariamente, la característica dinámica mutua no será lineal en toda la amplia región que recorren los valores instantáneos de la tensión de rejilla con una señal fuerte.

Este defecto de linealidad puede producir distorsión de amplitud, pero hay regímenes de funcionamiento en que dicha distorsión se evita o se disminuye. En otros casos, en que el tubo trabaja sencillamente como conmutador de potencia en c.c. o en c.a., no tiene importancia la distorsión y los regímenes de funcionamiento los determinan las corrientes admisibles y las pérdidas de potencia internas del tubo. Como el tubo de vacío es un dispositivo limitado en las pérdidas, es importante un rendimiento alto en la conversión o transformación de potencias que realiza.

Se emplea, normalmente, el régimen de funcionamiento en clase A cuando se desea una distorsión mínima de la forma de onda. Sin embargo, si puede tolerarse algo de distorsión, el rendimiento y la potencia de salida de un tubo dado pueden aumentarse funcionando en clase AB. El acoplamiento de los tubos en contrafase (*push-pull*) disminuye la distorsión de los regímenes en clase A o en clase AB y hace posible el funcionamiento en clase B de gran potencia de salida.

Así, el diseñador debe elegir la clase de régimen de funcionamiento, un tubo con suficiente disipación máxima admisible en placa y entonces determinar la resistencia de carga conveniente, las tensiones continuas de alimentación, la señal de entrada que se requiere y la distorsión que resultará si ésta constituye un aspecto crítico.

6-1. Circuitos de salida en los amplificadores de potencia de baja frecuencia. El circuito simple de salida con alimentación en serie de la Fig. 6-1*a* no se emplea casi nunca cuando se desea una potencia alterna de salida estimable. En primer lugar, la pérdida de potencia producida por la componente continua de la corriente de ánodo, al circular por la resistencia de carga, es indeseable y disminuye el rendimiento; en segundo lugar, se rebaja la tensión continua de placa y, en tercero, la carga verdadera rara vez tiene la magnitud que

se necesita para que la potencia de salida y condiciones de distorsión sean las deseadas.

El circuito de la Fig. 6-1*b* evita la pérdida de potencia en c.c. y la reducción de la tensión de ánodo, pero aún requiere que la carga sea de una magnitud adecuada y a veces esta condición no se cumple.

El circuito de la Fig. 6-1*c* es el más empleado corrientemente en baja frecuencia para tener una salida con potencia. El transformador se emplea para presentar al tubo una resistencia de *carga aparente* R' para la corriente alterna, mediante una adecuada relación de los números de espiras primarias y secundarias $n_1/n_2 = a$, al mismo tiempo que suele tener una resistencia baja a la c.c. En un transformador ideal, las tensiones y corrientes de la Fig. 6-2*a* están relacionadas por

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{n_1}{n_2} = a$$

de donde se deduce $V_1 = V_2 I_2 / I_1$. La impedancia vista desde el primario es

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2 I_2}{I_1^2} \frac{I_2}{I_2} = \frac{a^2 V_2}{I_2}$$

Como V_2/I_2 es la impedancia del circuito conectado al secundario, entonces

$$Z_1 = a^2 Z_2 \qquad (6\text{-}1)$$

es la impedancia de carga teórica que se ve desde el primario, originada por una impedancia de carga cualquiera del secundario Z_2.

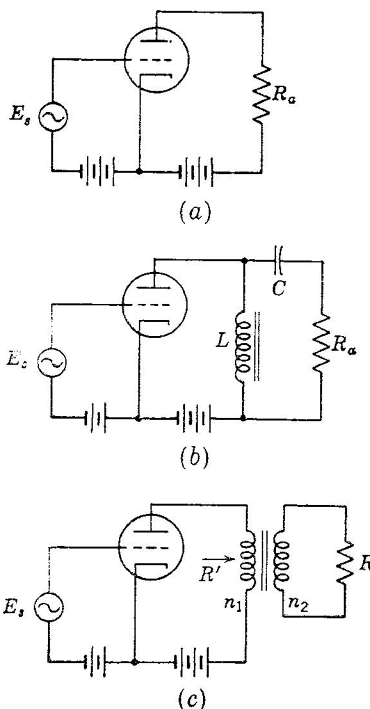


Fig. 6-1. Circuitos de salida para amplificadores de potencia.

Por ejemplo, supongamos que una resistencia de carga de 500 ohmios ha de ser empleada con un tubo cuya resistencia de carga conveniente ha sido determinada y vale 3.000 ohmios. Un transformador que proporcione el valor adecuado de la R' de la Fig. 6-1*c* debe tener una relación de espiras

$$a = \sqrt{\frac{R'}{R}} = \sqrt{\frac{3.000}{500}} = \sqrt{6} = 2,45$$

Tal transformador *ideal* transforma así el valor absoluto, pero no modifica el ángulo de fase (argumento), de la impedancia de carga. Para

considerarlo *ideal*, un transformador debe tener pérdidas despreciables, corriente magnetizante despreciable, y también serán despreciables la reactancia de fugas (o de dispersión) y las capacidades internas. Aunque pueden construirse transformadores que se aproximen a estas condiciones en la mayor parte del margen de frecuencias de trabajo, el coste será muy elevado, por lo cual muchos transformadores

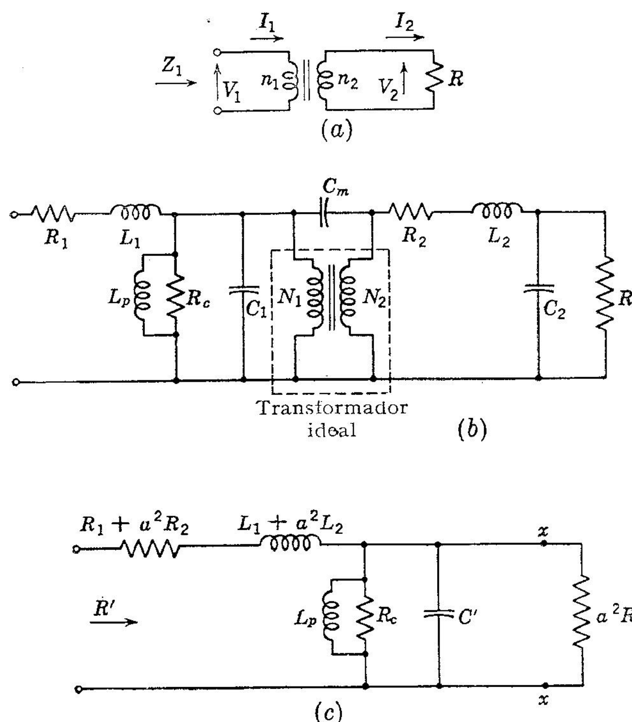


FIG. 6-2. (*a*) Transformador ideal. (*b*) Circuito equivalente real. (*c*) El mismo, con todas las magnitudes referidas al primario.

de salida utilizados en la práctica se apartan considerablemente del ideal.

En la Fig. 6-2*a* se representa un transformador ideal. El circuito real equivalente de un transformador de salida con una carga R se representa en la Fig. 6-2*b*, en la cual R_1 y R_2 son las resistencias de los arrollamientos, L_1 y L_2 son inductancias de dispersión o de fugas, R_c es una resistencia equivalente de las pérdidas en el núcleo, L_p es la inductancia primaria por la cual circula la corriente magnetizante y las capacidades figuran entre los arrollamientos. En la Fig. 6-2*c* todas las magnitudes se han referido al circuito primario según la Ec. (6-1). Los términos a^2R_2 y a^2L_2 son los valores de estas magnitudes del secundario referidas al circuito primario.

La capacidad C' representa a C_1 y C_2/a^2 más una capacidad adicional representativa del efecto de C_m entre devanados. Para demostrarlo, obsérvese que esta última capacidad está conectada para los efectos, entre puntos de potenciales $+ E_1$ y $\pm E_2$ voltios sobre el de referencia. Como $E_1 = aE_2$, la diferencia de potencial entre placas de C_m valdrá

$$E_m = E_1 \pm E_2 = E_1 \left(1 \pm \frac{1}{a}\right)$$

Los condensadores almacenan una energía proporcional al cuadrado de la tensión entre placas, luego

$$\text{Energía} = E_m{}^2 C_m = E_1{}^2 \left(1 \pm \frac{1}{a}\right)^2 C_m$$

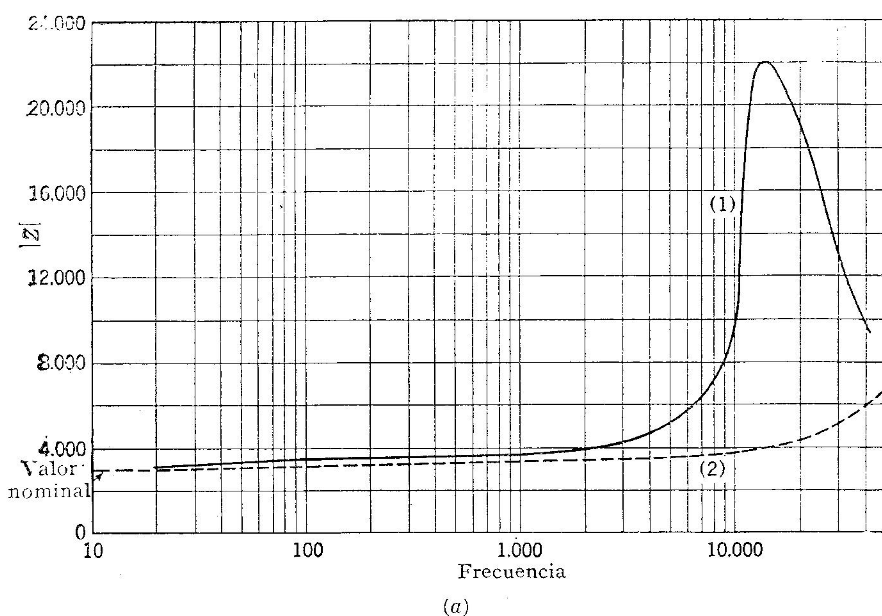
que dice que la energía realmente almacenada en C_m de la Fig. 6-2*b* es la misma que se almacenaría en un condensador de capacidad $\left(1 \pm \frac{1}{a}\right)^2 C_m$ si estuviese sometido a una tensión E_1. O sea, esta capacidad puede conectarse en derivación en el primario, es decir, con la tensión E_1, con lo cual almacena la misma energía o sea, produce el mismo efecto en el circuito total. Por tanto, la C' de la Fig. 6-2*c* es

$$C' = C_1 + \frac{C_2}{a^2} + \left(1 \pm \frac{1}{a}\right)^2 C_m$$

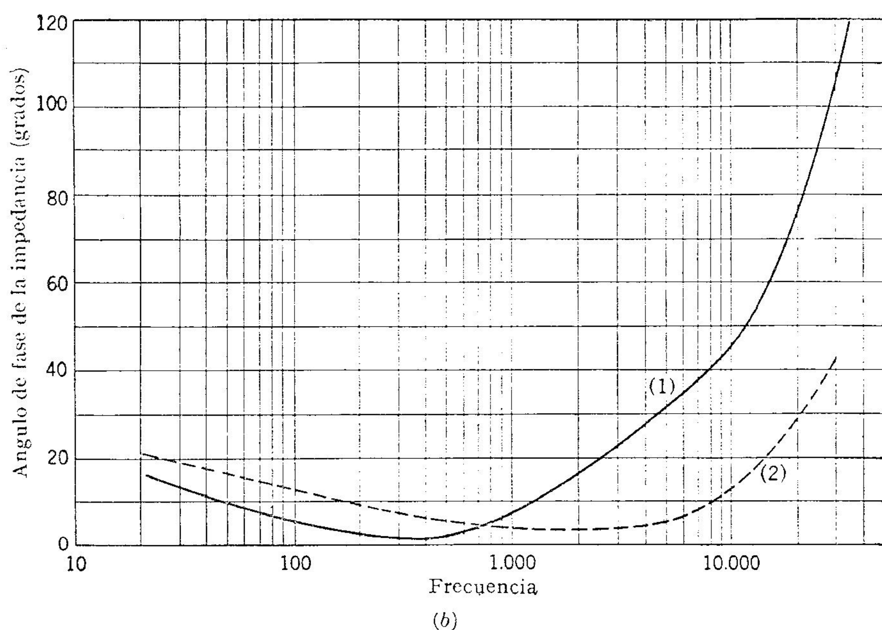
con lo que todas las capacidades quedan conectadas en derivación en el primario.

La impedancia de entrada, vista según la Fig. 6-2*c*, idealmente debería ser $R' = a^2R$, pero se apartará de este valor debido a la presencia de los otros elementos conectados en serie y en derivación si los valores de sus magnitudes no son despreciables. La inductancia primaria L_p hará disminuir la impedancia efectiva a las frecuencias bajas y L_p y R_c exigirán que a exceda al valor teórico a todas las frecuencias. Las resistencias reducirán también el rendimiento de potencia. En las frecuencias altas aparecerá una resonancia serie debido a la inductancia de fugas $L_1 + a^2L_2$ y a C'.

La Fig. 6-3 representa la clase de divergencias respecto a la teoría ideal que pueden encontrarse en transformadores de salida típicos. Dicha figura da características del funcionamiento, con el nivel de salida de 1 vatio, de: (1) un pequeño transformador barato con potencia de salida nominal de 8 vatios y (2) un transformador caro y grande con potencia de salida nominal de 15 vatios (líneas de trazos). Se observa que las impedancias reflejadas son aproximadamente iguales a las predichas, excepto a frecuencias superiores a 5.000 ciclos, donde el transformador barato presenta algunos efectos acentuadísimos de reso-



(*a*)



(*b*)

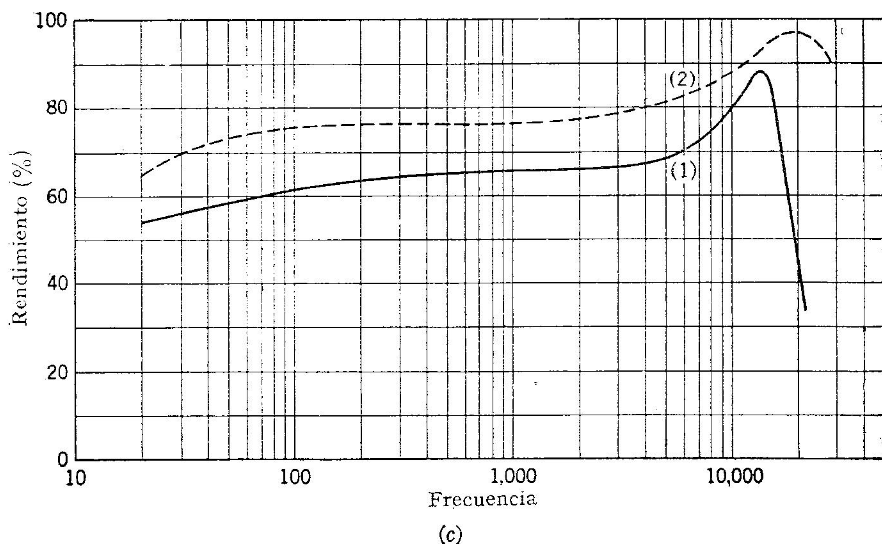
FIG. 6-3. (*a*) Impedancia de entrada de: (1) transformador de bajo coste, 8 vatios nominales, 3.000 : 8 ohmios nominales, funcionando con 1,0 vatio de salida; (2) transformador de salida de alto coste, 15 vatios, 3.000 : 600 ohmios nominales, funcio-

nancia. La influencia de la reactancia de fugas empieza a aparecer aproximadamente a 2.000 ciclos en el transformador pequeño y alrededor de 10.000 ciclos en el grande, indicando que se ha prestado mayor atención en el diseño del transformador grande a la reducción de fugas y capacidades.

A las frecuencias superiores la carga del tubo no será resistiva, y esto puede dar lugar a distorsión, pues la línea de carga se convierte entonces en una elipse (véase la Sec. 6-3) y el funcionamiento puede alcanzar a regiones no lineales de las características del tubo. El rendimiento de potencia no es demasiado bueno en ninguno de los dos transformadores, lo cual hace que se requiera mayor potencia de salida de los tubos si se quiere obtener la potencia de salida nominal del transformador. En el caso del transformador pequeño, el tubo debe dar 12 vatios para poder entregar 8 vatios a la carga.

Aunque en el diseño de amplificadores puede tratarse frecuentemente el transformador de salida como uno ideal, los datos anteriores demuestran que esto puede estar muy lejos de la verdad. Sin embargo, existen transformadores cuyo funcionamiento se aproxima al ideal, pero ello solamente a costa de unos precios de diez a treinta veces superiores al del pequeño transformador tratado antes. Las dificultades causadas por la resonancia en las frecuencias altas y por los ángulos de fase se tratarán al estudiar los amplificadores con realimentación.

El efecto del rendimiento reducido del transformador debe incluirse en la carga del tubo. Las pérdidas de potencia de dicho transformador pueden representarse por una resistencia equivalente R_f en paralelo,



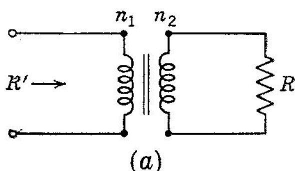
(c)

nando con 1,0 vatio de salida. (b) Angulos de fase de (a). (c) Curvas características de rendimiento de (a).

como en la Fig. 6-4. La resistencia de carga verdadera R' presentada al tubo resulta de las resistencias en paralelo R_f y a^2R, siendo

$$R_f = \frac{a^2R\eta}{1-\eta} \qquad (6\text{-}2)$$

donde η es el rendimiento del transformador. La relación de espiras real que se requiere para presentar al tubo una resistencia de carga R' dada es, entonces,



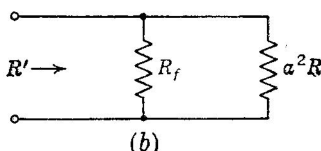


FIG. 6-4. (*a*) Transformador ideal. (*b*) Equivalente de un transformador de relación de espiras *a* y rendimiento η.

$$a = \sqrt{\frac{R'}{\eta R}} \qquad (6\text{-}3)$$

Si interesa que el tubo tenga una resistencia de carga $R' = 7.500$ ohmios y es $R = 500$ ohmios, teniendo el transformador un rendimiento $\eta = 75$ por 100, la relación de espiras debe ser, entonces,

$$a = \sqrt{\frac{7.500}{0{,}75 \times 500}} = 4{,}47$$

mientras que en un transformador ideal la relación de espiras sería 3,87.

Como en los amplificadores de acoplamiento *RC*, pueden utilizarse ondas cuadradas para conocer rápidamente una indicación del funcionamiento de un transformador de salida. En la Fig. 6-5 se aprecia el funcionamiento con ondas cuadradas de los dos transformadores de la Fig. 6-3, cuando trabajan a un nivel de salida de 1 vatio. La distorsión del techo de la onda cuadrada de frecuencia baja indica una constante de tiempo en serie escasa, o inductancia primaria insuficiente en el transformador. La distorsión que se ve en la Fig. 6-5*d* y *e* se debe a los efectos de la capacidad en derivación, siendo las irregularidades producidas por resonancia de la inductancia de fugas con las capacidades del transformador. El transformador más caro tiene un funcionamiento mejor, aunque no es perfecto.

6-2. Trazado de la línea de carga. La Fig. 6-6 es un conjunto de características de ánodo de un triodo que se utiliza con el circuito de salida de la Fig. 6-7. Suponiendo que $R = 200$ ohmios, resistencia a la c.c. del primario del transformador = 250 ohmios, resistencia de carga deseada del tubo $R' = 5.000$ ohmios, el funcionamiento del circuito puede determinarse gráficamente por los procedimientos de la Sec. 3-5. Si se supone ideal el transformador, la relación de espiras debe ser

$$a = \sqrt{\frac{5.000}{200}} = 5 = \frac{n_1}{n_2}$$

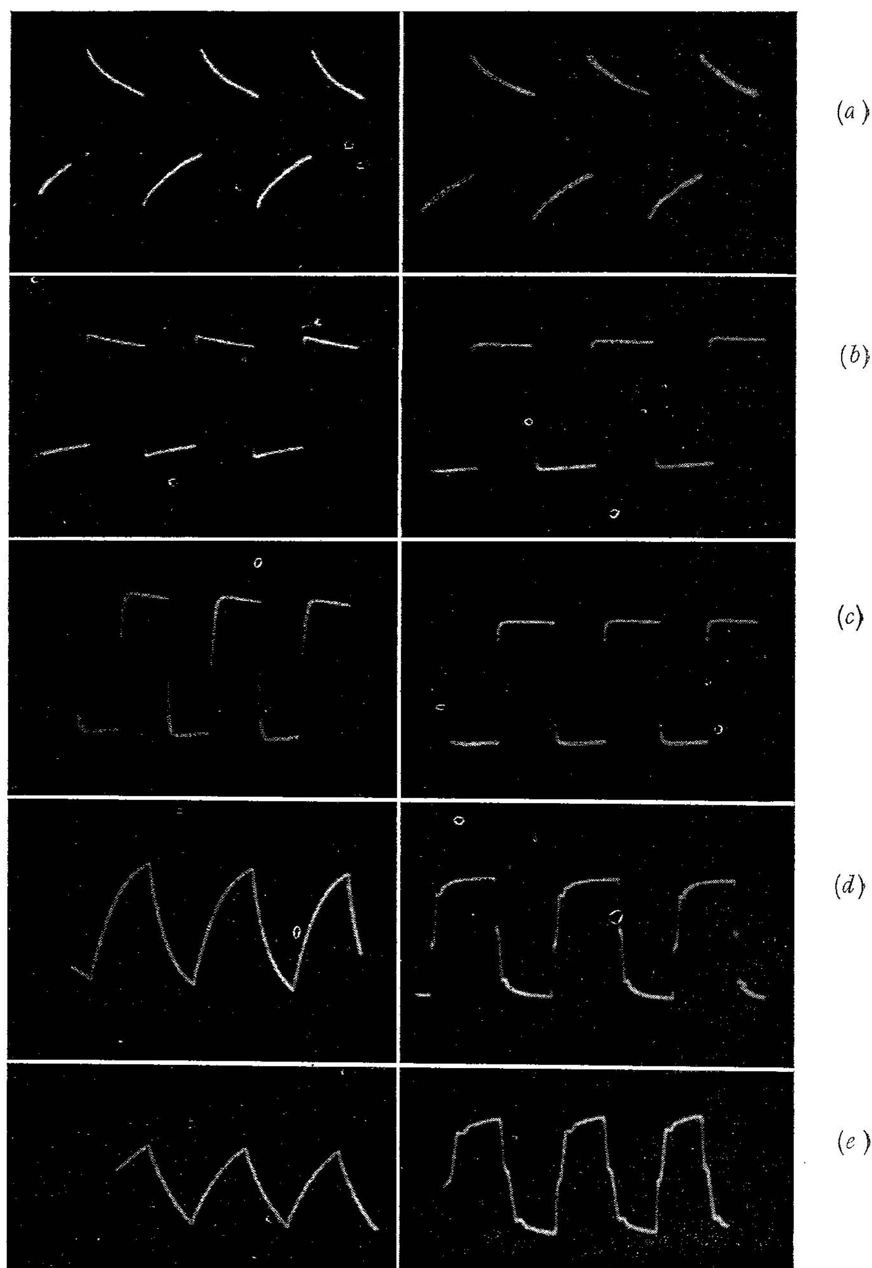


FIG. 6-5. Ondas cuadradas después de aplicadas a los transformadores (1) y (2) de la Fig. 6-3. (a) 20 ciclos; (b) 100 ciclos; (c) 1.000 ciclos; (d) 10.000 ciclos; (e) 20.000 ciclos. Transformador barato, a la izquierda; transformador caro, a la derecha.

En las características del tubo puede trazarse una línea de carga en corriente continua, para $E_{bb} = 250$ voltios, $R_{dc} = 250$ ohmios, es decir, con una pendiente de $-\,^1/_{250}$ y pasando por el punto del eje de

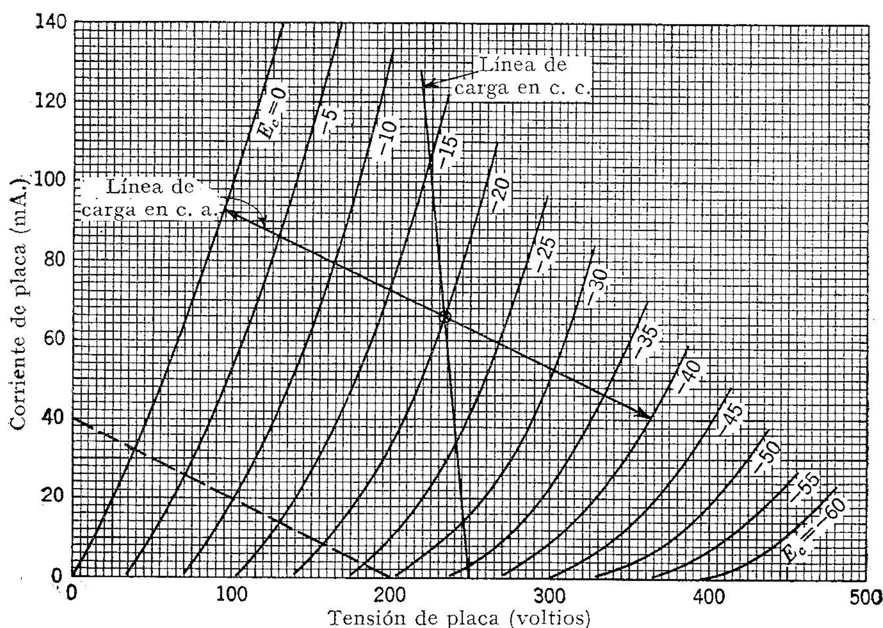


FIG. 6-6. Trazado de la línea de carga.

abscisas correspondiente a E_{bb}. Esta línea de carga pasará por el punto de coordenadas 225 voltios y 100 mA, ya que con 100 mA hay una caída de tensión de 25 voltios en el transformador. Si la resistencia a la c.c. fuese nula, la línea de carga en c.c. sería vertical.

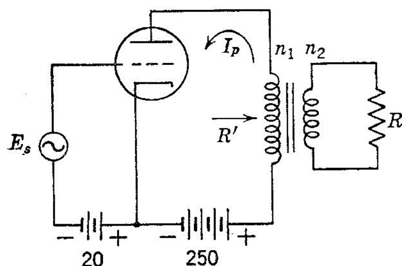


FIG. 6-7. Circuito de amplificador de potencia.

Después, hay que trazar una línea de carga en corriente alterna, que tendrá una pendiente de $-\,^1/_{5.000}$. Esta pendiente es la misma que la de una recta que corte a los ejes de coordenadas en 200 voltios y 40 mA. En la Fig. 6-6 se ha dibujado esta última recta con línea de trazos, pues sirve de línea auxiliar. Ahora puede trazarse por el punto Q, que está sobre la característica $E_c = -20$ voltios, una paralela a la auxiliar, resultando así la verdadera línea de carga en c.a.

La utilización de la línea de carga para el análisis del tubo de vacío lineal se vio en la Sec. 3-5. La extensión de esta utilización a la región

de funcionamiento no lineal debe hacerse teniendo siempre en cuenta la distorsión que lleva consigo y así se hará en la Sec. 6-7.

6-3. Línea de carga con cargas reactivas. Aunque la mayor parte de los circuitos de tubos se calculan o diseñan para que dichos tubos tengan cargas resistivas, hay ocasiones en que dichas cargas son reactivas, como en el caso de un transformador de salida para sus frecuencias extremas. Debido al desfase entre corriente y tensión sinusoidales existente en las cargas reactivas, la corriente de placa no adquirirá el mismo valor para una determinada tensión instantánea de placa si esta tensión es alcanzada por valores crecientes que si lo es por valores decrecientes, o sea, la trayectoria del punto que corresponde a los valores instantáneos de funcionamiento no es una recta. De hecho, la línea de carga suele tener, en general, la forma de una elipse, variando desde una recta, para cargas resistivas, hasta un círculo, para cargas de reactancia pura.

En un circuito de carga reactiva con una impedancia Z/ϕ, las expresiones de la corriente y tensión en ella son

$$i_p = I_m \operatorname{sen} \omega t \qquad (6\text{-}4)$$
$$e_o = E_m \operatorname{sen} (\omega t + \phi) \qquad (6\text{-}5)$$

siendo éstas las ecuaciones paramétricas de una elipse. En la Fig. 6-8 se ha trazado la línea de carga elíptica de un tubo 6J5 que trabaja sobre una impedancia de carga de $30.000/\underline{37^\circ}$ ohmios.

Esta curva puede construirse calculándola por puntos. Con amplitudes grandes, la elipse puede entrar en regiones no lineales de las características del tubo, resultando un aumento de distorsión. Por ello deben evitarse las cargas reactivas en los amplificadores de gran potencia de salida.

6-4. El amplificador ideal en clase A. Con la hipótesis de linealidad, que es una condición idealizada para los amplificadores de potencia usuales, la corriente alterna de ánodo en el circuito de carga de la Fig. 6-7 es

$$\mathbf{I}_p = \frac{\mu \mathbf{E}_g}{r_p + R'}$$

y la potencia de salida de c.a. en la carga R' será

$$P = I_p^2 R' = \left(\frac{\mu E_g}{r_p + R'}\right)^2 R'$$

La potencia de salida por cada voltio cuadrado de entrada será, entonces,

$$\frac{P}{E_g^2} = \mu g_m \frac{R'/r_p}{(1 + R'/r_p)^2} \qquad (6\text{-}6)$$

Esta relación se llama *sensibilidad de potencia,* pues mide la aptitud de un amplificador para producir potencia de salida por cada voltio² de entrada. Esta sensibilidad de potencia está relacionada con el tubo elegido por el factor μg_m, y a este producto de parámetros se le considera como un factor, figura o cifra de mérito de los tubos de potencia. Los de haces dirigidos y los tetrodos tienen, para esta cifra, valores superiores a los triodos.

Hallando en la Ec. (6-6) el máximo con relación a R'/r_p, resulta que la potencia de salida máxima se tiene para $R' = r_p$, la cual es la

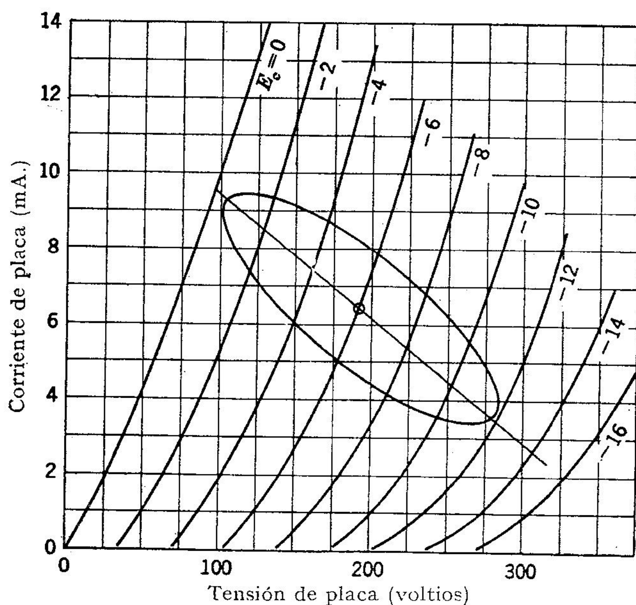


FIG. 6-8. Línea de carga elíptica de un 6J5 con impedancia de carga de 24.000 + j18.000 ohmios.

condición usual para los máximos de potencias de salida. Obsérvese que el valor verdadero de la potencia de salida es también proporcional a E^2_g, es decir, que es necesaria además una amplitud grande en rejilla.

La condición anterior es correcta si no se considera la distorsión, pero si ésta ha de conservarse baja, se requiere un valor diferente para la carga. En los triodos esta resistencia de carga será mayor que r_p y en los pentodos y tubos de haces dirigidos algún valor de la carga producirá un mínimo de distorsión. La selección de la carga adecuada es discrecional y depende de la aplicación práctica para la que se utilice el tubo.

6-5. Relaciones entre las potencias. La potencia de entrada que suministra la fuente de alimentación de placa debe dar energía para la potencia de la señal alterna de salida, las pérdidas en c.c. en la carga

o transformador de salida y la potencia representativa de la energía necesaria para acelerar los electrones dentro del tubo. Esta última se convierte en calor en el ánodo y se llama *pérdidas de placa* o *disipación en placa*. Los tubos deben proyectarse para radiar o de otra manera disipar este calor. En los tetrodos y pentodos existen también pérdidas adicionales que se convierten en calor en la rejilla pantalla.

Como, según el principio de conservación de la energía, se tiene

$$\text{Potencia de entrada} = \text{potencia de salida en c.a.} + \text{pérdidas}$$

entonces

$$E_{bb}I_{bs} = I_p^2R' + \text{pérdidas} \tag{6-7}$$

donde $E_{bb}I_{bs}$ es la potencia media de entrada al circuito cuando hay señal y I_p^2R' es la potencia de salida en c.a. entregada a la carga en c.a. R'. Por definición

$$E_{bb} = E_b + I_{bs}R_{dc}$$

donde R_{dc} es la resistencia en c.c. presentada al paso de I_{bs}, normalmente la del primario del transformador más la resistencia de polarización, si se emplea. Entonces, multiplicando por I_{bs},

$$E_{bb}I_{bs} = E_bI_{bs} + I_{bs}^2R_{dc} \tag{6-8}$$

y, combinando las Ecs. (6-7) y (6-8), se despejan las pérdidas, de forma que

$$\text{Pérdidas} = E_bI_{bs} + I_{bs}^2R_{dc} - I_p^2R'$$

El término $I_{bs}^2R_{dc}$ son las pérdidas en c.c. en el circuito de la carga. El resto de las pérdidas deben tener lugar en el tubo, de manera que las pérdidas en placa vienen dadas por

$$\text{Pérdidas de placa} = P_d = E_bI_{bs} - I_p^2R' \tag{6-9}$$

La potencia media de entrada al tubo es E_bI_{bs}, con lo cual las pérdidas en el tubo son iguales a la potencia media de entrada al mismo menos la potencia en c.a. de la señal de salida.

En clase A el tubo trabajará con menos pérdidas cuando hay señal de salida que en condición de reposo. El diseño del circuito y la selección del tubo deben basarse en el régimen de reposo como el caso peor y el tubo seleccionado debe ser capaz de disipar E_bI_{bs} vatios, pues la señal de entrada puede hacerse cero o fallar.

El rendimiento de conversión de la potencia de entrada, en c.c., en potencia de salida, en c.a., se llama *rendimiento del circuito de placa*, o sea,

$$\eta_p = \frac{\text{potencia de salida en c.a.}}{\text{potencia de entrada en c.c.}} \times 100\ \% \tag{6-10}$$

en la cual se sobreentiende que se trata de valor medio de la potencia. La relación anterior puede escribirse en la forma

$$\eta_p = \frac{I_p^2 R'}{E_{bb} I_{bs}} \times 100\ \% \qquad (6\text{-}11)$$

donde I_{bs} es la corriente media de placa habiendo señal.

La Ec. (6-10) puede transformarse, pero ahora η_p se expresa en tanto por uno, en vez de en tanto por ciento, en la forma

$$\text{Potencia de salida} = \frac{\eta_p \times \text{pérdidas}}{1 - \eta_p}$$

Los tubos están clasificados en función de las pérdidas admisibles o disipación máxima en placa y, para unas pérdidas admisibles dadas, la potencia de salida posible es función del rendimiento del circuito de placa. Esto representa una diferencia importante entre los tubos electrónicos y las otras máquinas eléctricas. En el caso de tetrodos y pentodos la rejilla pantalla tiene también una disipación dada. Las pérdidas que resulten en pantalla $E_{c2}I_{c2}$ deben compararse con el valor dado como máximo admisible para ese tubo, pues, de lo contrario, puede perjudicarse a la pantalla.

6-6. Límite teórico del rendimiento en clase A. Si el triodo, tetrodo o pentodo se considera ideal y lineal, las características pueden tener un aspecto como las de la Fig. 6-9. La potencia de salida del tubo es I_p^2R' y la de entrada $E_{bb}I_b$. De la figura, y suponiendo alimentación de placa en derivación, se deduce

$$\sqrt{2}\, I_p = \frac{I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}}{2} = I_m = I_b$$

El rendimiento del circuito de placa puede escribirse entonces

$$\eta_p \text{ teórico} = \frac{I_p^2 R' \times 100\ \%}{E_{bb} I_b} = \frac{I_m^2 R' \times 100\ \%}{2E_{bb} I_m}$$

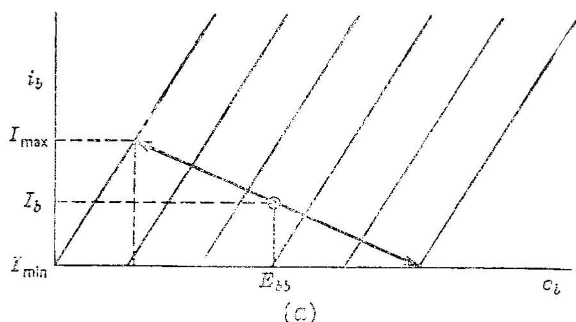
$$= \frac{I_m R' \times 100\ \%}{2E_{bb}} \qquad (6\text{-}12)$$

El factor I_mR' es el valor de cresta de la tensión alterna de salida. El mayor valor que esta amplitud podría adquirir tendría lugar para una resistencia de carga muy grande, haciendo la línea de carga casi horizontal y la amplitud de la tensión se acercaría al valor E_{bb}. En consecuencia, el rendimiento *máximo teórico* del circuito de placa de un amplificador alimentado en derivación o con acoplamiento por transformador sería

$$\eta_p \text{ máximo teórico} = \tfrac{1}{2} \times 100\ \% = 50\ \%$$

Para alcanzar esta condición, la resistencia de carga debería ser infinita y, por tanto, la potencia de salida sería nula. Los rendimientos en la práctica varían del 5 al 25 por 100.

Puede verse que $I_m R'$ puede aproximarse más a su límite E_{bb} en un pentodo o tetrodo que en un triodo. Los rendimientos prácticos



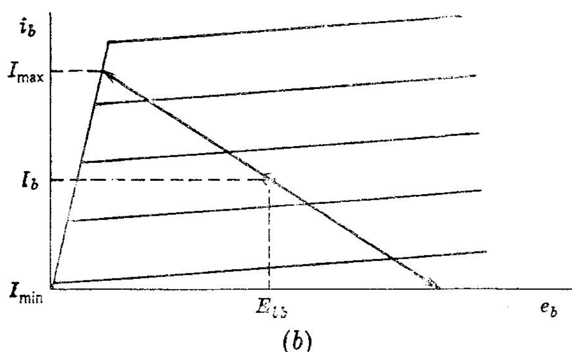


FIG. 6-9. (*a*) Características teóricas lineales de triodo. (*b*) Características lineales teóricas de pentodo o de tubo de haces dirigidos.

en pentodos o tubos de haces dirigidos superan a los que son posibles usualmente en los triodos.

En un circuito alimentado en serie, la línea de carga corta al eje de abscisas en E_{bb}. El mayor valor de la amplitud de la tensión de salida, a lo más, podría ser igual a $E_{bb}/2$. Sustituyendo este valor en la Ec. (6-12) se obtiene un 25 por 100 como rendimiento teórico máximo para el circuito alimentado en serie. Este rendimiento inferior se debe a tener que suministrar las pérdidas de potencia en c.c. que tienen lugar en la resistencia de carga.

6-7. Determinación de la distorsión de amplitud. La existencia de distorsión de amplitud, es decir, de armónicos, en un amplificador de potencia puede ser indeseable. Las formas de onda de corriente o tensión

de salida pueden ser trazadas por puntos partiendo de la línea de carga y ser analizadas por los métodos clásicos para hallar el contenido de armónicos. Sin embargo, es posible evitar este trabajo de construir las formas de onda obteniendo las magnitudes de las ordenadas necesarias de dichas ondas directamente de la línea de carga.

Puede escribirse una ecuación en forma de serie de Taylor para la característica dinámica de rejilla de un tubo, en torno a un punto de trabajo dado E_b, I_b. En función de la variación de tensión de rejilla respecto al valor en dicho punto, tal ecuación puede ser

$$i_b = a_o + a_1 e_g + a_2 e_g^2 + a_3 e_g^3 + a_4 e_g^4 + \ldots \qquad (6\text{-}13)$$

donde $a_o = I_b$, pues ésta es la corriente en el punto de funcionamiento para $e_g = 0$.

Derivando repetidas veces, se halla para los coeficientes

$$a_1 = \frac{\partial i_b}{\partial e_g} = g_d$$

$$a_2 = \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 i_b}{\partial e_g^2} = \frac{1}{2!}\frac{\partial g_d}{\partial e_g}$$

$$a_3 = \frac{1}{3!}\frac{\partial^3 i_b}{\partial e_g^3} = \frac{1}{3!}\frac{\partial^2 g_d}{\partial e_g^2}$$

y así sucesivamente. Por ejemplo, a_1 es igual a la pendiente g_d de la *característica dinámica* y a_2 es proporcional a la derivada o variación relativa de dicha pendiente. Teniendo en cuenta los dos primeros términos de la serie y despreciando los demás, se obtiene una aproximación lineal; teniendo en cuenta los tres primeros y despreciando los demás, se obtiene una aproximación de la característica dinámica mediante una recta más una parábola. Se puede obtener toda la aproximación que se quiera teniendo en cuenta más términos de órdenes superiores.

Si una tensión de rejilla de la forma

$$e_g = E_m \cos \omega t$$

se aplica al tubo, entonces

$$i_b = I_b + a_1 E_m \cos \omega t + a_2 E_m^2 \cos^2 \omega t + a_3 E_m^3 \cos^3 \omega t + a_4 E_m^4 \cos^4 \omega t + \ldots \qquad (6\text{-}14)$$

Haciendo uso de igualdades trigonométricas para ángulos múltiples y combinando los coeficientes de términos análogos, resulta una serie

$$i_b = I_b + A_o + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + A_4 \cos 4\omega t + \ldots \qquad (6\text{-}15)$$

Si se siguen con detalle las transformaciones que conducen a la Ec. (6-15), se verá que los términos no lineales de la serie de la característica dinámica han dado lugar a un término A_o de c.c. y a componentes de frecuencias armónicas. Puede razonarse que los armónicos de órdenes altos serán de amplitud pequeña porque los coeficientes de altos órdenes de la serie de potencias son pequeños en las características dinámicas usuales de tubos de vacío, las cuales son de forma casi parabólica. Los armónicos de orden superior al cuarto pueden despreciarse ordinariamente cometiendo un error pequeño.

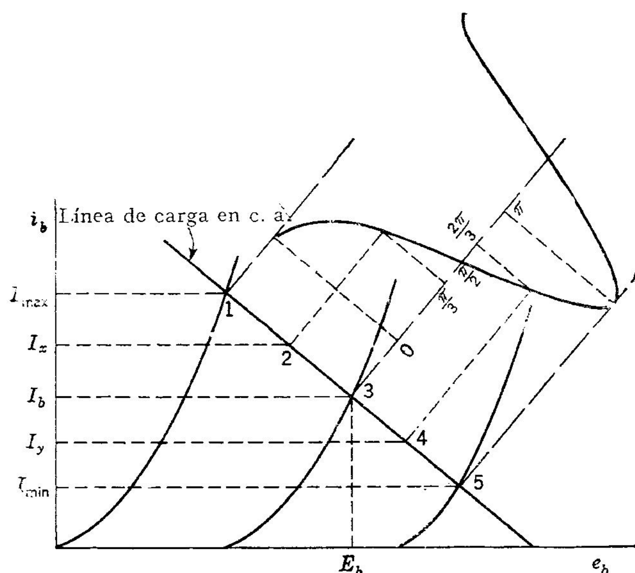


FIG. 6-10. Cálculo de distorsión mediante la línea de carga.

Para determinar los valores de las cinco amplitudes que figuran en la Ec. (6-15) son necesarias cinco ecuaciones con los valores de i_b correspondientes a cinco instantes distintos. En una línea de carga como la de la Fig. 6-10 pueden tomarse cinco valores de corriente que correspondan a cinco de la tensión alterna de rejilla, igualmente espaciados sobre las alternancias positiva y negativa. Esos valores se indican, en la figura, por los números 1 al 5 y corresponden a $\omega t = 0$, que da la corriente $I_{\text{máx}}$, al mismo tiempo que la tensión alterna de rejilla está en su máximo positivo; a $\omega t = \pi/3$, que da una corriente I_x, estando la tensión de rejilla en el valor mitad del máximo; a $\omega t = \pi/2$, que da la corriente I_b, pasando entonces la tensión de rejilla por su valor cero; a $\omega t = 2\pi/3$, que da una corriente I_y, estando la tensión de rejilla en el valor mitad del máximo negativo; y a $\omega t = \pi$, que da la corriente $I_{\text{mín}}$, al mismo tiempo que la tensión alterna de rejilla está en su máximo negativo.

Sustituyendo estos valores en la Ec. (6-15), se obtienen las cinco ecuaciones

$$\begin{aligned}
\omega t &= 0: & I_{\text{máx}} &= I_b + A_o + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \\
\omega t &= \frac{\pi}{3}: & I_x &= I_b + A_o + \frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{2} - A_3 - \frac{A_4}{2} \\
\omega t &= \frac{\pi}{2}: & I_b &= I_b + A_o \qquad - A_2 \qquad + A_4 \\
\omega t &= \frac{2\pi}{3}: & I_y &= I_b + A_o - \frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{2} + A_3 - \frac{A_4}{2} \\
\omega t &= \pi: & I_{\text{mín}} &= I_b + A_o - A_1 + A_2 - A_3 + A_4
\end{aligned} \tag{6-16}$$

Al resolverlas se llega a las siguientes expresiones para las amplitudes de los distintos armónicos componentes

$$A_o = \frac{I_{\text{máx}} + I_{\text{mín}}}{6} + \frac{I_x + I_y}{3} - I_b \tag{6-17}$$

$$A_1 = \frac{I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}}{3} + \frac{I_x - I_y}{3} \tag{6-18}$$

$$A_2 = \frac{I_{\text{máx}} + I_{\text{mín}}}{4} - \frac{I_b}{2} \tag{6-19}$$

$$A_3 = \frac{I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}}{6} - \frac{I_x - I_y}{3} \tag{6-20}$$

$$A_4 = \frac{I_{\text{máx}} + I_{\text{mín}}}{12} - \frac{I_x + I_y}{3} + \frac{I_b}{2} \tag{6-21}$$

La suma de A_o y de I_b representa la corriente media I_{bs} que circula cuando hay señal. O sea,

$$I_{bs} = \frac{I_{\text{máx}} + I_{\text{mín}}}{6} + \frac{I_x + I_y}{3} \tag{6-22}$$

Este valor es necesario tenerlo en cuenta cuando hay que calcular la entrada total a placa en presencia de señal.

Los tantos por ciento de los ármónicos pueden determinarse como relaciones de amplitudes del armónico en cuestión y del fundamental, o sea,

$$D_2 = \frac{A_2}{A_1} \times 100\ \% \qquad D_3 = \frac{A_3}{A_1} \times 100\ \%$$

La distorsión total de armónicos es la relación del valor efectivo de todos los armónicos al valor efectivo del fundamental, o sea

$$D = \sqrt{D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + \cdots} \tag{6-23}$$

Un triodo tiene ordinariamente una distorsión predominante de segundo armónico, y si todos los demás armónicos de órdenes superiores se consideran despreciables, la Ec. (6-15) se convierte en

$$i_b = I_b + C_o + C_1 \cos \omega t + C_2 \cos 2\omega t$$

Si se toman tres valores, se obtienen tres ecuaciones que, al resolverlas, dan para los coeficientes amplitudes

$$C_o = \frac{I_{máx} + I_{mín}}{4} - \frac{I_b}{2} \tag{6-24}$$

$$C_1 = \frac{I_{máx} - I_{mín}}{2} \tag{6-25}$$

$$C_2 = \frac{I_{máx} + I_{mín}}{4} - \frac{I_b}{2} \tag{6-26}$$

Estas ecuaciones permiten algún ahorro de tiempo comparadas con las Ecs. (6-17) a (6-21), si se sabe que los armónicos de orden superior al segundo son despreciables. Esta hipótesis no es correcta para tetrodos o pentodos, en los cuales el tercer armónico ordinariamente es apreciable. Entonces deben utilizarse las Ecs. (6-17) a (6-21).

Para cualquier número de armónicos pueden elegirse adecuadamente, en la línea de carga, un número suficiente de puntos.

Ejemplo. Calcular las amplitudes del fundamental y armónicos para el tetrodo de haces dirigidos de la Fig. 6-11, con $E_{bb} = 250$ voltios; $E_{cc} = -10$ voltios; impedancia de carga reflejada en el primario del transformador: $R' = 2.500$ ohmios; $R_{dc} = 0$; y una tensión de rejilla sinusoidal con 10 voltios de amplitud.

La línea de carga en c.c. será la vertical de $E_{bb} = 250$ voltios y el punto Q es la intersección de aquélla con la característica $E_c = -10$ voltios. Tomando lecturas en la línea de carga, se obtiene:

$$I_{máx} = 107{,}5 \text{ mA} \qquad I_x = 80{,}0 \text{ mA}$$
$$I_{mín} = 19{,}0 \text{ mA} \qquad I_y = 37{,}0 \text{ mA}$$
$$I_b = 56 \text{ mA}$$

Entonces

$$A_o = \frac{107{,}5 + 19{,}0}{6} + \frac{80{,}0 + 37{,}0}{3} - 56 = 4{,}1 \text{ mA}$$

$$A_1 = \frac{107{,}5 - 19{,}0}{3} + \frac{80{,}0 - 37{,}0}{3} = 43{,}8 \text{ mA}$$

$$A_2 = \frac{107{,}5 + 19{,}0}{4} - \frac{56}{2} = 3{,}6 \text{ mA}$$

$$A_3 = \frac{107{,}5 - 19{,}0}{6} - \frac{80{,}0 - 37{,}0}{3} = 0{,}45 \text{ mA}$$

$$A_4 = \frac{107{,}5 + 19{,}0}{12} - \frac{80{,}0 + 37{,}0}{3} + \frac{56}{2} = -0{,}5 \text{ mA}$$

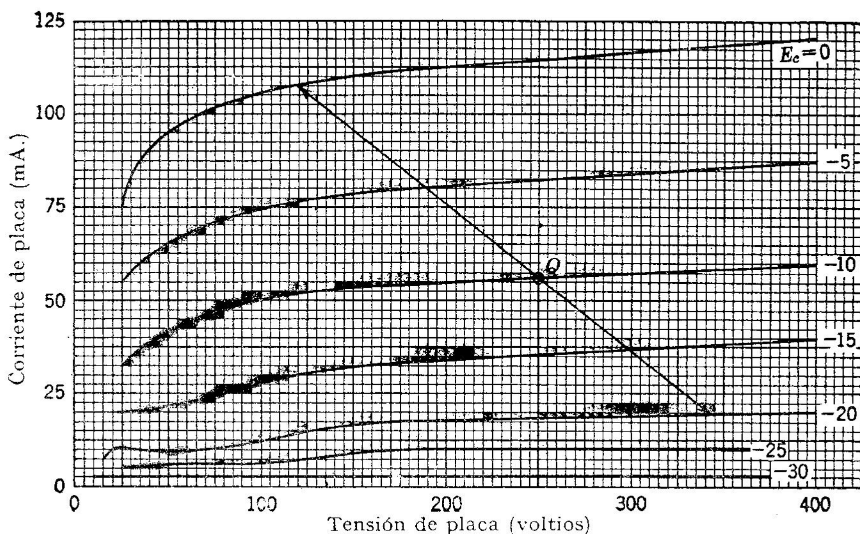


FIG. 6-11. Características y línea de carga de tetrodo de haces dirigidos.

Los tantos por ciento de armónicos son, por tanto:

$$D_2 = \frac{3,6}{43,8} \times 100\ \% = 8,2\ \% \qquad D_3 = \frac{0,45}{43,8} = 1,0\ \%$$

$$D_4 = \frac{0,5}{43,8} = 1,1\ \%$$

6-8. Distorsión de intermodulación. Frecuentemente, las señales de entrada de amplificadores de potencia son formas de onda que contienen varias componentes sinusoidales, produciéndose, entonces, otra clase de distorsión, llamada *intermodulación,* si la característica dinámica es no lineal. Esta clase de distorsión da en la salida nuevas frecuencias que son combinaciones sumas y diferencias de todas las frecuencias presentes.

Por sencillez, supóngase que una señal de entrada contiene dos frecuencias

$$e_g = E_a \cos \omega_a t + E_b \cos \omega_b t \tag{6-27}$$

y que la característica dinámica mutua del amplificador puede representarse con los tres primeros términos de la Ec. (6-13), o sea,

$$i_b = I_b + a_1 e_g + a_2 e_g^2$$

La corriente de placa será

$$i_b = I_b + a_1(E_a \cos \omega_a t + E_b \cos \omega_b t) + \\ + a_2(E_a \cos \omega_a t + E_b \cos \omega_b t)^2 \qquad (6\text{-}28$$

Desarrollando y teniendo en cuenta que

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{\cos 2x}{2}$$

$$\cos x \cos y = {}^1\!/_2[\cos (x + y) + \cos (x - y)]$$

la Ec. (6-28) puede escribirse en la forma

$$\begin{aligned} i_b = I_b + \frac{a_2}{2} (E_a{}^2 + E_b{}^2) + a_1E_a \cos \omega_a t + a_1E_b \cos \omega_b t \\ + a_2E_aE_b \cos (\omega_a + \omega_b)t + a_2E_aE_b \cos (\omega_a - \omega_b)t \\ + \frac{a_2E_a{}^2}{2} \cos 2\omega_a t + \frac{a_2E_b{}^2}{2} \cos 2\omega_b t \qquad (6\text{-}29) \end{aligned}$$

Es decir, en la salida existen términos de las frecuencias originales de entrada, así como otros términos de frecuencias que son suma y diferencia de las mismas y los segundos armónicos.

Un conjunto más complejo de frecuencias en la entrada y términos de órdenes más altos en la serie representativa de la característica del tubo produciría un conjunto más complicado de frecuencias en la salida, pero el análisis anterior es ya indicativo de la situación. Obsérvese que todos los términos de distorsión contienen el coeficiente a_2 y existen solamente a causa de la no linealidad de la característica dinámica del tubo. Dichos términos de distorsión suelen ser de pequeño valor, pero están físicamente presentes y pueden revelarse mediante examen de la señal de salida con un analizador de ondas. En un amplificador de sonido aparecen como ruido de fondo.

6-9. Selección de la resistencia de carga para salida de potencia óptima. El régimen de trabajo (o sea, las condiciones de funcionamiento) adecuado para los tubos con salida de potencia depende de la tensión de alimentación de ánodo disponible, la máxima disipación admisible de placa, la tensión de entrada en rejilla de que se dispone y de la distorsión de amplitud tolerable en la salida. La condición $R' = r_p$, o sea, resistencia de carga igual a la resistencia del tubo, daría máxima potencia de salida, pero la distorsión sería también grande. Si el límite de distorsión impuesto es bajo, la elección de la resistencia de carga de un triodo es discrecional y ordinariamente dicha resistencia sobrepasará a r_p. Para tetrodos y pentodos, la resistencia de carga debe ser mucho menor que r_p para mantener la distorsión dentro de límites.

La cantidad de distorsión a tolerar hay que decidirla en cada aplicación. Se considera como limitativo un 5 por 100 si es el oído humano el receptor final de la señal. Sin embargo, los equipos de precisión tendrán ordinariamente menos que esa cifra.

Como primer paso de la selección del régimen de trabajo deseable de un tubo, debe dibujarse en la familia de características de placa la

línea de máxima disipación admisible. Dicha línea será una hipérbola de ecuación

$$E_b I_b = K \tag{6-30}$$

donde K es la máxima disipación en placa admisible del tubo. Si el transformador de salida o la inductancia de alimentación en paralelo tienen una resistencia en c.c. despreciable, la Ec. (6-30) se convierte en la $E_{bb} I_b = K$. El punto Q debe estar situado en esta hipérbola o debajo de ella, para asegurar que la máxima disipación admisible en placa no se sobrepasará cuando no haya señal. Suele colocarse el punto Q de manera que corresponda a la máxima tensión E_{bb} admisible para el tubo seleccionado.

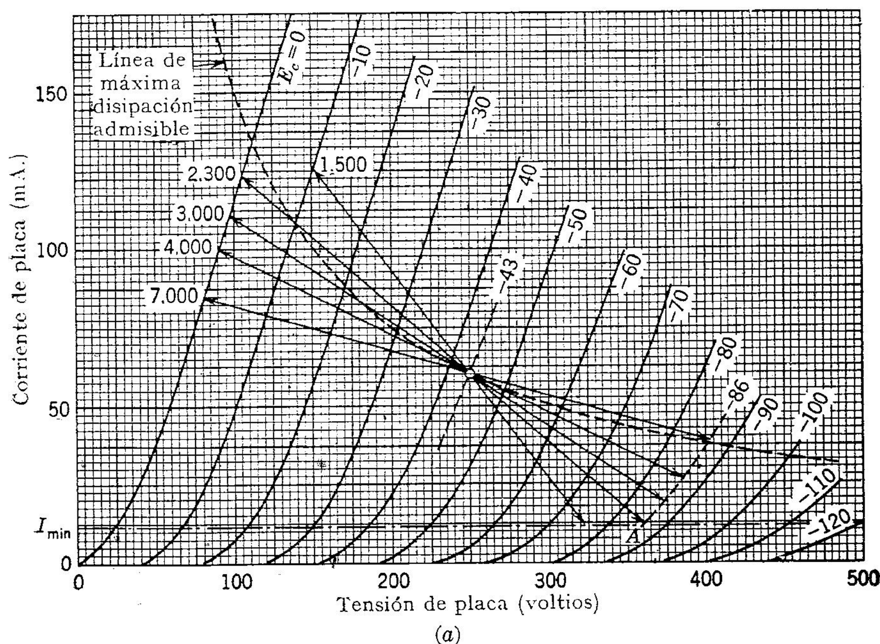
Después de elegido el punto Q, la resistencia adecuada de carga de la salida puede decidirse mediante experiencias en el laboratorio, completando las medidas de potencia de salida con medidas de amplitudes de los armónicos. También pueden seguirse métodos gráficos en forma de tanteos para predecir el funcionamiento. Dichos métodos se tratarán aquí como aplicados al amplificador de clase A.

Una vez determinados la línea de disipación y el punto Q, debe elegirse un valor para $I_{\text{mín}}$ de forma que no se alcancen en el funcionamiento intensidades tan bajas de corriente de ánodo en las cuales las características se hayan apartado ya seriamente de la linealidad. Se traza en la familia de características de placa una horizontal que servirá como límite de las $I_{\text{mín}}$. Se supone para trabajo en clase A que el otro límite es la característica $e_c = 0$. En la Fig. 6-12*a* se han trazado, para un triodo, la línea de máxima disipación admisible $E_{bb} I_b = 15$ vatios y la horizontal $I_{\text{mín}} = 12$ mA.

Se elige en esta horizontal de $I_{\text{mín}}$ un punto A para el cual sea e_c igual al doble del valor que tiene dicha e_c en el punto Q. Se traza, ahora, una línea de carga que, pasando por dicho punto A elegido y el Q, llegue hasta la característica $e_c = 0$. Esta carga corresponderá a una potencia de salida máxima o cerca de la máxima, pero la distorsión puede o no estar dentro de límites tolerables. En la Fig. 6-12*a* dicha línea de carga trazada se ve que representa una resistencia de 2.300 ohmios.

TABLA 10. DETERMINACIÓN DE LA CARGA ÓPTIMA PARA EL TRIODO DE LA FIG. 6-12*a*

Resistencia de carga (ohmios)	$I_{\text{máx}}$ (mA)	$I_{\text{mín}}$ (mA)	I_x (mA)	I_y (mA)	A_1	I_p (mA)	P (vatios)	D_2 (%)	D_3 (%)	D_4 (%)	D total (%)
1.500	126	12	93	33	58,0	41,0	2,5	7,8	—1,7	—0,9	8,0
2.300	123	12	90	33	56,0	39,6	3,6	6,7	—0,9	—0,5	6,8
3.000	111	19	85	38	46,7	33,0	3,3	5,3	—0,7	......	5,3
4.000	100	27	80	43	36,7	25,9	2,7	4,8	......	—0,9	4,9
7.000	85	38	72	49	23,3	16,5	1,9	3,0	......	......	3,0



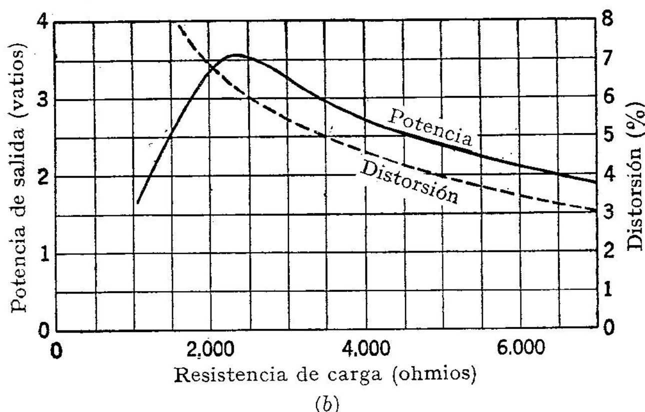


FIG. 6-12. (a) Líneas de carga de tanteo para determinación de la salida de potencia. Tubo 2A3, disipación máxima admisible: 15 vatios. (b) Potencia de salida y distorsión en función de la resistencia de carga.

Deben trazarse otras líneas de carga para valores de dicha carga superiores e inferiores al de la primera trazada. En la figura se presentan varias. Se calculan para cada carga la potencia de salida y las componentes de distorsión empleando una tensión sinusoidal de rejilla de amplitud suficiente para llegar, o bien a $e_c = 0$, en la cresta positiva, o bien a $I_{mín}$, en la cresta negativa, según cuál de los dos límites se alcance antes. Con los resultados se ha construido la Tab. 10.

Se construyen ahora, por puntos, las curvas de potencia de salida y distorsión total en función de la resistencia de carga, como se ha hecho en la Fig. 6-12*b* para el triodo. Entonces se puede elegir una carga que dé una potencia de salida lo más próxima posible a la máxima con un valor deseable de distorsión. Para el triodo de la Fig. 6-12*a* tal resistencia de carga pudiera ser de 3.500 ohmios, que daría una distorsión aproximada del 5 por 100, la mayor parte de segundo armónico. Resistencias más altas reducirían esta cifra de distorsión.

Si no importa la distorsión, puede elegirse la resistencia de carga de 2.300 ohmios, que da la máxima potencia de salida para las condiciones dadas y tensión alterna de rejilla posible. Obsérvese que podría tenerse aún mayor potencia de salida si se dispusiese de una tensión más alta de placa y de tensión de señal más grande en rejilla. Por ejemplo, para el triodo citado, con $E_{cc} = -60$ voltios, $E_{bb} = 315$ voltios y una resistencia de carga de 5.200 ohmios, se tendría una potencia de salida de 4,1 vatios con distorsión de 5 por 100.

La Fig. 6-13*a* ilustra el proceso gráfico anterior con un tetrodo de haces dirigidos. Para este tubo, después de situar el punto Q de manera análoga a como se hizo con el triodo, se puede trazar una primera línea de carga, la cual probablemente cortará a la característica $e_c = 0$ cerca del codo de la curva. Entonces deben trazarse más líneas de carga cuyas intersecciones con $E_c = 0$ caigan a ambos lados del codo. Los cálculos de potencia de salida y distorsión deben hacerse para cada carga. En la Tab. 11 se hallan tabulados los resultados, y en la Fig. 6-13*b* se han construido las curvas, obtenidos con el tetrodo de haces dirigidos considerado.

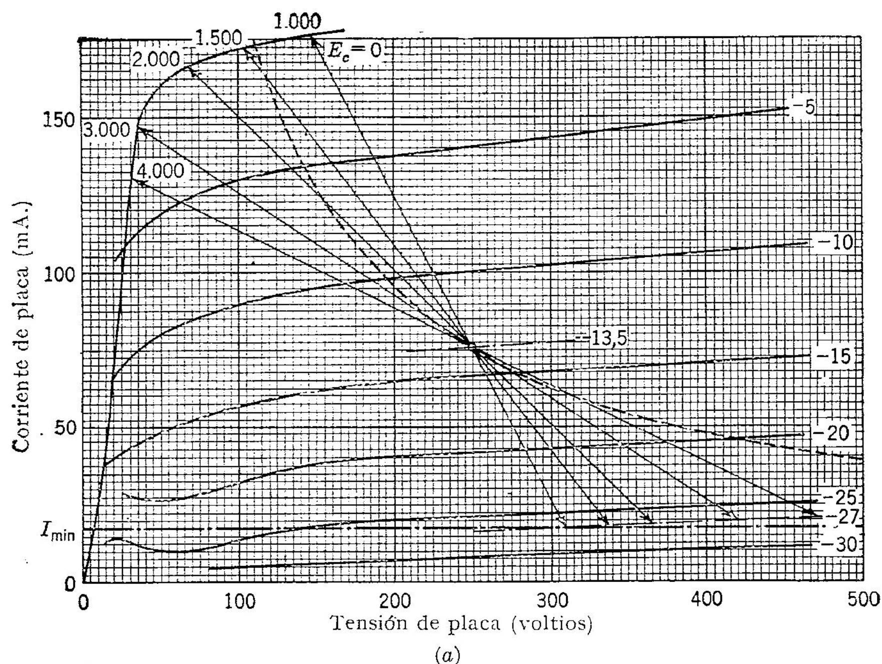
TABLA 11. DETERMINACIÓN DE LA CARGA ÓPTIMA PARA EL TETRODO DE LA FIG. 6-13

Resistencia de carga (ohmios)	$I_{máx}$ (mA)	$I_{mín}$ (mA)	I_x (mA)	I_y (mA)	A_1	I_p (mA)	P (vatios)	D_2 (%)	D_3 (%)	D_4 (%)	D total (%)
1.000	176	17,5	125	42	80,5	57,0	3,3	13,0	—1,1	—2,0	13,2
1.500	172	17,5	122	42	78,2	55,3	4,6	12,2	—1,2	—1,1	12,3
2.000	166	18	120	43	75,0	53,0	5,6	10,7	—1,4	—1,3	10,9
3.000	147	19	117	43	67,4	47,6	6,8	5,2	—5,0	—2,2	7,6
4.000	131	20	113	44	60,0	42,4	7,2	—0,4	—7,5	—2,8	8,0

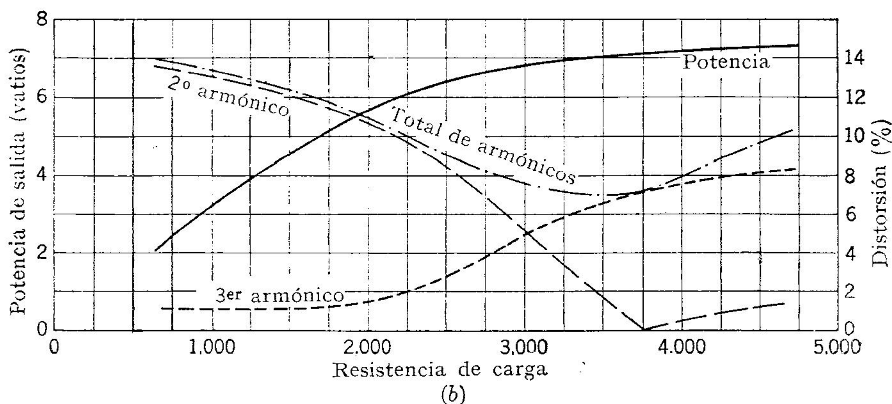
Dichos resultados para el tetrodo presentan un mínimo en la curva de distorsión total de forma que la elección de carga en este tubo bajo la base de distorsión mínima ordinariamente está determinada. En el caso de la figura serían, aproximadamente, 3.800 ohmios con 7 vatios de potencia de salida y 7 por 100 de distorsión total.

El mínimo de la curva de dicha distorsión total se debe a que el segundo armónico se anula para una determinada carga. Esto último tiene lugar cuando

$$I_{máx} + I_{mín} = 2I_b$$



(a)



(b)

FIG. 6-13. (a) Líneas de carga de tanteo para el tetrodo 6L6, con máxima disipación admisible de 19 vatios. (b) Potencia de salida en función de la resistencia de carga.

o sea, con una línea de carga trazada de tal forma que las crestas de las oscilaciones de la corriente sean simétricas, o bien con un punto Q cuyo valor I_b está exactamente a la mitad entre $I_{máx}$ e $I_{mín}$. Unos cálculos de tanteo indicarían que esto ocurrirá en el tubo de la Fig. 6-13*a* para una línea de carga que dé $I_{máx} = 132$ mA, $I_{mín} = 20$ mA, o sea, para una resistencia de carga alrededor de los 3.800 ohmios.

La selección, en un tetrodo, de una carga que dé potencia máxima de salida, sin tener en cuenta la distorsión, es algo discrecional, pero se aumenta poco la potencia subiendo por encima de los 4.000 ohmios, en el tubo de que se trata y en el punto Q considerado. En las condiciones fijadas la resistencia de carga de 4.000 ohmios produce una tensión en ella misma de 440 voltios de cresta a cresta y solamente podría aumentarse dicha tensión hasta 500 voltios como límite para resistencias de carga mayores.

En un tetrodo, cuando la tensión de ánodo es baja, la corriente de rejilla pantalla es muy grande. Por ello, el empleo de grandes resistencias de carga puede hacer que, en la parte del ciclo en que la tensión de placa es baja, se sobrecargue la rejilla pantalla, dando lugar a que dicha pantalla sobrepase su disipación máxima admisible. Por la misma razón, nunca debe cortarse, o reducirse a valores bajos, la tensión de ánodo sin quitar antes la tensión de pantalla. Es bastante fácil que la potencia de entrada (es decir, la procedente de la alimentación) de la rejilla pantalla alcance valores que haga que se fundan sus alambres.

6-10. La regla de distorsión. Se puede seguir un método más rápido cuando se sabe que predomina el segundo armónico, como suele ocurrir en un triodo. La línea de carga que dé un valor especificado de distorsión debido al segundo armónico para un punto Q y tensión de excitación dados puede hallarse mediante la llamada *regla de distorsión.*

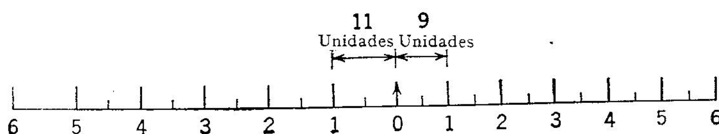


FIG. 6-14. Regla de distorsión.

Si es X el tanto por ciento de distorsión debida al segundo armónico que se da como tolerable, entonces, dividiendo miembro a miembro las Ecs. (6-26) y (6-25), se obtiene

$$\frac{X}{100} = \frac{I_{\text{máx}} + I_{\text{mín}} - 2I_b}{2(I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}})}$$

de la cual se deduce

$$\frac{I_{\text{máx}} - I_b}{I_b - I_{\text{mín}}} = \frac{1 + 0{,}02X}{1 - 0{,}02X}$$

Si se quiere limitar la distorsión a un máximo del 5 por 100, lo cual deberá ocurrir con una tensión de excitación de rejilla suficiente para llegar a $e_c = 0$, entonces, el segundo miembro toma el valor $^{11}/_9$ y la

amplitud de corriente de placa desde I_b a $I_{máx}$ debe ser $^{11}/_9$ veces la amplitud de I_b a $I_{mín}$.

Se puede graduar una regla, como en la Fig. 6-14, en la cual, cada división a la izquierda del cero tiene 11 unidades de longitud mientras que las divisiones a la derecha del cero tienen 9 unidades. Si esta regla se pone sobre las características de placa, con su cero en el punto Q, y se gira hasta que el número de la parte izquierda que caiga en la característica $e_c = 0$ sea el mismo número de la parte derecha que cae en la característica $e_c = 2E_{cc}$, entonces, la línea de carga está dividida en dos partes cuya relación es 11 : 9 y la distorsión es el 5 por 100.

6-11. El amplificador de dos tubos en contrafase *(push-pull)*. Frecuentemente se presentan situaciones en que se quiere más potencia de salida que la que puede dar un tubo dado. Una solución evidente al problema sería poner en paralelo dos o más tubos de salida, y a veces se hace así. Sin embargo, mediante un tipo de conexión llamado circuito *push-pull* o *acoplamiento en contrafase*, se pueden utilizar dos tubos de forma que se obtenga más del doble de la potencia de salida que podría dar un tubo, y con mucha menos distorsión de armónicos de orden par.

En el caso del triodo casi toda la distorsión es debida al segundo armónico y, como el amplificador en contrafase anula precisamente la distorsión de armónicos pares, se puede obtener mayor potencia de salida en la conexión *push-pull* para una distorsión dada. En el pentodo y en el tetrodo de haces dirigidos, aumentando la resistencia de carga aumentará la potencia de salida, pero a costa de mayor distorsión de armónicos. Parte de este aumento de distorsión se debe al segundo armó-

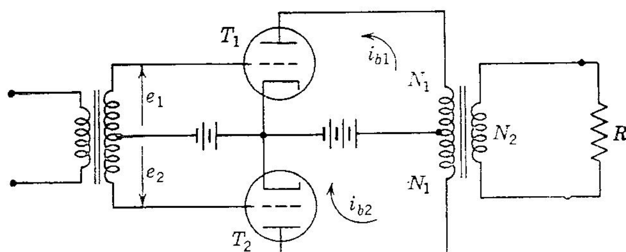


FIG. 6-15. Amplificador en contrafase *(push-pull)*.

nico y, como éste queda eliminado en el amplificador en contrafase, se podrá obtener mayor potencia de salida para la misma distorsión dada.

Otra ventaja del amplificador en contrafase es que las componentes de c.c. de la fuerza magnetomotriz que actúan en el núcleo del transformador se contrarrestan, y así se elimina la saturación de dicho núcleo. Esto simplifica el diseño del transformador de salida.

Un amplificador de este tipo se representa en la Fig. 6-15. Para pentodos o tetrodos de haces dirigidos no hay otra variación, respecto al amplificador con triodos, que la necesidad de proporcionar una ten-

sión de alimentación y un condensador de desacoplo para la rejilla pantalla. Las dos tensiones de entrada (entre cada rejilla y su cátodo) han de estar en contrafase, es decir, desfasadas entre sí 180°, y en la figura esto se ha resuelto mediante un transformador con toma central. Cualquier circuito que proporcione esta relación entre las fases en la banda de frecuencias de interés puede valer y en la Sec. 6-19 se tratan varios de ellos. Debido a su coste y banda de frecuencias limitada,

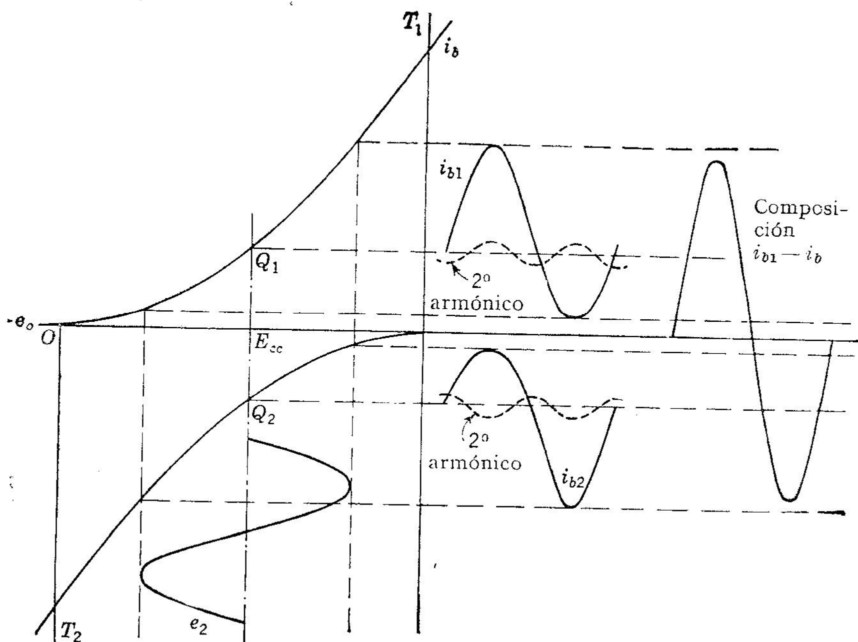


FIG. 6-16. Anulación de armónicos en el amplificador en contrafase.

rara vez se emplea el transformador, a no ser que haya que manejar una potencia apreciable.

Por estar en oposición de fase las tensiones entre rejillas y cátodos, la corriente de placa de un tubo alcanzará su máximo en el instante que la del otro alcanza su mínimo. Esto se representa en la Fig. 6-16, en la cual la característica dinámica del tubo 2 se ha puesto doblemente invertida, para expresar el desfase de tensiones de rejilla, y se ha alineado de forma que su E_{cc} coincida con la del tubo 1. Ambas características dinámicas son curvas, por lo cual hay una generación seria de armónicos en i_{b1} e i_{b2}. En la figura se puede observar la propiedad que tiene el amplificador de anulación de los armónicos pares, considerando una composición $i_{b1} - i_{b2}$ con esos armónicos eliminados. *

* Las corrientes i_{b1} e i_{b2} circulan por partes distintas del primario del transformador, por lo cual la diferencia $i_{b1} - i_{b2}$ no tiene existencia real en él, pero es útil considerarla para ciertos efectos producidos en el secundario, como se verá después.

Se puede hacer un análisis del circuito para ver mejor su funcionamiento. Si se suponen idénticas las características dinámicas de los dos tubos, entonces, según la Sec. 6-7, la corriente de placa de cada tubo puede expresarse por

$$i_b = I_b + a_1 e_g + a_2 e_g^2 + a_3 e_g^3 + a_4 e_g^4 + \cdots \qquad (6\text{-}31)$$

Si se aplica una tensión sinusoidal al primario del transformador de entrada de la Fig. 6-15, las tensiones de rejilla serían

$$e_1 = E_2 \operatorname{sen} \omega t \qquad (6\text{-}32)$$

$$e_2 = E_2 \operatorname{sen} (\omega t + \pi) \qquad (6\text{-}33)$$

Entonces, la corriente de placa del tubo T_1 será

$$i_{b1} = I_b + a_1 E_2 \operatorname{sen} \omega t + a_2 E_2^2 \operatorname{sen}^2 \omega t + a_3 E_2^3 \operatorname{sen}^3 \omega t + \cdots$$

y la del tubo T_2

$$i_{b2} = I_b + a_1 E_2 \operatorname{sen} (\omega t + \pi) + a_2 E_2^2 \operatorname{sen}^2 (\omega t + \pi) + \\ + a_3 E_2^3 \operatorname{sen}^3 (\omega t + \pi) + \cdots$$

Teniendo en cuenta varias relaciones trigonométricas, las anteriores expresiones pueden transformarse en las siguientes, en las cuales entran ángulos múltiplos, es decir, frecuencias armónicas,

$$i_{b1} = I_b + B_o + B_1 \operatorname{sen} \omega t - B_2 \cos 2\omega t + B_3 \operatorname{sen} 3\omega t - \\ - B_4 \cos 4\omega t + \cdots \qquad (6\text{-}34)$$

$$i_{b2} = I_b + B_o + B_1 \operatorname{sen} (\omega t + \pi) - B_2 \cos 2(\omega t + \pi) + B_3 \operatorname{sen} 3(\omega t + \pi) \\ - B_4 \cos 4(\omega t + \pi) + \cdots \qquad (6\text{-}35)$$

Sin embargo, la Ec. (6-35) puede simplificarse más, teniendo en cuenta que

$$\operatorname{sen} (\omega t + \pi) = - \operatorname{sen} \omega t$$

$$\cos 2(\omega t + \pi) = \cos 2\omega t$$

y análogamente para todos los demás armónicos impares y pares, respectivamente. Con ello, la corriente de T_2 se transforma en

$$i_{b2} = I_b + B_o - B_1 \operatorname{sen} \omega t - B_2 \cos 2\omega t - B_3 \operatorname{sen} 3\omega t - \\ - B_4 \cos 4\omega t - \cdots \qquad (6\text{-}36)$$

Las corrientes i_{b1} e i_{b2} tienen sentidos, como los indicados, en el arrollamiento primario del transformador de salida y se restan en sus efectos en el circuito magnético. La fuerza magnetomotriz del primario es, entonces, proporcional a

$$NI = N_1 i_{b1} - N_1 i_{b2}$$

Los amperios-vueltas resultantes son, de esta forma:

$$NI = N_1(2B_1 \operatorname{sen} \omega t + 2B_3 \operatorname{sen} 3\omega t + 2B_5 \operatorname{sen} 5\omega t + \cdots) \quad (6\text{-}37)$$

Si el transformador funcionase como un elemento ideal, la tensión secundaria E_s sería proporcional al número de amperios-vuelta, es decir,

$$E_s = k(2B_1 \operatorname{sen} \omega t + 2B_3 \operatorname{sen} 3\omega t + 2B_5 \operatorname{sen} 5\omega t + \cdots) \quad (6\text{-}38)$$

Esto demuestra que la conexión en contrafase en tubos que tienen iguales las características dinámicas eliminará de la salida todos los armónicos de orden par. Los tubos podrán trabajar con cargas y en puntos Q tales que se obtenga mayor potencia de salida y la distorsión resultante en armónicos pares será anulada por el efecto *push-pull*. Por este procedimiento pueden obtenerse salidas cerca de tres veces superiores a la posible con un tubo y con una distorsión menor que la de un tubo funcionando normalmente.

Como se dijo más arriba, las componentes de c.c. de la corriente de placa se anulan en sus efectos y no existe componente continua de la fuerza o intensidad de campo magnetizante en el núcleo del transformador de salida. Así se evita la saturación de dicho núcleo y se pueden tener mayores inductancias primarias con las mismas cantidades de hierro, consiguiendo mejor funcionamiento del transformador. El rizado u ondulaciones residuales de E_{bb}, procedentes de la fuente de alimentación, dan lugar a componentes en fase que también se anulan en sus efectos. Por ello se puede tolerar en un amplificador en contrafase una fuente de alimentación con menos filtrado que el requerido para una salida de tubo único o (como a veces se llama) amplificador de funcionamiento *asimétrico respecto a masa.*

6-12. Consideraciones sobre la polarización de los amplificadores en contrafase. En los amplificadores en contrafase se suele emplear para la polarización de rejillas una resistencia de cátodo común, en lugar de la batería que aparece en la Fig. 6-15. Cuando se conecta dicha resistencia como en la Fig. 6-17 y no se emplea condensador de paso C_k, la corriente que circula por R_k será $i_k = i_{b1} + i_{b2}$ y, entonces, el potencial de cátodo es

$$e_k = R_k\,(2I_b + 2B_0 - 2B_2 \cos 2\omega t - 2B_4 \cos 4\omega t - \cdots) \quad (6\text{-}39)$$

en la cual, e_k se toma como tensión positiva de cátodo respecto a masa cuando el potencial de cátodo es superior al de masa.

Las tensiones de armónicos pares que existen en R_k tienen una fase tal que dan lugar a una componente de la tensión entre rejilla y cátodo que se opone a los armónicos pares engendrados en el circuito de placa. Sin embargo, si los tubos no son iguales dinámicamente, pueden quedar en e_k componentes armónicos impares, debido a desigualdad de los coeficientes a_3, a_5, etc. Estos armónicos impares tienen una fase

tal que producen una componente de la tensión entre rejilla y cátodo que aumentará la amplitud de los términos de armónicos impares. Si hay peligro de que los tubos no estén dinámicamente iguales, debe emplearse el condensador de desacoplo de cátodo. Tiene esto especial importancia en tetrodos de haces dirigidos y pentodos en los cuales son fuertes los armónicos impares y donde las desigualdades de los tubos son frecuentes debido a variaciones en la tensión de pantalla y a la construcción interna.

La igualdad de las componentes I_b, que es lo usual en la práctica, no asegura la de los otros coeficientes de la serie, es decir, la igualdad dinámica. Realmente la igualdad dinámica es rara; por ello, es mejor utilizar el condensador de desacoplo.

Con este condensador conectado en su sitio, la tensión de polarización es

$$E_{cc} = 2I_bR_k + 2B_oR_k \qquad (6\text{-}40)$$

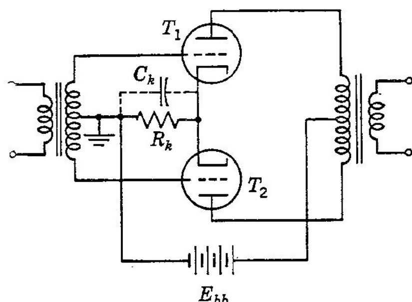


FIG. 6-17. Polarización por cátodo en el amplificador en contrafase.

Esta tensión será constante solamente si B_o es pequeño. Como $B_o \simeq B_2$, el punto Q queda fijo únicamente si la distorsión de segundo armónico del tubo individual es baja. En amplificadores en clase A suele cumplirse esta condición satisfactoriamente y, entonces, la tensión de polarización es

$$E_{cc} = 2I_b R_k$$

En el amplificador en contrafase trabajando en clase AB, la distorsión de segundo armónico es grande y debe limitarse, por ello, la amplitud de la tensión alterna de rejilla, si se emplea polarización por cátodo, para limitar la distorsión debida a desplazamientos del punto Q. Si se emplea polarización fija, se pueden tener mayores amplitudes de tensión de rejilla y mayor potencia de salida.

En el trabajo en clase B, el funcionamiento estático está cerca del corte, por lo cual I_b es pequeño. El segundo término de la Ec. (6-40) es grande y no puede utilizarse la polarización por cátodo.

6-13. Circuito equivalente del amplificador en contrafase *(push-pull)*. Si se supone que un amplificador en contrafase trabajando en clase A funciona en forma lineal, los circuitos equivalentes pueden representarse como en la Fig. 6-18*a*. Las polaridades indicadas corresponden al semiciclo en que la rejilla G_1 es positiva. Por ser el funcionamiento lineal, no se generan armónicos y en la conexión entre K y la toma central del transformador la corriente resultante del fundamen-

tal es nula. Entonces, para corriente alterna puede omitirse esta conexión, como se ha hecho en la Fig. 6-18*b*, y la resistencia de carga cuando es referida al primario del transformador vale $(2N_1/N_2)^2R$.

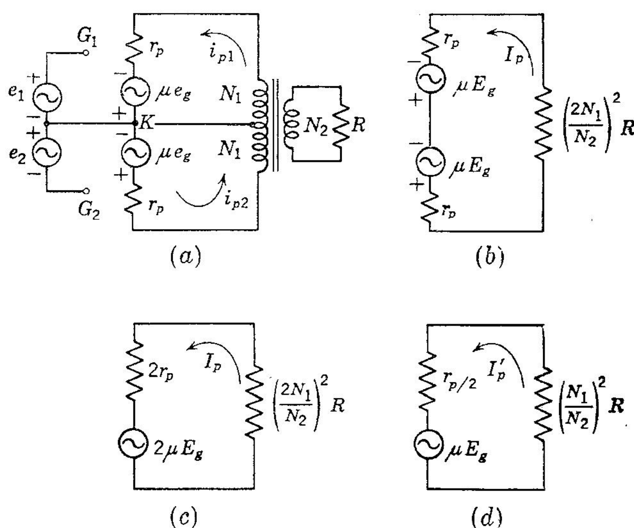


FIG. 6-18. Simplificación del circuito equivalente del amplificador lineal en contrafase.

Los dos generadores de los circuitos de placa están entonces efectivamente en serie y se puede dibujar el circuito de la Fig. 6-18*c*. La corriente de placa será, entonces,

$$\mathbf{I}_p = \frac{2\mu \mathbf{E}_g}{2r_p + (2N_1/N_2)^2R} \tag{6-41}$$

y la potencia de salida

$$P = \left[\frac{2\mu E_g}{2r_p + (2N_1/N_2)^2R}\right]^2 \left(\frac{2N_1}{N_2}\right)^2 R \tag{6-42}$$

Fácilmente puede hallarse que se obtiene la potencia máxima cuando

$$2r_p = \left(\frac{2N_1}{N_2}\right)^2 R \tag{6-43}$$

que dice que la impedancia de carga entre placa y placa debe ser igual al doble de la resistencia de placa de un tubo, o sea, igual a la resistencia de los dos tubos en serie.

La Ec. (6-42) puede escribirse en la forma

$$P = \left[\frac{\mu E_g}{r_p/2 + (N_1/N_2)^2 R}\right]^2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R \qquad (6\text{-}44)$$

y esta potencia sería suministrada por un circuito como el de la Figura 6-18*d*. Tal circuito representaría un solo *tubo ficticio* o *compuesto*, equivalente en funcionamiento a los del amplificador completo en contrafase. La impedancia reflejada $(N_1/N_2)^2R$ es la impedancia de carga *por tubo*. El tubo ficticio sería aquel que si se colocase en uno de los zócalos de un amplificador en contrafase, dejando vacío el otro zócalo, daría una salida exactamente equivalente a la del amplificador completo. Evidentemente, dicho tubo tendría que trabajar con características lineales.

La reducción de distorsión que tiene lugar en el amplificador en contrafase permite emplear una resistencia de carga igual a la resistencia interna del amplificador. Esta carga hace posible obtener una mayor potencia de salida con dicho amplificador en contrafase.

6-14. Estudio gráfico utilizando características compuestas. Existe para los amplificadores en contrafase un método de análisis gráfico. Como las corrientes totales de las placas son substractivas en el transformador de salida, las características de placa de los dos tubos pueden ponerse juntas de forma que las corrientes de un tubo sean representadas como valores negativos y las tensiones de placa de ese tubo crezcan de derecha a izquierda. Las dos familias de curvas se ajustan en el eje de corrientes cero (eje de abscisas) de modo que las verticales E_b queden alineadas. Un ejemplo de esta construcción es la Fig. 6-19 relativa a dos triodos 2A3 trabajando en $E_b = 250$ voltios y $E_{cc} = -50$ voltios. Están ajustados los ejes de tensiones de placa (ejes de abscisas) de forma que la vertical de 250 voltios es la misma para ambos tubos. Las líneas de tensión de rejilla están marcadas con los valores e_c verdaderos y, también, entre paréntesis, con las tensiones de señal, que es lo que suben o bajan en potencial respecto al punto Q.

Cuando no hay señal, los tubos trabajan en sus respectivos puntos Q, cada uno con 32 mA. Como los efectos de las corrientes de los tubos son substractivos en el transformador de salida, la *corriente* resultante (ficticia) o *compuesta* en el punto Q es cero. Para otros valores cualesquiera de la tensión de ánodos, pueden hallarse las corrientes ficticias resultantes o compuestas como diferencias de los valores absolutos de las corrientes individuales de los tubos (o como suma algébrica de los valores positivos y negativos correspondientes). Los puntos así determinados, mediante diferencias gráficas de las ordenadas de las dos curvas $e_c = -50$ voltios, resultan situados en una recta, dibujada de trazos en la figura. Dicha recta es la característica $e_g = 0$ del tubo ficticio que representa al amplificador en contrafase.

Con una señal de 25 voltios, el tubo de la mitad superior trabajará en su característica $e_c = -25$ voltios y el tubo de la mitad inferior en la suya $e_c = -75$ voltios. Es decir, en cada caso, la curva de n vol-

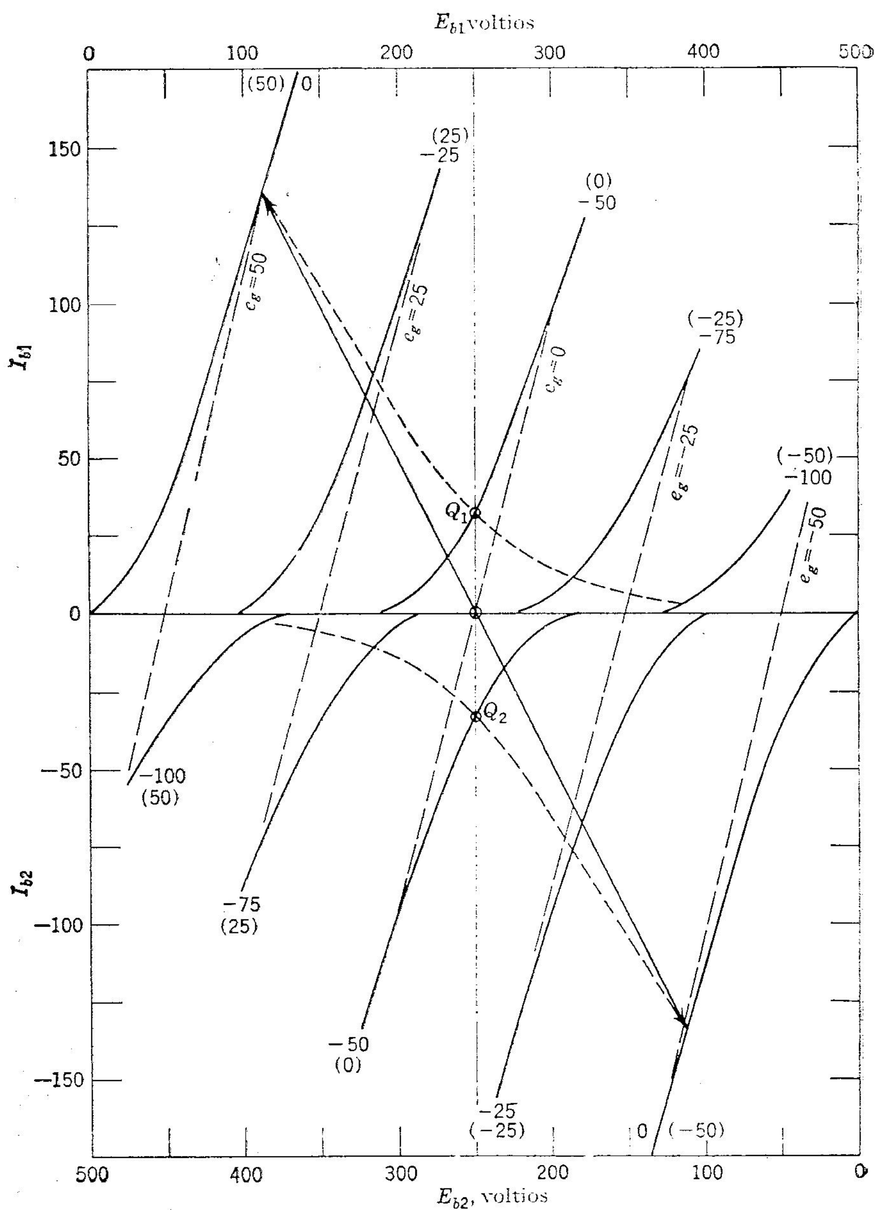


FIG. 6-19. Características compuestas en contrafase. Línea de carga correspondiente a 1.000 ohmios.

tios menos que la polarización de Q, en el tubo superior, se combina con la curva de n voltios más que la polarización de Q, en el tubo inferior. Las características compuestas resultantes se representan como líneas de trazos largos y, para tubos de iguales características, son rectas en la región de funcionamiento.

Estas líneas son las características del tubo ficticio y su linealidad indica distorsión muy pequeña, como se dijo en la sección anterior.

Las características compuestas pueden trazarse en una sola familia de curvas si se quiere. La característica $e_c = -25$ voltios puede combinarse con los valores de corriente tomados de la $e_c = -75$ voltios para construir la mitad superior de la $e_g = +25$ voltios (para Q en $e_c = -50$ voltios). Como el gráfico es simétrico respecto al punto $i_b = 0$, E_b, no se necesita la otra mitad de la figura.

Se puede trazar, sobre las características compuestas, una línea de carga del tubo ficticio. En la Fig. 6-19 se ha trazado una línea de este tipo para una resistencia de carga, del tubo ficticio, de 1.000 ohmios, es decir, para una resistencia de carga entre placa y placa cuatro veces mayor, o sea, de 4.000 ohmios. Los métodos de cálculo para la distorsión y la potencia de salida tratados anteriormente pueden utilizarse aquí. La línea de carga de la figura da los valores de la tabla adjunta. Comparando estos resultados con los de la Tab. 10 se comprueba la

$I_{máx}$(mA)	$I_{mín}$ (mA)	I_x(mA)	I_y(mA)	A_1	I_p(mA)	P (vatios)	D_2(%)	D_3(%)
135	— 135	64	— 64	133	95,4	9,1	0	1,7

afirmación hecha anteriormente de que en el amplificador en contrafase pueden obtenerse, con poca distorsión, potencias de salida hasta tres veces mayores que la obtenible con un tubo.

Debido a la linealidad de las características compuestas, se hace posible elegir la carga teniendo en cuenta casi solamente la potencia de salida. Midiendo la pendiente de dichas características compuestas, se halla la resistencia interna $r_p/2$ del tubo ficticio. En la figura, ese valor es de 500 ohmios. Si a este tubo se le adapta la carga para potencia de salida máxima, la resistencia de carga, entre placa y placa del amplificador, sería cuatro veces mayor que la del tubo ficticio, o sea, de 2.000 ohmios, y este valor satisface también a la Ec. (6-43). En todo lo anterior, r_p sigue significando resistencia de placa de uno de los tubos en contrafase.

La trayectoria real seguida por el punto instantáneo de funcionamiento en cada uno de los tubos individuales se representa por la curva de trazos cortos que pasa por cada punto Q. Las intersecciones de la línea de carga con las características compuestas (rectas de trazos largos) se proyectan hacia arriba y hacia abajo sobre el par de características reales de los tubos que dio lugar a la característica compuesta. Por ejemplo, la intersección de la línea de carga y la característica com-

puesta de + 25 voltios significa que el tubo superior trabaja en su característica de — 25 voltios y el tubo inferior en la suya de — 75 voltios, con las tensiones de ánodos de la abscisa común determinada por la intersección de la línea de carga con la característica compuesta. Así, en ese instante, el tubo superior da 76 mA y el inferior 11 mA.

Las curvas de funcionamiento son francamente no lineales, lo que indica que hay una distorsión considerable en cada tubo, que son contrarrestadas entre sí por la conexión en contrafase. De la curva superior de funcionamiento de la Fig. 6-19 se deducen las corrientes siguientes, en miliamperios,

$$I_{\text{máx}} = 135 \qquad I_x = 77$$
$$I_{\text{mín}} = 3 \qquad I_y = 11$$

y la distorsión de segundo armónico en cada tubo individual calculada según las Ecs. (6-18) y (6-19) resulta ser del 28 por 100.

Debido a esta distorsión tan grande en cada válvula, la corriente media de placa puede diferir mucho de la correspondiente al punto Q y la potencia de entrada a placa y el rendimiento serán muy distintos de los deducidos de lecturas en dicho punto Q. Con los datos anteriores, la corriente media, con señal, I_{bs} puede hallarse según la Ec. (6-22), resultando 52,3 mA. La del punto Q de la figura es de 32 mA. La potencia de entrada a placa por tubo es, entonces,

$$P_{\text{in}} = 250 \times 0{,}0523 = 13{,}1 \text{ vatios}$$

La potencia de salida se determinó antes, siendo 9,1 vatios, de donde se deduce que el rendimiento del circuito de placa es

$$\eta_p = \frac{9{,}1 \times 100\ \%}{26{,}2} = 34{,}8\ \%$$

Como la potencia de salida por tubo era 9,1 /2 = 4,55 vatios, la disipación verdadera de ánodo es mucho menor que la máxima admisible de 15 vatios, pero no siempre ocurre así. Si se sobrepasa dicha disipación máxima admisible, es conveniente ordinariamente aumentar la resistencia de carga, disminuyendo la no linealidad del tubo individual y haciendo así que I_{bs} se aproxime a I_b.

Debe advertirse que la potencia de salida se calcula sirviéndose de la línea de carga compuesta (la del tubo ficticio), pero la potencia de entrada de un tubo individual y las pérdidas de éste se calculan por la línea de funcionamiento del mismo.

Los pentodos y tetrodos de haces dirigidos pueden estudiarse de forma análoga. Sin embargo, hay que tener en cuenta la distorsión admisible cuando se elija la carga, ya que los armónicos impares producidos por estas clases de tubos no se eliminan en la conexión en contrafase. La carga conveniente es un compromiso entre la potencia de salida y la distorsión.

6-15. El amplificador en contrafase trabajando en clase AB. Elevando la tensión de alimentación de ánodo, conservando constante la disipación en placa y aumentando la polarización del punto Q, el punto de trabajo y la familia de características inferior, de la Fig. 6-19, se trasladan hacia la derecha. La línea de carga se hace, entonces, más larga y se puede obtener mayor potencia de salida. Cada tubo puede excitarse hasta más allá del corte durante parte de su semiciclo negativo, pero los armónicos pares producidos se eliminan debido al acoplamiento en contrafase. Esta clase de funcionamiento en que los tubos individuales están cortados menos de 180° del ciclo de cada uno, se llama funcionamiento en clase AB. Los métodos gráficos de análisis de la sección anterior son aún útiles para adquirir información cuantitativa.

Se utiliza el subíndice 1 y se llamará, por tanto, AB_1, el régimen en que las rejillas no llegan a ser positivas en ningún instante del ciclo y, por ello, no hay corriente de rejilla. Para obtener mayor potencia de salida se pueden aplicar mayores tensiones aún de señal de entrada y el subíndice 2 indicará (clase AB_2) que las rejillas llegan a ser positivas en las crestas y, por tanto, que hay corriente de rejilla durante algún tiempo de los semiciclos positivos.

Entonces los amplificadores de excitación tienen que proporcionar potencia a las rejillas del amplificador en clase AB_2 y deben tener buena regulación de tensión o baja impedancia, si se quiere que las formas de onda de tensión de rejilla no sean distorsionadas. La impedancia del excitador puede ser reducida si se utiliza un tubo de r_p pequeña con un transformador reductor para acoplamiento al circuito de rejilla. Este transformador reduce la tensión en la relación de espiras pero rebaja la impedancia reflejada hacia el circuito de rejilla en la relación cuadrado de la relación de espiras.

Los amplificadores en clases AB_1 y AB_2 son capaces de dar mayor potencia de salida que los amplificadores clase A, pero la distorsión será mayor. La componente continua A_0 de corriente de placa será también grande y variará con la amplitud de la señal. Las fuentes de alimentación de tensión de placa deben tener buena regulación de tensión y la forma de polarización preferible es la fija.

6-16. El amplificador en contrafase trabajando en clase B. El razonamiento de la sección anterior puede extenderse al régimen de clase B pura de un amplificador en contrafase, en la cual los tubos se polarizan al corte en el punto Q, con lo que se dispone de una mayor longitud de línea de carga para la alternancia positiva de la tensión de rejilla. La alternancia negativa penetra en la región del tubo cortado, pero la distorsión de armónicos pares se elimina por el efecto del acoplamiento en contrafase.

El funcionamiento en contrafase en clase B puede estudiarse refiriéndose a la Fig. 6-20. La característica dinámica de rejilla del tubo B se ha trazado invertida y con las abscisas de tensión de rejilla colocadas en sentido contrario y haciendo coincidir en el mismo punto a las E_{cc} de ambos tubos. El valor de E_{cc} se determina prolon-

gando la parte lineal de la característica hasta su intersección con el eje horizontal. Esta polarización, que realmente corresponde a un punto ligeramente por encima del corte, se llama tensión del *corte proyectado*. Como el amplificador funciona en contrafase, puede trazarse una característica compuesta de rejilla sumando algébricamente las corrientes de placa correspondientes a cada valor de e_c. La obtenida así será aproximadamente lineal, con tubos iguales, excepto en las regiones de grandes intensidades de corriente. Con el empleo del corte proyectado se evita la irregularidad de esta característica compuesta

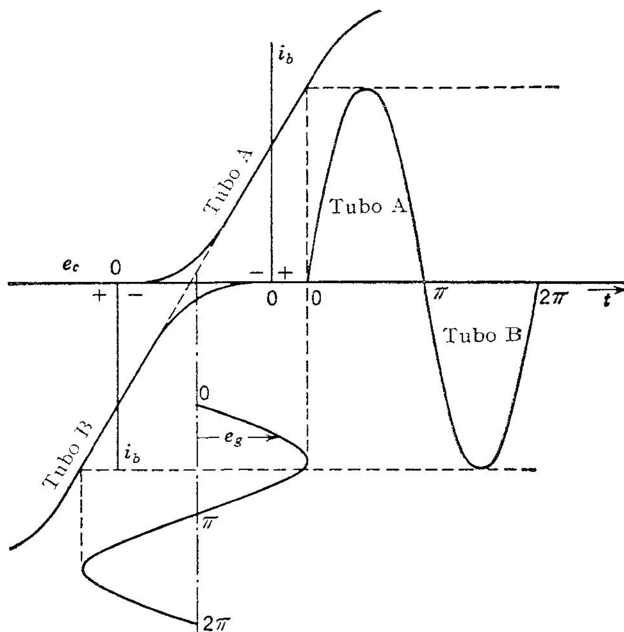


FIG. 6-20. Análisis del amplificador en contrafase en clase B.

que tendría lugar si las características se alineasen por el corte verdadero.

Puede verse que, si se aplican tensiones sinusoidales, desfasadas entre sí 180°, a las rejillas de los tubos *A* y *B*, el tubo *A* da corriente durante un semiciclo, aproximadamente, y el *B* durante el otro semiciclo, y el transformador contrafase de salida combina las salidas de los dos tubos en un resultado compuesto que es una buena imagen de la onda sinusoidal aplicada en la entrada.

La característica dinámica individual de cada tubo suele estar diseñada para ser lineal en buena parte de la región de rejilla positiva, con lo cual se puede obtener mayor salida si las rejillas se excitan de forma que sus tensiones se hagan positivas en parte del ciclo. Debe evitarse la distorsión del circuito de rejilla, y el amplificador excitador debe ser

capaz de dar la potencia necesaria cuando las rejillas se hacen positivas.

Si los tubos se polarizan como en la Fig. 6-20, circulará corriente de rejilla solamente en las proximidades de las crestas positivas, lo cual representa una carga variable sobre el amplificador excitador. Por esta razón, muchos tubos para clase B se diseñan de manera que trabajen en el corte proyectado con tensión cero de polarización. Así, en cualquier instante del ciclo de la señal excitadora hay uno de los tubos con rejilla positiva, lo cual equivale a que el circuito de rejillas presente una carga mucho más constante al amplificador excitador. La distorsión de éste es reducida, por tanto, mediante el empleo de tubos de polarización cero. Esta clase de tubos hace también que no sean necesarias fuentes de polarización fija.

La linealidad de la característica dinámica es conveniente si la distorsión ha de ser baja, pues trabajando solamente un tubo cada vez, la distorsión no lineal producida por uno de los tubos no puede ser contrarrestada por la distorsión no lineal del otro, excepto en las proximidades del corte.

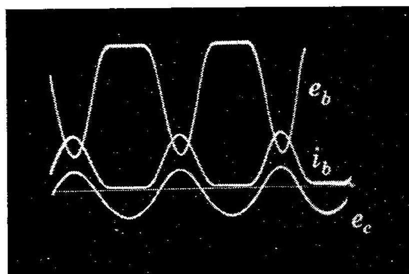


FIG. 6-21. Formas de onda en un amplificador de un solo tubo funcionando en clase B.

La Fig. 6-21 representa ondas de tensiones y corriente de un solo tubo que trabaja en clase B con $E_{bb} =$ $= 150$ voltios. El eje horizontal de valores cero representado vale para las tres ondas, con lo cual puede estimarse que la rejilla fue excitada hasta unos 20 voltios positivos y el mínimo de tensión de placa vale alrededor de 35 voltios. Se deduce que el corte no es agudo observando los ángulos redondeados en los pulsos de corriente de placa.

Cuando se emplean tubos de alto μ, hay poca diferencia entre los regímenes de trabajo con corte proyectado y con corte verdadero. Entonces es posible un análisis *teórico* del funcionamiento del amplificador en clase B, si se supone que la característica dinámica compuesta es lineal con *los tubos polarizados en el corte verdadero*. La forma de onda de la corriente compuesta será sinusoidal si es sinusoidal la señal de entrada. Se *supone* que cada tubo da impulsos de corriente de forma de medias sinusoides como se representa en la Fig. 6-20. Según las propiedades de las ondas sinusoidales, el valor medio de la onda de medias sinusoides hace que la corriente continua por tubo, sea

$$I_{dc} = \frac{I_m}{\pi} \quad \text{A/tubo} \tag{6-45}$$

y la corriente continua total de placas es el doble de este valor, siendo I_m la corriente de cresta en cualquiera de los dos tubos.

Como la corriente compuesta es una onda sinusoidal completa, como en la Fig. 6-20, el valor eficaz de la corriente en la carga de alterna es

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{A} \tag{6-46}$$

y la potencia total de salida en c.a. es

$$P_o = \frac{I_m^2 R}{2} \quad \text{vatios} \tag{6-47}$$

donde R es la resistencia de carga por tubo del amplificador (un cuarto de la resistencia entre placa y placa). La potencia en c.c. de entrada se halla fácilmente y resulta

$$P_{dc} = \frac{2 I_m E_{bb}}{\pi} \tag{6-48}$$

El rendimiento del circuito de placa de un amplificador en contrafase en clase B es, con las hipótesis hechas,

$$\eta_p = \frac{(I_m^2 R/2) \times 100\ \%}{2 I_m E_{bb}/\pi} = \frac{\pi}{4} \frac{I_m R}{E_{bb}} \times 100\ \%$$

El producto $I_m R$ es el valor de cresta de la diferencia entre E_{bb} y la tensión de placa, o sea, $E_{bb} - E_{\text{mín}}$, con lo cual

$$\eta_p = \frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{E_{\text{mín}}}{E_{bb}}\right) \times 100\ \% \tag{6-49}$$

En teoría, el menor valor posible de $E_{\text{mín}}$ es cero y, por tanto, el rendimiento *máximo teórico* del circuito de placa de un amplificador en contrafase en clase B es

$$\eta_p \text{ máximo} = \frac{\pi}{4} \times 100\ \% = 78{,}5\ \% \tag{6-50}$$

Esta cifra representa una ventaja considerable en rendimiento sobre la clase A y hace posible obtener más potencia de salida de un tubo determinado.

De las relaciones entre corrientes (6-45) y (6-46), para la hipótesis de que cada tubo da medias sinusoides, se obtiene la expresión siguiente para la potencia de salida en alterna

$$P_o = 2\left(\frac{\pi I_{dc}}{4}\right)^2 R = \frac{\pi^2 I_{dc}^2 R}{8} \tag{6-51}$$

donde I_{dc} aquí es la corriente total consumida por los dos tubos. En clase B, la potencia de entrada a placa es grande solamente con grandes señales, lo que explica el alto rendimiento en potencia. La disipación en placas de los tubos debe determinarse para la condición de pérdidas en placa máximas, las cuales no tienen lugar con señal nula como en el amplificador de clase A.

La potencia perdida en placas es

$$P_d = \text{P. de entrada} - \text{P. de salida} = E_{bb}I_{dc} - \frac{\pi^2 I_{dc}{}^2 R}{8}$$

donde I_{dc} es el valor correspondiente al total de ambos tubos.

Derivando respecto a I_{dc} e igualando a cero, se halla que la corriente continua de placas del amplificador que da la máxima potencia perdida es $I_{dc} = 4E_{bb}/\pi^2 R$. Los tubos deben tener, por tanto, una disipación máxima admisible mayor que

$$P_d \text{ máxima} = \frac{2E_{bb}{}^2}{\pi^2 R} \qquad (6\text{-}52)$$

La potencia de salida cuando se tiene la máxima pérdida es $2E_{bb}{}^2/\pi^2 R$, con un rendimiento del 50 por 100.

Los amplificadores en clase B de ordinario se emplean solamente donde se requiere gran potencia de salida y los costes imponen economía de potencia de entrada y de tubos.

6-17. Diseño de amplificadores en clase B para grandes potencias de salida. El empleo de amplificadores en contrafase en la clase B llega a constituir una necesidad cuando se requieren potencias de salida, en baja frecuencia, de kilovatios o centenares de vatios, ya que es el único circuito amplificador capaz de dar tales potencias con una distorsión razonable y coste económico en la inversión en tubos y en consumo de potencia de entrada en c.c.

El diseño de amplificadores en clase B comprende la selección del tipo de tubos considerando la potencia de salida y disipación supuestas, la especificación de la resistencia de carga y la elección de la señal máxima de excitación, $e_{g,\text{ máx.}}$ que se va a emplear. Potencia de salida, pérdidas en placa, rendimiento y distorsión, son los factores que sirven de criterio para determinar las condiciones óptimas de funcionamiento, es decir, el régimen óptimo.

Todo tubo con suficiente disipación máxima admisible de placa puede polarizarse cerca del corte para trabajar en clase B, pero son preferibles los tipos de alto μ y polarización cero, cuando se dispone de ellos. La polarización en el corte verdadero crea una característica dinámica compuesta no lineal y esto produce distorsión en el punto cero. La polarización en el corte proyectado asegura una transición suave de un tubo al otro. El conseguir esta distorsión menor es a costa de una disipación en placa algo mayor.

Para grandes potencias de salida en clase B es necesario excitar

las rejillas de forma que alcancen tensiones considerablemente positivas. El problema de hasta qué potencial positivo debe excitarse la rejilla es una cuestión indefinida y solamente puede establecerse de manera aproximada. En la Fig. 6-22 se representan las características de corriente de placa (líneas llenas) y las de corriente de rejilla (líneas de trazos cortos), para tensiones bajas de ánodo, del tubo 805, que es un triodo de polarización cero típico. La *línea de diodo* representa la co-

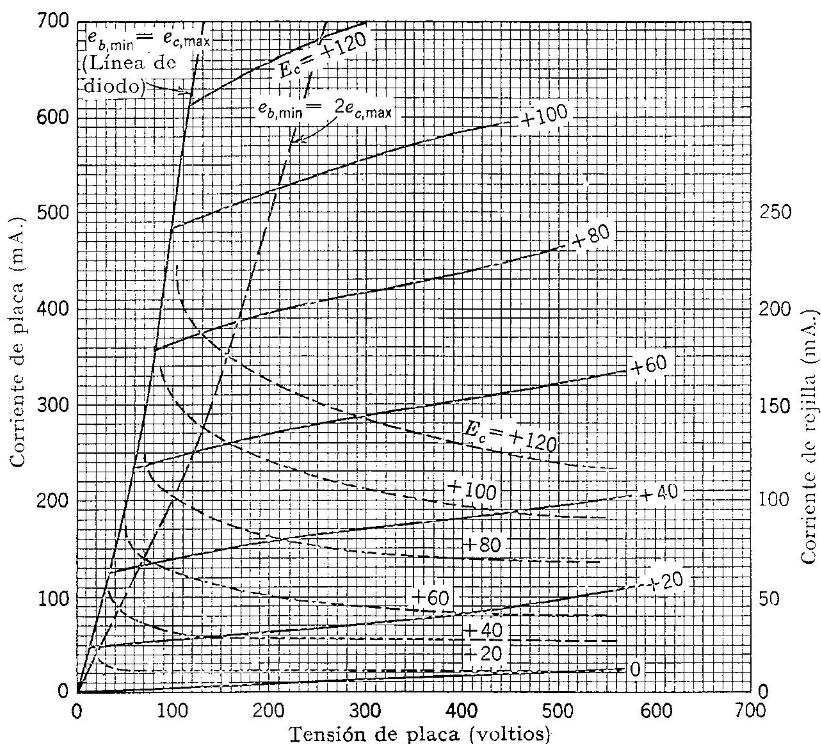


FIG. 6-22. Corrientes de placa y de rejilla para tensiones de ánodos bajas del triodo 805 de polarización cero.

rriente de placa para tensiones instantáneas iguales de placa y rejilla. No es conveniente el funcionamiento a la izquierda de esta línea, o sea, con $e_b < e_c$, debido a la corriente excesiva de rejilla y corriente de placa reducida.

En el Cap. 11 se verá que el hacer trabajar al tubo con una señal máxima de rejilla apta para hacer $e_{b,\,\text{mín}} = e_{c,\,\text{máx}}$, es decir, excitar el tubo para que llegue a la línea de diodo en las crestas positivas de la tensión de rejilla, es una condición óptima para el amplificador en clase C. Sin embargo, en el trabajo en clase B no es conveniente, debido a la gran distorsión que se produce en el circuito de rejilla, ya

que la corriente de dicha rejilla se eleva bruscamente y la carga variable que esto representa sobre el amplificador de excitación aumenta su distorsión. Se suele considerar en la práctica para un buen diseño en clase B el limitar el valor instantáneo $e_{b,\text{ mín}}$ a valores que sean de 1 $^1/_2$ a 2 veces los de la línea de diodo y por ello en la Fig. 6-22 se ha trazado otra línea límite (de trazos largos) correspondiente a valores que son el doble de los de la línea de diodo. Puede verse que

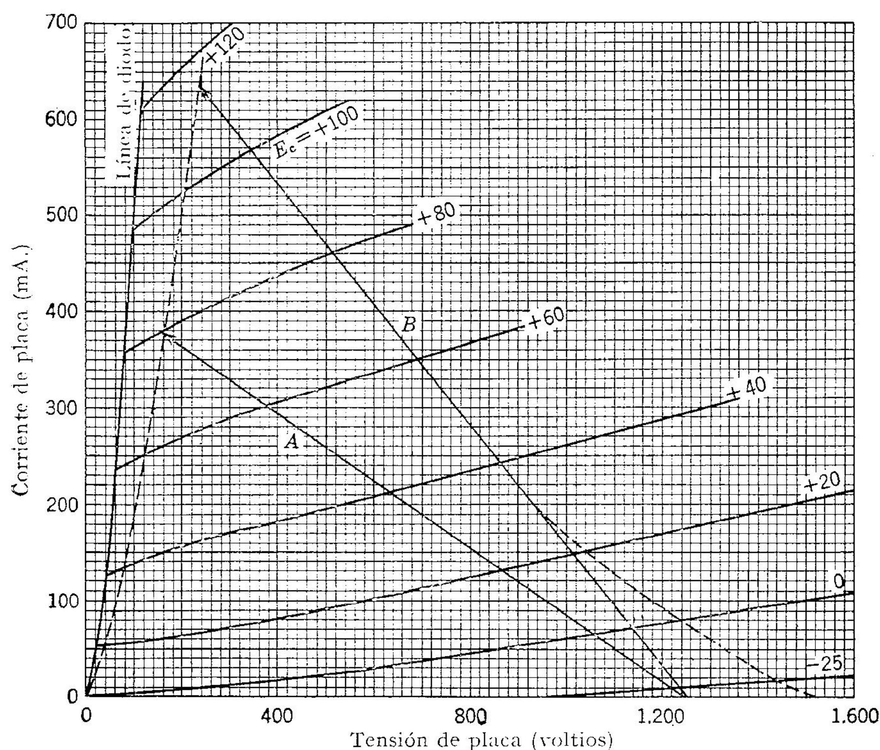


FIG. 6-23. Líneas compuestas correspondientes a un tubo de un amplificador clase B que emplea un tubo 805.

el nuevo límite evita la región de corrientes de rejilla rápidamente crecientes que se alcanzaría para valores instantáneos $e_{b,\text{ mín}}$ inferiores.

Utilizando dicho límite nuevo en la incursión positiva de la rejilla, pueden trazarse las características de la Fig. 6-23 como las de un tubo de un par acoplado en contrafase que trabaja en clase B, indicando la línea de trazos los valores $e_{c,\text{ máx}}$ para los e_b que son el doble de los de la línea de diodo. La carga conveniente para un amplificador de este tipo puede determinarse dibujando varias líneas de carga del tubo ficticio o compuesto. Partiendo del punto E_{bb} del eje de abscisas (eje

de corrientes nulas) se trazan líneas para varias cargas y diversos valores de la excitación máxima positiva de rejilla $e_{c,\ \text{máx}}$, como se muestra en la Fig. 6-23 para el tubo 805 trabajando a cero voltios de rejilla y 1.250 voltios de tensión de alimentación de placa. No se representa la otra mitad de la línea compuesta, aunque se ha utilizado para determinar la parte de característica verdadera de funcionamiento del tubo, la cual pasa por el punto Q de este tubo verdadero. Por encima de su unión, la línea de funcionamiento del tubo verdadero y la línea de carga compuesta coinciden en una misma, pues el otro tubo está cortado.

El escalón siguiente en el diseño después de seleccionar $e_{c,\ \text{máx}}$ es la determinación de la carga con la que se tenga una potencia de salida satisfactoria al mismo tiempo que la disipación y corriente media en placa se mantengan dentro de los valores máximos admisibles en el tubo. Para el 805, por ejemplo, los límites fijados son

$E_{bb} = 1.250$ voltios   Disipación en placa $= 125$ vatios

$E_{cc} = 0$ voltios   Valor máximo de $I_{dc} = 210$ mA.

En la figura, la línea de carga A corresponde a una resistencia de 2.900 ohmios (11.600 ohmios de placa a placa en el amplificador real) para el tubo ficticio. La línea de carga B corresponde a 1.600 ohmios para el ficticio (6.400 ohmios de placa a placa). Si como ejemplo se toma la línea A, puede comprobarse el diseño de la manera siguiente:

Haciendo lecturas en puntos de dicha línea compuesta de carga A, se obtiene

$I_{\text{máx}} = 380$ mA $e_{c,\ \text{máx}} = +80$ voltios

$I_x = 212$ mA (para $e_c = +40$ voltios) $e_{b,\ \text{mín}} = 160$ voltios

$I_y = -212$ mA $I_b = 80$ mA (del punto Q real)

$I_{\text{mín}} = -380$ mA

Según la Ec. (6-22), la corriente media de placa de un tubo con señal es

$$I_{bs} = \frac{I_{\text{máx}} + I_{\text{mín}}}{6} + \frac{I_x + I_y}{3}$$

$$= \frac{0{,}380 + 0}{6} + \frac{0{,}212 + 0}{3} = 0{,}134 \text{ A/tubo}$$

La potencia de entrada a placas será por tanto,

$$P_{\text{in}} = 1.250 \times 0{,}134 \times 2 = 336 \text{ vatios (total)}$$

La potencia de salida puede calcularse hallando previamente la com-

ponente fundamental de corriente de placa ficticia según la Ec. (6-18), o sea,

$$I_p = \frac{A_1}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{0,380 - (-0,380)}{3} + \frac{0,212 - (-0,212)}{3}}{\sqrt{2}} = 0,278 \text{ A}$$

$$P_o = 0,278^2 \times 2.900 = 224 \text{ vatios (potencia de salida total)}$$

Disipación en placas = 336 — 224 = 112 vatios (disipación total), o bien, 56 vatios/tubo.

Como este resultado de pérdidas está muy por debajo del valor máximo admisible, parece conveniente elegir una resistencia de carga menor y una tensión de señal de entrada mayor para aumentar la potencia de salida y las pérdidas.

Tomando la línea B que corresponde a una resistencia de carga de 1.600 ohmios para el tubo ficticio, se obtiene el siguiente régimen leyendo valores en la línea de carga,

$$\begin{aligned} I_{\text{máx}} &= 630 \text{ mA} \\ I_x &= 335 \text{ mA (para } e_c = +57,5 \text{ voltios)} \\ I_y &= -335 \text{ mA} \\ I_{\text{mín}} &= -630 \text{ mA} \\ e_{c,\text{ máx}} &= +115 \text{ voltios} \end{aligned}$$

La corriente media de placa por tubo con señal será

$$I_{bs} = \frac{0,630 + 0}{6} + \frac{0,335 + 0}{3} = 0,216 \text{ A}$$

según la Ec. (6-22). Este valor sobrepasa ligeramente el admisible pero podría reducirse, si fuese necesario, disminuyendo algo la tensión máxima de rejilla. La potencia de entrada es

$$P_{\text{in}} = 1.250 \times 0,216 \times 2 = 540 \text{ vatios (total)}$$

La componente fundamental de la corriente de placa, según los valores obtenidos en la línea de carga para el tubo ficticio, será

$$I_p = \frac{A_1}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{0,630 - (-0,630)}{3} + \frac{0,335 - (-0,335)}{3}}{\sqrt{2}} = 0,455 \text{ A}$$

de la que se deduce para la potencia de salida de dicho tubo ficticio

$$P_o = 0,455^2 \times 1.600 = 332 \text{ vatios}$$

Disipación en placas = 540 — 332 = 208 vatios (disipación total), o bien, 104 vatios/tubo

Puede considerarse satisfactorio el diseño, aunque podría emplearse una resistencia de carga ligeramente superior para bajar la corriente media de placa hasta la máxima admisible. El régimen de funcionamiento del amplificador estará, entonces, en

$$E_{bb} = 1.250 \text{ voltios} \qquad e_{c,\,\text{máx}} = +115 \text{ voltios}$$
$$E_{cc} = 0 \qquad R = 1.600 \text{ ohmios}$$
$$= 6.400 \text{ ohmios de placa a placa}$$

El rendimiento del circuito de placa es

$$\eta_p = \frac{332 \times 100\ \%}{540} = 61{,}2\ \%$$

Como una comprobación más del diseño, puede calcularse la distorsión de tercer armónico para el tubo ficticio, mediante la Ec. (6-20), obteniendo

$$A_3 = \frac{I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}}{6} - \frac{I_x - I_y}{3}$$
$$= \frac{0{,}630 - (-0{,}630)}{6} - \frac{0{,}335 - (-0{,}335)}{3} = -0{,}013$$

Según lo calculado antes, $A_1 = \sqrt{2} \times 0{,}455 = 0{,}644$ A de amplitud. La distorsión de tercer armónico es, entonces,

$$D_3 = \frac{A_2}{A_1} \times 100\ \% = \frac{0{,}013}{0{,}644} \times 100\ \%$$
$$= 2{,}0\ \%$$

Este valor ordinariamente sería considerado satisfactorio.

Es interesante comparar estos resultados obtenidos utilizando el corte proyectado con los que se hubiesen obtenido con las condiciones del corte teórico de la Sec. 6-16. O sea,

	Corte teórico	*Corte proyectado*
$I_{dc} = \frac{I_m}{\pi}$	= 205 mA	216 mA
$P_o = \frac{I_m^2 R}{2}$	= 317 vatios	332 vatios
$P_{in} = \frac{2 I_m E_{bb}}{\pi}$	= 512 vatios	540 vatios
$P_{\text{pérdidas}}$	= 512 — 317 = 195 vatios	208 vatios
η_p	= $^{317}/_{512} \times 100\ \%$ = 61,8 %	61,2 %

Las ecuaciones teóricas de la sección anterior sirven como aproximaciones rápidas para indicar valores generales del régimen de funcio-

namiento con un error menor del 5 por 100 aproximadamente, aunque el error en disipación de placa es más importante. Las discrepancias se deben a la hipótesis teórica de que las corrientes individuales de placa de los tubos sean medias sinusoides, lo cual no se cumple plenamente con el régimen de funcionamiento en el corte proyectado, como demuestran los oscilogramas de la Fig. 6-21.

6-18. Requisitos respecto a la potencia en el circuito de rejilla. La forma de onda de la corriente de rejilla será distorsionada debido a la no linealidad de las curvas características de dicha corriente de rejilla de un tubo. Sin embargo, la forma exacta de la onda puede obtenerse por un trazado por puntos y la potencia de entrada puede calcularse mediante integración numérica. La tensión instantánea de rejilla es $e_c = E_{cc} + e_{g,\,\text{máx}} \cos \omega t$, y en triodos de polarización cero $E_{cc} = 0$. La tensión instantánea de ánodo vendrá dada por

$$e_b = -(E_{bb} - e_{b,\,\text{mín}}) \cos \omega t + E_{bb}$$

donde $e_{b,\,\text{mín}}$ es el valor mínimo de la tensión de ánodo en el ciclo de corriente de placa y se tiene en el mismo instante que $e_{g,\,\text{máx}}$. Los valores de e_c y de e_b pueden calcularse para valores de ωt espaciados a intervalos regulares y la corriente de rejilla i_c correspondiente puede leerse en las características del tubo. Para el tubo y ejemplo de la sección anterior, pueden leerse estos valores en las características de la Fig. 6-22, después de los cálculos según las ecuaciones

$$e_c = 0 + 115 \cos \omega t \qquad e_b = -(1.250 - 230) \cos \omega t + 1.250$$

Los resultados se han ordenado en la Tab. 12 y la forma de onda de corriente de rejilla se ha trazado en la Fig. 6-24.

TABLA 12. CÁLCULO DE LA POTENCIA DE ENTRADA EN REJILLA

	ωt (grados)						
	0	15	30	45	60	75	90
$\cos \omega t$	1,000	0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000
e_c	115	111	99,6	81,4	57,5	29,7	0
e_b	230	265	366	528	740	986	1.250
i_c (amperios)	0,142	0,130	0,099	0,071	0,037	0,018	0,0
$e_c i_c$ (vatios)	16,3	14,4	9,9	5,8	2,1	0,5	0,0
R_{in} (ohmios)	810	850	1.010	1.150	1.560	1.650	

La potencia instantánea de entrada en rejilla es $e_c i_c$ y la potencia media puede entonces hallarse según

$$P_g = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e_c i_c \, d\theta \tag{6-53}$$

Puede calcularse la integral aproximadamente sumando las áreas de los trapecios que resultan si se divide el intervalo entre 0 y 2π en n intervalos iguales de longitud uniforme $\Delta\theta$, es decir,

$$\int_{-\pi}^{\pi} y\, d\theta = \Delta\theta(y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \cdots + 2y_{n-1} + y_n) \qquad (6\text{-}54)$$

donde y_0 corresponde a $\theta = 0$ e $y_n = 0$, suponiendo existente la simetría de coseno.

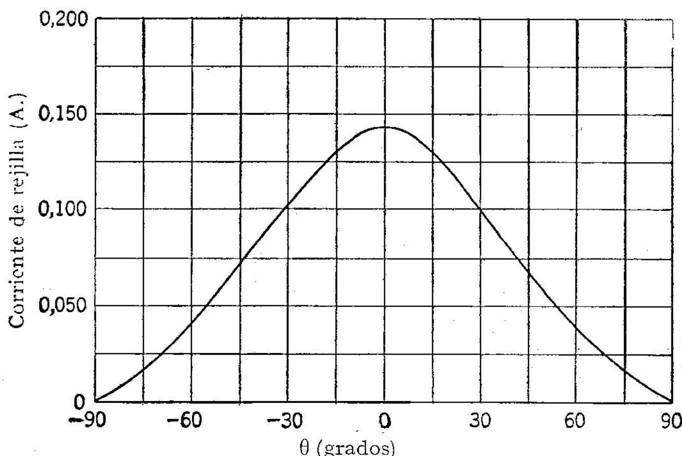


FIG. 6-24. Forma de onda de la corriente de rejilla del tubo 805; $E_{bb} = 1.250$ voltios, $e_{c,\text{ máx}} = 115$ voltios, $e_{b,\text{ mín}} = 230$ voltios.

En el caso particular del ejemplo considerado, con intervalos de 15°, o sea, $\Delta\theta = \pi/12$, resulta

$$P_g = \frac{1}{2\pi}\frac{\pi}{12}(16{,}3 + 28{,}8 + 19{,}8 + \cdots + 1{,}0 + 0) \qquad (6\text{-}55)$$

sustituyendo por los valores de la Tab. 12, con lo cual la potencia media de entrada en rejilla que se obtiene es de 3,4 vatios por tubo ó 6,8 vatios para ambos tubos.

El amplificador excitador debe entregar, sin embargo, una potencia en la cresta de 16,3 vatios y una regla aproximada exige que él sea de una potencia media máxima admisible la mitad de este valor de cresta, aunque la media que se necesita sea sólo de 6,8 vatios. Esto asegura una mejor forma de onda de la tensión de entrada en rejillas.

Los circuitos de las rejillas equivalen, para el circuito excitador, a una resistencia de carga media de alrededor de 1.000 ohmios, lo que significa que debe emplearse un transformador reductor para adaptar los circuitos de carga de placa del excitador al circuito de rejillas del

amplificador en clase B. Como la carga no es constante, ordinariamente es conveniente el hacer trabajar al excitador con una resistencia de carga mayor que la normal, para reducir la distorsión con amplificadores excitadores realizados con triodos en clase A. Teóricamente, si el amplificador excitador tuviese un par de tubos 2A3 acoplados en contrafase y fuese capaz de dar una potencia de salida de 9 a 10 vatios sobre una resistencia de carga de 2.000 ohmios, entonces el transformador de entrada al amplificador clase B debería tener una relación $a = \sqrt{2.000/1.000} = 1{,}4:1$ reductora hacia las rejillas. En las aplicaciones prácticas puede emplearse una relación de aproximadamente 1,7 : 1 para elevar la resistencia de carga de los circuitos de salida del excitador.

6-19. Sistemas de excitación para amplificadores en contrafase. Como señal de entrada para los amplificadores en contrafase se requieren dos tensiones iguales en oposición. Los amplificadores en clase B de gran potencia ordinariamente son excitados por circuitos de clase A de potencia inferior a través de transformadores con toma intermedia central para proporcionar la oposición de fase y la adaptación de impedancias y manejar la potencia requerida eficientemente. A los amplificadores en contrafase de clase A, que no requieren potencia en la excitación, suelen suministrárseles las tensiones de entrada mediante circuitos especiales llamados *inversores de fase.*

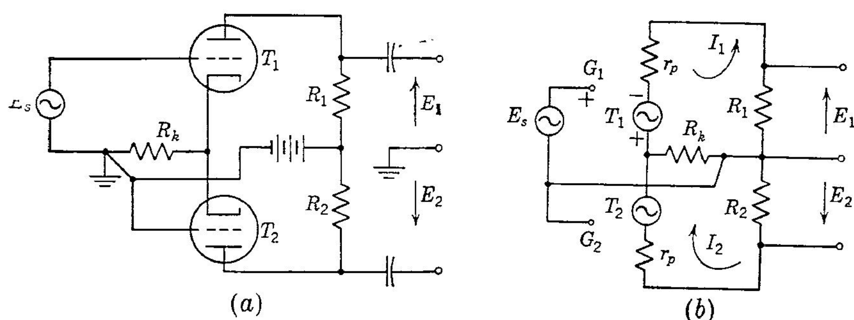


FIG. 6-25. Inversor de fase con acoplamiento por cátodo y circuito equivalente.

Se necesita un inversor de fase para transformar una tensión única asimétrica respecto a masa, en dos tensiones iguales desfasadas entre sí 180°, para todas las frecuencias de interés. Desgraciadamente, los sencillos circuitos que suelen utilizarse no cumplen del todo esa condición debido a la necesidad de un ajuste especial de resistencias y a los efectos de las capacidades en las frecuencias superiores. Aunque sea adecuado para muchos equipos de radio, el equilibrio logrado puede no ser igualmente satisfactorio para todas las aplicaciones y a todas las frecuencias.

Un circuito sencillo es el de la Fig. 6-25, llamado inversor de fase con *acoplamiento por cátodo.* La señal de entrada E_s se aplica en el cir-

cuito de rejilla de T_1, obteniendo el segundo tubo T_2 su señal de entrada mediante la resistencia común de cátodo R_k. Las tensiones de rejilla pueden expresarse en la forma

$$E_{g1} = \mathbf{E}_s - (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)R_k \tag{6-56}$$

$$\mathbf{E}_{g2} = -(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)R_k \tag{6-57}$$

Las ecuaciones de los dos circuitos de placa son

$$\mu\mathbf{E}_{g1} = \mathbf{I}_1(R_1 + r_p + R_k) + \mathbf{I}_2R_k \tag{6-58}$$

$$\mu\mathbf{E}_{g2} = \mathbf{I}_2(R_2 + r_p + R_k) + \mathbf{I}_1R_k \tag{6-59}$$

Los tubos T_1 y T_2 suelen ser las dos mitades de un doble triodo, y pueden suponerse con parámetros idénticos. A causa del desequilibrio de las tensiones de rejilla, no serán iguales en valor absoluto las tensiones de salida a no ser que el circuito esté adecuadamente diseñado. Con objeto de estudiar este punto con más detalle, pueden sustituirse las tensiones de rejilla en las Ecs. (6-58) y (6-59) por sus expresiones (6-56) y (6-57) y, resolviendo respecto a las corrientes, se obtiene

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mu\mathbf{E}_s[R_2 + r_p + (\mu + 1)R_k]}{[(R_1 + r_p) + (R_2 + r_p)][1 + (\mu + 1)R_k]} \tag{6-60}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{-\mu(\mu + 1)\mathbf{E}_sR_k}{[(R_1 + r_p) + (R_2 + r_p)][1 + (\mu + 1)R_k]} \tag{6-61}$$

Como las tensiones de salida son $\mathbf{E}_1 = -\mathbf{I}_1R_1$ y $\mathbf{E}_2 = -\mathbf{I}_2R_2$, la relación de los valores absolutos de las dos tensiones será

$$\left|\frac{E_1}{E_2}\right| = \frac{R_1[R_2 + r_p + (\mu + 1)R_k]}{(\mu + 1)R_kR_2}$$

Según se hace ordinariamente con resistencias de carga iguales, $R_1 = R_2 = R_a$, se tendrá

$$\left|\frac{E_1}{E_2}\right| = 1 + \frac{R_a + r_p}{(\mu + 1)R_k} \tag{6-62}$$

con lo cual las tensiones de salida estarán en equilibrio solamente si R_k es infinita. En realidad no es difícil conseguir que sea $(\mu + 1)R_k \gg R_a + r_p$ y lograr, por ello, un equilibrio razonable. En triodos 6SN7 ó 12AU7, comúnmente utilizados en este empleo, con $\mu = 20$ y $r_p = 7.700$ ohmios, las tensiones estarán desequilibradas solamente un 5 por 100 si $R_1 = R_2 = R_k = 50.000$ ohmios. Si se necesitase un equilibrio exacto, las resistencias de carga tienen que cumplir la condición

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1 + r_p/(\mu + 1)R_k}{1 - R_1/(\mu + 1)R_k} \tag{6-63}$$

Otro tipo de inversor de fase es el de la Fig. 6-26. Se supone que los tubos son idénticos, actuando T_1 como un amplificador de tensión ordinario. Se toma parte de su tensión de salida y se amplifica de nuevo, introduciendo así una desviación de fase suplementaria de 180°. Entonces, las dos tensiones de salida tienen la relación de fases buscada. Ordinariamente $R_1 + R_2 = R_3$ y si R_1 y R_2 se eligen de manera que

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{A_2}$$

donde A_2 es la ganancia del segundo tubo T_2, entonces la tensión de salida E_2 será igual a E_1, pues

$$E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} A_2 = E_2$$

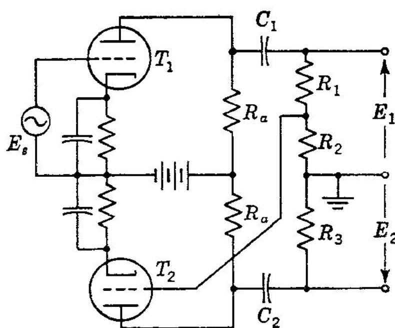


FIG. 6-26. Circuito corriente de inversor de fase.

El éxito en el funcionamiento del circuito depende del conocimiento de la ganancia A_2 y de la constancia de esta ganancia durante toda la vida del tubo. Debe contarse con algo de desequilibrio de las dos tensiones, pero este circuito se utiliza mucho por su alta ganancia y su sencillez.

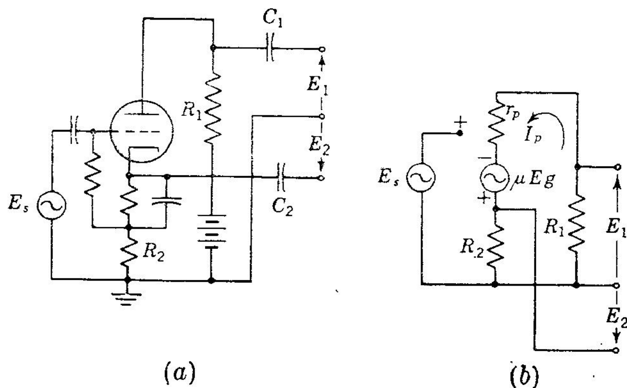


FIG. 6-27. El tipo de carga dividida o tipo de cátodo-ánodo de inversor de fase y su circuito equivalente.

Los condensadores C_1 y C_2 introducirán algo de desviación de fase a frecuencias bajas y no se mantendrá el desfase de 180°, pues la tensión de salida $\mathbf{E}_1$ solamente es afectada por un conjunto resistencia-capacidad mientras que en el ángulo de fase de $\mathbf{E}_2$ influyen dos conjuntos de ese tipo.

Un tercer circuito inversor de fase se representa en la Fig. 6-27 el cual suele llamarse inversor de carga dividida, pues la resistencia de

carga se reparte entre los circuitos de ánodo y de cátodo. Solamente emplea un tubo y circula la misma corriente por ambas resistencias de carga, de manera que el circuito es equilibrado e independiente de las variaciones de las características del tubo. La ganancia es pequeña, sin embargo, por la analogía del circuito con el de un seguidor de cátodo, y éste es su inconveniente principal.

Pueden escribirse las ecuaciones siguientes

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{E}_s - \mathbf{I}_p R_2 \qquad (6\text{-}64)$$

$$\mu \mathbf{E}_g = \mathbf{I}_p(r_p + R_1 + R_2) \qquad (6\text{-}65)$$

y si $R_1 = R_2 = R$, la ganancia para cualquiera de las dos salidas puede calcularse por

$$\mathrm{A} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{E}_s} = \frac{\mu R/(\mu + 2)}{r_p/(\mu + 2) + R}$$

Si $\mu \gg 2$, la expresión anterior se reduce a

$$\mathrm{A} = \frac{1}{1 + 1/g_m R} \qquad (6\text{-}66)$$

y la ganancia es menor que la unidad para cualquiera de las dos salidas.

Este circuito es estable y constante en ganancia. Puede introducir zumbido a causa de que el cátodo trabaja a un potencial apreciable sobre masa, según se trató en el Cap. 4, y ello limita los valores de R_1 y R_2 a un margen de 25.000 a 50.000 ohmios.

En todos los inversores de fase, si ha de obtenerse un equilibrio de precisión, es necesario seleccionar y combinar, debidamente, resistencias y condensadores en los circuitos de salida equilibrados. Las tolerancias usuales de 10 a 20 por 100 causan desequilibrio considerable en amplitud y en fase.

PROBLEMAS

(Las características de los tubos que se mencionan figuran en los manuales corrientes de tubos.)

6-1. Un determinado triodo tiene una familia de características de placa representada por

$$i_b = 0{,}0012\ (3{,}5\ e_c + e_b) \text{ amperios}$$

Calcular la sensibilidad de potencia y, para funcionamiento en clase A en $E_{bb} = 250$ voltios, $E_{cc} = -40$ voltios, hallar la potencia de salida, el rendimiento y el consumo de potencia en c.c. en el circuito de placa, para una señal de amplitud de 30 voltios, con una resistencia de carga de 2.000 ohmios.

6-2. Un triodo 2A3 trabaja en el circuito de la Fig. 6-1*b* con $E_{bb} = 250$ voltios, $I_b = 60$ mA. Si la bobina L tiene una inductancia muy alta y una resistencia en c.c. de 400 ohmios, trazar una línea de carga para $R_a = 2.000$ ohmios, despreciando la reactancia de C. Para $E_s = 30$ voltios eficaces, calcular la potencia de salida, las pérdidas en placa y el rendimiento del circuito de placa.

6-3. Un tetrodo 6V6 trabaja en $E_{c2} = E_{bb} = 250$ voltios, $E_c = -12$ voltios, con una tensión sinusoidal de señal en rejilla cuya amplitud es de 10 voltios. Si el tubo se conecta en el circuito de la Fig. 6-1*a*, hallar la potencia de salida en c.a., el rendimiento del circuito placa, las pérdidas en placa y la potencia total de entrada de placa si $R_a = 2.000$ ohmios.

6-4. Repítase el Prob. 6-3 si el tubo trabaja en el circuito de la Fig. 6-1*b*, con $R_a = 2.000$ ohmios; resistencia en c.c. de $L = 250$ ohmios; inductancia L muy grande y reactancia de C despreciable.

6-5. Un amplificador de potencia que trabaja en clase A y emplea un tetrodo 6V6 se acopla a una resistencia de carga de 500 ohmios mediante un transformador ideal cuya relación de espiras es $a = 3$. Si $E_{bb} = 300$ voltios, $E_{c2} = 250$ voltios, $E_{cc} = -12{,}5$ voltios y la señal sinusoidal en rejilla tiene una amplitud de 12,5 voltios, hallar: (*a*) potencia de salida, (*b*) disipación en placa, (*c*) rendimiento del circuito de placa y (*d*) distorsión total de armónicos (armónicos segundo, tercero y cuarto).

6-6. Hallar la potencia de salida, el rendimiento del circuito de placa y los tantos por ciento de segundo y tercer armónicos de un tetrodo 6L6, con resistencias de carga de 2.500, 6.000 y 10.000 ohmios acopladas al circuito de placa a través de un transformador ideal de relación 1 : 1. El punto Q está en $E_{bb} = 300$ voltios, $E_{c2} = 250$ voltios, $E_{c1} = -15$ voltios, siendo $I_{b,\ \text{mín}} = 10$ mA.

6-7. Un amplificador de potencia en clase A que utiliza un tetrodo 6V6 se acopla a una resistencia de carga de 500 ohmios mediante un transformador que tiene una relación de espiras de $a = 3$ y un rendimiento del 78 por 100. Si $E_{bb} =$ $= 300$ voltios, $E_{c2} = 250$ voltios, $E_{c1} = -10$ voltios, determinar la disipación en placa y la potencia de salida en la carga del circuito secundario del transformador si $E_s = 7$ voltios eficaces.

6-8. Para el amplificador del Prob. 6-7, elíjase la relación del transformador que dé la distorsión de armónicos total mínima (segundo y tercero) trazando por puntos las curvas de distorsión y de potencia de salida en función de la relación de espiras tomando los valores siguientes: $a = 1{,}5$; 2,0; 2,5; 3,4 y 5. El rendimiento del transformador es constante e igual al 78 por 100.

6-9. Un tetrodo de haces dirigidos 6L6 trabaja en $E_b = E_{c2} = 250$ voltios, $E_{c1} = -15$ voltios y se acopla a una resistencia de carga de 16 ohmios mediante un transformador de pérdidas despreciables. Hallar la relación de espiras del transformador que reduzca a cero la distorsión de segundo armónico, para una señal sinusoidal de 15 voltios de amplitud. Calcular también la potencia de salida del fundamental, distorsión de tercer armónico en tanto por ciento, corriente continua total de placa y las pérdidas de ánodo con y sin señal.

6-10. Un pentodo 6K6 trabaja con un transformador que tiene diversas tomas en el secundario, las cuales dan relaciones de espiras de $a = 10$, 15, 22 y 30, respectivamente. La resistencia de carga del secundario es de 16 ohmios. Se trabaja con $E_{bb} = E_{c2} = 250$ voltios y $E_{c1} = -17{,}5$ voltios. Despreciando las pérdidas del transformador y con $I_{b,\ \text{mín}} = 5$ mA, determínese la potencia de salida y la distorsión total, comprendiendo el segundo y tercer armónicos, para la toma del transformador que dé mayor potencia de salida.

6-11. Dos triodos 2A3 trabajan en clase A acoplados en contrafase (*push-pull*) con $E_b = 300$ voltios y $E_{cc} = -50$ voltios. Hallar el valor de la resistencia de carga que dé mayor potencia de salida, independientemente de la distorsión, y calcúlense las pérdidas de placa sin señal y el rendimiento de placa, para una señal sinusoidal de 50 voltios de amplitud en la rejilla de cada tubo.

6-12. Dos tetrodos 6V6 trabajan en clase AB acoplados en contrafase con $E_b = 300$ voltios, $E_{c2} = 250$ voltios y $E_{c1} = -20$ voltios.

(*a*) Trazar las características compuestas.

(*b*) Determinar la resistencia de placa del tubo ficticio o compuesto.

(*c*) Para una resistencia de carga, entre placa y placa, de 8.000 ohmios, determínese la potencia de salida, el rendimiento y la disipación en placa, con una señal de entrada de 14,1 voltios eficaces entre rejilla y masa.

6-13. Un 6K6 con una resistencia de carga deseada de 10.000 ohmios ha de acoplarse mediante transformador a una carga de 200 ohmios de resistencia. Se espera que el transformador dé un rendimiento del 82 por 100 y $E_b = E_{c2} = 250$ voltios, $E_{c1} = -15$ voltios, $I_{b,\ \text{mín}} = 5$ mA y $E_s = 15$ voltios de amplitud. Hallar: (*a*) relación necesaria de espiras del transformador, (*b*) potencia de salida del fundamental en la carga de 200 ohmios y (*c*) distorsión total de armónicos en tanto por ciento.

6-14. Empleando un tubo 2A3 con un transformador de salida de relación 24 : 1 y una carga en el secundario de 8 ohmios, siendo el rendimiento del transfor-

mador el 88 por 100 y suponiendo que la rejilla nunca se hace positiva, $E_b = 275$ voltios y que i_b es siempre mayor que 10 mA, hallar: (*a*) el punto Q para la disipación en placa máxima admisible de 15 vatios, (*b*) máxima potencia de salida posible en la carga, con las hipótesis hechas, (*c*) valor de E_g requerido para (*b*), (*d*) corriente fundamental de placa y (*e*) distorsión total de armónicos.

6-15. Los dos triodos de un tubo 6AS7G trabajan en *push-pull* (en contrafase) con $E_b = 135$ voltios y $E_{cc} = -60$ voltios.

(*a*) Dibujar las características compuestas y determinar la resistencia de carga entre placa y placa para potencia de salida máxima.

(*b*) Calcular la potencia de salida en clase A para esta resistencia de carga.

(*c*) Construir la trayectoria de funcionamiento para un triodo.

6-16. Dos tubos 6L6 se emplean en contrafase con $E_{bb} = 300$ voltios, $E_{c2} = 250$ voltios y $E_{c1} = -16$ voltios, en las condiciones de clase A. Trazar, en función de la resistencia de carga entre placa y placa, las curvas de: (*a*) potencia de salida, (*b*) distorsión de tercer armónico y (*c*) rendimiento del circuito de placa. Tómense resistencias desde 1.000 hasta 10.000 ohmios, entre placa y placa.

6-17. Se dispone de un tubo 6SN7 y dos tubos 6L6, con una fuente de alimentación de 250 voltios. Para un margen de frecuencias de trabajo de 50 a 7.500 ciclos y con un transformador de salida en contrafase de un rendimiento del 85 por 100, diséñese un circuito completo para entregar 7 vatios a una carga de 8 ohmios con distorsión mínima. La señal de entrada de que se dispone es de 1,5 voltios asimétrica respecto a masa. Especificar relación del transformador, todas las resistencias y condensadores y las potencias que deben ser capaces de disipar todas las resistencias.

6-18. Dos tubos 805 de polarización cero trabajando en clase B se utilizan en contrafase con $E_b = 1.250$ voltios y E_{cc} = tensión de corte y con una resistencia de carga entre placa y placa de 7.000 ohmios. Habiendo una señal sinusoidal de entrada de amplitud uniforme, un miliamperímetro de c.c. en el conductor común de ánodos marca 400 mA. ¿Cuáles son la potencia de salida en c.a., el rendimiento de placa y las pérdidas en placas? ¿Qué disipación máxima admisible en placa deben tener estos tubos si la máxima potencia de salida que se espera tener es de 300 vatios?

6-19. Una etapa *push-pull* de salida puede servir como su propio inversor de fase. Dibújese un circuito posible y hágase la discusión de sus limitaciones, particularmente respecto a la distorsión.

6-20. Dos tubos 810 se utilizan en un amplificador de audiofrecuencia trabajando en clase B, con $E_b = 2.000$ voltios. Determinar la polarización del corte proyectado y empléese este valor. Supóngase $e_{b,\text{ mín}} = 1{,}5e_{c,\text{ máx}}$ y determínese una resistencia de carga para una potencia de salida de al menos 500 vatios por par de tubos, con funcionamiento dentro de los valores admisibles siguientes de los tubos: I_{dc} (corriente continua) máxima por tubo = 250 mA y disipación máxima en placa = 125 vatios por tubo. Para la carga determinada, hallar P_o, P_{in}, η_p, pérdidas en placas y distorsión de tercer armónico del amplificador. Determinar la potencia media de entrada en el circuito de rejillas.

BIBLIOGRAFIA

1. Espley, D. C.: The Calculation of Harmonic Production in Thermionic Valves with Resistive Load, *Proc. IRE*, **21** : 1439 (1933).
2. Preisman, A.: «Graphical Constructions for Vacuum-tube Circuits», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1943.
3. Thompson, B. J.: Graphical Determination of Performance of Push-pull Amplifiers, *Proc. IRE*, **21** : 591 (1933).
4. Barton, L. E.: High Audio Power from Relatively Small Tubes, *Proc. IRE*, **19** : 1131 (1931).
5. Sah, A. P-T.: Quasi Transients in Class B Audio-frequency Push-pull Amplifiers, *Proc. IRE*, **24** : 1522 (1936).
6. Nottingham, W. B.: Optimum Conditions for Maximum Power in Class A Amplifiers, *Proc. IRE*, **29** : 620 (1941).
7. Ryder, J. D.: «Electronic Fundamentals and Applications», Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1950.

CAPÍTULO 7

REALIMENTACION EN LOS AMPLIFICADORES

Aunque el principio de la *realimentación*, o sea, la comparación de la salida de un dispositivo con su entrada, para aumentar la precisión de la relación entre dichas salida y entrada, había ya sido aplicado en el control de procesos de fabricación y en otros campos de la técnica, no se adquirió un conocimiento o comprensión verdaderos de sus efectos, y especialmente de su aplicación a los amplificadores electrónicos, hasta que H. S. Black publicó un importante artículo en 1934. Esto sirvió para formalizar matemáticamente el campo de la realimentación, y las aplicaciones de este análisis matemático han hecho posible ahora un conocimiento verdadero del control de procesos físicos en muchos campos, así como la creación de servomecanismos, controles de procesos de fabricación y amplificadores de tubos de vacío, utilizables y precisos.

El tubo de vacío, por sí solo, es un elemento electrónico incierto y variable. Combinado con la realimentación negativa, se convierte en un instrumento ingenieril preciso y seguro.

7-1. Principios de la realimentación. La respuesta, o sea, la relación de la salida a la entrada, de un amplificador, es la ganancia **A**, la cual se ha definido como

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{E}_s}$$

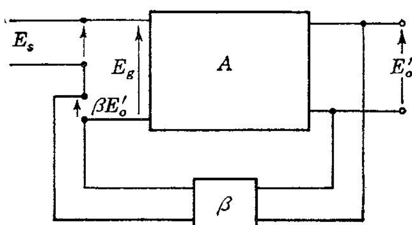


FIG. 7-1. Esquema de bloques de un sistema con realimentación.

Si se introduce realimentación en un amplificador, su esquema sencillo de bloques puede ser uno como el de la Fig. 7-1. Aquí se ha agregado un circuito para introducir, en la entrada del amplificador, la salida, posiblemente modificada en amplitud y fase mediante un factor complejo $\boldsymbol{\beta}$. Dicho factor $\boldsymbol{\beta}$ puede definirse como

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\text{tensión de realimentación } \underline{/\theta_1}}{\text{tensión de salida } \underline{/\theta_2}} \qquad (7\text{-}1)$$

La entrada total al amplificador será

$$E_g = E_s + \beta E'_o \qquad (7\text{-}2)$$

donde la salida del amplificador, *con realimentación*, se representa por E'_o. El amplificador tiene una ganancia interna A, de forma que $AE_g = E'_o$. Ahora es posible eliminar E_g en la Ec. (7-2), resultando

$$E'_o = (E_s + \beta E'_o)A$$

de la cual se deduce para la ganancia A' con realimentación

$$A' = \frac{E'_o}{E_s} = \frac{A}{1 - A\beta} \qquad (7\text{-}3)$$

Cuando se introduce realimentación, la ganancia del amplificador queda dividida por $1 - A\beta$. En el caso general, A y β serán complejos. Tres casos hay que distinguir, según el valor absoluto del denominador de la Ec. (7-3):

1. Si $|1 - A\beta|$ *es menor que la unidad*, la ganancia A' es mayor que A (en valor absoluto). La tensión de realimentación $\beta E'_o$ se suma a E_s y hace mayor a E_g. Entonces la realimentación se llama *positiva* (también, a veces, se llama «reacción») y se dice que el circuito es *regenerativo*. La realimentación positiva aumenta la ganancia y la distorsión, disminuye la estabilidad y, normalmente, es evitada.

2. Si $|1 - A\beta| = 0$, la ganancia es infinita y puede obtenerse salida sin entrada exterior, o sea, el circuito se convierte en oscilador. Este caso se estudiará en el Cap. 11.

3. Si $|1 - A\beta|$ *es mayor que la unidad*, la ganancia A' es menor que la A. La tensión de realimentación $\beta E'_o$ se resta de E_s y disminuye a E_g. La realimentación se llama entonces *negativa* (a veces se llama «contrarreacción») y se dice que el circuito es *degenerativo*. La realimentación negativa reduce la ganancia, la distorsión y el ruido, aumenta la estabilidad y es el tema de estudio de este capítulo.

El signo que hay entre los dos términos del denominador de la Ec. (7-3) depende evidentemente de la forma en que se introduzca $\beta E'_o$ en la entrada del amplificador, así como de su ángulo de fase. Dicho signo tal como se ha dado es una cuestión de convenio, sirviendo los puntos 1, 2 y 3 anteriores para definir la realimentación positiva y la negativa.

Es necesario, ahora, indagar los efectos de la realimentación negativa en el funcionamiento del amplificador para probar las afirmaciones hechas más arriba. También deben estudiarse los requisitos que ha de cumplir $1 - A\beta$, especialmente según se aproxima a cero.

7-2. Realimentación negativa y estabilidad de ganancia. La ecuación (7-2) puede escribirse en la forma

$$E_s = E_g - \beta E'_o \qquad (7\text{-}4)$$

Esta ecuación dice que $\mathbf{E}_s$ y $-\boldsymbol{\beta}\mathbf{E}'_o$ se diferencian en una tensión $\mathbf{E}_g$. Esto equivale a una comparación de $\mathbf{E}_s$ con una parte $-\boldsymbol{\beta}\mathbf{E}'_o$ de la salida tal que, si se acercan a la igualdad, $\mathbf{E}_g$ debe ser pequeña. Puede considerarse que esta comparación se hace entre valores instantáneos y, por ello, si la entrada y una parte de la salida son casi iguales, entonces todas las modificaciones internas de la forma de onda o distorsión han de ser pequeñas. Por esta razón, es conveniente hallar en qué condiciones será pequeña la entrada verdadera $\mathbf{E}_g$ del amplificador.

Como $\mathbf{E}'_o = \mathbf{A}\mathbf{E}_g$, se tiene

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{E}_g - \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}\mathbf{E}_g$$

$$\frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{E}_s} = \frac{1}{1 - \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}} \tag{7-5}$$

Así, para que sea $\mathbf{E}_g \ll \mathbf{E}_s$, ha de ser $|1 - A\beta|$ muy grande comparado con la unidad y para que se cumpla esto último es necesario que $|A\beta| \gg 1$. Este término $\mathbf{A}\boldsymbol{\beta}$ se llama *factor de realimentación* y es, en general, función de la frecuencia, pero, al diseñar el circuito, ordinariamente se procura que su ángulo de fase sea 0° o bien 180° a lo largo del margen de frecuencias de funcionamiento.

Si $|A\beta| \gg 1$, la Ec. (7-3) de la ganancia con realimentación se transforma en

$$\mathbf{A}' = -\frac{1}{\boldsymbol{\beta}} \tag{7-6}$$

demostrando que la ganancia puede hacerse independiente de los parámetros del tubo, tensiones de alimentación y variaciones similares del circuito. Como $\boldsymbol{\beta}$ suele estar determinado por una red de circuitos de parámetros constantes, la ganancia $\mathbf{A}'$ del amplificador puede ser estable como estos parámetros.

No siempre es posible hacer $|A\beta|$ excesivamente grande respecto a la unidad. Una manera de ver que con la realimentación se consigue mayor estabilidad en la ganancia, es calcular la variación que resulta en A' para una variación de A, dada en tanto por ciento. Para un pequeño incremento de A, de la Ec. (7-3) resulta

$$dA' = \frac{(1 - A\beta)\, dA + A\beta\, dA}{(1 - A\beta)^2}$$

de la cual se deduce

$$\frac{dA'}{A'} = \left(\frac{1}{A} + \frac{\beta}{1 - A\beta}\right) dA$$

$$= \frac{1}{1 - A\beta}\frac{dA}{A} \tag{7-7}$$

Así, la variación relativa de ganancia con realimentación es $1/(1 - A\beta)$ veces la variación relativa de la ganancia interna del amplificador. Si

$|1 - A\beta|$ es muy grande, la variación de ganancia con realimentación puede ser muy pequeña. Esto da idea del efecto estabilizante de la realimentación. Con realimentación negativa muchos aparatos electrónicos de medida pueden hacerse de bastante precisión y exactitud constante.

Ejemplo. Un amplificador tiene una ganancia A igual a -20. Se le aplica realimentación con $\beta = 0{,}25$. Si la ganancia interna varía en un 10 por 100, hallar la variación en ganancia total.

Aquí es $dA/A = 0{,}1$ y $A\beta = -5$. Entonces

$$\frac{dA'}{A'} = \frac{1}{1+5} \times 0{,}1 = \frac{0{,}1}{6}$$
$$= 0{,}0166$$

es decir, con un 10 por 100 de variación en la ganancia interna, la ganancia con realimentación solamente varía en 1,66 por 100.

Si hubiese sido la ganancia interna igual a -200, con lo cual $A\beta = -50$, la variación de ganancia con realimentación hubiese sido solamente de 0,00196, o sea, de 0,196 por 100.

7-3. Realimentación negativa y distorsión. Si **A**$\boldsymbol{\beta}$ es grande, de forma que **A'** depende mucho de $\boldsymbol{\beta}$, y si $\boldsymbol{\beta}$ no varía con la frecuencia, la distorsión de frecuencia que hubiese en la ganancia **A** será reducida por la realimentación. La distorsión de fase también quedará disminuida. Por el contrario, si se proyecta la red de $\boldsymbol{\beta}$ para que varíe según una determinada función de la frecuencia, la Ec. (7-6) indica que la ganancia variará entonces según una función que es la inversa de la característica de frecuencia de la red β.

La Fig. 7-2 es una demostración experimental de la aptitud de la realimentación para reducir la distorsión de frecuencia cuando se aplica a un amplificador de dos etapas de acoplamiento *RC* (empleando una red *RC*). La curva característica (*a*), que corresponde al amplificador sin realimentación, da una ganancia a frecuencias medias (a 1.000 ciclos) de 35,5 db y una anchura de banda cuyos extremos son $f_1 = 190$ ciclos y $f_2 = 25.000$ ciclos. Con una realimentación negativa del 10 por 100 ($\beta = 0{,}1$), aproximadamente, realizada entre la salida y el cátodo de la primera etapa, la curva característica es la (*b*), cuya ganancia se ha reducido a 14,3 db, pero f_1 está por bajo de 15 ciclos y f_2 ha subido a 90.000 ciclos.

Una realimentación aún mayor, tal que $\beta = 0{,}55$, produce la curva característica (*c*). Ahora, la ganancia es solamente de 5,3 db, pero el margen de frecuencias se ha extendido, por la parte de altas, hasta más allá del límite de medida, a unos 200.000 ciclos. Es interesante observar que en la parte extrema de frecuencias bajas se presenta un efecto de regeneración. La tensión continua de ánodo es eliminada de la realimentación por un condensador *C*, en serie con una resistencia. A frecuencias inferiores a 100 ciclos, la desviación de fase, introducida en el circuito β por el condensador, reduce el valor absoluto de $1 - A\beta$ hasta ser menor que la unidad, con lo cual la ganancia aumenta. Con el bajo

valor de β empleado en la curva (*b*), la resistencia en serie con C era grande, la desviación de fase del circuito de β era pequeña y la regeneración no se hacía tan patente. En realidad, hay algo de regeneración probablemente, según indica la lenta caída de la curva (*b*) en el extremo de frecuencias bajas.

La realimentación disminuye también la distorsión de amplitud. Si D es la distorsión de amplitud en la salida de un amplificador, a una

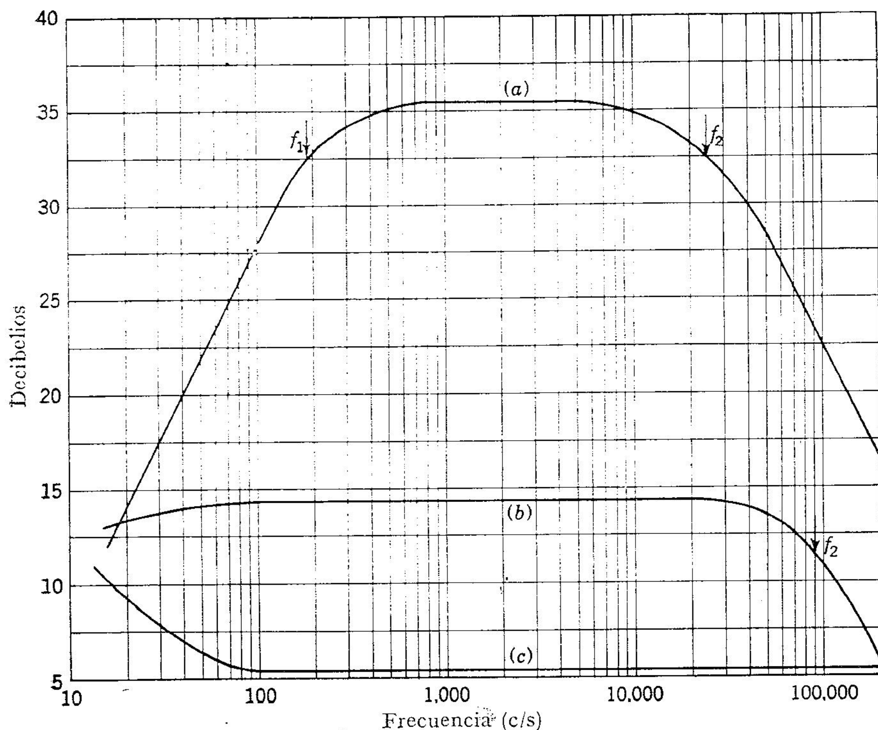


FIG. 7-2. Respuesta de amplificador de acoplamiento *RC*. (*a*) Sin ninguna realimentación; (*b*) con $\beta \simeq 0{,}1$; (*c*) con $\beta \simeq 0{,}55$.

frecuencia determinada, puede considerarse que D es una función de la tensión de salida, o sea,

$$D = f(E_o)$$

pues la distorsión aumenta de alguna manera al excitar al tubo con una amplitud mayor, es decir, al hacer que el punto instantáneo de funcionamiento recorra una trayectoria más amplia en la familia de características del tubo. Con realimentación, se tiene

$$D' = f(\mathbf{E}'_o) + \mathbf{A}\boldsymbol{\beta} D'$$

en la cual se han despreciado los términos de orden superior en β. Despejando D',

$$D' = \frac{f(\mathbf{E}'_o)}{1 - \mathbf{A}\beta}$$

y si se requiere que la tensión de salida habiendo realimentación sea igual a la tensión de salida no habiéndola, es decir, que $\mathbf{E}_o = \mathbf{E}'_o$, entonces

$$D' = \frac{D}{1 - \mathbf{A}\beta} \tag{7-8}$$

Por tanto, la componente de distorsión a una determinada frecuencia se reduce en el mismo factor que la ganancia. Otras frecuencias distintas hay que considerarlas individualmente tratando cada una con el valor correspondiente de β a esa frecuencia en estudio.

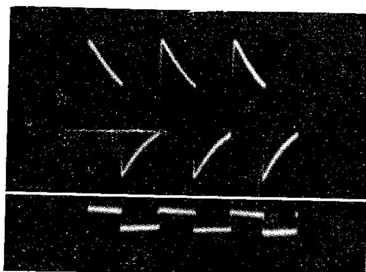


FIG. 7-3. Reducción de distorsión mediante realimentación. (*a*) Señal de salida con onda cuadrada en la entrada y sin realimentación; (*b*) Lo mismo con realimentación.

La propiedad de la realimentación negativa de reducir la distorsión de amplitud se comprueba en la Fig. 7-3. La onda (*a*) representa la salida de un amplificador sin realimentación que tiene una onda cuadrada como entrada. La onda (*b*) representa la salida del mismo amplificador con realimentación negativa, viéndose que la forma de onda vuelve a tomar bastante bien la forma de onda cuadrada, si bien la ganancia ha disminuido.

A los amplificadores de salida, en los cuales suele presentarse distorsión de amplitud, no se les exige normalmente mucha ganancia en tensión, ya que la mayor parte de la ganancia total de los amplificadores se obtiene en las etapas anteriores de amplitudes más bajas. Por ello, puede conseguirse una reducción considerable de distorsión mediante realimentación en la etapa de salida y la pérdida en ganancia se compensa en las etapas anteriores.

7-4. Realimentación negativa y ruido. Las componentes ruido o zumbido introducidas en un amplificador dentro del lazo de realimentación también son reducidas por dicha realimentación. Supóngase que en un amplificador se tiene una causa de zumbido de c.a., como se indica en la Fig. 7-4 por la flecha y letra N, tal vez debida a captación de energía de conductores de conexión de filamentos de caldeo por c.a., habiendo una ganancia $\mathbf{A}_1$, antes, y una $\mathbf{A}_2$, después del lugar de la in-

troducción de la causa N, tales que $A_1A_2 = A$ es la ganancia total interna. La tensión de salida con realimentación puede expresarse como

$$E'_o = A_1A_2E_s + A_1A_2\beta E'_o + A_2N$$
$$= \frac{A_1A_2}{1 - A_1A_2\beta}\left(E_s + \frac{N}{A_1}\right)$$
$$= \frac{A}{1 - A\beta}\left(E_s + \frac{N}{A_1}\right) \qquad (7\text{-}9)$$

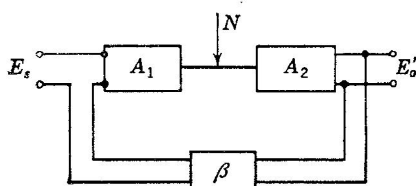


FIG. 7-4. Amplificador realimentado en el que se introduce ruido internamente.

Es evidente que la ganancia total ha sido dividida por $1 - A\beta$, como era de esperar. Pero, además, la salida de ruido se ha reducido por A_1, es decir, el ruido sufre una reducción adicional en proporción a la *ganancia que precede al punto de introducción de dicho ruido.*

7-5. Realimentación medida en decibelios. Ejemplo. La relación, expresada en decibelios, de las potencias de salida que se tienen con y sin realimentación, conservándose constante la entrada, constituye una medida de la cantidad de realimentación introducida en un amplificador. Con entrada constante

$$\text{realimentación en db} = 20 \log \frac{E'_o}{E_o} \qquad (7\text{-}10)$$

Las relaciones presentadas anteriormente se aplicarán ahora en un ejemplo, para ilustrar el funcionamiento de un amplificador realimentado.

Ejemplo. Un amplificador tiene una ganancia interna de — 400, una distorsión de 8 por 100 y una entrada normal de 0,5 voltios. Hallar los efectos que se producen con una realimentación negativa de $\beta = 0{,}05$.

El factor de realimentación será $A\beta = -20$. La ganancia se reduce a

$$A' = \frac{A}{1 - A\beta} = \frac{-400}{1 + 20} = -19$$

y la estabilidad del amplificador a las variaciones de ganancia se mejora en un factor igual a 21. La distorsión disminuye a

$$D' = \frac{D}{1 - A\beta} = \frac{8}{21} = 0{,}38\ \%$$

Si se exige al amplificador que produzca la misma salida con realimentación que sin ella, o sea, que se verifique $E'_o = E_o = A'E'_s = AE_s$, entonces

$$E'_s = E_s(1 - A\beta)$$

de manera que la tensión de señal de entrada necesaria con realimentación es

$$E'_s = 0{,}5 \times 21 = 10{,}5 \text{ voltios}$$

La salida, por un procedimiento o por el otro, es

$$E_o = AE_s = -400 \times 0{,}5 = -200 \text{ voltios}$$
$$E'_o = A'E'_s = -19 \times 10{,}5 = -200 \text{ voltios}$$

La tensión verdadera de entrada E'_g, con realimentación, será

$$E'_g = E'_s + \beta E'_o = 10{,}5 - 0{,}05 \times 200 = 0{,}5 \text{ voltios}$$

Aunque la señal de entrada exterior que se requiere, es aumentada por la realimentación, pasando de ser 0,5 a ser 10,5 voltios, el amplificador, sin embargo, trabaja *internamente* con una entrada resultante de 0,5 voltios en ambos casos. Esta deducción no debe llevarse demasiado lejos, no obstante, porque si hay distorsión, la tensión de entrada E_g puede variar en su forma de onda al introducir realimentación, como se ve en la Fig. 7-5. En esta figura se ha invertido la fase de la tensión que hay entre rejilla y cátodo con realimentación (Fig. 7-5*c*), para ilustrar el hecho de que la Fig. 7-5*c* es la diferencia entre las formas de onda de Fig. 7-5*b* y *d*. Con la Fig. 7-5*c*, orientada como está, puede verse que la tensión entre rejilla y cátodo, *con realimentación*, ha desarrollado un pico agudo en el flanco inicial del impulso para reforzar la salida del amplificador en este punto, ya que la Fig. 7-5*a* indica que sin realimentación el amplificador sufre una distorsión del flanco inicial, o sea, tiene un tiempo de subida largo.

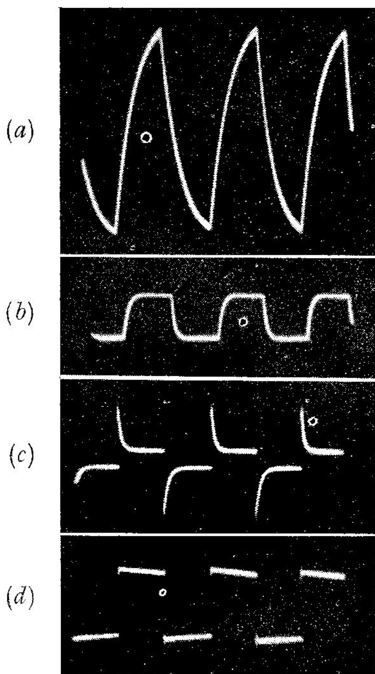


FIG. 7-5. (*a*) Salida sin realimentación. (*b*) Salida con realimentación. (*c*) Tensión entre rejilla y cátodo con realimentación. (*d*) Entrada en forma de onda cuadrada.

Si la tensión de entrada del amplificador del ejemplo se mantiene constante, con un valor de, digamos, 0,5 voltios, las tensiones de salida serían

Sin realimentación:

$$E_o = 0{,}5 \times (-400) = -200 \text{ voltios}$$

Con realimentación:

$$E'_o = 0{,}5 \times (-19) = -9{,}5 \text{ voltios}$$

La reducción de la potencia de salida, expresada en decibelios, debida a la realimentación, es

$$\text{db} = 20 \log \frac{9,5}{200} = -20 \times 1,324 = -26,5$$

La realimentación ha hecho disminuir la salida del amplificador en 26,5 db o, como se dice también, se han aplicado 26,5 db de realimentación al amplificador. Puede también decirse que un factor de realimentación de 20 ha disminuido la salida en 26,5 db.

7-6. Circuitos básicos de realimentación negativa. Para introducir realimentación negativa en un amplificador, puede utilizarse una gran variedad de circuitos. Sin embargo, todos ellos caen en una de las dos clases generales llamadas realimentación *por tensión* y realimentación

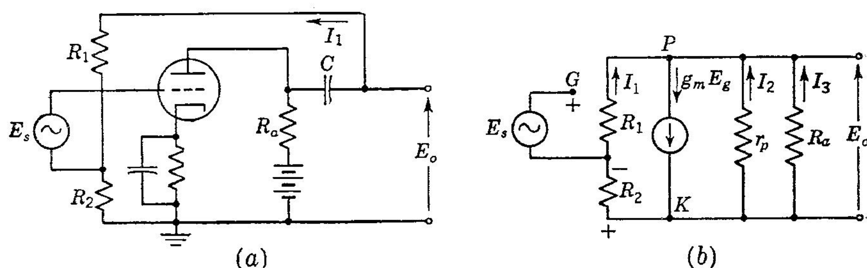


FIG. 7-6. Circuito con realimentación de tensión y su equivalente.

por corriente. En la primera, la tensión de realimentación, es decir, la introducida en el circuito de rejilla, es proporcional a la tensión de salida en la carga. En la realimentación de corriente, la tensión de realimentación es proporcional a la corriente que circula por la carga. Según que se trate de una u otra clase de circuitos, los efectos que se producen son algo diferentes.

En la Fig. 7-6 se representa un circuito de realimentación por tensión. La tensión introducida en el circuito de rejilla es la caída en R_2 y esta caída de tensión es proporcional a la tensión de salida, pues R_1 y R_2 forman un divisor de la tensión $\mathbf{E}_o$. La corriente $\mathbf{I}_1$ es igual a $-\mathbf{E}_o/(R_1 + R_2)$ y la tensión de rejilla respecto a cátodo es

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{E}_s + \mathbf{I}_1 R_2 = \mathbf{E}_s + \frac{R_2}{R_1 + R_2}\mathbf{E}_o \qquad (7\text{-}11)$$

Comparando ésta con la Ec. (7-2) resulta que β es

$$\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad (7\text{-}12)$$

y la realimentación $\mathbf{A}\boldsymbol{\beta}$ es negativa, pues es negativa la ganancia A.

$R_1 + R_2$ suele ser grande respecto a r_p y R_a y la reactancia de C se desprecia normalmente. Si esto último no es cierto, el valor de β variará para algunas frecuencias. Con objeto de fijar ideas, se analizará el circuito por los métodos ordinarios y por las ecuaciones de realimentación. Despreciando I_1, la segunda ley de Kirchhoff, aplicada a un nudo, da

$$g_m\mathbf{E}_g = \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = -\mathbf{E}_o\left(\frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_a}\right) = -\mathbf{E}_o\frac{r_p + R_a}{r_pR_a}$$

De la última ecuación y de la (7-11), se deduce

$$\mathbf{A}' = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} = \frac{-g_m}{(r_p + R_a)/r_pR_a + g_m\beta}$$

$$= \frac{-\mu R_a}{r_p + (1 + \mu\beta)R_a} \qquad (7\text{-}13)$$

Esta expresión de la ganancia con realimentación puede transformarse en la

$$\mathbf{A}' = \frac{-[\mu/(1 + \mu\beta)]R_a}{[r_p/(1 + \mu\beta)] + R_a} \qquad (7\text{-}14)$$

Comparando la última con la expresión de la ganancia de un amplificador sin realimentación

$$\mathbf{A} = \frac{-\mu R_a}{r_p + R_a}$$

se ve que las magnitudes encerradas entre corchetes en la Ec. (7-14) pueden considerarse como los parámetros μ' y r'_p de un tubo hipotético equivalente no realimentado. Ambos parámetros, los cuales han sido divididos por el mismo número, demuestran que el tubo hipotético equivalente tiene un μ y una resistencia de placa más bajos pero que g_m ha permanecido invariable. Por tanto, *la realimentación de tensión reduce la resistencia interna de un amplificador* y tiende a mantener constante la tensión al variar la resistencia de carga.

Si se utilizan las expresiones de realimentación, es necesario calcular $\mathbf{A}$, lo cual se hace fácilmente considerando $R_2 = 0$, de modo que

$$\mathbf{A} = \frac{-\mu R_a}{r_p + R_a}$$

Entonces

$$\mathbf{A}' = \frac{\mathbf{A}}{1 - \mathbf{A}\beta} = \frac{-\mu R_a/(r_p + R_a)}{1 + [\mu R_a/(r_p + R_a)]\beta}$$

$$= \frac{-\mu R_a}{r_p + (1 + \mu\beta)R_a} \qquad (7\text{-}15)$$

obteniéndose el mismo resultado que la Ec. (7-13).

La Fig. 7-7 es una forma simple de circuito con realimentación de corriente. Aquí la tensión de realimentación en el circuito de rejilla es $\mathbf{I}_p R_k$ y es proporcional a la corriente en la carga, y sólo por concomitancia, a la tensión en dicha carga. La tensión de rejilla es

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{E}_s - \mathbf{I}_p R_k \tag{7-16}$$

La tensión de salida será $-\mathbf{I}_p R_a$ y la fracción de realimentación

$$\beta = \frac{R_k}{R_a} \tag{7-17}$$

La corriente de placa puede deducirse del circuito equivalente, re-

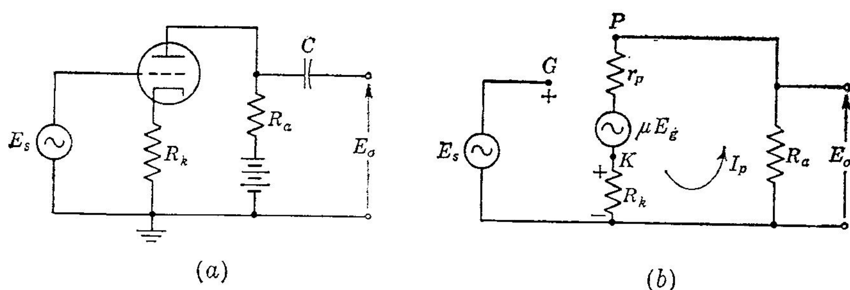


FIG. 7-7. Circuito con realimentación de corriente y su equivalente.

sultando, si además se tiene en cuenta la Ec. (7-16) y se hacen operaciones, que

$$\mathbf{I}_p = \frac{\mu \mathbf{E}_g}{r_p + R_k + R_a} = \frac{\mu \mathbf{E}_s}{r_p + (1+\mu)R_k + R_a} \tag{7-18}$$

y la ganancia será

$$\mathbf{A}' = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_s} = \frac{-\mu R_a}{r_p + (1+\mu)R_k + R_a}. \tag{7-19}$$

para el amplificador con realimentación de corriente de la Fig. 7-7.

Para aplicar la ecuación de la realimentación, se obtiene la ganancia $\mathbf{A}$ poniendo a K el retorno del generador de rejilla, con lo cual

$$\mathbf{A} = \frac{-\mu R_a}{r_p + R_k + R_a} \tag{7-20}$$

La ganancia con realimentación es, entonces,

$$A' = \frac{A}{1 - A\beta} = \frac{-\mu R_a/(r_p + R_k + R_a)}{1 - (R_k/R_a)[-\mu R_a/(r_p + R_k + R_a)]}$$

$$= \frac{-\mu R_a}{r_p + (1 + \mu)R_k + R_a} \qquad (7\text{-}21)$$

Comparando esta expresión con la de un amplificador sin realimentación, se deduce que la *realimentación de corriente aumenta la resistencia interna* haciéndola igual a $r_p + (1 + \mu)R_k$. Si ésta es grande con relación a R_a, la corriente de salida tiende a permanecer constante, o sea, independiente de la carga.

Obsérvese que el seguidor de cátodo o amplificador catódico es un tipo de amplificador con realimentación de tensión. Como la tensión de realimentación es $\mathbf{E}_o = \mathbf{I}_p R_k$, el valor de la entrada en rejilla es

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{E}_s - \mathbf{E}_o$$

y $\beta = -1$. Este valor tan grande de β hace que el seguidor de cátodo sea un amplificador muy estable.

Se demostró que la impedancia de salida del seguidor de cátodo era

$$Z_{\text{sal.}} = \frac{[r_p/(1 + \mu)]R_k}{r_p/(1 + \mu) + R_k}$$

que es menor que la del tubo solo, según se había predicho por las propiedades estudiadas más arriba con motivo de la realimentación de tensión.

Con la realimentación de tensión, la impedancia de salida del amplificador disminuye y dicho amplificador tiende a ser, con entrada constante, un generador de tensión constante. Con realimentación de corriente, la impedancia de salida del amplificador aumenta y el amplificador tiende a ser, con entrada constante, un generador de corriente constante.

7-7. Otros circuitos de realimentación. La realimentación puede realizarse entre más de una etapa amplificadora para obtener las relaciones de fase convenientes. En el margen de frecuencias medias de circuitos que tienen un número impar de etapas (considerando aquí como una etapa lo comprendido entre entrada en rejilla y salida de placa del mismo tubo), el ángulo de fase de la ganancia es un múltiplo impar de 180°, o sea, la ganancia es negativa. El circuito de β introduce entonces parte de la señal de salida, directamente, sin invertir la fase, en el circuito de rejilla y el factor de realimentación es, por tanto, $-A\beta$. Un circuito de este tipo es el de la Fig. 7-6.

En circuitos que tengan un número par de etapas (significando etapa lo dicho más arriba en esta sección) el ángulo de fase de la ganancia es un múltiplo par de 180°, con lo cual la ganancia es positiva. El circuito de β debe producir otra desviación de fase de 180°, al introducir la tensión de realimentación en la entrada, y como se hace esto más fácilmente es realimentando en el circuito de cátodo de la primera etapa. En la Fig. 7-9*a* se representa este caso para dos etapas. En este circuito último se produce también algo de realimentación de corriente por R_k.

Los circuitos de las Figs. 7-9*b* y *c* representan procedimientos de realimentación desde el secundario de un transformador de salida. Esto incluye al transformador en el lazo de realimentación, con lo que se reduce la distorsión de frecuencia y de forma de onda engendrada por dicho transformador. El caso de la Fig. 7-9*b* es de realimentación de corriente, y el de la Fig. 7-9*c*, de realimentación de tensión. Son posibles la realimentación positiva y la negativa, garantizándose que el signo de β es el adecuado mediante elección de la polaridad de los arrollamientos del transformador. El ángulo de fase introducido por el transformador puede crear dificultades, según se estudia en la Sec. 7-9.

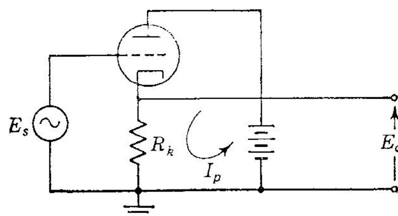


FIG. 7-8. Circuito seguidor de cátodo.

La Fig. 7-9*d* representa una realimentación mixta de corriente y tensión. Se puede deducir que β puede expresarse por

$$\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_k}{R_a} = \beta_v + \beta_c$$

combinando así los porcentajes de realimentación de las dos clases. La ganancia puede hallarse según

$$A' = \frac{-\mu R_a}{r_p + (1 + \mu)R_k + (1 + \mu\beta_v)R_a}$$

$$= \frac{-[\mu/(1 + \mu\beta_v)]R_a}{[r_p + (1 + \mu)R_k]/(1 + \mu\beta_v) + R_a} \qquad (7\text{-}22)$$

La μ del tubo disminuye por la realimentación de tensión y la resistencia efectiva de placa puede hacerse mayor o menor que la sola del tubo, regulando R_k y β_v. Por tanto, un circuito de esta forma permite un considerable control de la impedancia interna.

La Fig. 7-9*e* representa un procedimiento de realimentación de tensión en un amplificador en contrafase (*push-pull*). Puede obtenerse realimentación también por varios de los otros procedimientos.

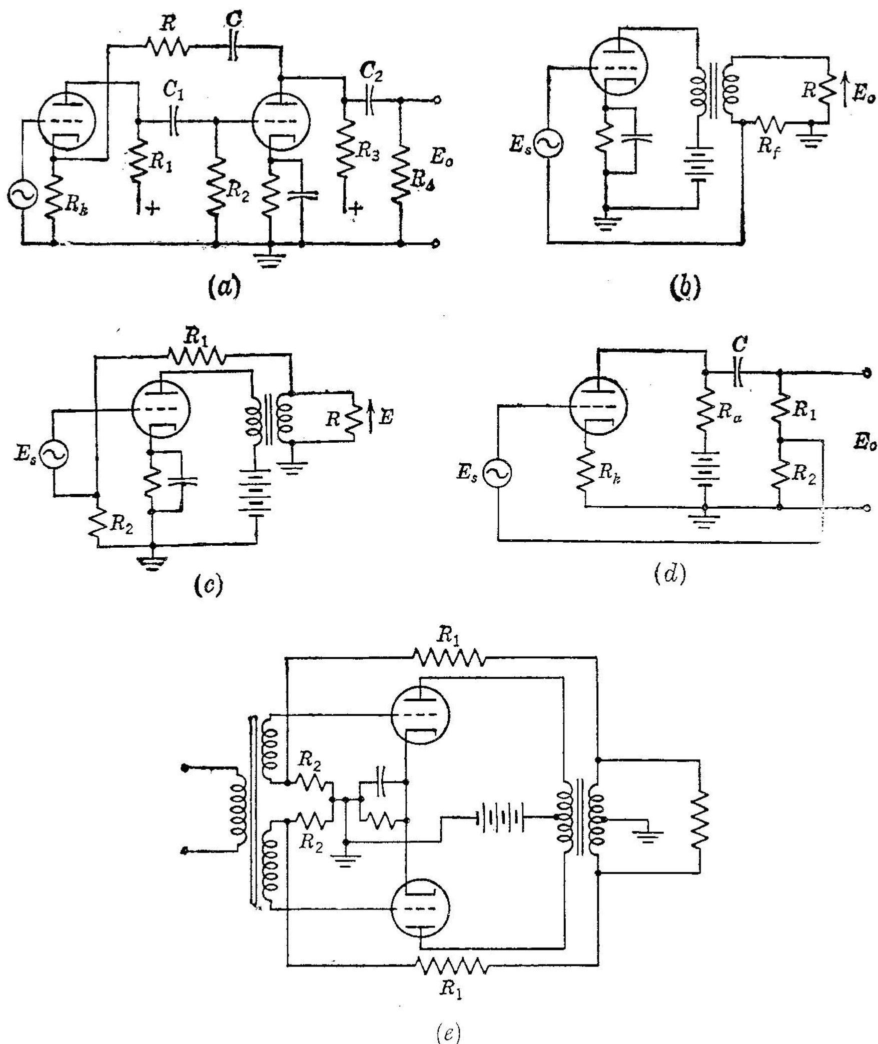


FIG. 7-9. Diversos tipos de circuitos de realimentación.

7-8. Realimentación positiva. Desacoplo. La realimentación positiva ordinariamente procura evitarse porque sus efectos, en general, son indeseables. Sin embargo, aunque perjudica la estabilidad, hay casos en los cuales puede ser empleada dentro de un lazo de realimentación negativa, con tal de que sea suficiente la realimentación negativa para mantener estable y degenerativo al amplificador total. En tales casos, la realimentación positiva elevará la ganancia y disminuirá la impedancia de salida, ya que dicha realimentación es de fase tal que equivale a introducir una resistencia negativa. Cuando se emplea realimentación

positiva de corriente dentro de un lazo de realimentación negativa de tensión, es posible ajustar las dos clases de realimentación de forma que la impedancia de salida sea nula.

Se representa una manera sencilla de emplear realimentación positiva de corriente dentro de un lazo de realimentación negativa de tensión en la Fig. 7-10, en la cual la resistencia R_p acopla los cátodos de dos etapas sucesivas. La realimentación negativa que va por encima se realiza desde el secundario del transformador de salida al circuito de rejilla del primer tubo.

Dan lugar a realimentaciones accidentales, positivas o negativas, los acoplamientos eléctricos y magnéticos entre los circuitos de entrada y de salida, los acoplamientos por conductores de conexión comunes

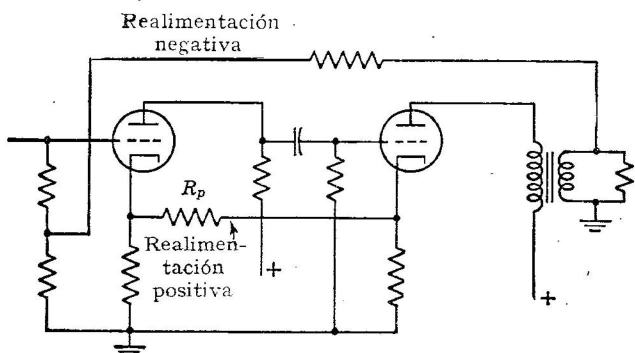


FIG. 7-10. Empleo simultáneo de realimentaciones positiva y negativa.

y los que se tienen por la impedancia interna de fuentes comunes de alimentación de placa. Estas realimentaciones accidentales positivas o negativas son causa de ganancia inestable en los amplificadores, de ganancias incalculadamente altas o bajas y de oscilaciones de frecuencias bajas o altas. Una oscilación de baja frecuencia, del orden de algunos ciclos, que se presenta a veces en los amplificadores de audio, se conoce con el nombre descriptivo de ruido de motor de canoa (*motor boating*).

El blindaje, la separación física o eléctrica y magnética y una cuidadosa disposición y colocación de los conductores de conexión ordinariamente eliminarán las causas de perturbación que no se deban al acoplamiento debido a las fuentes de alimentación. En la mayor parte de conductores de retorno de placas y rejillas se requieren normalmente *circuitos de desacoplo*, como los indicados por los filtros RC de la Fig. 7-11, para impedir que las distintas corrientes de señal circulen por la impedancia común de las fuentes de alimentación, siendo así conducidas efectiva y directamente a los cátodos las corrientes de señal en cada etapa. Las resistencias R se eligen lo más altas posibles sin que den lugar a una caída importante de tensión de placa. La constante de tiempo del grupo RC debe ser diez o más veces mayor que el período de la frecuencia más baja que ha de derivarse hacia cátodo.

El grado y clase de inestabilidad producida por estas realimentaciones parásitas dependerá del número de etapas amplificadoras y de los puntos en los cuales se origina la tensión de realimentación y de aquellos en que se aplica esta tensión. Por las razones ya estudiadas, la realimentación a través de la fuente de alimentación entre la salida y el circuito de entrada en rejilla ordinariamente será degenerativa en un número impar de etapas y regenerativa en un número par.

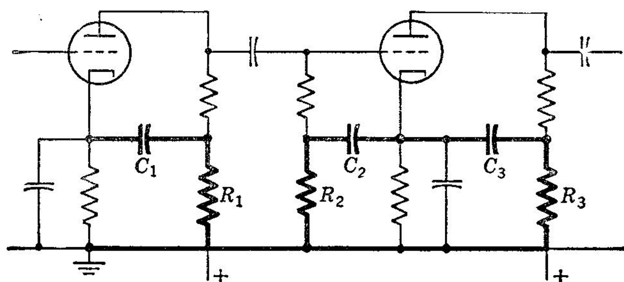


FIG. 7-11. Circuitos de desacoplo en un amplificador.

7-9. Estabilidad de los amplificadores realimentados. Se indicó anteriormente que $|1 - A\beta| > 1$ si la realimentación había de ser negativa y el amplificador estable. Como $A\beta$ es complejo y, normalmente, función de la frecuencia, es necesario estudiar su valor absoluto y argumento a lo largo de todo el margen de frecuencias para asegurarse que se cumple $|1 - A\beta| > 1$ para todas las frecuencias. Es muy posible que en algún margen sea $|1 - A\beta| < 1$, ó puede aún ser igual a cero. Si de las dos últimas situaciones se presenta la primera, el amplificador será regenerativo y, si la segunda, el amplificador oscilará.

La forma más cómoda de estudiar el efecto de $\mathbf{A\beta}$ es mediante un diagrama en el plano complejo. Se calculan el valor absoluto y la fase de $\mathbf{A\beta}$ para todas las frecuencias desde $f = 0$ hasta $f = \infty$ y los resultados se representan como curva polar en el plano complejo con sus ejes real e imaginario.

Como ejemplo se ha trazado el diagrama de la Fig. 7-12 para un amplificador de acoplamiento RC con un tubo 6J5 y cuya ganancia a frecuencias medias es de -14 y siendo $\boldsymbol{\beta} = 0{,}25$ para todas las frecuencias. En las Figs. 5-6 y 5-8 se dispone de datos para calcular la adjunta tabla de valores $A\beta$. Se deduce que el diagrama polar de un

Frecuencia	$A\beta$	*Frecuencia*	$A\beta$
$0{,}1f_1$	$0{,}35\underline{/264^\circ}$	$0{,}5f_2$	$3{,}11\underline{/153^\circ}$
$0{,}5f_1$	$1{,}57\underline{/243^\circ}$	f_2	$2{,}47\underline{/135^\circ}$
f_1	$2{,}47\underline{/225^\circ}$	$2f_2$	$1{,}57\underline{/117^\circ}$
$2f_1$	$3{,}11\underline{/207^\circ}$	$8f_2$	$0{,}35\underline{/96^\circ}$
Margen de frecuencias medias	$3{,}50\underline{/180^\circ}$		

amplificador RC es una circunferencia, creciendo la frecuencia en el sentido de las agujas de un reloj. A lo largo de dicha circunferencia, se han indicado varios puntos con la frecuencia a que corresponden, apareciendo todo el margen de frecuencias medias en el punto de 180°. La circunferencia representa el lugar geométrico de $\mathbf{A\beta}$ para la gama total de frecuencias. También se ha trazado el vector $1/\underline{0°}$ para que pueda hallarse gráficamente el vector diferencia $1 - \mathbf{A\beta}$, el cual se ha determinado para una frecuencia.

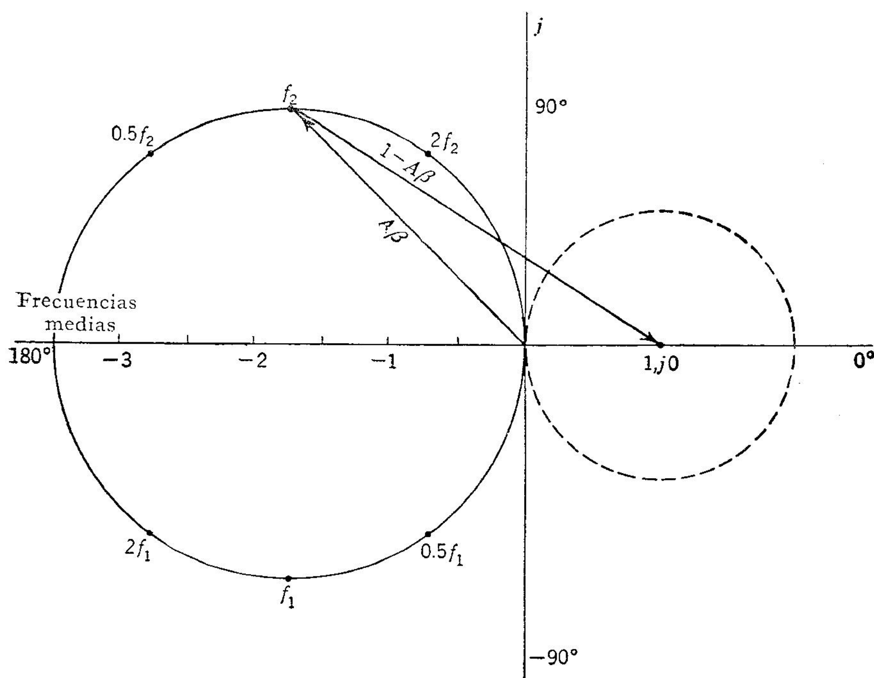


FIG. 7-12. Diagrama polar del $A\beta$ de un amplificador de acoplamiento RC.

Con centro en el punto 1, $j0$ se ha dibujado con línea de trazos la circunferencia de radio unidad y se ve que solamente puede ser $|1 - \mathbf{A\beta}|$ menor que uno si el otro extremo del vector $1 - \mathbf{A\beta}$ cae dentro del círculo de radio unidad, lo cual sucederá si el lugar geométrico polar de $\mathbf{A\beta}$ pasa adentro de ese círculo de radio unidad. Por tanto, una condición para que haya estabilidad sin regeneración, es que la curva polar que representa a $\mathbf{A\beta}$ no penetre en el círculo de radio unidad y centro 1, $j0$. Evidentemente, el amplificador realimentado de la Fig. 7-12 tiene realimentación degenerativa a todas las frecuencias.

Si el lugar $\mathbf{A\beta}$ entra en el círculo de radio unidad, el amplificador será regenerativo y, si dicho lugar pasa por el punto 1, $j0$, el amplifi-

cador oscilará. En realidad, Nyquist demostró *que si el lugar geométrico de* **A**$\boldsymbol{\beta}$ *envuelve al punto* 1, *j*0, *el amplificador oscilará.*

Para dejar más claro este punto, en la Fig. 7-13 se ha trazado el diagrama de un amplificador realimentado que tiene un transformador incluido en el lazo de realimentación. A frecuencias por debajo del margen de frecuencias medias, se comporta de forma análoga a un amplificador *RC*. Según crece la frecuencia, aumentan la fase y la ganancia, debido a los efectos de resonancia del transformador y, a frecuencias

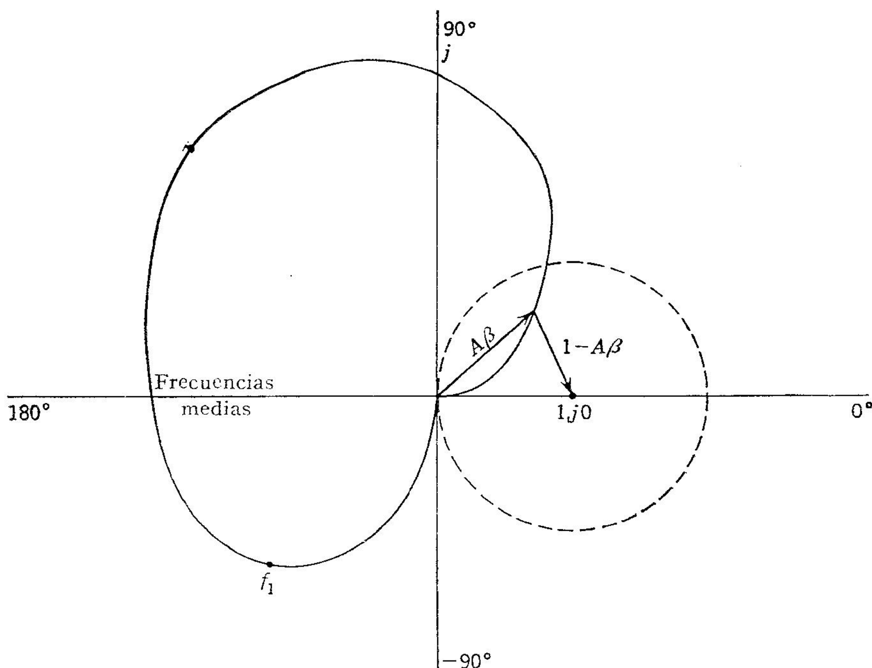


FIG. 7-13. Diagrama polar del $A\beta$ de un amplificador incluyendo un transformador.

aún más elevadas, el ángulo de fase puede aproximarse a 0°, aunque con ganancia pequeña. El lugar geométrico **A**$\boldsymbol{\beta}$ se introduce entonces en el círculo de radio unidad y, por tanto, a tales frecuencias el amplificador será regenerativo.

En general, no se presentará oscilación si el valor absoluto de **A**$\boldsymbol{\beta}$ es menor que la unidad cuando el ángulo de fase alcance los 360°. Esto requiere un control de la ganancia del amplificador en márgenes de frecuencia mucho mayores que la banda supuesta de frecuencias de funcionamiento.

7-10. Continuación del estudio de las condiciones de estabilidad. El trazado del lugar geométrico completo del **A**$\boldsymbol{\beta}$ de un amplificador

puede resultar muy pesado. Se tratarán aquí otros métodos que eviten lo anterior y además introduzcan algunos conceptos nuevos.

Una red de reactancias puras presenta una serie de resonancias y de antirresonancias al ir variando la frecuencia de la señal sinusoidal. Las resonancias se llaman ceros y las antirresonancias polos, según aparecen a lo largo del eje de frecuencias. La función de reactancias que representa a la red toma la forma de un cociente de dos polinomios en la frecuencia angular, o pulsación, ω, y cada uno de estos polinomios puede expresarse como producto de factores simples, cada uno de los cuales tiene como raíz una de las del polinomio. Los ceros son las raíces del numerador, y los polos, las del denominador. Dicha función de reactancias puede tener la forma

$$F(\omega) = M \frac{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_3) \cdots}{(\omega - \omega_2)(\omega - \omega_4) \cdots} \qquad (7\text{-}23)$$

en la cual, M es un factor constante llamado factor de escala. Esta función tiene ceros en ω_1 y ω_3 y polos en ω_2 y ω_4.

La relación de transferencia o ganancia de un amplificador es una razón de polinomios de esta forma. Se generaliza más empleando la notación de la transformación de Laplace, sustituyendo $j\omega$ por s, siendo la expresión matemática resultante análoga a la anterior. Por ejemplo, la respuesta a frecuencias altas de un amplificador RC era

$$\mathbf{A}_H = -g_m R \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Si $j\omega$ se sustituye por s, se convierte en

$$\mathbf{A}_H = \frac{-g_m}{C} \frac{1}{s + 1/RC} \qquad (7\text{-}24)$$

$$= \frac{-g_m}{C} \frac{1}{s + s_1}$$

El polinomio del denominador da un polo en $s = -1/RC$. El factor de escala, o sea, el multiplicador constante, es g_m/C. Si un amplificador completo tiene varias etapas de éstas, los ceros y polos de ellas se superponen al formar la representación en el plano complejo del dispositivo entero.

Como un ejemplo más de la determinación de ceros y polos, considérese la expresión de la ganancia del amplificador de banda ancha, compensado por derivación, de la Sec. 5-7. La ganancia, según la Ec. 5-39, es

$$\mathbf{A}(\omega) = -g_m \frac{(R + j\omega L)(1/j\omega C)}{R + j\omega L + 1/j\omega C} \qquad (7\text{-}25)$$

en la que $C = C_g$ es la capacidad, en derivación, de la etapa. Si se escribe en función de s, se obtiene

$$A(s) = -g_m \frac{(R + sL)(1/sC)}{R + sL + 1/sC}$$

que puede reducirse a

$$A(s) = \frac{-g_m}{C} \frac{s + R/L}{s^2 + sR/L + 1/LC} \tag{7-26}$$

$$= \frac{-g_m}{C} \frac{s + s_0}{(s + s_1)(s + s_2)} \tag{7-27}$$

donde s_0 es el cero y se tiene para $s = -R/L$. Los dos polos, es decir, las dos raíces del denominador, son reales o complejas conjugadas, según sea el valor de R.

Si bien s es análogo a la frecuencia, la teoría de la transformada de Laplace indica que, en general, s es un número complejo, $s = \sigma + j\omega$. El concepto que corresponde a ω sola es el de una frecuencia (pulsación, en realidad) real positiva, mientras que s se considera como una frecuencia compleja. Este es un concepto generalizante muy útil, pues si consideramos la exponencial

$$\epsilon^{st} = \epsilon^{(\sigma + j\omega)t}$$

es vista como una sinusoide de amplitud creciente o decreciente, y así queda incluida con el concepto de frecuencia compleja la respuesta completa, la transitoria y la de régimen permanente, de la red de circuitos. La componente real σ representa el amortiguamiento que determina la proporción de crecimiento o decaimiento, y la componente imaginaria da la frecuencia real. Los valores de s pueden representarse en un plano complejo, con σ en el eje real y ω a lo largo del imaginario. Los valores de s que corresponden a ceros y polos se marcan por pequeños círculos y por dos trazos cruzados, respectivamente, para indicar las funciones respuestas. Las representaciones de la Fig. 7-14 corresponden a las funciones (7-24) y (7-27).

El problema de situar los ceros y polos se resuelve descomponiendo en factores simples los polinomios de la expresión de la ganancia expresada como función de s. Debe advertirse que dichos polos y ceros o son reales y están situados en el eje real σ, o deben ser pares de complejos conjugados. Todo cero o polo que esté más arriba o más abajo que el eje real debe tener un conjugado. Los polos complejos conjugados representan sinusoides crecientes o decrecientes según que σ sea positivo o negativo. Los polos imaginarios puros conjugados representan respuestas sinusoidales de amplitud constante y están situados en el eje j.

Un valor positivo de σ, es decir, un polo situado en el semiplano de la derecha, indica una sinusoide que crece sin límite, con lo que el ampli-

ficador será inestable. Por lo contrario, un valor negativo de σ indica una sinusoide amortiguada que con el tiempo decae hasta cero. Como solamente se representarían con polos de $\sigma = 0$ los sistemas teóricos sin pérdidas, este caso no pertenece a sistemas físicamente realizables.

Así, puede razonarse que la condición necesaria y suficiente para que *un amplificador con realimentación sea estable, es que su ganancia o relación de trasferencia, considerada como función de s, no tenga polos en el semiplano de la derecha del plano s.*

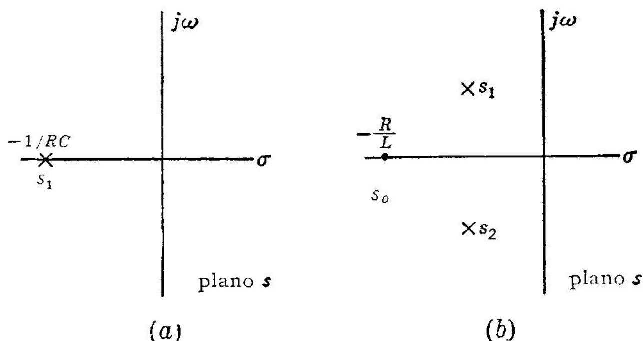


FIG. 7-14. Situación de ceros y polos de los siguientes casos: (*a*) ecuación (7-24) y (*b*) ecuación (7-27).

Si este razonamiento se lleva más lejos aplicándolo a la expresión general de la ganancia de un amplificador con realimentación expresada como función de *s*,

$$G(s) = \frac{\mathbf{A}}{1 - \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}} \qquad (7\text{-}28)$$

se puede ver que el problema crítico de la estabilidad gira en torno a los *ceros* que el denominador $1 - A\beta$ tenga en el semiplano derecho. Si los tiene, entonces la fracción $G(s)$ tiene polos en dicho semiplano de la derecha y resulta inestabilidad. Si el denominador citado no tiene ceros en el semiplano derecho, el amplificador es estable. Esta consecuencia constituye una forma de enunciar el criterio de Nyquist.

Para mejor comprender el método, considérese un amplificador de dos etapas idénticas de acoplamiento *RC* y con una realimentación como se representa en la Fig. 7-15*a*. El valor de $\boldsymbol{\beta}$ es constante y su ángulo de fase es cero para todas las frecuencias. La ganancia en frecuencias altas según se vio en capítulos anteriores es, si se supone $R_g \gg R_a$,

$$\mathbf{A}(\omega) = \left(\frac{-g_m R_a}{1 + jf/f_2}\right)\left(\frac{-g_m R_a}{1 + jf/f_2}\right)$$

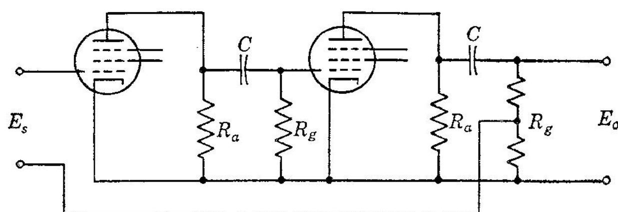
$$A(s) = \frac{(g_m R_a)^2}{(1 + s/\omega_2)^2}$$

Según la Ec. (7-28), $G(s)$ puede escribirse, entonces,

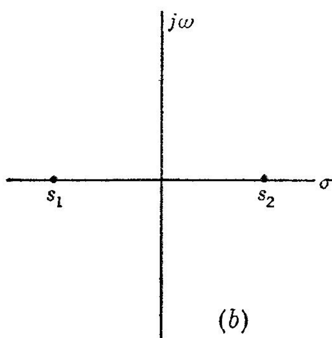
$$G(s) = \frac{g_m{}^2 R_a{}^2}{(1 + s/\omega_2)^2 - g_m{}^2 R_a{}^2 \beta} \tag{7-29}$$

y haciendo operaciones, queda

$$G(s) = \frac{g_m{}^2 R_a{}^2 \omega_2{}^2}{s^2 + 2\omega_2 s + \omega_2{}^2(1 - g_m{}^2 R_a{}^2 \beta)} \tag{7-30}$$



(a)



(b)

FIG. 7-15. Ilustración de la ecuación (7-30).

El denominador de la Ec. (7-30) es el que hay que examinar para ver si tiene ceros en el semiplano derecho. Hallando las raíces, resultan ser

$$s_1 = -\omega_2(1 + g_m R_a \sqrt{\beta})$$
$$s_2 = -\omega_2(1 - g_m R_a \sqrt{\beta})$$

Para $g_m R_a \sqrt{\beta} \geq 1$, la raíz s_2 representará un cero en el semiplano derecho y los dos ceros aparecerán como en la Fig. 7-15*b*. Como $g_m R_a$ es la ganancia de una etapa amplificadora en frecuencias medias, se deduce que, para una ganancia en frecuencias medias de $1/\sqrt{\beta}$ o mayor, el amplificador, con realimentación entre dos etapas, será inestable, como se preveía por teoría anterior.

Como $g_m^2 R_a^2$ también será igual o mayor que la unidad con inestabilidad, se deduce que toda ganancia total mayor que la unidad, dentro del lazo de realimentación, conducirá a inestabilidad. Así, la conclusión anterior es aplicable tanto para amplificadores de etapas desiguales como para amplificadores de etapas idénticas.

PROBLEMAS

7-1. Un amplificador con realimentación negativa tiene una ganancia de 41. Se sabe que sin realimentación se necesita una señal de 0,15 voltios en la entrada para producir una salida determinada, mientras que la señal de entrada debe ser de 3,2 voltios para conseguir la misma salida cuando hay realimentación. ¿Cuáles son el valor de β y el de la ganancia antes de introducir la realimentación?

7-2. Un amplificador de una sola etapa tiene una ganancia de -20 y una salida de 105 voltios con 8 por 100 de distorsión. Si se aplica realimentación para disminuir la distorsión al 2 por 100, ¿qué valor ha de tener β y qué tensión de salida se obtendrá con la misma entrada que diese sin realimentación 27 voltios de salida?

7-3. (*a*) Dibujar el esquema de una red β de realimentación que permita que la salida del amplificador aumente en las frecuencias bajas.

(*b*) Repítase con un circuito β que aumente la salida en frecuencias altas con relación a la de bajas.

7-4. Un amplificador tiene, introducido internamente, un zumbido que en la salida alcanza el valor de 1 voltio cuando la señal de dicha salida vale 125 voltios. Se quiere que la relación señal-ruido haya mejorado, llegando a ser 1.000 : 1 en la citada salida con la misma señal de salida de 125 voltios. Hallar el valor de β necesario teniendo en cuenta que la ganancia con realimentación será de $+220$.

7-5. Un amplificador de acoplamiento RC tiene $f_1 = 60$ ciclos y $f_2 = 15.500$ ciclos. Si la ganancia a frecuencias medias es -127, hallar los valores de f_1 y f_2 cuando hay aplicada una realimentación de $\beta = 0,1$.

7-6. El circuito de la Fig. 7-6*a* se emplea con un tubo de $\mu = 70$ y $r_p = 60.000$ ohmios. Si $R_a = 100.000$ ohmios y $R_1 + R_2 = 1$ megaohmio, especifíquense R_1 y R_2 teniendo en cuenta una ganancia de -6 y considerando despreciable la reactancia de C.

7-7. (*a*) Hallar el valor de R_k de la Fig. 7-7*a* necesario para obtener 10 por 100 de realimentación, con $\mu = 20$, $r_p = 6.000$ ohmios y $R_a = 100.000$ ohmios. (*b*) Si se conecta un condensador de 0,5 μF en paralelo con R_k, calcúlese la ganancia y desviación de fase en el margen de frecuencias bajas. ¿Sería éste un procedimiento satisfactorio de disminuir la respuesta a 60 ciclos comparada con la respuesta a 600 ciclos?

7-8. (*a*) Hallar la ganancia en el circuito de la Fig. 7-6*a*, con $\mu = 70$, $r_p = 77.000$ ohmios, $R_a = 100.000$ ohmios, $R_1 = 150.000$ ohmios y $R_2 = 10.000$ ohmios. (*b*) Quítese la realimentación poniendo a masa el retorno de rejilla y determínese de nuevo la ganancia.

7-9 El circuito de la Fig. 7-9*a* se emplea con tubos 6J5, siendo $\mu = 20$, $r_p = 7.700$ ohmios, $R_k = 2.000$ ohmios, $R_1 = R_3 = 100.000$ ohmios, $R_2 = R_4 = 250.000$ ohmios, $C_1 = C_2 = 0,1$ μF. (*a*) Si $R = 40.000$ ohmios, $C = 1,0$ μF; hallar la ganancia y la desviación de fase a 100 ciclos. (*b*) Supóngase $R = \infty$ y hállense la ganancia y la desviación de fase a 100 ciclos.

7-10. (*a*) Dibújese el esquema del circuito equivalente con generador de corriente constante de la Fig. 7-9*d*. (*b*) Demostrar que la ganancia viene dada por la Ec. (7-22). Despréciese la reactancia de C. (*c*) Demuéstrese además que β es igual a la suma de los valores β de tensión y de corriente.

7-11. Si el tubo de la Fig. 7-9*c* fuese un tetrodo 6V6, funcionando en clase A lineal y la relación de transformación $a = 4,5$ y $R = 500$ ohmios, hallar el valor de R_2 para $E_s = 10$ voltios, $R_1 = 50.000$ ohmios y para una tensión en el secundario de 20 voltios. Considérese cuidadosamente el cálculo de β.

7-12. En la Fig. 7-9*b*, $R = 8$ ohmios. Si el transformador tiene una relación de espiras $a = 23$ y si $\mu = 19$ y $r_p = 5.000$ ohmios, hallar el valor de R_f para una realimentación negativa de 10 decibelios.

7-13. En la Fig. 7-9*c* supóngase que el tubo es un tetrodo con $g_m = 5.000$ μmhos y $r_p = 46.000$ ohmios. La resistencia de carga R es de 10 ohmios y la relación del transformador vale 20 : 1, siendo reductora hacia la carga. (*a*) Especifíquense valores de R_1 y R_2 para tener 12 db de realimentación negativa. (*b*) Si $E_s = 1,0$ voltio, hállese la potencia de salida que se suministra a R.

7-14. Un amplificador de acoplamientos *RC* de tres etapas idénticas tiene $f_1 = 23$ ciclos, $f_2 = 92$ Kc para cada etapa. Si la ganancia en frecuencias medias es 230, constrúyase en el plano complejo el lugar geométrico de la ganancia de tensión del amplificador, indicando las frecuencias correspondientes en los distintos puntos.

7-15. Un amplificador realimentado con $\beta = 0,1$ tiene una ganancia en frecuencias medias de $14\underline{/180^o}$. Incluido en el lazo de realimentación hay un transformador cuyas características en función de la frecuencia figuran en la tabla adjunta. Constrúyase el lugar geométrico $A\beta$ del amplificador y discútase el funcionamiento, suponiendo que las variaciones de $A\beta$ son debidas solamente al transformador.

f (*ciclos*)	*Relación a*	*f* (*ciclos*)	*Relación a*
20	$0,6\underline{/80^o}$	12.000	$4,5\underline{/-20^o}$
50	$1,35\underline{/63^o}$	16.000	$6,8\underline{/-40^o}$
100	$2,1\underline{/45^o}$	20.000	$9,0\underline{/-90^o}$
800	$3,0\underline{/10^o}$	30.000	$2,1\underline{/-156^o}$
1.000 a 7.000	$3,1\underline{/0^o}$	40.000	$1,2\underline{/-164^o}$
8.000	$3,6\underline{/-8^o}$		

7-16. Convertir la Ec. (5-46) de la ganancia de un amplificador compensado en serie, en una expresión en s y represéntense en el plano complejo s los polos y los ceros.

7-17. Un determinado amplificador con realimentación tiene un factor de realimentación dado por

$$A\beta = \frac{-40(1 + 0,02s)}{1 + 0,25s + 0,01s^2}$$

Represéntense los polos y los ceros en el plano complejo y dígase si el amplificador es estable.

7-18. Determínese la estabilidad de cada uno de los amplificadores realimentados siguientes, representando los polos y los ceros:

(*a*) $$A\beta = \frac{45}{s^2 + 2s + 1}$$

(*b*) $$A\beta = \frac{12}{s^2(0,4s^2 + 1,3s + 1)}$$

(*c*) $$A\beta = \frac{1 + 3s}{-s(1 + 0,3s)}$$

BIBLIOGRAFIA

1. Black, H. S.: Stabilized Feedback Amplifiers, *Elec. Eng.*, **53** : 114 (1934).
2. Nyquist, H.: Regeneration Theory, *Bell System Tech. J.*, **11** : 126 (Julio 1932).
3. Bode, H. W.: «Network Analysis and Feedback Amplifier Design», D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1945.

4. Terman, F. E.: Feedback Amplifiers, *Electronics*, **10** : 15 (Enero 1937).
5. Mayer, H. F.: Control of the Effective Internal Impedance of Amplifiers by Means of Feedback, *Proc. IRE*, **27** : 213 (1939).
6. Learned, V.: Corrective Networks for Feedback Circuits, *Proc. IRE*, **32** : 403 (1944).
7. Terman, F. E., R. R. Buss, W. R. Hewlett, y F. C. Cahill: Some Applications of Negative Feedback with Particular Reference to Laboratory Equipment, *Proc. IRE*, **27** : 649 (1939).
8. Scott, H. H.: A New Type of Selective Network and Some of Its Applications, *Proc. IRE*, **26** : 226 (1938).
9. Lynch, W. A.: The Stability Problem in Feedback Amplifiers, *Proc. IRE*, **39** : 1000 (1951).
10. Nixon, F. E.: «Principles of Automatic Control», Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1953.

CAPÍTULO 8

AMPLIFICADORES DE ACOPLAMIENTO DIRECTO. AMPLIFICADORES DE CALCULO

En gran parte de la técnica de medidas es conveniente conservar las componentes de c.c., desplazamientos iniciales, etc., que suelen acompañar a las componentes alternas o señales variables. Son necesarios entonces, amplificadores que amplifiquen en márgenes de frecuencia que lleguen hasta la c.c., o sea, hasta la frecuencia cero. Como tales amplificadores no pueden tener elementos reactivos de acoplamiento, no se presentan ni desviación de fase ni distorsión de frecuencia hasta frecuencias a las cuales resultan efectivas las capacidades internas del tubo y las capacidades parásitas en derivación.

Sin embargo, en un amplificador de acoplamiento directo, un tubo no puede distinguir entre una señal de entrada de c.c. y un desplazamiento de su tensión de polarización, de forma que esta clase de amplificadores plantean problemas especiales de estabilidad. Aquí se tratará de procedimientos para vencer estas dificultades.

Ciertas formas de amplificadores de acoplamiento directo se emplean también para realizar operaciones matemáticas en máquinas calculadoras electrónicas del tipo analógico o de variable continua, y estos circuitos también serán presentados.

Aunque el amplificador de acoplamiento directo es capaz de amplificar tensiones continuas, la denominación abreviada «amplificador de c.c.» quiere decir un amplificador de acoplamiento directo y no necesariamente un amplificador de corriente continua, ya que puede darse el caso muy posible de que dicho amplificador se emplee solamente para amplificar corriente alterna.

8-1. Antiguos amplificadores de acoplamiento directo. Si de un amplificador de acoplamiento RC se quitan los condensadores de bloqueo, es necesario hacer volver a los tubos a los puntos Q correctos intercalando baterías de polarización de rejillas, como se representa en la Fig. 8-1. Este circuito amplificará una tensión de entrada continua constante o una tensión lentamente variable y tendrá una ganancia.

$$A = \frac{-\mu R_1}{r_p + R_1} \qquad (8\text{-}1)$$

para cada etapa. Considerando la red interetapa, la tensión E_{cc} puede

determinarse si es conocida I_{b1}. Si $E_{bb} = 250$ voltios, y $I_{b1} = 1{,}5$ mA. y $R_1 = 100.000$ ohmios, entonces la caída de tensión en R_1 es de 150 voltios. El potencial del punto A es, por tanto, de $+ 100$ voltios respecto al cátodo y este mismo valor sería la tensión de rejilla si no existiese la batería de polarización. Para llevar al tubo T_2 al punto Q de $E_c = - 10$ voltios se requiere una $E_{cc} = - 110$ voltios, que representa una batería bastante grande.

La necesidad de batería no es una característica ventajosa y además haría tener al circuito una capacidad grande en derivación, constituida por la capacidad entre las baterías de polarización de rejillas y masa.

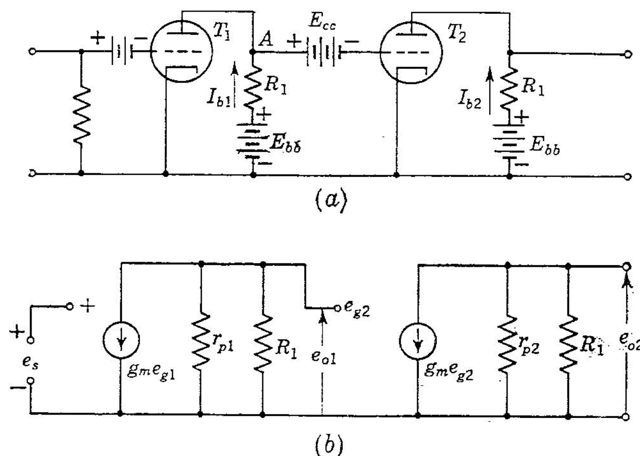


FIG. 8-1. Amplificador de dos etapas de acoplamiento directo.

Esto limitaría seriamente la respuesta transitoria y la de alta frecuencia.

Otra versión, más adecuada para funcionar con una fuente de corriente alterna rectificada, es el circuito de la Fig. 8-2 llamado de Loftin-White. Una sola fuente de alimentación de c.c. suministra todas las tensiones de rejillas y ánodos mediante una resistencia con varias tomas. La corriente I consumida en esta resistencia debe ser varias veces mayor que la corriente total consumida por el amplificador, con objeto de que el valor de la resistencia sea bajo y establecer las tensiones de alimentación de forma que sean independientes de las corrientes del tubo.

$$e_{o2} = 100 - (+ 250) = - 150 \text{ voltios de salida.}$$

Tales circuitos amplificarán frecuencias extremadamente bajas y no producirán distorsión de frecuencia ni de fase. Sin embargo, debido

a la alta tensión de alimentación que se requiere en los amplificadores de varias etapas, a la alta tensión de funcionamiento entre cátodos y filamentos de caldeo y al consumo inútil de potencia en la resistencia divisora de tensión, el circuito ha sido sustituido por otros tipos.

Estos circuitos también tienen el inconveniente de la inestabilidad inherente de todos los amplificadores de c.c., debido a la «deriva», o

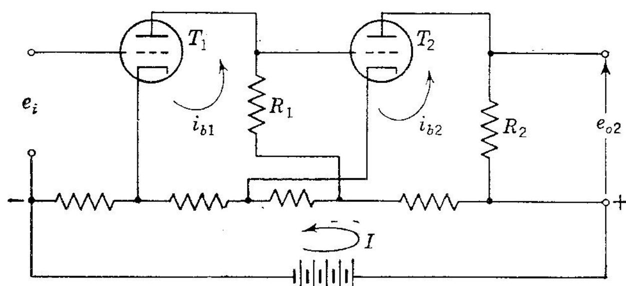


FIG. 8-2. Amplificador de c. c. tipo Loftin-White.

desplazamiento, de características del tubo, a la variación de tensiones de alimentación y a la variación de tensiones de filamento de caldeo en los tubos de tipo cátodo. Las variaciones de tensión de alimentación trasladan el punto de funcionamiento exactamente de la misma manera que lo hace la señal, de forma que el amplificador no puede revelar la diferencia entre una variación de polarización y una variación en señal, y por consiguiente la salida deriva. Normalmente se requieren medios de un ajuste del cero para hacer volver la tensión de salida a su valor nulo con entrada nula, o para compensar los efectos de la deriva interna.

8-2. El amplificador acoplado por resistencia. En los amplificadores de c.c. modernos se han combinado caracteres de varios circuitos básicos, siendo el objeto de ésta y siguientes secciones el estudiar algunos de los más comunes.

Para evitar el acoplamiento común y la posible realimentación por la resistencia de alimentación de varias tomas del circuito de Loftin-White, se puede emplear el circuito acoplado por resistencia de la Fig. 8-3. Este necesita dos fuentes de alimentación: una que da un potencial positivo respecto a masa y otra que da uno negativo, también respecto a masa. Ajustando la polarización T_1, mediante una resistencia variable de cátodo, se puede desplazar el nivel de potencial del punto B y ponerlo al potencial de masa o intermedio entre los dos de las fuentes de alimentación, para señal de entrada nula. La tensión de salida entonces será también cero. Si se utilizan fuentes de alimentación reguladas

y los tubos están bien envejecidos, puede conseguirse que la salida se desplace, o sea, «derive» solamente una fracción de voltio en algunas horas. Entonces, un ajuste manual realizado de vez en cuando servirá para anular dicha «deriva».

Evidentemente, hay una pérdida de ganancia debida al divisor de tensión formado por las resistencias R_1 y R_2, pero este inconveniente

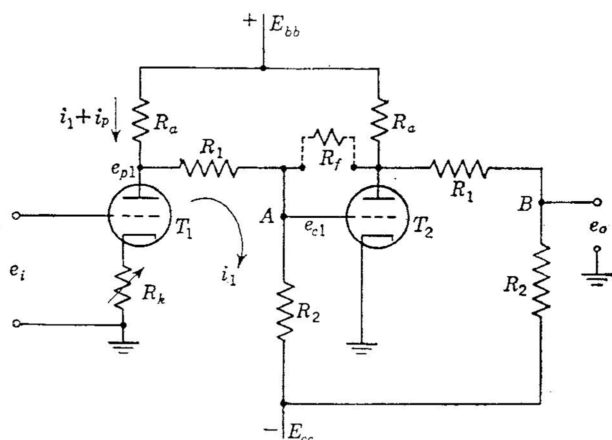


FIG. 8-3. Acoplamiento por resistencia con fuentes de alimentación positiva y negativa.

y el de necesitar dos fuentes de alimentación es el precio que se paga para poder tener algún control de los niveles de las tensiones continuas internas. Se halla fácilmente que la ganancia en cada etapa es

$$A = \frac{-\mu R_a(R_1 + R_2)/(R_a + R_1 + R_2)}{r_p + [R_a(R_1 + R_2)/(R_a + R_1 + R_2)]} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{-\mu R_a R_2/(R_a + R_1 + R_2)}{r_p + [R_a(R_1 + R_2)/(R_a + R_1 + R_2)]} \qquad (8\text{-}2)$$

siendo, para alta ganancia, $R_2 \gg R_1$. Así puede obtenerse amplificación de c.c. con esta clase de circuitos con una fuente común de alimentación de placa, sin introducir complicaciones en la polarización y con dispositivo para compensar manualmente la «deriva» interna mediante una polarización variable en la primera etapa.

En la Fig. 8-3, si e_{p1} y e_{c1} son los niveles de potencial, sobre la masa de referencia, de la placa de la primera etapa y de la rejilla de la segunda,

respectivamente, entonces las resistencias R_1 y R_2 adecuadas pueden calcularse por las ecuaciones

$$(i_1 + i_p)R_a = E_{bb} - e_{p1}$$
$$e_{g1} - e_{c1} = i_1 R_1$$
$$e_{c1} - E_{cc} = i_1 R_2$$

de las cuales se deduce

$$\frac{R_1}{R_a} = \frac{e_{p1} - e_{c1}}{E_{bb} - e_{p1} - i_p R_a}$$
$$\frac{R_2}{R_a} = \frac{e_{c1} - E_{cc}}{E_{bb} - e_{p1} - i_p R_a}$$

Puede introducirse realimentación negativa, como se indica por la conexión en trazos de la resistencia R_f en la Fig. 8-3, para mejorar la estabilidad. Debido a los altos valores de μ de que se dispone en muchos tubos, puede ser grande la ganancia del circuito aunque parte de esta ganancia se sacrifique para fijar en el tubo las tensiones convenientes de rejilla y placa. En un circuito como el de la figura, la caída i_pR_a puede ser igual a la mitad de E_{bb}. Los valores apropiados de R_1 y R_2 resultan entonces para poner el punto B al potencial de masa cuando la señal es nula. Dicho circuito se emplea frecuentemente.

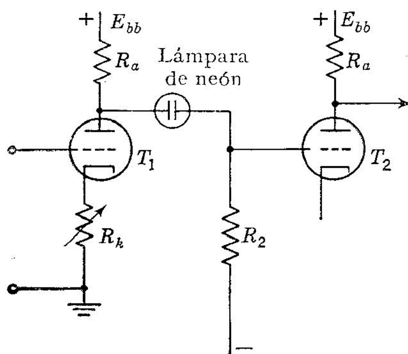


FIG. 8-4. Empleo de un tubo de descarga en gas, en un amplificador de c. c. de acoplamiento por resistencia.

La Fig. 8-4 representa una variante del circuito anterior, sustituyendo la resistencia R_1 por un tubo de descarga en gas del tipo regulador de tensión. Cuando circula suficiente corriente por este tubo, él tiende a mantener una tensión constante entre sus electrodos. Así puede hacerse descender la rejilla de T_2 al nivel conveniente de potencial continuo mediante la caída de tensión continua en el tubo de neón. Como esta caída es constante, toda *variación* en el potencial del ánodo de T_1 aparecerá en R_2, con lo cual, no hay ninguna pérdida de ganancia debida al divisor de tensión $R_2/(R_1 + R_2)$ como en el circuito anterior. En consecuencia, la ganancia es mayor, pero esto se consigue a costa de algo de ruido debido a pequeñas fluctuaciones aleatorias de tensión en el tubo regulador de voltaje. Por tanto, no es muy conveniente este circuito para la amplificación de tensiones de entrada muy pequeñas.

8-3. Acoplamiento por cátodos en los amplificadores de c.c. Otro tipo de circuito que se encuentra frecuentemente como elemento de amplificadores de c.c. es el amplificador de acoplamiento por cátodos de la Fig. 8-5. Esencialmente, consiste en un seguidor de cátodo colocado delante de un amplificador de rejilla a masa, habiendo acoplamiento de c.c. y obteniéndose ganancia considerable sin demasiadas complicaciones en el circuito. Suponiendo que se emplea un doble triodo de parámetros idénticos, las ecuaciones del circuito de la Fig. 8-5 son

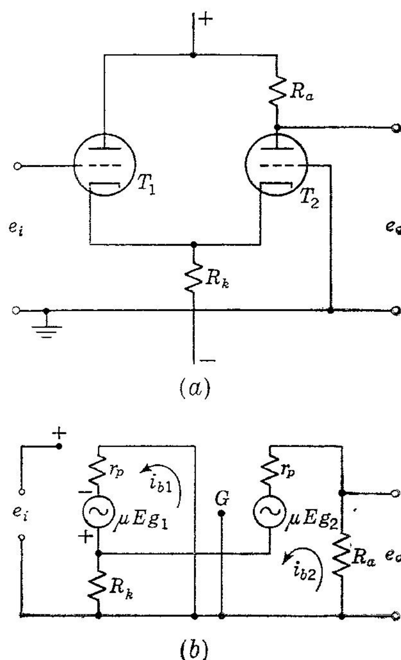


FIG. 8-5. Circuito de acoplamiento por cátodos y su equivalente.

$$e_{g1} = e_i - (i_{b1} + i_{b2})R_k \qquad (8\text{-}3)$$

$$e_{g2} = -(i_{b1} + i_{b2})R_k \qquad (8\text{-}4)$$

$$\mu e_{g1} = i_{b1}(r_p + R_k) + i_{b2}R_k \qquad (8\text{-}5)$$

$$\mu e_{g2} = i_{b1}R_k + i_{b2}(r_p + R_a + R_k) \qquad (8\text{-}6)$$

de las cuales se deduce

$$i_{b1} = -i_{b2}\frac{r_p + R_a + (\mu + 1)R_k}{(\mu + 1)R_k}$$

y $\mu(\mu + 1)R_k e_i = -i_{b2}\{[r_p + (\mu + 1)R_k][r_p + R_a + (\mu + 1)R_k] - (\mu + 1)^2 R_k^2\}$

La ganancia del circuito es

$$A = \frac{e_o}{e_i} = \frac{-i_{b2}R_a}{e_i} = \frac{\mu R_a}{[(r_p + R_a)/(\mu + 1)](r_p/R_k) + 2r_p + R_a} \qquad (8\text{-}7)$$

Con los circuitos y parámetros de tubos usuales, el primer término del denominador es pequeño y puede despreciarse, quedando

$$A = \frac{\mu R_a}{2r_p + R_a} \qquad (8\text{-}8)$$

Se ha logrado amplificación y es posible también aquí emplear una fuente común de alimentación de ánodos. Se necesitan dos triodos pero el circuito es simple y se utiliza frecuentemente en instrumentos en los cuales es deseable la estabilidad, favorecida aquí por la realimentación negativa de corriente de la resistencia de cátodo.

Una muestra más detallada de la esencia de este circuito se tiene en la Fig. 8-6.

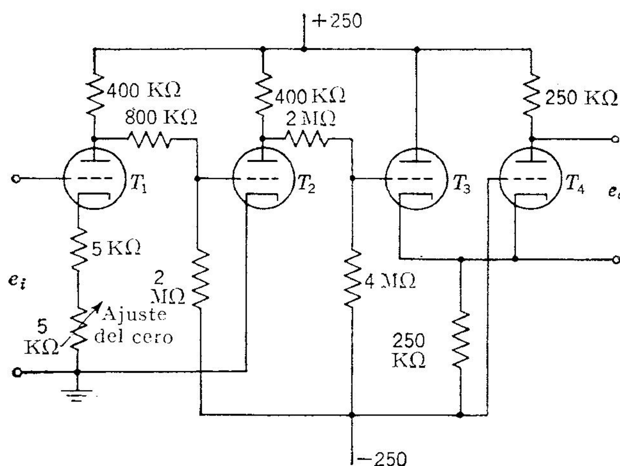


FIG. 8-6. Amplificador completo de c. c. que emplea acoplamiento por resistencia y acoplamiento por cátodo.

8-4. Amplificador en contrafase equilibrado. Se emplea a veces un tipo de funcionamiento simétrico o en contrafase equilibrado para compensar las desviaciones o »derivas» del cero, en los amplificadores de c.c., debidas a variaciones de tensiones de alimentación de ánodos y de caldeo. En el circuito de la Fig. 8-7, los tubos T_1 y T_2 constituyen un inversor de fase que transforman la tensión de entrada asimétrica, es decir, con un punto a potencial de masa, en dos tensiones, e_1 y e_2, simétricas, o sea equilibradas, respecto a masa. Los tubos T_3 y T_4 componen una etapa amplificadora de c.c. de acoplamiento por resistencia y equilibrada. Mediante el ajuste de cero de la primera etapa, la tensión de salida e_o puede hacerse nula para tensión de entrada e_i también nula.

Tiene el inconveniente este circuito de que los dos terminales de salida están sobre el potencial de masa. Si hay más etapas a continuación o si la salida es para aplicarla a un instrumento indicador o a las placas de un oscilógrafo de rayos catódicos, dicho inconveniente no tiene importancia.

Si se supone que todos los tubos tienen características iguales, entonces puede deducirse que la salida será independiente de las variaciones de las tensiones de alimentación. Realmente, esta condición es difícil de cumplir debido a las desemejanzas de los tubos, pero se logra alguna reducción de la desviación o «deriva». El circuito no protege contra las consecuencias de las variaciones individuales de los parámetros de los tubos.

Un tipo más simple de amplificador equilibrado de c.c., algunas veces llamado *amplificador de diferencia*, es derivado del inversor de fase con acoplamiento por cátodo de la Sec. 6-19 y tiene cierta analogía con el circuito de la Fig. 8-5. Se representa en la Fig. 8-8, en la cual, M es un aparato de medida indicador de la salida del amplificador, pues este circuito se emplea frecuentemente en voltímetros de tubos de vacío. Mediante el ajuste, el aparato de medida puede ponerse en cero para tensión de entrada nula.

El análisis que conduce a las Ecs. (6-60) y (6-61) da expresio-

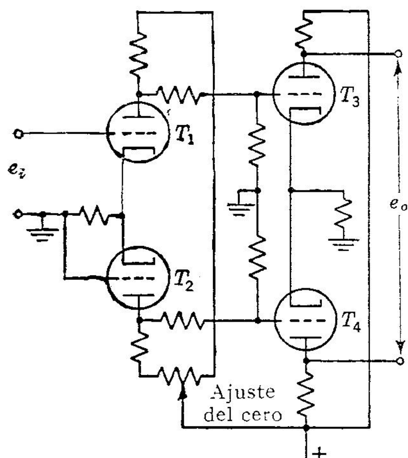


FIG. 8-7. Amplificador de c. c. en contrafase.

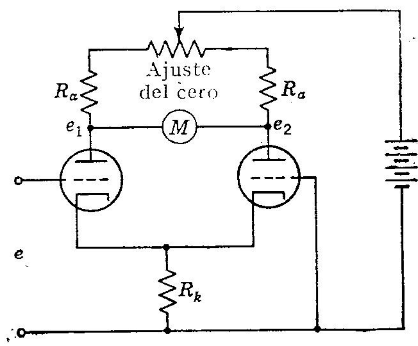


FIG. 8-8. Circuito equilibrado que utiliza un aparato de medida indicador.

nes de las corrientes de los tubos. Si las dos resistencias de carga de placas se hacen iguales a R_a, entonces dichas corrientes pueden expresarse en la forma

$$i_1 = \frac{\mu e_s[R_a + r_p + (\mu + 1)R_k]}{2(R_a + r_p)[1 + (\mu + 1)R_k]} \tag{8-9}$$

$$i_2 = \frac{-\mu(\mu + 1)e_s R_k}{2(R_a + r_p)[1 + (\mu + 1)R_k]} \tag{8-10}$$

Observando la Fig. 8-8, se deduce que los potenciales e_2 y e_1 son

$$e_2 = E_{bb} - i_2 R_a$$
$$e_1 = E_{bb} - i_1 R_a$$

y la diferencia de potencial entre terminales de M será

$$e_M = e_2 - e_1 = (i_1 - i_2)R_a \tag{8-11}$$

que sustituyendo las corrientes por sus expresiones (8-9) y (8-10) conduce a

$$e_M = \frac{\mu e_s R_a[R_a + r_p + 2(\mu + 1)R_k]}{2(R_a + r_p)[1 + (\mu + 1)R_k]}$$

El diseño del circuito y la elección de un valor razonable de μ pueden hacer que se cumpla la condición $(R_a + r_p) \ll (\mu + 1)R_k$, con lo que la expresión anterior se reduce a la forma simple

$$e_M = \frac{\mu e_s R_a}{R_a + r_p} \qquad (8\text{-}12)$$

despreciando la carga que representa el aparato de medida. Con tubos iguales, las variaciones en la tensión de alimentación de placa no tienen efecto en las lecturas del aparato. Como se emplea un doble triodo, las variaciones en la tensión de caldeo son también bastante bien equilibradas y el circuito se emplea frecuentemente en aparatos o instrumentos de medida indicadores.

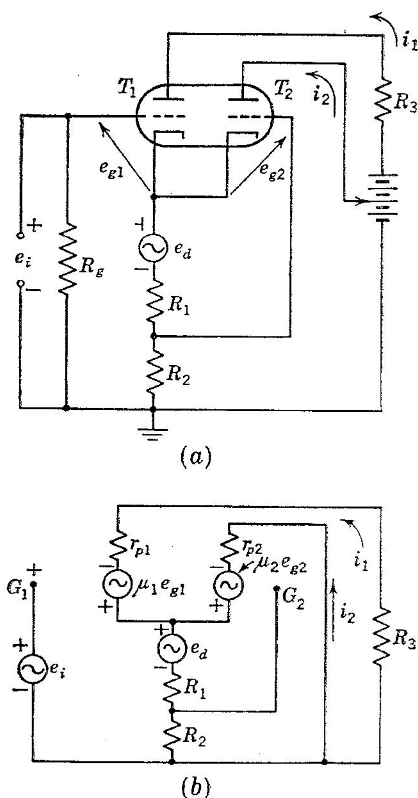


FIG. 8-9. Análisis del circuito Miller para compensación de la «deriva» debida al cátodo.

8-5. Compensación de la «deriva» debida al cátodo. Uno de los problemas que se presentan en el funcionamiento de amplificadores sensibles de c.c. es la desviación o «deriva» irregular, errática, de la tensión de salida producida por variaciones aleatorias de la emisión del cátodo. Estas últimas variaciones pueden ser debidas a pequeñas variaciones de tensión de caldeo o a variaciones en los mismos mecanismos internos de la emisión. Normalmente el fenómeno se considera localizado en el primer tubo, ya que en ese punto toda «deriva» es multiplicada por la ganancia total del amplificador y por ello es más grave que cuando ocurre en los tubos siguientes.

El circuito de compensación de Miller representado en la Fig. 8-9 es un medio de contrarrestar la «deriva» del cátodo en el amplificador de c.c. mediante un triodo suplementario. Se suele emplear un doble triodo, siendo necesario suponer que ambos cátodos tienen características idénticas en cuanto a «deriva» y que esta puede simularse,

para el análisis, por un generador equivalente e_d, de «deriva» aleatoria, intercalado en el conductor común de los cátodos de los dos tubos. Puede entonces considerarse que el segundo tubo amplifica la tensión de «deriva» y realiza una realimentación de la misma en oposición a dicha «deriva».

Con el circuito equivalente de la Fig. 8-9*b*, puede conducirse el análisis para determinar las condiciones que deben cumplirse para que no tenga efecto la «deriva». Aplicando la primera ley de Kirchhoff a las distintas mallas y sin aplicar señal exterior, se obtiene

$$e_{g1} = -(i_1 + i_2)(R_1 + R_2) - e_d + e_i \qquad (8\text{-}13)$$

$$e_{g2} = -(i_1 + i_2)R_1 - e_d \qquad (8\text{-}14)$$

$$i_1(r_{p1} + R_1 + R_2 + R_3) + i_2(R_1 + R_2) + e_d = \mu_1 e_{g1}$$

$$i_1(R_1 + R_2) + i_2(r_{p2} + R_1 + R_2) + e_d = \mu_2 e_{g2}$$

Resolviendo el sistema para hallar i_1, resulta

$$i_1 = \frac{\mu_1 e_i[r_{p2} + R_2 + (\mu_2 + 1)R_1] + (\mu_1 + 1)e_d(\mu_2 R_2 - r_{p2})}{(r_{p1} + R_3)[r_{p2} + R_2 + (\mu_2 + 1)R_1] + (\mu_1 + 1)r_{p2}(R_1 + R_2)} \qquad (8\text{-}15)$$

Se desea que la corriente i_1 sea independiente de las variaciones de la tensión de «deriva» e_d, es decir, que se verifique $\partial i_1/\partial e_d = 0$. Por tanto

$$\frac{\partial i_1}{\partial e_d} = \frac{(\mu_1 + 1)(\mu_2 R_2 - r_{p2})}{\text{denominador}} = 0$$

de la cual se deduce que debe ser

$$R_2 = \frac{1}{g_{m2}} \qquad (8\text{-}16)$$

para que no tenga efecto la «deriva» debida al cátodo, siendo g_{m2} la conductancia mutua del segundo triodo, o triodo de compensación. Esta condición se cumple fácilmente.

Si el tubo es un doble triodo y $\mu_1 = \mu_2$, $r_{p1} = r_{p2}$ y se satisface la Ec. (8-16), es decir, $g_{m2}R_2 = 1$, la expresión de la ganancia se simplifica, quedando

$$A = \frac{-i_1 R_3}{e_i} = \frac{-\mu R_3}{2r_p + R_3} \qquad (8\text{-}17)$$

que indica la existencia de realimentación de corriente, por el aumento de la r_p con respecto a la de un tubo.

Para amplificadores de c.c. que tienen señales de entrada extremadamente débiles, este procedimiento de compensación resulta útil. Empleándolo pueden contrarrestarse las variaciones de tensión de caldeo, quedando la variación residual de i_1 menor del 0,5 por 100. Este residuo se presenta debido a que g_m varía algo con la emisión electrónica

disponible y esto puede hacer a la resistencia compensadora R_2 incorrecta para un margen amplio de tensiones de caldeo.

8-6. Compensación en serie de la «deriva» debida al cátodo. Amplificador en puente equilibrado. El compensador de Miller puede considerarse como un procedimiento de compensación en paralelo de las variaciones de caldeo y de emisión del cátodo. También puede conseguirse la compensación mediante el empleo en serie de un tubo idéntico, resultando un amplificador de c.c. *en puente equilibrado*, como el que representa la Fig. 8-10. En ella, T_1 es el amplificador y T_2 el compensador. El circuito simula un puente si se consideran como brazos del mismo T_1, T_2 y las dos resistencias R.

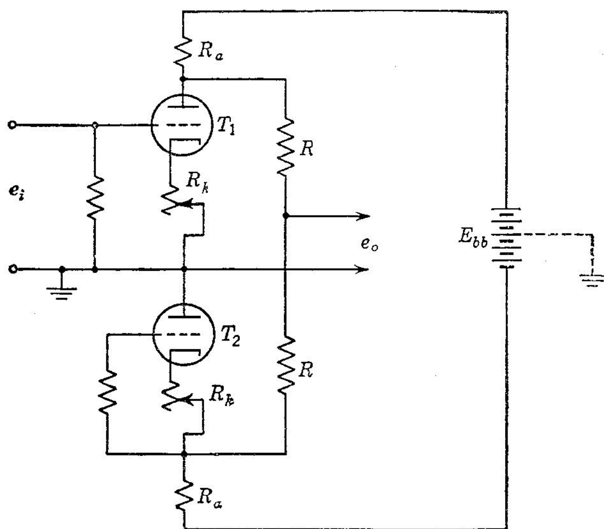


FIG. 8-10. Amplificador en puente con compensación en serie de la «deriva» debida al cátodo.

La tensión de salida puede hacerse nula para cero voltios de tensión de entrada mediante las resistencias variables de los cátodos. El potencial del terminal activo de salida es el potencial de masa y puede oscilar hacia arriba (positivo) o hacia abajo (negativo) dependiendo de la entrada e_i. Si se supone que las variaciones de caldeo ocurren análogamente en ambos tubos, el puente permanecerá equilibrado, es decir, compensado, para dichas variaciones. Por esta razón se utilizan frecuentemente dobles triodos. Asimismo se compensan las variaciones de tensión de alimentación si las alimentaciones positiva y negativa no tienen una toma central conectada a masa, es decir, están flotantes. Sin embargo, si varias etapas funcionando en cascada se alimentan de la misma fuente, se requiere una toma central fija y, entonces, hay que regular cada alimentación.

Si se conecta una resistencia de carga R_L a los terminales de salida, el circuito equivalente es el de la Fig. 8-11, con la fuente de alimentación de ánodos flotantes. Por la naturaleza equilibrada del circuito, la diferencia de potencial entre A y B es constante y las resistencias R_a no forman parte del circuito equivalente para corrientes variables. Escribiendo las ecuaciones de las mallas (1.ª ley de Kirchhoff), con tubos idénticos, se obtiene.

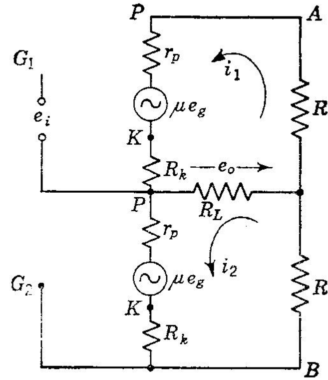


FIG. 8-11. Circuito equivalente del amplificador en puente.

$$e_{g1} = e_i - i_1 R_k \qquad (8\text{-}18)$$

$$e_{g2} = -i_2 R_k \qquad (8\text{-}19)$$

$$\mu e_{g1} = i_1(r_p + R_k + R + R_L) - i_2 R_L \qquad (8\text{-}20)$$

$$\mu e_{g2} = i_2(r_p + R_k + R + R_L) - i_1 R_L \qquad (8\text{-}21)$$

Resolviendo el sistema respecto a i_1 e i_2 y teniendo en cuenta que

$$e_o = (i_2 - i_1)R_L$$

entonces

$$e_o = \frac{\mu e_i R_L \{R_L - [r_p + (\mu + 1)R_k + R + R_L]\}}{[r_p + (\mu + 1)R_k + R + R_L]^2 - R_L^2}$$

y la ganancia será

$$A = \frac{e_o}{e_i} = \frac{-\mu R_L}{r_p + (\mu + 1)R_k + R + 2R_L} \qquad (8\text{-}22)$$

Si se emplea el amplificador para excitar una etapa siguiente, como en la Fig. 8-12, puede considerarse R_L como muy grande y la ganancia se reduce, entonces, a

$$A \cong -\frac{\mu}{2} \qquad (8\text{-}23)$$

Cuando la fuente de alimentación de placas funciona con toma central conectada a masa, las resistencias R_a forman parte del circuito equivalente y es posible obtener la ganancia en la forma

$$A = \frac{-\mu R_a}{2[r_p + (\mu + 1)R_k + R_a]} \qquad (8\text{-}24)$$

para R_L grande. Esta es precisamente la mitad de la ganancia de un

amplificador clásico realimentado por cátodo. El circuito es fácil de ajustar a cero y es muy útil para compensar «derivas» lentas debidas al cátodo.

Cuando en el circuito de la Fig. 8-10 se utilizan pentodos, con tensiones estabilizadas de pantalla, la Ec. (8-23) demuestra que la ganancia puede ser muy grande porque μ es grande en los pentodos, y pueden alcanzarse valores de 4.000.

El circuito de la Fig. 8-12 representa a tres etapas en cascada con estabilización del cero por puente. Además, puede realizarse la conexión

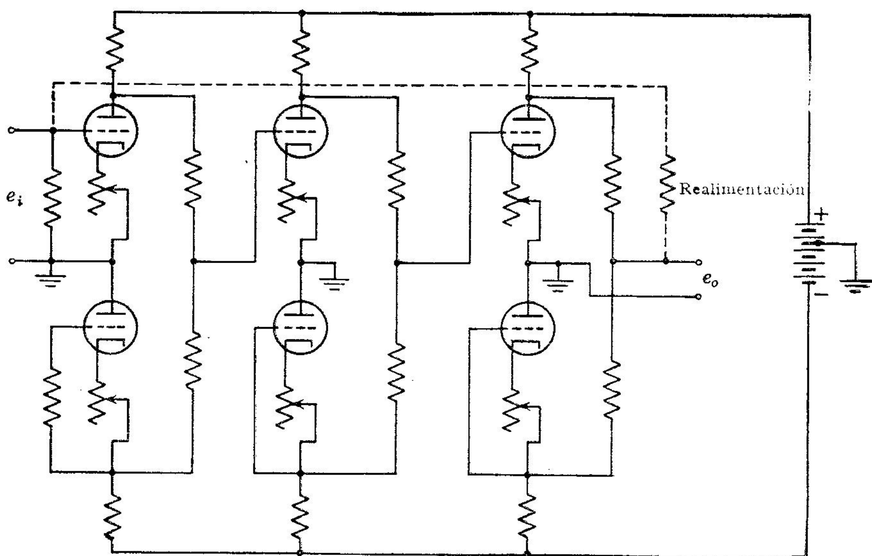


FIG. 8-12. Amplificador de varias etapas en puente, con realimentación negativa.

indicada en línea de trazos como realimentación negativa para estabilizar la ganancia. Estos circuitos son muy insensibles a las variaciones de tensión de alimentación pero resultan caros debido al gran número de tubos y elementos componentes que hay que emplear.

8-7. Electrómetros de tubo de vacío. Una de las primeras aplicaciones de los amplificadores de c.c. fueron los electrómetros, para medir potenciales electrostáticos o corrientes del orden de 10^{-13} amperios o menores. El tubo de vacío es un dispositivo que opera por tensión. Para producir una diferencia de potencial apreciable con corrientes tan pequeñas se requiere que dichas corrientes pasen por una resistencia extremadamente alta, por lo que se emplean valores de hasta 10^{14} ohmios. Pronto se vio que las corrientes de rejilla en los tubos usuales, aun con rejillas completamente negativas, podían exceder con mucho a la magnitud de la corriente a medir, debido a iones gaseosos creados por las altas tensiones de los tubos, a emisión fotoeléctrica de

la rejilla y a corrientes de fuga a través de las superficies aislantes del tubo.

Se estudiaron tubos especiales para electrómetros, empleando tensiones de electrodos bajas y cátodos de filamento (de caldeo directo) que funcionaban a bajas temperaturas y casi no despedían luz que pudiese excitar emisión fotoeléctrica, al mismo tiempo que las fugas externas eran reducidas al mínimo por tratamientos superficiales del vidrio.

Los tubos de electrómetros se emplean usualmente como tetrodos, con la rejilla más próxima al cátodo funcionando con un potencial positivo bajo, formándose en su región un cátodo virtual o fuente de electrones. El potencial positivo además repele los iones positivos emitidos por el cátodo e impide que alcancen la segunda rejilla o rejilla de control. A esta rejilla de control se la hace funcionar negativamente y a la placa se le aplica un potencial positivo de algunos voltios, por debajo del potencial ionizante de cualquier gas residual. El factor de amplificación vale alrededor de la unidad, sirviendo el tubo no de amplificador de tensión sino de transformador de impedancias, para reducir la impedancia muy alta del circuito de rejilla a la del instrumento indicador. Mediante estos procedimientos se pueden conseguir corrientes como las indicadas en la Fig. 8-13.

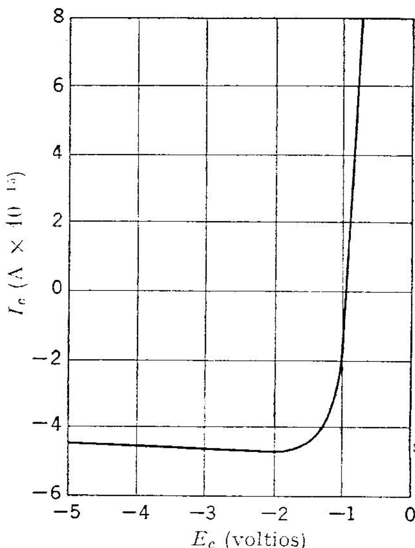


FIG. 8-13. Corriente de rejilla de control en un tubo de electrómetro; $E_b = 6$ voltios.

Un circuito típico de un tubo electrómetro es el de la Fig. 8-14, estando suministrados todos los potenciales por una fuente a base de batería. La resistencia R es la resistencia de entrada de gran valor, la cual debe ser esmeradamente protegida del polvo, humedad y otras imperfecciones para que las fugas de superficie no reduzcan su valor. El microamperímetro indicador M está en un *circuito de oposición*, por lo cual su corriente puede llevarse a cero para tensión de entrada nula. Las resistencias R_3 y R_4, R_2 y R_1 y R_x constituyen tres brazos de un puente, siendo el tubo el cuarto brazo. Ajustando R_x para tensión de entrada nula se equilibra el puente y pone a cero el aparato de medida M. Así, puede utilizarse un instrumento cuya desviación a plena escala corresponda a valores nominales mucho menores que la corriente estática de placa, indicando el aparato de medida solamente la variación en corriente y aumentando la sensibilidad del circuito.

Como la salida de este circuito consiste en corriente, indicada en un aparato de medida, tiene importancia la transconductancia total de dicho circuito, es decir, el cociente de la variación en miliamperios de salida y la variación en voltios de entrada en rejilla. Para un amplificador con un instrumento indicador de resistencia R_M, en su

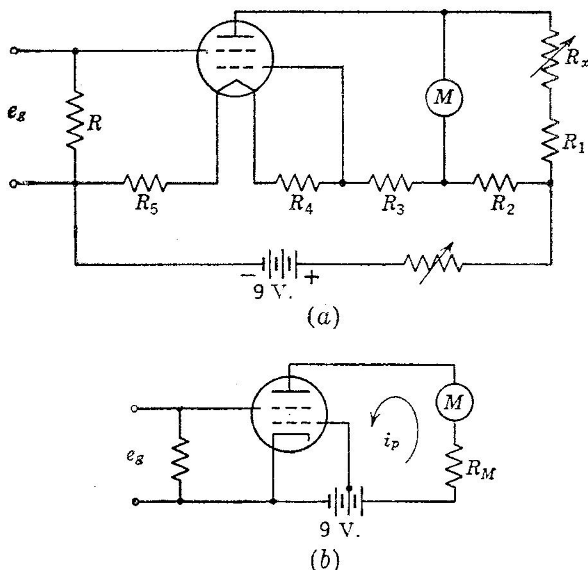


FIG. 8-14. (*a*) Circuito de electrómetro de tubo de vacío. (*b*) Circuito equivalente del (*a*).

circuito de ánodo, la corriente de placa obtenida según el circuito equivalente de la Fig. 8-14*b* es

$$i_p = \frac{\mu e_g}{r_p + R_M}$$

La transconductancia del circuito es entonces

$$g_c = \frac{i_p}{e_g} = \frac{\mu}{r_p + R_M} \tag{8-25}$$

y si R_M es pequeña, dicha transconductancia es precisamente la transconductancia rejilla-placa del tubo. Son requisitos de los tubos para este servicio valores grandes de dicha magnitud, juntamente con corrientes de rejilla muy débiles.

8-8. «Deriva» residual en amplificadores de acoplamiento directo. Los amplificadores de acoplamiento directo pueden estabilizarse razonablemente bien, en lo que se refiere a las clases de «deriva» de la salida

debidas a las variaciones de las tensiones de alimentación, por los procedimientos de las secciones anteriores o utilizando fuentes de alimentación bien reguladas. Queda, sin embargo, el efecto de algunas variaciones internas del tubo, sean de la emisión o características del cátodo, sean de los potenciales de contacto, o de los parámetros del tubo, que pueden producir una desviación del punto Q de un amplificador, así como una variación en sus características de corriente-tensión. Tales variaciones acompañan frecuentemente al envejecimiento general de un tubo y son fenómenos de muy baja frecuencia, muy inferior a la de corte de baja frecuencia de un amplificador acoplado por resistencia y capacidad, y, por tanto, no son advertidos en la salida de ese tipo de amplificador que no es de acoplamiento directo. Sin embargo, una variación del punto Q es reflejada inmediatamente como un cambio en los valores continuos de salida de un amplificador de acoplamiento directo que tiene una banda de paso que llega hasta la frecuencia cero, y el fenómeno general se conoce con el nombre de *«deriva» residual.*

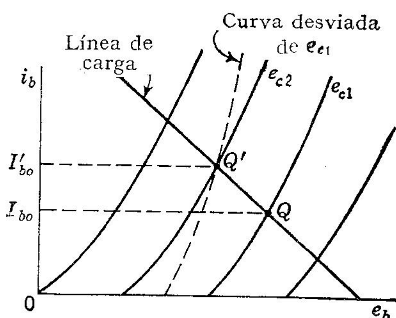


FIG. 8-15. Variación del punto Q debida a envejecimiento del tubo.

Considérese la Fig. 8-15, donde las características de línea llena son las del tubo nuevo, siendo la curva de trazos una de polarización e_{c1} después de un proceso de envejecimiento. El funcionamiento inicial, con una polarización e_{c1}, tenía lugar en el punto Q en la curva de línea llena. En un tiempo posterior de la vida del tubo, esta característica de línea llena se modifica, convirtiéndose en la de trazos, a causa de envejecimiento de algún elemento o parte internos del tubo. Con la misma polarización e_{c1} el punto de funcionamiento está ahora sobre la línea de carga en Q' dando una corriente de salida I'_{bo}.

Puede suponerse, en lo que se refiere a variación estática en la corriente de salida, que el tubo no varía, sino que la polarización ha cambiado de ser e_{c1} a ser e_{c2}. Así, la «deriva» del amplificador es equivalente a la introducción en el circuito de rejilla de un generador de tensión extra y es posible expresar una cifra de «deriva» para un amplificador en función de la *variación equivalente en voltios de rejilla por hora de funcionamiento*. La cifra de «deriva» es la tensión de rejilla necesaria para restablecer la corriente de salida a su valor inicial.

En amplificadores de acoplamiento directo con realimentación, esta deriva puede equipararse a un ruido o a una perturbación producida dentro del lazo de realimentación. Puede utilizarse el análisis de la Sec. 7-4, en donde la Ec. (7-9) aparecía como

$$\mathbf{E}'_o = \frac{\mathbf{A}}{1 - \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}}\left(\mathbf{E}_s + \frac{N}{\mathbf{A}_1}\right)$$

en la cual $A = A_1 A_2$, siendo A_1 y A_2 las ganancias antes y después del punto de introducción del ruido, respectivamente. Como la «deriva» o tensión de ruido equivalente se supone introducida a la entrada, la ganancia A_1 del análisis anterior se convierte en la unidad y la tensión de salida con realimentación es

$$e_o = \frac{A}{1 - A\beta}(e_s + e_d) \tag{8-26}$$

donde e_s es la señal de entrada y e_d la tensión equivalente de «deriva». Así, ambas señales son igualmente tratadas y por tanto la realimentación no discrimina en favor de la señal deseada.

Durante algunos años la «deriva» de la salida debida a esta causa residual era compensada mediante ajuste de controles manuales en la polarización de entrada. Sin embargo, hay varios sistemas más automáticos, que serán tratados en las secciones siguientes.

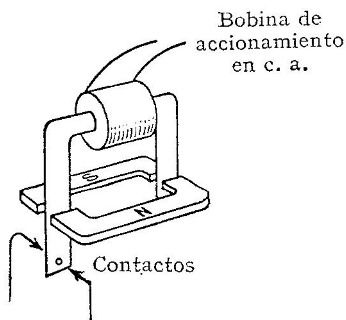


FIG. 8-16. Elementos de un vibrador.

8-9. Amplificadores modulados por vibrador. Se han estudiado *vibradores* mecánicos, o conmutadores síncronos, para interrumpir o modular una entrada de bajo nivel de corriente continua o de muy baja frecuencia, que dan una tensión alterna de amplitud proporcional a la corriente continua o señal de entrada lentamente variable. La tensión alterna se amplifica después por un amplificador clásico de señales alternas y su salida se utiliza, bien en forma de alterna o se rectifica volviendo a ser continua otra vez. Este sistema es satisfactorio para amplificar señales de variación lenta (con lo cual sólo necesitan una banda estrecha) y reducirá a cero los problemas de la «deriva».

La Fig. 8-16 es una representación esquemática de un vibrador. Un circuito magnético es polarizado por un imán permanente y se superpone un flujo alterno. Este último flujo satura el circuito magnético, de forma que la variación de flujo solamente tiene lugar en las proximidades de los puntos cero del ciclo. La lámina vibrante alterna entre los contactos, en cada medio ciclo de la excitación de c.a., y, debido a la saturación, su operación de conmutación tiene lugar cerca del cero del ciclo. Aunque la frecuencia usual de excitación es de 60 ciclos, se han hecho algunos vibradores para funcionar a frecuencias de 400 a 1000 ciclos.

La Fig. 8-17*a* es un tipo de amplificador de vibrador en serie en el que se proporciona una entrada alterna a un amplificador de c.a. conectando la entrada del amplificador al generador de c.c. y a tierra alternativamente. La salida del amplificador será en forma alterna a menos que sea rectificada por un diodo u otro dispositivo.

El circuito de la Fig. 8-17*b* elimina la necesidad del diodo rectificador adicional mediante un vibrador en paralelo que rectifica en sincronismo la salida del amplificador, convirtiéndola de nuevo en co-

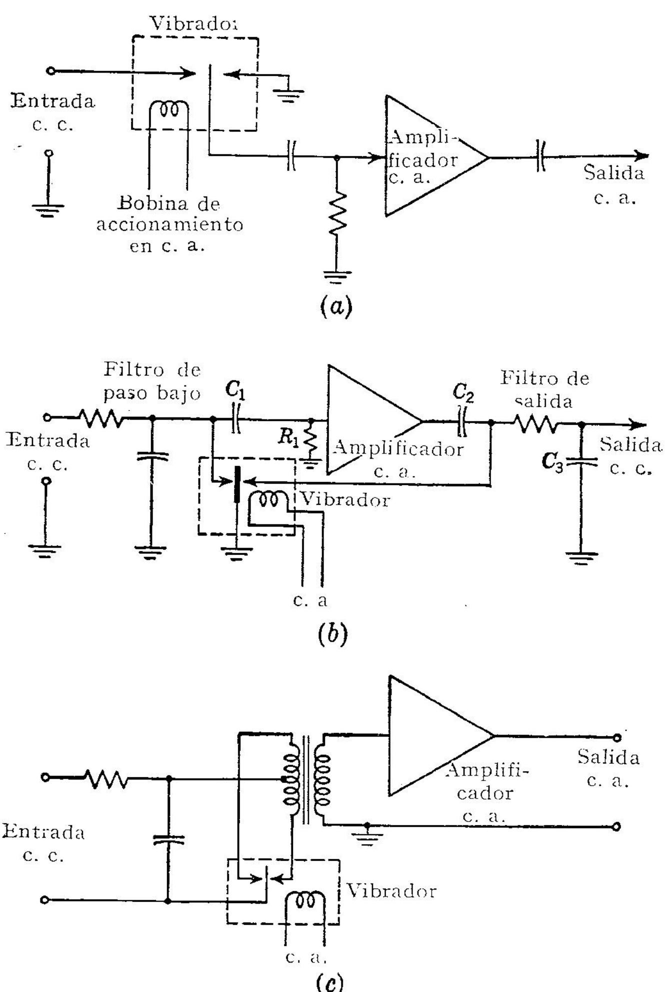


FIG. 8-17. (*a*) Amplificador simple de vibrador con salida de c. a. (*b*) Vibrador síncrono con salida de c. c. (*c*) Amplificador de vibrador con transformador de entrada y salida de c. a.

rriente continua. Para estudiar el funcionamiento, supóngase que el contacto vibrante del vibrador estuviese en el contacto derecho. El condensador C_1, entonces, ha sido cargado a través de R_1 al potencial del generador de c.c. Cuando el contacto vibrante vuelve a la izquierda, pone a masa el condensador C_1 y éste se descarga, produciendo una

corriente por R_1 y aplicando una tensión de entrada al amplificador. Al mismo tiempo, el condensador C_2 está descargando de la salida del amplificador a través del filtro de salida.

Cuando el contacto vibrante vuelve al contacto derecho, el condensador C_1 es cargado por el generador de c.c., produciendo una entrada de signo contrario en el amplificador. Simultáneamente, el condensador C_2 está a masa, de forma que no da carga a C_3. Así, al amplificador se le entrega una entrada alterna, pero al condensador de salida C_3 se le suministran impulsos de carga del mismo sentido en semiciclos alternos y la carga en C_3 no se invierte, con lo que la salida aparece como corriente continua, o sea, rectificada.

Si esta corriente continua de salida ha de ser sin distorsión, o sea ha de tener en todo tiempo un valor proporcional a la tensión de entrada, tienen que eliminarse todas las componentes de frecuencia alta introducidas a la frecuencia de conmutación o sus armónicos. Este es el objeto del filtro de salida. Para asegurar un buen filtrado, su constante de tiempo debe ser grande con respecto al período del conmutador y puede ser necesario que su corte de alta frecuencia sea del orden de un décimo a un quinto de la que corresponde a la velocidad de conmutación. Esto impone un límite fundamental en la velocidad de variación que pueda aparecer en la entrada del amplificador, o en la anchura de banda admisible que puede manejarse. Una frecuencia corriente de funcionamiento del vibrador es la de 60 ciclos y este requisito básico del filtro pone la anchura de la banda de paso en el margen de 0 a 6 ciclos. De esta forma, para hallar una solución al problema de la «deriva» ha sido necesario sacrificar anchura de banda.

En algunas aplicaciones esto no constituye un límite importante, como en la amplificación de tensiones continuas procedentes de termopares medidores de temperaturas de hornos, y hay en uso muchos de estos amplificadores de vibrador en registradores industriales de temperatura.

Otra dificultad importante del funcionamiento de vibradores, en entradas de bajo nivel, de corriente continua, es la energía que se capta de la bobina de accionamiento de c.a., siendo esta tensión captada amplificada como una señal. Si en el amplificador se establece una ganancia considerable, las tensiones de zumbido pueden sobrecargar los últimos pasos y ser causa de un funcionamiento defectuoso, aunque el filtro de salida elimine el zumbido de la salida del amplificador. Una respuesta de banda estrecha contribuye a eliminar esta interferencia, pero es muy importante que no exista acoplamiento, de ninguna clase de la bobina de accionamiento en c.a. y de los conductores de conexión con el circuito de entrada de bajo nivel.

Otra variante del circuito de entrada es la de la Fig. 8-17*c*, en el cual el vibrador opera en el primario de un transformador, pudiendo no haber rectificación o ser efectuada por diodos. La ausencia de acoplamientos parásitos y el blindaje del transformador de entrada son muy importantes si se quiere que el zumbido y la captación de ruido no sean molestos con entradas de bajo nivel. La elección de circuito

entre los de Fig. 8-17*a* a *c* depende en parte de la impedancia del generador, siendo más adecuados los de Fig. 8-17*a* y *b* para generadores de alta impedancia, mientras que el de la Fig. 8-17*c* puede utilizarse para adaptar un generador de baja impedancia a la alta impedancia de la entrada del amplificador.

Donde deba ser amplificada una banda más amplia de frecuencias, es posible utilizar una frecuencia de vibración más alta, pero 400 a 1000 ciclos representa aproximadamente el límite de vibradores mecánicos. Para márgenes de cero a frecuencias aún más altas, hasta varias centenas de millares de ciclos, puede emplearse un puente equilibrado de diodos rectificadores, llamado *varistor*, como en la Fig. 8-18. En teoría, cuando se aplica corriente alterna a través del transformador T a los diodos del puente, conducen los cuatro diodos en un semiciclo, poniendo así en cortocircuito a masa la rejilla. En el otro semiciclo, los cuatro diodos constituyen circuito abierto, con lo que se aplica la señal plena de entrada a la rejilla del tubo.

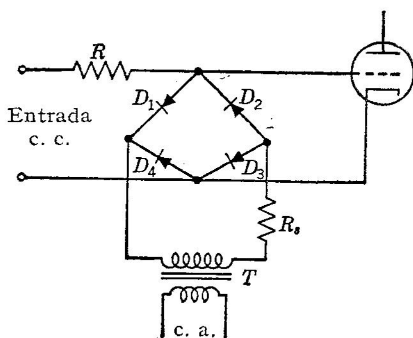


FIG. 8-18. Vibrador de diodos o modulador.

Si las resistencias internas de los diodos se anulasen cuando conducen, el triodo sería excitado por una tensión variable desde el valor de señal actual hasta cero. Como los diodos no representan resistencia nula, se intercala la resistencia R en serie con la entrada de continua y la razón de la resistencia interna del puente a R determina la fracción de tensión de entrada que es transmitida en el intervalo que conducen. La salida tiene la misma frecuencia portadora o central que la de la corriente alterna aplicada al puente a través de T y como ésta puede ser varios centenares de millares de ciclos, la anchura de banda de la entrada manejada puede ser aproximadamente de cero a 10.000 ciclos.

Puesto que los diodos pueden «derivar» en cuanto al valor de la resistencia interna, este procedimiento no está libre de «deriva» y simplemente se ha transferido el problema de dicha «deriva», del tubo amplificador de entrada al dispositivo vibrador llamado varistor.

8-10. Amplificadores de acoplamiento directo estabilizados por vibrador. Dos de las discusiones anteriores sugieren posibilidades de adicionales mejoras en la compensación de la «deriva». En primer lugar, la Ec. (7-9) indica que en un amplificador con realimentación el ruido es reducido en proporción a la ganancia que precede al punto de introducción de dicho ruido. Considerando la «deriva» como una tensión de »ruido», se reducirá aquélla estableciendo ganancia exenta de «deriva» antes del punto del amplificador en el cual se origina dicha «deriva». En segundo lugar, si se recuerda que la deriva es un fenómeno de *muy*

baja frecuencia, entonces, puede añadirse ganancia de baja frecuencia delante del primer tubo de un amplificador de acoplamiento directo mediante un modulador de vibrador, con su estrechez de banda consiguiente, dejando pasar las componentes de alta frecuencia a través de C_3 directamente al amplificador de acoplamiento directo con su banda de paso más amplia, como en el *amplificador estabilizado por vibrador* de la Fig. 8-19.

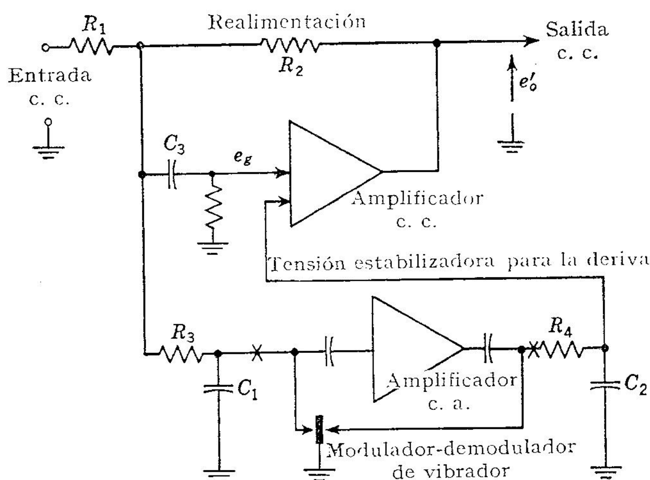


FIG. 8-19. Amplificador de c. c. estabilizado por vibrador.

Como se indica en esta figura, con toda tensión de salida debida a la «deriva» en el amplificador de acoplamiento directo se efectúa una realimentación a través de R_2 y por ser de muy baja frecuencia puede cargar C_1 a través de la red filtro R_3, C_1, de entrada, cuya constante de tiempo es grande con respecto a la duración de un ciclo de la frecuencia del vibrador. La tensión que aparece en C_1 es modulada, amplificada y rectificada en sincronismo por el vibrador. La salida se filtra y de ella se quitan las componentes de frecuencia del vibrador mediante el grupo R_4, C_2 cuya constante de tiempo es grande, y después es aplicada a la entrada del amplificador de c.c. como una tensión *estabilizadora para la «deriva»*. Esta tensión contrarresta a la tensión de «deriva» equivalente de rejilla y anula la tensión de «deriva» de salida. En la Fig. 8-20 se muestra un procedimiento para introducir la tensión anuladora en la entrada del amplificador de c.c., a base de utilizar acoplamiento por cátodo en el primer paso de dicho amplificador de c.c. para sumar las dos entradas.

No siempre es necesario el condensador C_3, porque aunque la tensión de «deriva», y por tanto de baja frecuencia, también aparece en e_g junto con las componentes de alta frecuencia, es insignificante en su efecto. Si la ganancia del amplificador de c.a. es A_2 y grande, la tensión

estabilizadora para la «deriva» es A_2 veces la tensión original de deriva, con lo que la componente de «deriva» directamente introducida es despreciable con relación al producto de la tensión de «deriva» por A_2.

Esto puede explicarse más. Si e_g es la entrada representativa de una cierta magnitud de «deriva» en el amplificador de c.c., entonces la tensión de salida e_o, sin el amplificador estabilizante, es

$$e_o = -A_1 e_g$$

donde A_1 es la ganancia del amplificador c.c. Sin embargo, con un circuito de entrada como el de la Fig. 8-19 con una ganancia A_2 del amplificador de c.a., la tensión de salida, funcionando el amplificador de c.a., es

$$e'_o = -A_1 A_2 e'_g - A e'_g$$

donde e'_g es la entrada al haber amplificador estabilizante. Para entender esta ecuación, debe recordarse que las dos ganancias A_1 y A_2 tienen diferentes respuestas de frecuencia debido a las limitaciones del vibrador y que una frecuencia baja, tal como una señal de «deriva», es amplificada por los dos amplificadores en serie resultando la ganancia $-A_1A_2$, mientras que un término de frecuencia superior es amplificada solamente por el amplificador de c.c., que da solamente una ganancia de A_1.

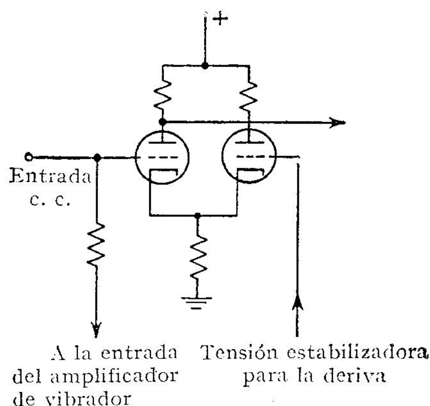


FIG. 8-20. Procedimiento para introducir componentes de «deriva», y por ello de baja frecuencia, en un amplificador de c. c.

En efecto este circuito pone el amplificador de c.a. en serie con el amplificador de c.c. para las bajas frecuencias. En la Fig. 8-21 se presenta una gráfica ganancia-frecuencia para un amplificador de este tipo y se puede observar la ganancia extra para las bajas frecuencias proporcionada por la A_2 del amplificador de c.a.

Si la «deriva» de salida ha de ser limitada a la misma cantidad con o sin el amplificador estabilizante, entonces $e_o = e'_o$ y de las ecuaciones anteriores se deduce

$$e'_g = \frac{e_g}{A_2 + 1} \tag{8-27}$$

con lo que la componente de tensión de entrada para dar la misma «deriva» se reduce por un factor $A_2 + 1$ respecto al valor que tenía en la situación sin vibrador y sin amplificador de c.a. Es decir, la tensión

equivalente de «deriva» es reducida en esta proporción, indicando con ello una estabilidad mejor.

La gran constante de tiempo de la salida del amplificador estabilizante para la «deriva», permite que un amplificador de éstos se utilice para estabilizar varios amplificadores de c.c. Se emplean conmutadores accionados por motor para conmutar el amplificador de c.a. y el vibrador, en los puntos x, x de la Fig. 8-19, de uno a otro de varios amplificadores de c.c. Debido a las grandes constantes de tiempo, los filtros mantienen sus tensiones durante el ciclo de conmutación, y como la «deriva» es un fenómeno de variación tan lenta, la corrección de la

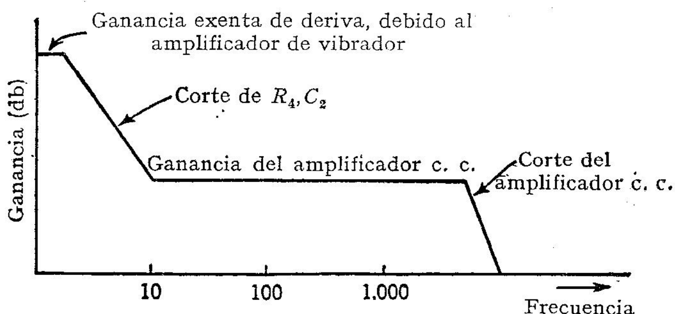


FIG. 8-21. Gráfica de ganancia-frecuencia de un amplificador estabilizado por vibrador.

tensión del filtro de salida en C_2 solamente se necesita a intervalos. Así se reduce el coste de esta clase de estabilización para grandes grupos de amplificadores, y ahora se emplean con bastante frecuencia amplificadores de esta naturaleza.

8-11. El amplificador operacional. Muchos amplificadores de acoplamiento directo continua se utilizan para realizar operaciones matemáticas tales como suma, derivación e integración. En este caso se denominan *amplificadores operacionales*. En estas operaciones se puede tratar con componentes constantes o de variación lenta, por lo que se precisan amplificadores de acoplamiento directo. Casi cualquier combinación de los fundamentos estudiados previamente, que conduzca a un amplificador de acoplamiento directo, lineal y estable con un número impar de pasos o de equivalente desviación de fase, combinada con realimentación de extremo a extremo apropiada, puede ser empleada.

Tal combinación está representada por el símbolo amplificador de la Fig. 8-22, de ganancia

$$A = -\frac{e_2}{e'} \tag{8-28}$$

y un inherente número impar de inversiones de fase.

Las tensiones y las corrientes representadas en la Fig. 8-22 son

funciones del tiempo y, por tanto, responden a las leyes eléctricas usuales

$$e = iR \tag{8-29}$$

$$e = L\frac{di}{dt} = Lpi \tag{8-30}$$

$$e = \frac{1}{C}\int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{i}{Cp} \tag{8-31}$$

donde se usa de nuevo la notación del operador p, siendo $p = d/dt$. Se puede ver fácilmente que la notación $1/p$ corresponde a la operación

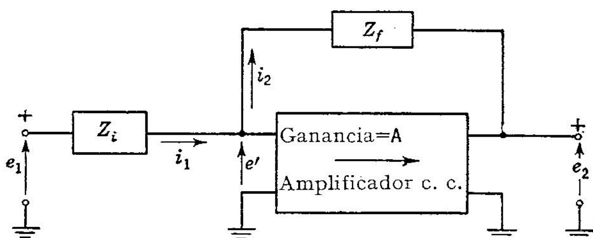


FIG. 8-22. Amplificador operacional fundamental.

de integración en la Ec. (8-31). Las relaciones entre tensión y corriente en los tres elementos básicos de circuito resultan, pues,

$$\frac{e}{i} = R \qquad \frac{e}{i} = Lp \qquad \frac{e}{i} = \frac{1}{Cp}$$

dependiendo del tipo de elemento empleado. En general, es posible designar a cualquiera de estas relaciones por

$$\frac{e}{i} = Z(p) \tag{8-32}$$

en que $Z(p)$ es llamada *impedancia operacional.*

El análisis del funcionamiento del circuito de la Fig. 8-22 puede hacerse más general si no se especifica inicialmente el tipo de elementos previstos para Z_i y Z_f, sino que se supone que son impedancias operacionales $Z_i(p)$ y $Z_f(p)$ de cierta relación e/i. Una vez terminado el análisis del funcionamiento, será posible sustituir la relación e/i para cualquier elemento del circuito, o combinación, realmente usado y obtener una predicción del comportamiento del circuito.

La tensión de entrada e_i se aplica a través de $Z_i(p)$, con una realimentación de extremo a extremo introducida por medio de $Z_f(p)$. Si la corriente del circuito de la primera rejilla del amplificador es despreciable, se tiene

$$i_1 = i_2$$

y, empleando la Ec. (8-32), podemos escribir

$$\frac{e_1 - e'}{Z_i(p)} = \frac{e' - e_2}{Z_f(p)} \tag{8-33}$$

Sustituyendo el valor de e' deducido de la Ec. (8-28), se tiene

$$-e_2 \left[Z_i(p) + \frac{Z_i(p)}{A} + \frac{Z_f(p)}{A} \right] = Z_f(p)\, e_1$$

de donde

$$-e_2 = \frac{Z_f(p)}{Z_i(p)} \frac{1}{1 + (1/A)[1 + Z_f(p)/Z_i(p)]} e_1 \tag{8-34}$$

Si la ganancia A del amplificador es grande, de forma que

$$A \gg 1 + \frac{Z_f(p)}{Z_i(p)}$$

la Ec. (8-34) se reduce a

$$e_2 = -\frac{Z_f(p)}{Z_i(p)} e_1 \tag{8-35}$$

Esta es la ecuación fundamental del amplificador operacional. La exactitud con que se realizan las operaciones indicadas por $Z_f(p)/Z_i(p)$ dependen de como se cumpla la condición de gran ganancia del amplificador. Normalmente, esta exigencia no es difícil de satisfacer.

Por definición e hipótesis la polaridad de e_2 es siempre opuesta a la de e_1, de forma que, si $Z_f(p) = Z_i(p) = R$ (posiblemente 1 MΩ cada una), el circuito producirá una salida de amplitud igual a la de entrada, pero de signo opuesto, es decir, $A = -1$. El circuito es así siempre un inversor de signo. Si $Z_f(p)$ y $Z_i(p)$ son resistivas pero no iguales,

$$e_2 = -\frac{R_f}{R_i} e_1 \tag{8-36}$$

y resulta posible obtener una salida igual a la entrada (con signo contrario) multiplicada por una constante, independientemente de las características del amplificador. Esto está representado en la Fig. 8-23*a*.

Si $Z_f(p)$ es un condensador, cuya impedancia operacional es $1/Cp$, y $Z_i(p)$ es una resistencia, la Ec. (8-35) se convierte en

$$e_2 = -\frac{1}{RC} \frac{1}{p} e_1 \tag{8-37}$$

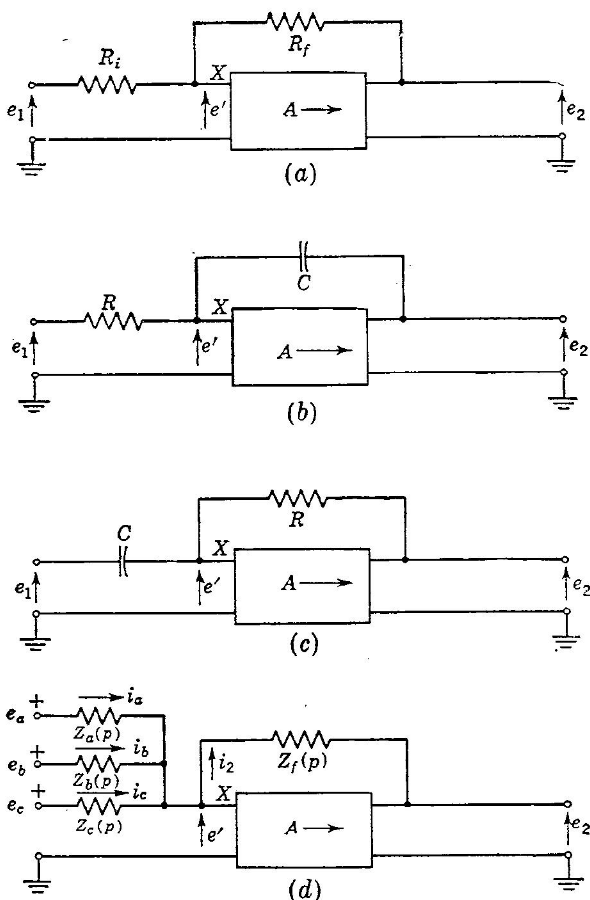


FIG. 8-23. Usos del amplificador operacional. (*a*) Cambio de signo y multiplicación por una constante; (*b*) integración; (*c*) derivación; (*d*) suma.

El amplificador es entonces un integrador respecto al tiempo muy exacto, conservándose la inversión del signo. El resultado queda multiplicado por la constante $1/RC$, pero si $R = 1$ MΩ y $C = 1$ μF, este factor se reduce a la unidad. Esto se ilustra en la Fig. 8-23*b*.

La tensión de entrada e' es solamente $1/A$ de la salida e_2 y, con A muy grande (como se requiere), la tensión e' es despreciable, y el potencial del punto X de la entrada al amplificador puede considerarse esencialmente cero, es decir, al potencial de masa o de referencia. Por consiguiente, la tensión en bornes del condensador de integración C es casi igual a la salida e_2. Esto es importante para la introducción de las condiciones iniciales en el proceso de integración, puesto que una carga inicial en C, aplicada entre el terminal de salida y masa, representará una condición inicial.

Supongamos ahora que $Z_i(p)$ sea un condensador y $Z_f(p)$ una resistencia, como en la Fig. 8-23c. La Ec. (8-35) es ahora

$$e_2 = -RCpe_1 \tag{8-38}$$

y la salida del amplificador es la derivada de la tensión de entrada, con signo contrario.

En la Fig. 8-23*d* se representa otra operación: la suma de varias tensiones independientes. Como antes

$$i_a + i_b + i_c = i_2$$

y, si A es grande, haciendo a e' muy pequeña con respecto a las tensiones de entrada y salida, se tiene

$$\frac{e_a}{Z_a(p)} + \frac{e_b}{Z_b(p)} + \frac{e_c}{Z_c(p)} = \frac{-e_2}{Z_f(p)}$$

de donde

$$-e_2 = \frac{Z_f(p)}{Z_a(p)} e_a + \frac{Z_f(p)}{Z_b(p)} e_b + \frac{Z_f(p)}{Z_c(p)} e_c \tag{8-39}$$

Si todas las impedancias son resistencias iguales,

$$-e_2 = e_a + e_b + e_c \tag{8-40}$$

y la salida representa la suma de las entradas. Esto puede hacerse con cualquier número razonable de tensiones de entrada. Si se introducen algunas tensiones (habiendo pasado posiblemente a través de un amplificador que les cambie el signo), es posible realizar su suma algébrica. Además, si las relaciones R_f/R_a, R_f/R_b y R_f/R_c no se eligen iguales, puede conseguirse la multiplicación por distintos factores constantes. Haciendo que $Z_f(p)$ sea un condensador, pueden sumarse simultáneamente tres integrales o, haciendo que $Z_a(p)$ sea un condensador, se pueden sumar varias entradas variables a la derivada de otra variable.

Si la tensión de entrada al circuito integrador fuese sinusoidal

$$e_1 = E_m \operatorname{sen} \omega t$$

la tensión de salida sería

$$e_2 = -\frac{1}{RC}\int E_m \operatorname{sen} \omega t \, dt = \frac{E_m}{\omega RC} \cos \omega t$$

y, para valores eficaces,

$$\mathbf{E}_2 = \frac{-\mathbf{E}_1}{j\omega RC} \tag{8-41}$$

que se obtiene fácilmente sustituyendo directamente el valor $p = j\omega$ en la Ec. (8-37). Se ve que la salida del circuito integrador decrece a razón de $1/\omega$, es decir, 6 db por octava, lo que constituye un medio sencillo de comprobar la exactitud del integrador. Si, a alguna frecuencia, deja de cumplirse esta relación, se sabe que la integración sólo es exacta hasta esa frecuencia.

En el caso del circuito diferenciador, si $e_1 = E_m$ sen ωt, la tensión de salida sería

$$e_2 = -RC\frac{d}{dt}(E_m \text{ sen } \omega t) = -\omega RCE_m \cos \omega t$$

y, para valores eficaces,

$$\mathbf{E}_2 = -j\omega RCE_1$$

que es la Ec. (8-38) con $p = j\omega$. La salida de un diferenciador aumenta con ω a razón de 6 db por octava. Si RC fuese igual a la unidad y $\omega = 377$ (frecuencia = 60 ciclos), la tensión de salida $\mathbf{E}_2$ sería 377 veces mayor que la de entrada $\mathbf{E}_1$. Si hay un zumbido indeseable introducido en la entrada, aparecerá en la salida amplificado ω veces. Debido al aumento de la ganancia con la frecuencia y a los problemas de ruido y zumbido que pueden surgir, se evita corrientemente el empleo del amplificador operacional como diferenciador. Matemáticamente, esto no es difícil de conseguir.

Es posible emplear combinaciones serie o paralelo de R y C como Z_f o Z_i, prediciendo el comportamiento a partir de la forma de la razón $Z_f(p)/Z_i(p)$. La impedancia operacional de cualquier combinación RC puede escribirse fácilmente recordando que la forma de $Z(p)$ se puede obtener a partir de la impedancia en régimen permanente Z, reemplazando $j\omega$ por p. En la Fig. 8-24 se dan algunas de tales formas de circuitos como ejemplos.

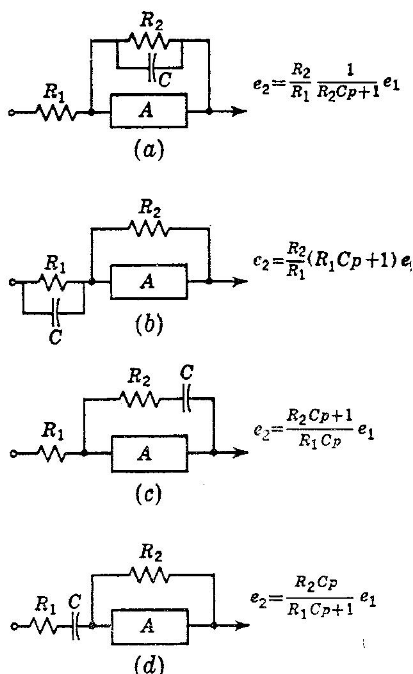


FIG. 8-24. Algunos circuitos de amplificador operacional.

El amplificador operacional es la base de una gran variedad de equipos electrónicos calculadores. En la práctica es necesario que las resistencias sean de un valor preciso y que los condensadores tengan

fugas muy pequeñas y muy poca retentividad de carga. Se emplea normalmente poliestireno como dieléctrico.

Ejemplo. Escribir la expresión de la operación realizada con la entrada del circuito de la Fig. 8-24*c*.

Se escribe en primer lugar

$$Z_f = R_2 + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_i = R_1$$

A continuación se reemplaza $j\omega$ por p, obteniendo las impedancias operacionales

$$Z_f(p) = R_2 + \frac{1}{pC}$$

$$Z_i(p) = R_1$$

llegando finalmente a la relación entre e_2 y e_1

$$e_2 = -\frac{R_2 + 1/pC}{R_1} e_1 = -\frac{R_2Cp + 1}{R_1Cp} e_1$$

8-12. Empleo de realimentación positiva. La exactitud de la relación deseada salida-entrada en un amplificador operacional depende de la ganancia existente dentro del lazo de realimentación. Se ha encontrado que se puede obtener una gran ganancia empleando realimentación positiva, o regeneración, en el amplificador, dentro del lazo de realimentación negativa exterior. La realimentación positiva puede ser muy grande, manteniéndose la estabilidad del amplificador por medio de la realimentación negativa exterior.

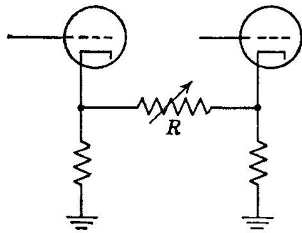


FIG. 8-25. Realimentación positiva dentro de un amplificador operacional.

Un circuito que utilice realimentación positiva entre los cátodos de dos pasos sucesivos, como en la Fig. 8-25, constituye un medio muy sencillo de introducir la regeneración deseada. Ganancias internas en el margen de 10^6 a infinito pueden obtenerse en circuitos amplificadores sencillos, resultando una gran exactitud en las operaciones realizadas.

8-13. Cálculo analógico. El tipo *analógico* de calculador electrónico emplea amplificadores electrónicos y proporciona soluciones a problemas matemáticos expresadas por una magnitud física, tal como la posición angular de un árbol, una tensión o una corriente o la posición de un índice sobre una escala. Como resultado, la exactitud puede estar limitada por la precisión con que puedan leerse estas magnitudes físicas o por la habilidad de lectura del operario humano, si es que se emplea.

Por el contrario, el calculador digital que se tratará en el capítulo 9 da las soluciones directamente en cifras, como en el caso de un calculador de mesa. El grado de exactitud está limitado sólo por la capacidad

de la máquina en función de las cifras significativas, lo que viene mandado principalmente por el coste y la complejidad que puedan tolerarse. Un calculador digital es normalmente más caro que uno analógico, pero cuando las exigencias de exactitud de este último se hacen inferiores al 0,1 por 100 aproximadamente, el coste del analógico puede exceder al del digital. Existen combinaciones de ambos tipos, en las cuales la salida digital puede emplearse en un calculador analógico y, al contrario, una indicación analógica o curva gráfica sirve para un calculador digital.

Las aplicaciones del calculador analógico se hallan principalmente en el campo de los proyectos de ingeniería o en la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales o no lineales. Las soluciones se obtienen corrientemente en forma de curvas u oscilogramas de tensiones y corrientes de salida variables. Las operaciones básicas en la aplicación de tales calculadores, o analizadores diferenciales como han sido llamados, consisten en la expresión de la ecuación o ecuaciones diferenciales que describen el sistema físico particular de que se trate. De gran ayuda a este respecto es la *ecuación de Lagrange* que relaciona el intercambio de energías de sistemas, y que se tratará en la sección siguiente.

Dadas las ecuaciones diferenciales, el resultado analógico puede obtenerse bien por el método *directo*, en el que circuitos eléctricos equivalentes se emplean directamente para simular las variaciones en función del tiempo de las variables dependientes del sistema físico, o el método *funcional*, en el cual circuitos electrónicos realizan las operaciones matemáticas indicadas por los términos de la ecuación diferencial. El primer método se adapta bien a los problemas de proyecto, especialmente cuando hay muchos grados de libertad, mientras que el segundo es más apropiado para una gran variedad de problemas de ingeniería que surgen en proyectos de control y funcionamiento de sistemas.

8-14. Ecuación de Lagrange para sistemas dinámicos. Los puntos de partida en la mayoría de los cálculos analógicos son las ecuaciones diferenciales que describen el funcionamiento de un sistema dinámico. En muchos sistemas físicos complicados, sin embargo, no es fácil deducir estas ecuaciones diferenciales. A menudo, en los problemas de ingeniería hay tantas variables presentes que es difícil escribir las ecuaciones del sistema, y estas dificultades se incrementan por la frecuencia con que se dan simultáneamente efectos mecánicos y eléctricos (u otros) en el sistema.

La ecuación de Lagrange proporciona un medio por el cual se simplifica el proceso. Su ventaja radica en la facilidad con que corrientemente se pueden obtener las expresiones de las energías cinéticas y potenciales de un sistema complejo, deduciéndose rápidamente a continuación las ecuaciones del movimiento aplicando la ecuación de Lagrange. Esta ecuación, que no se deducirá aquí, está basada en el hecho físico de que la naturaleza, al moverse desde una condición de equilibrio a otra, parece hacerlo del modo que se produzca el mínimo intercambio o transferencia de energía.

Las ecuaciones del movimiento deben apoyarse en algún sistema de coordenadas de referencia, y en algunos problemas complicados puede haber varias de estas coordenadas (o variables independientes) a las que llamaremos en general $q_1, q_2, \ldots$, aunque puede emplearse otra notación en los problemas prácticos. Por ejemplo, en una red eléctrica de tres mallas, estas coordenadas q pueden aparecer como las corrientes de las mallas $i_1, i_2, i_3, \ldots$ o pueden representar algún sistema de tensiones de los nudos. Las derivadas primera y segunda con respecto al tiempo se designan corrientemente por $\dot{q}$ y $\ddot{q}$. El número de tales coordenadas independientes está fijado por n, número de grados de libertad del sistema, y es igual al número de ecuaciones independientes necesarias para describir el funcionamiento del sistema.

Si T representa la energía cinética total del sistema, V la energía potencial total (en función de las coordenadas elegidas), D la disipación de energía por segundo y f la fuerza aplicada, si la hay, la ecuación de Lagrange establece la relación entre estas magnitudes como

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial(T-V)}{\partial \dot{q}_i}\right] - \frac{\partial(T-V)}{\partial q_i} + \frac{1}{2}\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = f \qquad (8\text{-}42)$$

donde q_i representa cualquiera de las coordenadas $q_1 \ldots, q_n$ y, por consiguiente, habrá tantas ecuaciones con esa forma como variables independientes de referencia.

Como ejemplo sencillo del método, consideremos un proyectil de masa m cuyo movimiento está definido por dos coordenadas: x, distancia a un punto de referencia, e y, su altura sobre el suelo. Las energías pueden escribirse

$$T = {}^1/_2 m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \qquad V = mgy \qquad (8\text{-}43)$$

Preparando los términos que vamos a sustituir en la Ec. (8-42), se tiene

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} \qquad \frac{\partial(T-V)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} \qquad \frac{\partial(T-V)}{\partial y} = -mg$$

La disipación D y la fuerza aplicada f son cero. Escribiendo la ecuación de Lagrange para cada una de las coordenadas x e y, se obtiene

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) - 0 = 0 \qquad \frac{d}{dt}(m\dot{y}) + mg = 0$$

de donde

$$m\ddot{x} = 0 \qquad m\ddot{y} = -mg$$

$$\ddot{x} = 0 \qquad \ddot{y} = -g$$

que son los resultados usuales.

La ecuación de Lagrange muestra una mayor ventaja en problemas más complejos, como en el micrófono de condensador de la Fig. 8-26. Este aparato consiste en un diafragma metálico situado muy próximo a una placa metálica sólida. La presión del sonido aplica una fuerza sobre el diafragma, haciendo variar la separación y, consecuentemente, la capacidad entre diafragma y placa. Puesto que la tensión aplicada E es constante, la capacidad variable exige una carga variable, de acuerdo con la expresión

$$q = CE$$

y, así, circula una corriente a través de R que produce una tensión de salida variable e.

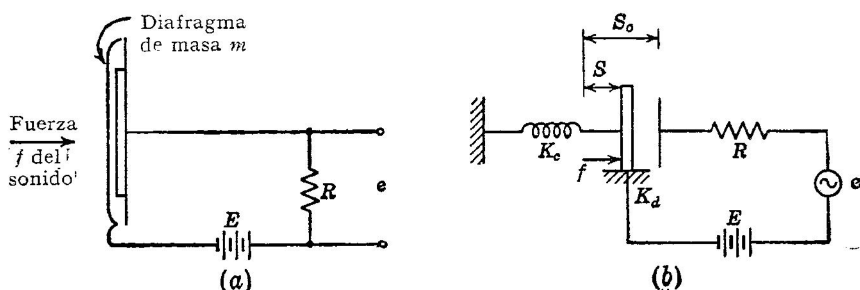


FIG. 8-26. Micrófono de condensador.

Como coordenadas de referencia se toman la deflexión s del diafragma y la carga q del condensador. La energía cinética del sistema es, pues,

$$T = \frac{m\dot{s}^2}{2} \tag{8-44}$$

a la que se añadiría un término $L\dot{q}^2/2$ si hubiera inductancia en el circuito eléctrico. La energía potencial es

$$V = \frac{k_C s^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \tag{8-45}$$

El valor instantáneo de la capacidad C es

$$C = \frac{s_0}{s_0 - s} C'$$

donde C' es la capacidad cuando el diafragma móvil se encuentre a $s = 0$. Entonces

$$V = \frac{k_C s^2}{2} + \frac{q^2}{2C'} \frac{s_0 - s}{s_0} \tag{8-46}$$

La disipación es debida a la resistencia R y a la fricción k_d en la flexión del metal del diafragma. Así, D es

$$D = k_d\dot{s}^2 + Ri^2 = k_d\dot{s}^2 + R\dot{q}^2 \tag{8-47}$$

Obteniendo las derivadas indicadas en las ecuaciones de Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}}\right) = m\ddot{s} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) = 0$$

$$\frac{\partial(T-V)}{\partial s} = -k_C s + \frac{q^2}{2C'}\frac{1}{s_0} \qquad \frac{\partial(T-V)}{\partial q} = -\frac{q}{C'}\frac{s_0 - s}{s_0}$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{s}} = 2k_d\dot{s} \qquad \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = 2R\dot{q}$$

y llevándolas a la Ec. (8-42), se llega a

$$m\ddot{s} + k_C s - \frac{q^2}{2C'}\frac{1}{s_0} + k_d\dot{s} = f \tag{8-48}$$

$$\frac{q}{C'}\frac{s_0 - s}{s_0} + R\dot{q} = e \tag{8-49}$$

que son las ecuaciones diferenciales que describen el funcionamiento del micrófono de condensador. Se ve que se obtiene una ecuación para cada una de las coordenadas de referencia.

La ecuación de Lagrange constituye una herramienta sencilla para obtener las ecuaciones diferenciales del sistema, previas a la solución analógica.

8-15. El calculador analógico directo. La llamada *analogía directa* de un problema se obtiene reemplazando el sistema físico a estudiar, descrito por un sistema de ecuaciones diferenciales, por un circuito eléctrico cuyo funcionamiento se exprese por ecuaciones diferenciales de *idéntica forma matemática*. Es bien sabido que dos sistemas de ecuaciones de la misma forma tienen soluciones de forma idéntica y, por consiguiente, el funcionamiento del circuito eléctrico es análogo al del sistema físico al que reemplaza. La solución, obtenida en el circuito en función de tensiones y corrientes de fácil medición, es análoga a la del sistema físico original en función de sus apropiadas variables dependientes e independientes.

Por ejemplo, el sistema mecánico clásico de masa, muelle y amortiguador de la Fig. 8-27*a* puede expresarse por una ecuación diferencial de la forma

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + k_d\frac{dx}{dt} + k_C x = F(t)$$

que también puede escribirse, haciendo $v = dx/dt$, como

$$m \frac{dv}{dt} + k_d v + k_C \int v \, dt = F(t) \tag{8-50}$$

El sistema giratorio de la Fig. 8-27*b* conduce a una ecuación semejante

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + k_d \frac{d\theta}{dt} + k_C\theta = T(t)$$

y, haciendo $\omega = d\theta/dt$, se tiene

$$I \frac{d\omega}{dt} + k_d\omega + k_C \int \omega \, dt = T(t) \tag{8-51}$$

Ambas Ecs. (8-50) y (8-51), se han escrito en el supuesto de rozamiento viscoso en el elemento de amortiguamiento, es decir, que la fuerza de

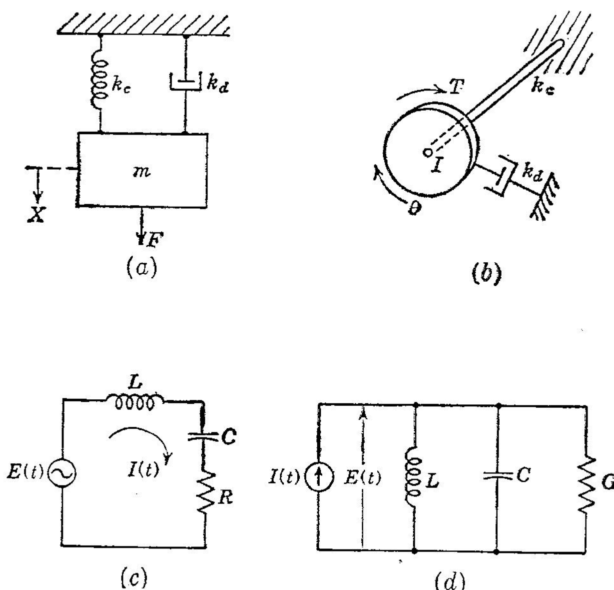


FIG. 8-27. Sistemas análogos.

rozamiento es proporcional a la primera potencia de la velocidad. Esta hipótesis es satisfactoria en una gran variedad de problemas, existiendo métodos por los cuales puede eliminarse esta limitación en el funcionamiento en caso necesario.

Por un simple cambio de notación, llegamos a

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i \, dt = E(t) \qquad (8\text{-}52)$$

o a

$$C \frac{de}{dt} + Ge + \frac{1}{L} \int e \, dt = I(t) \qquad (8\text{-}53)$$

Es evidente que las Ecs. (8-52) y (8-53) son de forma idéntica a las (8-50) y (8-51) y, para el lector versado en la terminología eléctrica, es obvio que las Ecs. (8-52) y (8-53) describen el funcionamiento de los circuitos de la Fig. 8-27*c* y *d*, respectivamente. Así, estos circuitos resultan ser las *analogías directas* de los sistemas de traslación o de rotación de la Fig. 8-27*a* y *b*.

Los sistemas de la Fig. 8-27*a* y *b* pueden estudiarse por medio de los circuitos de la Fig. 8-27*c* ó *d*, siendo su elección arbitraria y determinada principalmente por la disponibilidad de elementos eléctricos de tamaño adecuado para el circuito. En la Fig. 8-27*c* la variable independiente es $E(t)$, la variable dependiente $I(t)$, análogas a la fuerza $F(t)$, o al par $T(t)$, y a las velocidades v u ω, respectivamente. La inductancia es análoga a la masa, y, así, es llamada algunas veces analogía *fuerza-tensión* o *masa-inductancia*. En la Fig. 8-27*d* la variable independiente es $I(t)$ y la dependiente $E(t)$, análogas a $F(t)$ o $T(t)$ y a v u ω, respectivamente. La capacidad es análoga a la masa, y en esta forma se le denomina a veces analogía *masa-capacidad* o *fuerza-corriente*.

El estudio de $I(t)$ en la Fig. 8-27*c* o de $E(t)$ en la Fig. 8-27*d* por métodos oscilográficos o de otro tipo, cuando los circuitos están excitados por una tensión o una corriente función del tiempo, de forma análoga a la función fuerza mecánica, conduce a resultados que pueden ser interpretados como velocidades, aceleraciones y desplazamientos en el sistema análogo, ya sea mecánico, térmico o de otra clase, en estudio.

Por medio de circuitos electrónicos es relativamente fácil producir ondas sinusoidales, de impulsos, en dientes de sierra, exponenciales decrecientes y otras como funciones del tiempo excitadoras análogas a las funciones mecánicas que puedan presentarse en un sistema real. Así, las fuentes de corriente constante pueden ser simuladas por fuentes de tensión de gran resistencia interna o por pentodos funcionando en una región de corriente anódica constante.

Para aclarar aún más el punto de vista de la analogía directa, la Tabla 13 muestra las magnitudes fundamentales análogas mecánicas y eléctricas. Si se desea, se pueden establecer analogías similares en otros sistemas de energía.

La Tabla 14 muestra cómo se pueden establecer las analogías matemáticas para convertir elementos de sistemas en elementos de circuitos.

A veces puede surgir una dificultad en estos circuitos eléctricos analógicos. Alguna resistencia va siempre asociada con la inductancia y en

los sistemas mecánicos hay siempre algo de rozamiento. Es de notar, sin embargo, que las relaciones entre la masa, o la inercia, y el roza-

TABLA 13. RESUMEN DE MAGNITUDES ANÁLOGAS

Traslación	Rotación	Eléctricas	
		$M — I$	$M — C$
Fuerza f	Par T	E	I
Masa m	Inercia I	L	C
Amortiguamiento k_d	Amortiguamiento k_d	R	G
Velocidad v	Velocidad ω	I	E
Docilidad k_C	Docilidad k_C	$1/C$	$1/L$
Desplazamiento x	Desplazamiento θ	q	$e\,dt$

miento inevitable puede ser mucho mayor en los dispositivos mecánicos que las L/R conseguibles en las inductancias eléctricas. Esto lleva a una dificultad en la simulación y, cuando esta situación resulta limi-

TABLA 14. RELACIONES ANÁLOGAS

Masa a inductancia	$f = m \frac{dv}{dt}$	$e = L \frac{di}{dt}$
	$v = \frac{1}{m} \int f\,dt$	$i = \frac{1}{L} \int e\,dt$
	$W = \frac{mv^2}{2}$	$W = \frac{Li^2}{2}$
Muelle a capacidad	$f = k_C \int v\,dt$	$e = \frac{1}{C} \int i\,dt$
	$v = \frac{1}{k_C} \frac{df}{dt}$	$i = C \frac{de}{dt}$
	$W = \frac{fx}{2} = \frac{f^2}{2k}$	$W = \frac{eq}{2} = \frac{Ce^2}{2}$
Amortiguamiento a resistencia	$f = k_d v$	$e = Ri$
	$v = \frac{f}{k_d}$	$i = \frac{e}{R}$
	$W = \int fv\,dt$	$W = \int ei\,dt$
	$P = fv$	$P = ei$

tadora en la aplicación del método, puede ser aconsejable el empleo de la analogía masa-capacidad, puesto que los condensadores tienen mucho menores pérdidas internas que las bobinas.

La analogía directa encuentra su mayor aplicación en los estudios de proyecto, en los que los parámetros de masa, docilidad o amortiguamiento pueden representarse directamente por componentes L, C o R y estudiarse rápidamente los efectos de un amplio margen de valores de los parámetros. La semejanza en la estructura del sistema físico y su análogo eléctrico es a menudo de gran ayuda en el uso del método, por lo que al trabajador experimentado en este campo le es posible prescindir corrientemente de la necesidad de escribir previamente las ecuaciones del sistema en los casos sencillos.

8-16. Factores de escala. Puede emplearse cualquier sistema de unidades congruentes dentro de si mismo en las formas análogas correspondientes. Así, en un sistema mecánico pueden usarse las unidades libra-pie-segundo o metro-kilogramo-segundo (MKS), mientras que en el sistema eléctrico se elegirán probablemente las unidades MKS, puesto que son las más generalmente empleadas en este campo. En la práctica, 1 g masa puede ser análogo a 1 H, o 1 lb masa puede tomarse como análoga de 1 mH, si todos los demás elementos se eligen adecuadamente.

Deben elegirse convenientemente unos factores de escala que relacionen o ajustarse los valores respectivos de los elementos eléctricos. En los sistemas mecánicos hay normalmente tres dimensiones: masa M, longitud L y tiempo T, que se eligen arbitrariamente como básicos o fundamentales. Así, pueden elegirse, como más convenga, tres factores de escala, de los cuales deducir todos los demás.

Por ejemplo, la analogía masa-inductancia puede ser ajustada estableciendo tres factores S_1, S_2 y S_3 que conduzcan a tamaños razonables en los elementos eléctricos. Así *

$$\mathfrak{L} \doteq S_1 M \qquad Q \doteq S_2 L \qquad t \doteq S_3 T$$

donde $\mathfrak{L}$, Q y t son inductancia, carga y tiempo en el sistema eléctrico, y M, L y T son las dimensiones del sistema mecánico análogo. Empleando las relaciones dimensionales usuales, se pueden obtener los otros factores de escala análogos.

Como ejemplo, en muchos casos no será conveniente elegir S_2 directamente, debido a que ordinariamente no trabajamos con la carga. Sin embargo, si se toma la corriente dimensionalmente como Q/t y su análoga la velocidad como L/T, se tiene

$$1 \text{ unidad de corriente} = \frac{Q}{t} \doteq \frac{S_2 L}{S_3 T} = \frac{S_2}{S_3} \times 1 \text{ unidad de velocidad}$$

El factor S_3 puede elegirse arbitrariamente para proporcionar una relación conveniente con el tiempo y emplear la expresión anterior para determinar S_2 y obtener un valor apropiado de la corriente en la analogía.

(*) El símbolo $\mathfrak{L}$ se empleará para referirnos aquí a la inductancia, para evitar la confusión con la longitud que representamos por L. Además, el símbolo $\doteq$ se usará con el significado de «análogo a».

El factor de escala para la tensión puede deducirse de la relación $e = \mathcal{L}di/dt$, dando

$$1 \text{ unidad de tensión} = \mathcal{L}\frac{Q}{t^2} \doteq \frac{S_1MS_2L}{(S_3T)^2} = \frac{S_1S_2}{S_3^2} \times 1 \text{ unidad de fuerza}$$

ya que la fuerza tiene las dimensiones MLT^{-2}. En la Tabla 15 se dan otras relaciones usuales.

TABLA 15. FACTORES DE ESCALA DERIVADOS PARA SISTEMAS MECÁNICOS

Corriente	$= S_2S_3^{-1} \times$ velocidad
Tensión	$\doteq S_1S_2S_3^{-1} \times$ fuerza
Resistencia	$\doteq S_1S_3^{-1} \times$ amortiguamiento (fuerza/velocidad)
Capacidad	$\doteq S_1^{-1}S_3^2 \times$ docilidad (desplazamiento/fuerza)
Potencia	$\doteq S_1S_2^2S_3^{-3} \times$ potencia mecánica

8-17. Calculadores analógicos funcionales u operacionales. La analogía operacional (analizador diferencial) emplea circuitos eléctricos para realizar las operaciones matemáticas exigidas por las ecuaciones integrodiferenciales del sistema dinámico. Los amplificadores operacionales de la forma descrita previamente en este capítulo se usan, en la forma indicada en la Fig. 8-28, para:

1. Sumar dos o más variables.
2. Multiplicar una variable por una constante.
3. Integrar una variable respecto al tiempo.
4. Hallar la derivada respecto al tiempo de una variable.

Los aparatos que realizan estas operaciones se conectan por medio de cables y enchufes en el orden exigido para cada caso particular. En la forma *lenta* de calculador, el proceso de obtención de la solución puede invertir varios minutos para permitir el funcionamiento de los servomecanismo y la solución aparece como una curva trazada sobre una hoja situada en un tablero de trazado. En el calculador *rápido* o repetitivo, la escala de tiempos es más rápida y la función de entrada y las condiciones iniciales se aplican de 30 a 60 veces por segundo, apareciendo la salida como la traza de un oscilógrafo de rayos catódicos.

Estos dos tipos difieren mucho en exactitud puesto que en la presentación de un osciloscopio la precisión es del 5 al 10 por 100 solamente, a menos que se calibre en el momento de usarlo. Es costumbre dibujar los ejes coordenados para el gráfico del calculador lento directamente con la salida del calculador, eliminando así los errores de calibración que puedan existir.

La operación de derivar se evita corrientemente por medio de manipulaciones previas de las ecuaciones, puesto que cualquier zumbido o ruido presente ve su importancia ampliada según un factor de la frecuencia angular. La integración no queda influida del mismo modo, ya que el ruido queda reducido según ω.

Para ilustrar solamente el fundamento del funcionamiento, consideremos la ecuación diferencial de segundo orden típica

$$A\ddot{x} + B\dot{x} + Cx + D = f(t) \tag{8-54}$$

Dividiendo por A e igualando el término de orden superior a los restantes, se tiene

$$\ddot{x} = -\frac{B}{A}\dot{x} - \frac{C}{A}x - \frac{D}{A} + \frac{1}{A}f(t) \qquad (8\text{-}55)$$

Esta ecuación indica que la segunda derivada de x es igual a la suma de las otras funciones de x más el término $f(t)/A$. Supongamos que se dis-

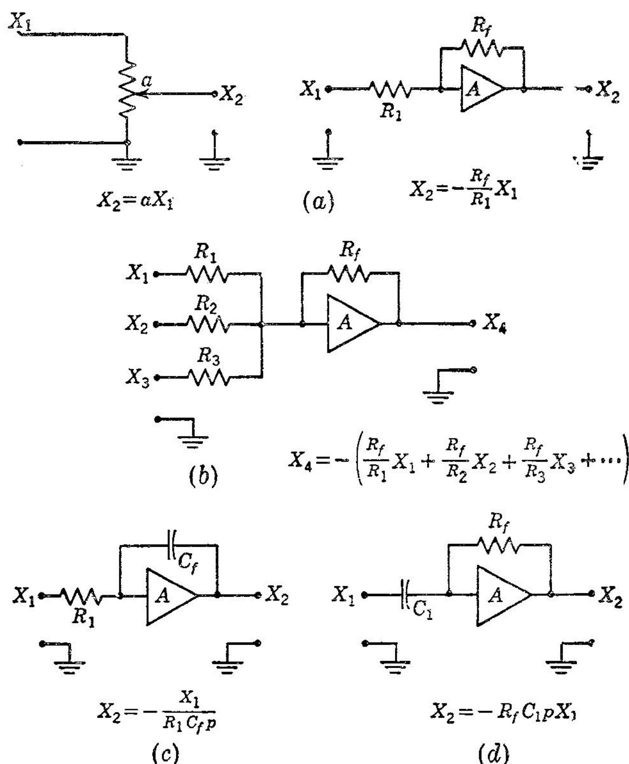


FIG. 8-28. Métodos de empleo del amplificador operacional para cálculo.

pone un amplificador sumador con cuatro entradas, como en la Fig. 8-29. La salida de este amplificador debe ser igual, por la Ec. (8-55), a $\ddot{x}$ (en realidad $-\ddot{x}$, a causa del cambio de signo introducido por el amplificador). Se puede obtener, entonces, la solución de x por dos integraciones sucesivas de $\ddot{x}$. Al mismo tiempo, las entradas proporcionales a $\dot{x}$ y a x pueden obtenerse por medio de otros amplificadores, como en la figura 8-30. Se puede obtener así una solución para x que, si se trata de un amplificador repetitivo, aparecerá como una traza en la pantalla de un tubo de rayos catódicos. En un calculador lento, la tensión de salida

(respecto a masa) obtenida en el terminal $-x$ puede usarse para accionar un registrador que la recoja como función del tiempo.

Los interruptores S_1 y S_2, que pueden ser accionados por relé en el momento en que la escala de tiempos del calculador es cero, darán a los condensadores de integración los valores deseados representativos de las condiciones iniciales y dispararán también el generador de la función $f(t)$. Para un calculador repetitivo, o rápido, estos relés deben ser activados cada vez que $t = 0$ en la función $f(t)$. Esto requiere que la solución completa transitoria del problema esté graduada en tiempo, de tal forma que el régimen transitorio se extinga en un tiempo algo menor que el de período. Son útiles a este respecto frecuentemente las pantallas de gran persistencia de los tubos de rayos catódicos.

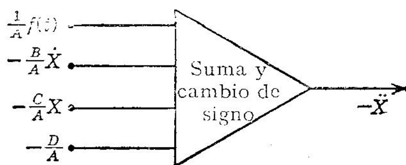


FIG. 8-29. Obtención de x en el calculador analógico.

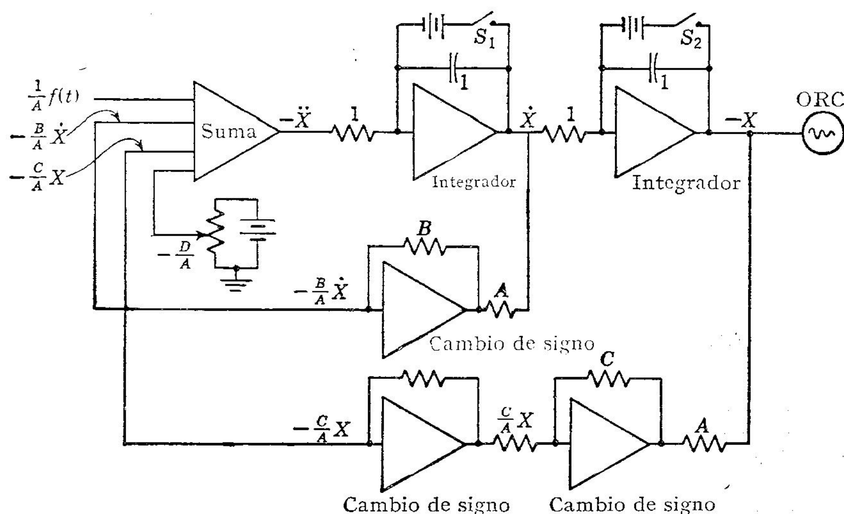


FIG. 8-30. Resolución de la Ec. (8-54).

La preparación del calculador puede sistematizarse en la forma siguiente:

1. Escribir las ecuaciones diferenciales del sistema.
2. Despejar la derivada de orden superior en cada ecuación.
3. Formar el diagrama de bloques para cada ecuación.
   a. Obtener por integración términos de orden inferior.
   b. Generar los coeficientes de los términos de orden inferior que se necesiten, empleando los aparatos de que se dispone.
   c. Usando amplificadores sumadores, sumar los términos de orden inferior después de multiplicarlos por sus coeficientes.

Ejemplo. Un cuerpo de masa m cae por gravedad a través de un líquido viscoso. Proyectar un circuito calculador para dibujar la curva de desplazamientos y y la de velocidades $\dot{y}$ en función del tiempo, con un desplazamiento inicial = 50 pies hacia arriba y una velocidad inicial = 95 pies/segundo hacia arriba.

Al preparar el empleo de la ecuación de Lagrange, las energías pueden escribirse como

$$T = m\dot{y}^2/2 \qquad V = mgy \qquad D = k_d\dot{y}^2$$

La aplicación de la ecuación de Lagrange nos lleva a la ecuación del movimiento

$$m\ddot{y} + mg + k_d\dot{y} = 0$$

Despejando $\ddot{y}$ queda

$$\ddot{y} = -g - \frac{k_d}{m}\dot{y} \tag{8-56}$$

Las condiciones iniciales exigen que se apliquen tensiones a los condensadores de los amplificadores integradores a $t = 0$, por medio de los relés. Estas tensiones se

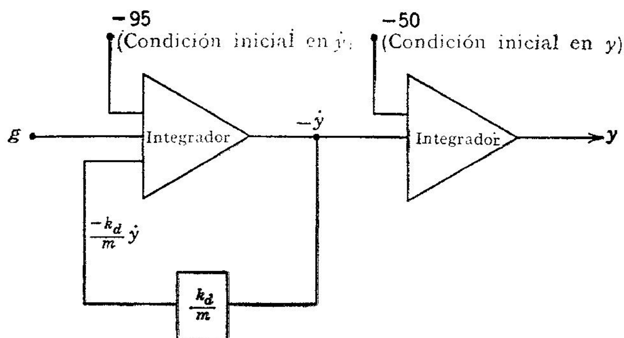


FIG. 8-31. Montaje de un calculador para resolver la Ec. (8-56).

ajustan manualmente mediante potenciómetros para hacer que las salidas de los integradores sean de los valores iniciales deseados en ausencia de las demás entradas. El circuito de la Fig. 8-31 realizará así la operación matemática deseada.

8-18. Generadores de funciones. Puesto que los calculadores analógicos se emplean para simular y resolver una gran variedad de problemas dinámicos, es preciso ser capaces de generar muchas clases de ondas de tensión excitadoras, ya sea como funciones del tiempo o de otras variables.

Los potenciómetros progresivos (no lineales), de arrollamiento circular, como en la Fig. 8-32, pueden ser mandados por un motor de velocidad constante si se desea una función del tiempo $e_o = f(t)$, o por un servomotor controlado por otra variable y si $e_o = f(y)$ es la salida deseada. El método queda limitado a funciones monotónicas (continuamente crecientes o decrecientes) para las cuales puede fabricarse un arrollamiento con la variación apropiada. El seno y el coseno son ejemplos de esto.

Se debe tener en cuenta el efecto de una carga de corriente sobre los terminales de salida de un potenciómetro progresivo. Si el efecto de la carga es apreciable, la salida puede desviarse de la función deseada de la posición del árbol. De hecho, un potenciómetro lineal puede ser cargado deliberadamente, como en la Fig. 8-32*b*, para conseguir una gran variedad de funciones no lineales que relacionen el ángulo de giro ϕ y la salida e_o. Por ejemplo, suponiendo que la carga exterior sobre e_o es cero, la salida, en función del ángulo ϕ (Fig. 8-32*b*) es

$$e_o = E \frac{1 - \phi}{1 - \phi^2 R/(\phi R + y)}$$

donde ϕ está medido a partir de la posición para la que $e_o = E$. Para salida lineal sin carga es $e_o = E(1 - \phi)$.

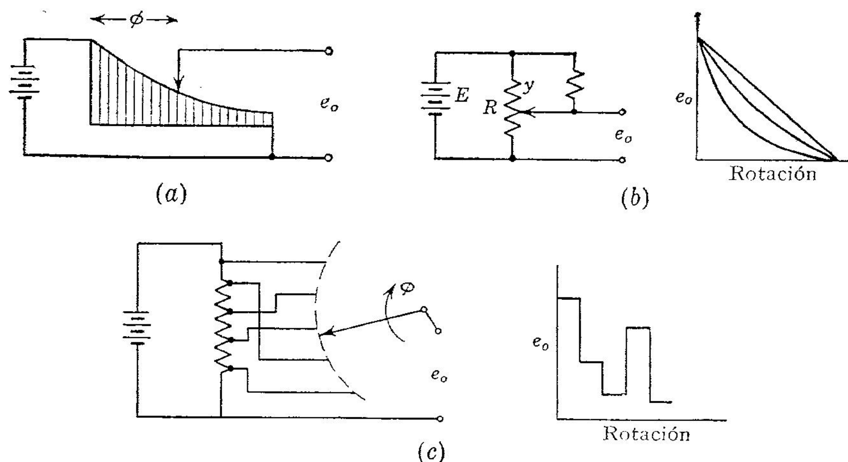


FIG. 8-32. Generación de funciones por medio de potenciómetros.

Se dispone de seguidores de curvas con célula fotoeléctrica que hacen girar un potenciómetro, o producen una tensión de salida, proporcionalmente a la ordenada de una curva trazada en un gráfico. La salida puede ser también función del tiempo si las coordenadas se mueven en régimen lineal, o función de alguna otra variable y, si las coordenadas se mueven por un servomotor en proporción a la variable y.

Mientras todos los dispositivos anteriores son lentos y sólo adecuados para calculadores de pequeña velocidad que dan salidas gráficas, la precisión es muy grande, a menudo menor del 1 por 100.

Los primeros tipos de calculadores usaban interruptores giratorios para conectar tensiones procedentes de diversas tomas de un potenciómetro resistivo, como en la Fig. 8-32*c*. Esto da una aproximación escalonada a la función del tiempo deseada, que puede hacerse tan

próxima como se desee aumentando el número de tomas y de segmentos de conmutación. Pueden emplearse otros perfeccionamientos mecánicos si se desea una variación lineal entre las tomas.

El interruptor giratorio es el único de los dispositivos anteriormente descritos adecuado para el calculador analógico repetitivo o de gran velocidad. Otros dos sistemas electrónicos, el *fotoformador* y el *monoformador*, se han empleado para generar e_0 como función del tiempo o de otra variable y. La Fig. 8-33 muestra el diagrama de bloques del fotoformador. La tensión de entrada e_i conduce el haz de rayos catódicos en dirección horizontal. Al mismo tiempo, la polarización posicionadora aplicada al amplificador de continua tiende a desviar el haz hacia arriba, de forma que incida en la pantalla por encima de la máscara. Sin embargo, tan pronto como sobrepasa el borde de la máscara, la

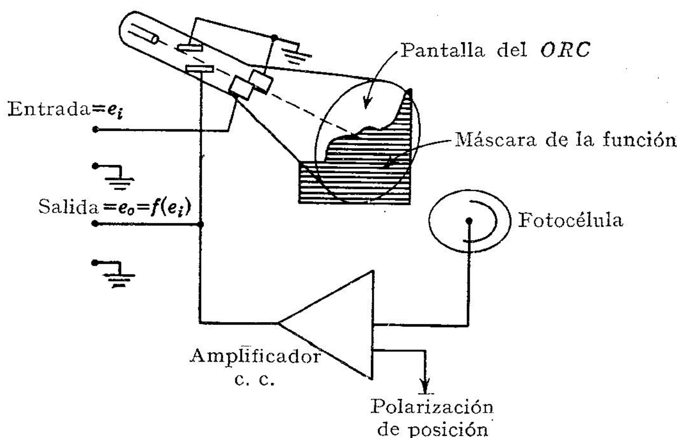


FIG. 8-33. Fotoformador para generar funciones no lineales.

iluminación que produce sobre la fotocélula desarrolla una entrada adicional en el amplificador de continua de polaridad tal que desvía el haz hacia abajo. Se alcanza el equilibrio cuando el haz sigue exactamente el borde superior de la máscara.

Así, se proporciona una realimentación óptica no lineal para el amplificador de continua en el circuito de deflexión vertical del tubo de rayos catódicos, estando constituido el camino de la realimentación por el haz de rayos catódicos, la máscara no lineal y la fotocélula. Puesto que la salida de un amplificador con realimentación es altamente dependiente de las características de realimentación si la ganancia es grande, la salida e_0 depende, o es función, de la forma de la máscara.

Puede verse también que, al ser desviado el haz horizontalmente por la entrada e_i, la salida e_0, necesaria para mantener al haz en el borde de la máscara, está obligada a variar en función de e_i, cuya función viene determinada por la forma del borde de la máscara. Normalmente,

lo mejor es determinar la forma exacta de la máscara experimentalmente, ya que las variaciones en la sensibilidad del tubo de rayos catódicos y en la paralaje producida por el tamaño de la fotocélula y su situación hacen difíciles los cálculos. Puede obtenerse una precisión del 1 al 2 por 100, si la máscara está junto a la superficie del tubo y la intensidad del haz se mantiene lo bastante baja para evitar el ensanchamiento del punto luminoso. La rapidez de la respuesta no es un factor limitador con los amplificadores usuales en los oscilógrafos y tubos con pantallas de poca persistencia, aunque puede esperarse cierta dificultad en obtener una buena reproducción de escalones o discontinuidades en la máscara.

El monoformador sitúa la máscara dentro del tubo reduciendo el error de paralaje. En lugar de una pantalla fluorescente, el tubo de rayos catódicos tiene en su extremo una máscara hecha de un material con poco poder emisor de electrones secundarios tal como el grafito, siendo el resto de la pantalla (la zona no enmascarada) de un buen emisor de electrones secundarios, como el aluminio. Se coloca un electrodo colector para recoger los electrones secundarios. Con el amplificador de continua polarizado como en el fotoformador, cuando el haz sube por encima de la máscara, el flujo de electrones secundarios al colector introduce en el amplificador una entrada de tal polaridad que hace descender al haz. El equilibrio se alcanza de nuevo cuando el haz se halla en el borde de la zona enmascarada.

La desventaja consiguiente a la dificultad y carestía del cambio de la máscara queda compensada por la falta de paralaje y la mayor precisión. Se deben tener distintos tubos para las diferentes funciones previstas.

8-19. Elementos de circuitos no lineales. Aunque los diodos y triodos de vacío, los diodos de cristal y algunos materiales como *thyrite* dan características no lineales corriente-tensión, la estabilidad y reproductibilidad no es muy buena. La composición de características no lineales por adición de segmentos rectilíneos es más precisa y estable, y tal proceso es posible con un número razonable de diodos de cristal empleados sólo como interruptores. El proceso se ilustra en la Figura 8-34 donde se utilizan tres segmentos rectilíneos para obtener una aproximación a una curva corriente-tensión. Las conductancias requeridas para cada segmento son

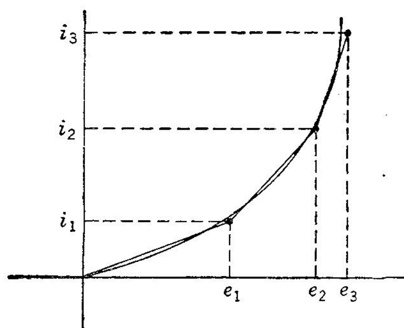
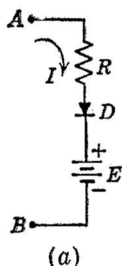


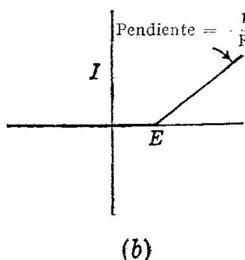
FIG. 8-34. Aproximación a una curva por medio de tres segmentos rectilíneos.

$$g_1 = \frac{i_1}{e_1} \qquad g_2 = \frac{i_2 - i_1}{e_2 - e_1} \qquad g_3 = \frac{i_3 - i_2}{e_3 - e_2}$$

si se dispone de los interruptores apropiados en o, e_1 y e_2 para introducir las adecuadas conductancias en el circuito.

Los diodos de cristal se prestan bien para funcionar como los interruptores necesarios. Puesto que son inherentemente rectificadores, el diodo representa un circuito abierto cuando el cátodo es más positivo que el ánodo, mientras que cuando éste es más positivo que aquél, el diodo tiene una resistencia interna que está en el margen de algunos ohmios a cientos de ohmios. El diodo es, pues, un interruptor accionado por tensión en un circuito como el de la Fig. 8-35*a*. La curva corriente-tensión es la de la Fig. 8-35*b*, que muestra que cuando la tensión aplicada hace al terminal A más de E voltios positivo, el circuito se comporta como una resistencia R o una conductancia $1/R$ ($R \gg r_b$ del diodo). Modificando el circuito como muestra la Fig. 8-35*c*, se obtiene un ajuste rápido de la tensión de conmutación en el sentido positivo o negativo y de la resistencia que aparece en el circuito.





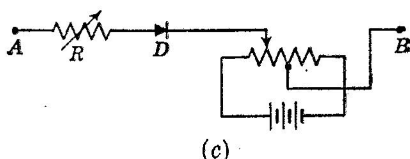


FIG. 8-35. Elementos simples (con diodo) de circuitos no lineales.

Combinando un cierto número de tales circuitos es posible generar elementos de circuitos no lineales con casi cualquier deseada relación entre las tensiones de entrada y salida. Una de estas combinaciones se muestra en la Fig. 8-36*a* junto a la curva corriente-tensión resultante que corresponde a una resistencia no lineal decreciente con la tensión aplicada E. El aumento de la resistencia con la tensión se obtiene por la combinación de la Fig. 8-36*b*. Empleando de este modo segmentos rectilíneos, es posible obtener aproximaciones de muchas funciones matemáticas. Por ejemplo, una curva de $E = KI^2$ puede representarse, con una precisión del 1 por 100, con cinco segmentos rectilíneos. Debido al hecho de que el diodo cambia desde circuito abierto a baja resistencia en un margen pequeño de tensión, se introduce alguna curvatura en cada intersección, lo que mejora su ajuste a la curva deseada. Por este medio se ha proyectado un instrumento electrónico para medir valores eficaces de las magnitudes de entrada.

Estas combinaciones pueden usarse también en los lazos de realimentación de amplificadores operacionales obteniéndose otras propiedades interesantes.

8-20. Circuitos limitadores. En el estudio de algunos sistemas, particularmente en aquellos que se emplean en el control automático, es necesario introducir en la solución del calculador la idea de la limitación o sobrecarga. Esto puede ocurrir en un sistema de control si

una válvula alcanza el límite de su recorrido y no puede admitir mayor caudal a pesar del aumento de demanda por parte de su accionador.

Esta acción limitadora se obtiene fácilmente simplificando los circuitos no lineales con diodos de la sección precedente, quedando reducidos a dos solamente los diodos, como en la Fig. 8-37*a*, que es también el cortador del capítulo 9. En esta aplicación se supone que $R \gg r_b$ de

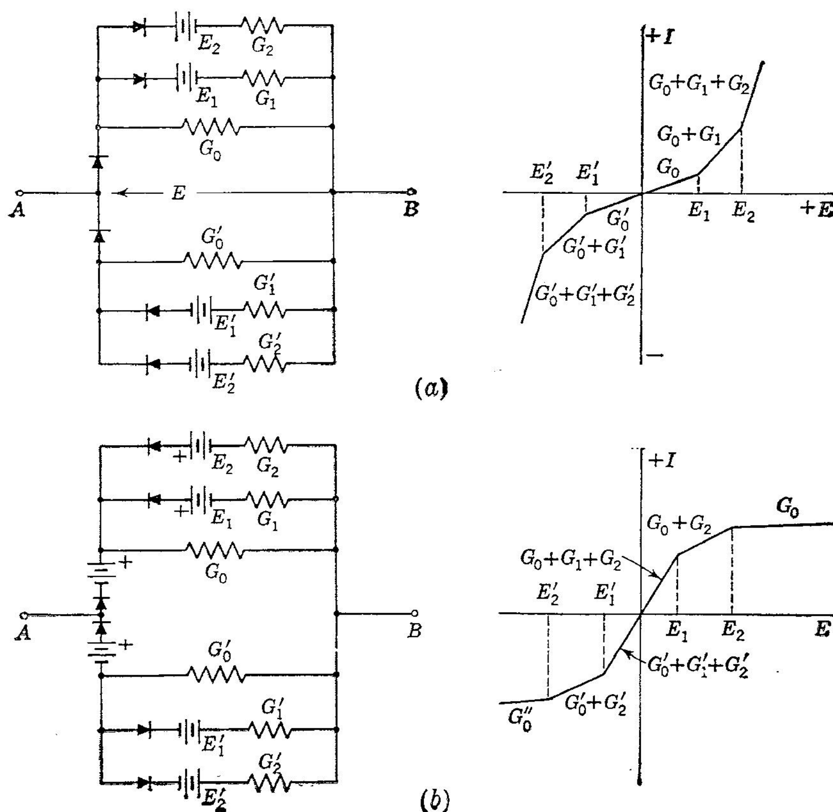


FIG. 8-36. Resistencias no lineales formadas por conmutación de diodos.

los diodos. La tensión de polarización debe obtenerse de una fuente de pequeña resistencia interna; en caso contrario, la porción plana de limitación de la característica de salida sería algo curva. Las tensiones E_1 y E_2 deben ser regulables para poder seleccionar el valor límite.

8-21. Circuitos y sistemas multiplicadores. Es fácil multiplicar una variable por una constante de valor menor que la unidad empleando el potenciómetro de la Fig. 8-38*a* o por medio del amplificador operacional. La multiplicación de una variable e_1 por una segunda variable e_2 es más difícil.

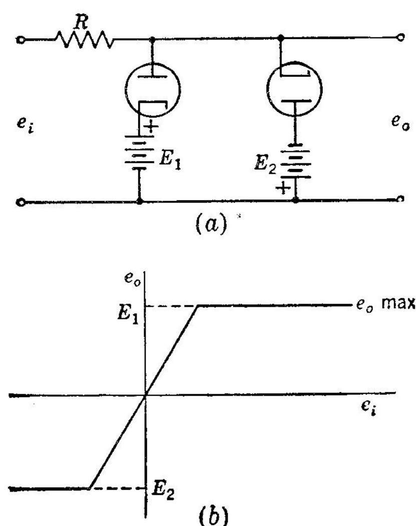
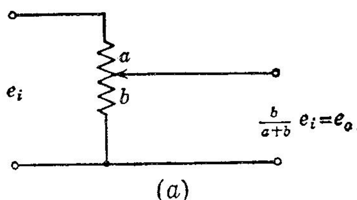


FIG. 8-37. Circuito limitador y curva característica.

En el calculador de tipo lento esta operación se realiza corrientemente por medio de un potenciómetro P_1 con una tensión aplicada proporcional a e_1 y con la toma situada por un servomotor proporcionalmente a e_2, como se indica más adelante. Un segundo potenciómetro P_2 montado sobre el mismo eje que P_1 tiene aplicada una tensión E fija y constante. Un amplificador compara la segunda tensión e_2 y la tensión tomada en P_2 y acciona el motor para ajustar P_2 de modo que la diferencia de tensiones a la entrada del amplificador sea cero. Puesto que P_1 y P_2 están sobre el mismo eje, la toma en P_1 queda ajustada de acuerdo con e_2 y su tensión total es e_1. Así, la tensión en la toma de P_1 será proporcional a e_1 por e_2. Como vemos, el multiplicador tiene márgenes entre $+e_2$ y $-e_2$. Tales dispositivos son muy exactos, pero de rapidez de respuesta limitada a la del servomecanismo, normalmente por debajo de los 2 ciclos.



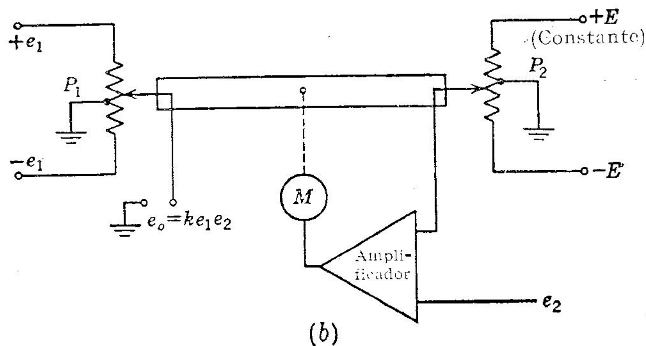


FIG. 8-38. (a) Multiplicación de una variable por una constante. (b) Multiplicación de dos variables.

El problema de un multiplicador para el calculador repetitivo de gran velocidad aún no ha sido resuelto completamente. El tubo de vacío multirrejilla (el 6L7, por ejemplo) de la Fig. 8-39*a* tendrá una salida proporcional al producto de e_1 por e_2 dentro de un margen limitado de entradas, pero depende de la selección y mantenimiento de ciertas características del tubo.

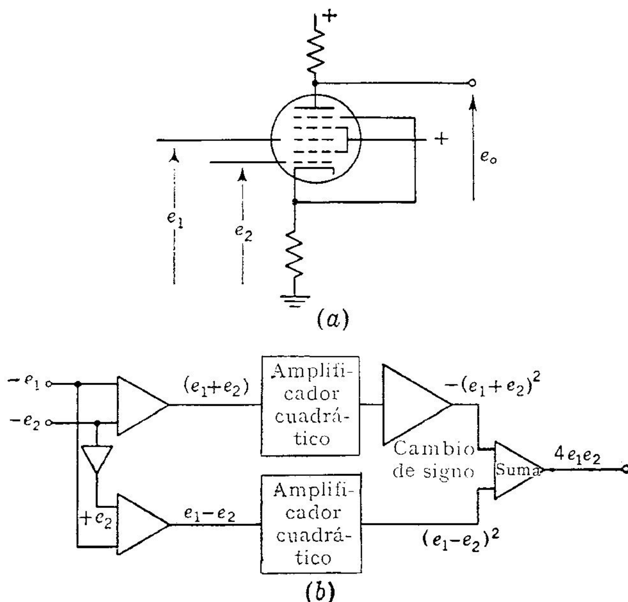


FIG. 8-39. Formas electrónicas de multiplicadores.

Es posible elegir tubos que tengan características de transferencia de rejilla que muestren forma cuadrática pronunciada en márgenes limitados; esto es

$$i_b = Ae_c^2$$

con un grado de aproximación razonable. El uso de tales tubos en el circuito de la Fig. 8-39*b* como elementos cuadráticos da una salida

$$e_1e_2 = \frac{(e_1 + e_2)^2}{4} - \frac{(e_1 - e_2)^2}{4} \tag{8-57}$$

que, por obvias razones, se denomina multiplicador *cuarto-cuadrático*.

Mientras que es adecuado para multiplicación analógica por su velocidad, su precisión depende del mantenimiento de las formas críticas de las características de transferencia de varios tubos, y esto no puede conseguirse por encima de un cierto límite.

Otro método completamente electrónico se basa en el principio de la modulación de amplitud, como en la Fig. 8-40. Apliquemos una tensión e_1 que varíe lentamente y una tensión alterna portadora $e_2 = E_2$ sen ωt a una pareja de tubos cuyas características de transferencia de rejilla sean cuadráticas, dadas por

$$i_b = ae_c^2$$

En el tubo T_1 la corriente de placa será debida a la tensión de entrada $e_1 + E_2$ sen ωt, de modo que

$$\begin{aligned} i_1 &= a(e_1 + E_2 \operatorname{sen} \omega t)^2 \\ &= ae_1^2 + 2ae_1E_2 \operatorname{sen} \omega t + aE_2^2 \operatorname{sen}^2 \omega t \end{aligned}$$

y en el tubo T_2

$$\begin{aligned} i_2 &= a(e_1 - E_2 \operatorname{sen} \omega t)^2 \\ &= ae_1^2 - 2ae_1E_2 \operatorname{sen} \omega t + aE_2^2 \operatorname{sen}^2 \omega t \end{aligned}$$

La tensión de salida e_o está dada por

$$\begin{aligned} e_o &= (i_1 - i_2)R \\ &= 4ae_1E_2 \operatorname{sen} \omega t \end{aligned}$$

Esto contiene el producto deseado. Puede rectificarse a continua para su reintroducción en el calculador. La frecuencia portadora puede conseguirse inicialmente por medio de un vibrador y debe ser grande con respecto a la mayor de las frecuencias presentes en e_1. Puesto que la salida es proporcional a a, la precisión depende de las características del tubo y no es probable que sea mejor del 5 al 10 por 100.

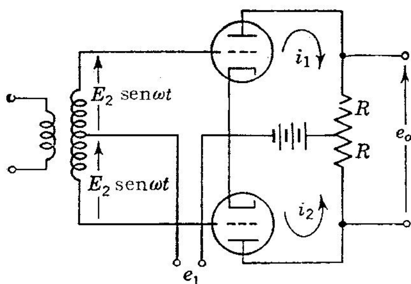


FIG. 8-40. Multiplicador modulador equilibrado.

El fotoformador y el monoformador pueden emplearse como multiplicadores usando máscaras logarítmicas y antilogarítmicas, de acuerdo con el circuito de la Fig. 8-41. La división puede llevarse a cabo con parecida facilidad. La operación queda restringida a valores positivos de e_1 y e_2, ya que los logaritmos de números negativos no están definidos.

Otros varios sistemas multiplicadores están basados en el principio de obtener periódicamente muestras de e_1, siendo la anchura de los impulsos de muestra función lineal de la otra variable e_2. Así, la amplitud del impulso de muestra es proporcional a e_1 en un momento determinado, la anchura del impulso es proporcional a e_2 en ese instante y el área (o el valor medio) del impulso es, por consiguiente,

proporcional al producto e_1e_2, como se desea. La única exigencia que debe satisfacer la frecuencia de muestreo es la de que sea alta respecto a la más alta de las frecuencias de entrada. Con frecuencias de muestreo del orden de 40 a 50 Kc, esta condición se cumple en la mayoría de las aplicaciones.

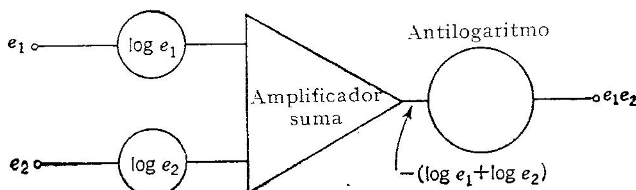


FIG. 8-41. Empleo de tres fotoformadores con máscara logarítmica para conseguir multiplicación.

La salida es el valor promedio de los impulsos y es posible proyectar multiplicadores para operación en los cuatro cuadrantes, o sea para valores de e_1 y e_2 entre límites positivos y negativos y para entradas de — 100 a + 100 voltios.

PROBLEMAS

8-1. En la Fig. 8-1, especificar las tensiones de las baterías y las resistencias, si los tubos tienen $\mu = 70$, $r_p = 40.000\ \Omega$ y han de funcionar a $E_b = 100$ V y $E_c = -2$ V. La ganancia total ha de ser 2.250, con ganancia del primer paso igual al 150 % de la del segundo e $I_{b1} = 1{,}25$ mA e $I_{b2} = 1{,}50$ mA.

8-2. En la Fig. 8-6, $T_1 = T_2$ y $\mu = 70$, $r_p = 45.000\ \Omega$, $T_3 = T_4$ y $\mu = 20$, $r_p = 7.700\ \Omega$. Calcular la ganancia total con el control de ajuste del cero en 2.000 Ω.

8-3. El circuito de la Fig. 8-2 se va a proyectar de nuevo. Los tubos son sendas secciones de un 6SN7 y han de funcionar a

$$E_{b1} = 200 \text{ V} \qquad E_{c1} = -4 \text{ V}$$
$$E_{b2} = 250 \text{ V} \qquad E_{c2} = -6 \text{ V}$$

Si $R_1 = 25.000\ \Omega$, $R_2 = 15.000\ \Omega$ y la batería ha de suministrar una corriente total de 20 mA, hallar la corriente en el drenaje y la tensión necesaria en la fuente de alimentación y especificar las tensiones en todas las tomas del drenaje y en las rejillas.

8-4. En la Fig. 8-8, el instrumento de medida M tiene una resistencia de 1.500 Ω. Si $R_a = 15.000\ \Omega$, $R_k = 1.000\ \Omega$, $\mu = 20$, $r_p = 7.700\ \Omega$ y el circuito está equilibrado para $e_i = 0$, hallar la corriente que atraviesa el instrumento por voltio de entrada.

8-5. Probar que la Ec. (8-17) es correcta para la ganancia del compensador Miller de deriva debida al cátodo.

8-6. Deducir una expresión para la ganancia del amplificador de continua de la Fig. 8-42, donde e_1 es la entrada de rejilla a rejilla y los tubos son idénticos.

8-7. Demostrar que la Ec. (8-24) es correcta para el amplificador en puente equilibrado funcionando con toma central a masa en la fuente de alimentación y con R_L grande.

8-8. Demostrar que el circuito de la Fig. 8-43*a* restará, es decir, que $e_o = k(e_1 - e_2)$.

8-9. Demostrar que el circuito de la Fig. 8-43*b* sumará, es decir, que $e_o = K(e_1 + e_2 + e_3)$.

8-10. Para cada circuito operacional de la Fig. 8-44, determinar la relación entre e_o y e_i en función del operador p.

8-11. Probar, por medio de la ecuación de Lagrange, que la Ec. (8-50) es correcta para el sistema de la Fig. 8-27*a*.

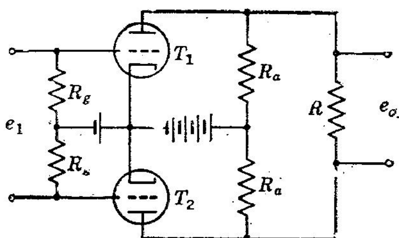
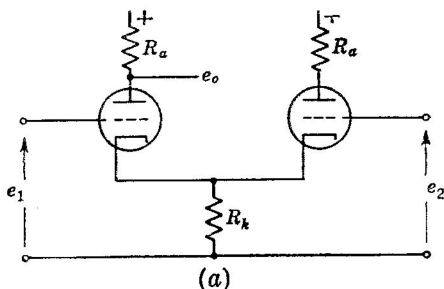
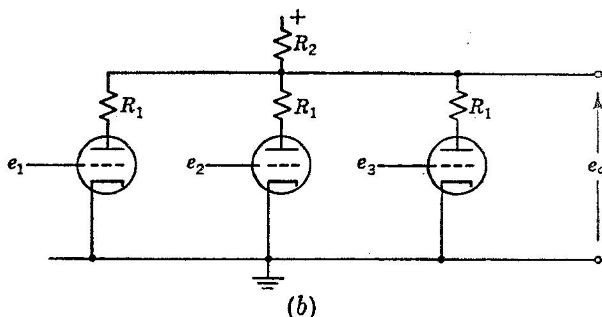


FIG. 8-42

8-12. Empleando la ecuación de Lagrange, obtener la ecuación del movimiento de un péndulo, suponiendo toda la masa concentrada en el disco y con pequeño ángulo de oscilación.



(*a*)



(*b*)

FIG. 8-43

8-13. (*a*) Dibujar un diagrama de bloques para un calculador analógico funcional para determinar y, por la ecuación

$$\ddot{y} - f(t) = 0$$

(*b*) Si $f(t)$ es una función escalón [$f(t) = 0$, para $t < 0$; $f(t) = 1$, para $t > 0$], dibujar y e $\dot{y}$ en función del tiempo.

8-14. Indicar, por medio de un diagrama de bloques, cómo puede hacerse un amplificador operacional para que integre la suma de tres variables.

8-15. Establecer un diagrama de bloques para una solución de la ecuación

$$\ddot{y} + a\dot{y} + y = 0 \qquad \text{para } 0 < a < 1$$

8-16. Dibujar un circuito eléctrico para resolver por analogía directa la ecuación del Prob. 8-15 e indicar las variables análogas.

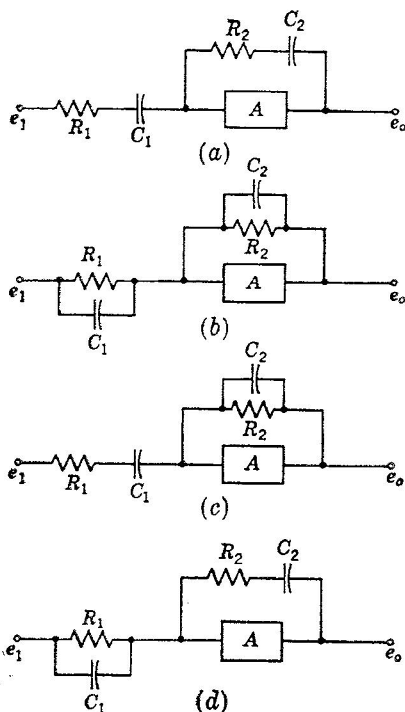
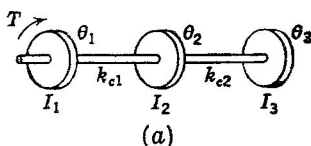


Fig. 8-44



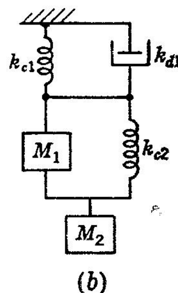


Fig. 8-45

8-17. Proyectar un circuito eléctrico para el sistema mecánico de la Fig. 8-45*a*, indicando las magnitudes análogas. ¿Para qué condiciones mecánicas será $\dot{\theta}_2$ máxima?

8-18. Por las ecuaciones de Lagrange, establecer las ecuaciones del movimiento de I_3 de la Fig. 8-45*a*.

8-19. Establecer el circuito de analogía directa para el sistema mecánico de la Fig. 8-45*b*.

BIBLIOGRAFIA

1. Loftin, E. H., y S. Y. White: Cascaded Direct-coupled Tube Systems Operated from Alternating Current, *Proc. IRE*, **18** : 669 (1930).
2. Valley, G. E., Jr., y H. Wallman: «Vacuum Tube Amplifiers», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.
3. Miller, S. E.: Sensitive D-C Amplifier with A-C Operation, *Electronics*, **14** : 27 (Noviembre 1941).
4. Yu, Y. P.: Cathode-follower Coupling, *Electronics*, **19** : 99 (1946).

5. Rittenhouse, J. W.: Cathode Drift Compensation in D-C Amplifiers, *Elec. Eng.*, **72** : 299 (1953).
6. Artzt, M.: Survey of D-C Amplifiers, *Electronics*, **18** : 112 (Agosto 1945).
7. Korn, G. A., y T. M. Korn: «Electronic Analog Computers», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1952.
8. Williams, A. J., R. E. Tarpley, y W. R. Clark: D-C Amplifier Stabilized for Zero and Gain, *Trans. AIEE*, **67** : 47 (1948).
9. Goldberg, E. A.: Stabilization of D-C Amplifiers, *RCA Rev.*, **11** : 296 (1950).
10. Dubridge, L. A.: The Amplification of Small Direct Currents, *Phys. Rev.*, **37** : 392 (1931).
11. Collins, D. L.: Electrometer Tubes, *Instruments*, **26** : 1708 (1953).
12. Victoreen, J. A.: Electrometer Tubes for the Measurement of Small Currents, *Proc. IRE*, **37** : 432 (1949).
13. Ragazzini, J. R., R. H. Randall, and F. A. Russell: Analysis of Problems in Dinamics by Electronic Circuits, *Proc. IRE*, **35** : 444 (1947).
14. Chance, F. B., D. Sayre, V. Hughes, E. F. MacNichol, Jr., y F. C. Williams: «Waveforms», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1949.
15. Ginzton, E. L.: D-C Amplifier Techniques, *Electronics*, **17** : 98 (Marzo 1944).
16. Bush, V.: The Differential Analyzer, A New Machine for Solving Differential Equations, *J. Franklin Inst.*, **212** : 447 (1931).
17. Harder, E. L., y G. D. McCann: A Large-scale General Purpose Electric Analog Computer, *Trans. AIEE*, **67** : 664 (1948).
18. Sunstein, D. E.: Photoelectric Wave Form Generator, *Electronics*, **22** : 100 (1949).
19. MacNee, A. B.: An Electronic Differential Analyzer, *Proc. IRE*, **37** : 1315 (1949).
20. Soroka, W. W.: «Analog Methods in Computation and Simulation», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1954.
21. Korn, G. A.: Design and Construction of Universal Function Generating Potentiometers, *Rev. Sci. Instr.*, **21** : 77 (1950).
22. Murphy, Glenn: «Similitude in Engineering», The Ronald Press Company, New York, 1950.

CAPÍTULO 9

CIRCUITOS DE CONMUTACION; CALCULO DIGITAL

En los capítulos precedentes se ha estudiado y hecho resaltar la capacidad del tubo de vacío para amplificar fielmente una tensión de entrada dada. Es necesario ahora presentar otro gran grupo de circuitos con tubos de vacío en los que lo notable es la capacidad del tubo para actuar como interruptor. En este último grupo, la tensión de salida puede no tener relación con la amplitud de la entrada o su forma, excepto en que su presencia o ausencia esté condicionada por ciertos niveles de la entrada.

El tubo de vacío, así usado, es un interruptor sin inercia y casi instantáneo. Teniendo como principal ventaja su rapidez de funcionamiento, su mayor dificultad consiste en que cuando está cerrado representa una resistencia pequeña pero apreciable. Cuando está abierto tiene, por supuesto, una resistencia que es esencialmente infinita. El pequeño valor de la resistencia de cierre debe ser previsto en el proyecto de circuitos, pero puede despreciarse en muchos casos.

Los circuitos que emplean tubos de vacío como interruptores se usan generalmente para generar impulsos y otros tipos de ondas no sinusoidales o para funcionar con o por medio de tales formas de onda. Los equipos de radar constituyen uno de estos grupos de circuitos que incluye también televisión, calculadores digitales y varios sistemas de comunicación de modulación de impulsos.

9-1. Elementos de circuitos. Como se dijo en la Sec. 3-1, los elementos resistivos de circuitos pueden tener características corriente-tensión lineales o no lineales. Una resistencia no lineal está representada por una curva en la Fig. 9-1*a* y obedece a la ley

$$e = R(i)i \qquad (9\text{-}1)$$

en que el factor de proporcionalidad $R(i)$ es función de la corriente. Una resistencia lineal sigue la ley normal

$$e = Ri \qquad (9\text{-}2)$$

Algunos elementos resistivos, en particular los diodos de cristal y de vacío, pueden ser unilaterales (y, por tanto, no lineales), como en la Fig. 9-1*b*, en que la curva corriente-tensión es diferente para tensiones positivas y negativas.

En los circuitos que tienen elementos resistivos no lineales es preciso emplear los conceptos de resistencias *estática* y *dinámica*, como en la Sec. 3-2. Estos se ilustran en la Fig. 9-2. Por definición, la resistencia estática es

$$r_b = \frac{e_A}{i_A} \tag{9-3}$$

en el punto A, y la resistencia dinámica es

$$r_p = \frac{de_A}{di_A} \tag{9-4}$$

o la inversa de la pendiente en el punto A. Para una resistencia lineal, estos valores son idénticos, pero en la Fig. 9-2, los valores de r_b y r_p varían de un punto a otro, y cerca de A el valor de r_p es negativo.

Para elementos capacitivos

$$e_C = E_o + \frac{1}{C}\int_o^t i_C\, dt \tag{9-5}$$

$$i_C = C\,\frac{de_C}{dt} \tag{9-6}$$

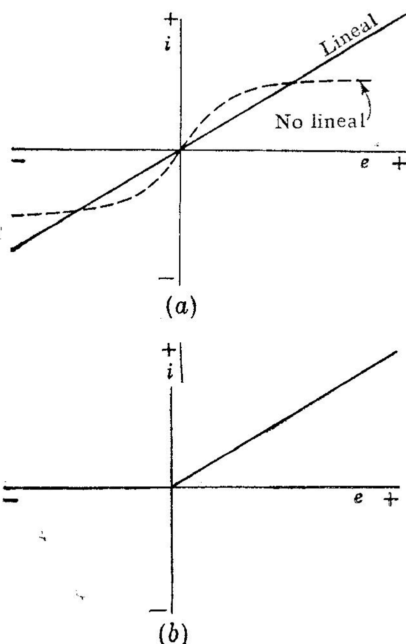


FIG. 9-1. Curvas características resistivas corriente-tensión.

y para elementos inductivos

$$e_L = L\,\frac{di_L}{dt} \tag{9-7}$$

$$i_L = I_o + \frac{1}{L}\int_o^t e\, dt \tag{9-8}$$

Se ve que la tensión en bornes de un condensador y la corriente a través de una inductancia no pueden cambiar instantáneamente si la f.e.m. aplicada no es infinita.

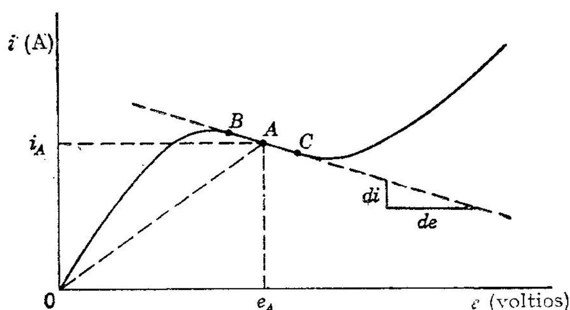


FIG. 9-2. Resistencias estática y dinámica.

9-2. Tubos en circuitos de conmutación. Mientras que las características de un diodo son no lineales, el grado de no linealidad no es frecuentemente lo bastante grande como para justificar el uso del

análisis gráfico en los circuitos de conmutación. Se puede obtener normalmente suficiente precisión suponiendo un valor medio constante para la resistencia estática, que puede ser de unos 1.000 a 2.000 ohmios en la mayoría de los diodos de vacío y que, a menudo, puede despreciarse completamente cuando el diodo está en serie con una resistencia mucho mayor. La casi linealidad de tal característica se muestra en la Fig. 9-3*a*.

En los circuitos de placa de los triodos se puede actuar de forma similar, aunque ordinariamente hay que recurrir a las características reales para obtener la resistencia dinámica de placa y los valores reales de la corriente. Los triodos pueden funcionar con tensiones de rejilla que oscilan entre el valor de corte y cero, o valores positivos. Con

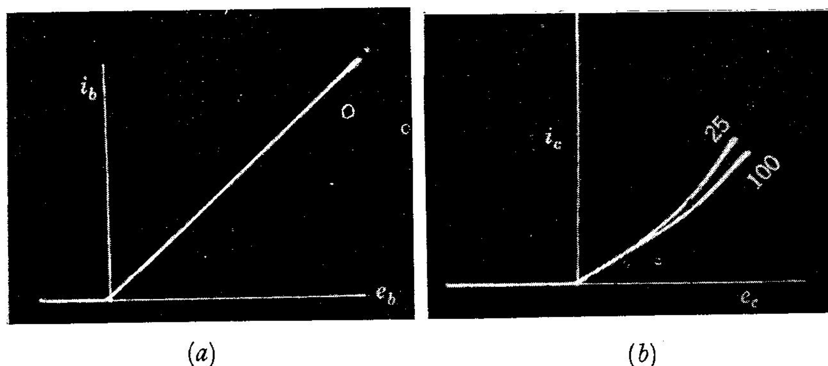


FIG. 9-3. (*a*) Característica dinámica del diodo 6H6 con una resistencia de carga de 20.000 ohmios. (*b*) Curvas corriente-tensión de rejilla del triodo 6J5 con $e_{c,\ \text{máx}} = + 100$ voltios, $E_b = 25$ y 100 voltios.

tensión de rejilla positiva la resistencia estática del circuito rejilla-cátodo del triodo normal puede tomarse de 1.000 ohmios como una buena aproximación. La linealidad de la resistencia de rejilla para varias tensiones positivas de rejilla se muestra en la Fig. 9-3*b*, siendo aceptable hasta + 50 V.

Los diodos de cristal se emplean con frecuencia y presentan menor resistencia estática que los de vacío y dan corriente cero con tensión aplicada nula, como en el caso de los diodos de vacío. Son posibles resistencias estáticas de algunos cientos de ohmios, aunque la resistencia inversa (con ánodo negativo) no es tan grande como en los diodos termoiónicos. En la Fig. 9-4*a* se da una curva corriente-tensión típica de un diodo de cristal.

Los diodos y los triodos de gas puede considerarse que tienen características corriente-tensión ideales, como en la Fig. 9-4*b*. La caída de tensión constante se supone independiente del valor de la corriente.

9-3. Respuesta de los circuitos serie *RC* y *RL*. En muchas aplicaciones, las formas de onda deseadas se forman con porciones de tensiones transitorias en circuitos *RC* o *RL*, empleando como interruptores

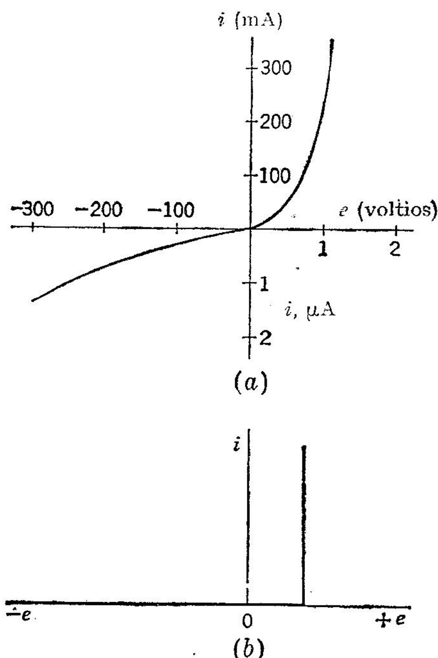


FIG. 9-4. (*a*) Curva corriente-tensión de un diodo de cristal de germanio. (*b*) Curva corriente-tensión de un diodo de gas ideal.

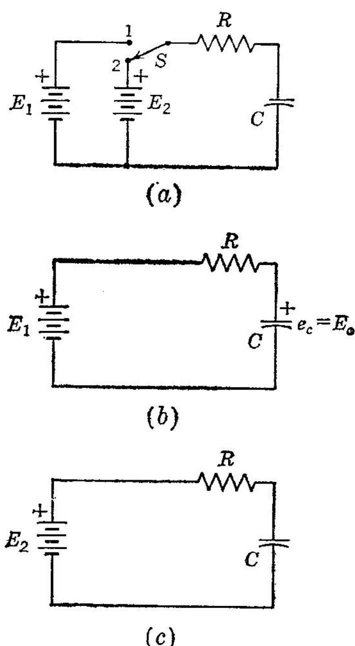


FIG. 9-5. Conmutación en un circuito *RC*.

diodos o triodos. Discutiremos aquí como referencia los fenómenos transitorios en sistemas *RC* y *RL*.

Consideremos el circuito de la Fig. 9-5*a*, en el que el interruptor *S* se coloca en la posición 2 en el momento $t = 0$. La tensión en *C*, a $t = 0$, es E_o que puede, o no, ser igual a E_1, dependiendo del tiempo que *S* ha permanecido en la posición 1. A $t = 0$, el circuito pasa de ser el de la Fig. 9-5*b* al de la Fig. 9-5*c*, pudiéndose obtener la conmutación por el uso adecuado de un triodo. Escribiendo una ecuación para el circuito de la Fig. 9-5*c*, a $t = 0$, se obtiene

$$iR + \frac{1}{C}\int_o^t i\,dt + E_o - E_2 = 0 \qquad (9\text{-}9)$$

Derivando y dividiendo por *R*, tenemos

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = 0$$

o

$$\left(p + \frac{1}{RC}\right) i = 0 \qquad (9\text{-}10)$$

La solución de la Ec. (9-10) es

$$i = A\epsilon^{-t/RC}$$

y, de la Ec. (9-9), para $t = 0$ en que $i = i(0)$,

$$i(0) = \frac{E_2 - E_o}{R}$$

Puede verse que $A = (E_2 - E_o)/R$ y que

$$i = \frac{E_2 - E_o}{R}\,\epsilon^{-t/RC} \qquad (9\text{-}11)$$

La tensión en la resistencia es, pues,

$$e_R = iR = (E_2 - E_o)\epsilon^{-t/RC} \qquad (9\text{-}12)$$

y la tensión en el condensador es

$$e_C = E_o + \frac{1}{C}\int_o^t i\,dt = E_o + \frac{1}{C}\int_o^t \frac{E_2 - E_o}{R}\,\epsilon^{-t/RC}\,dt$$
$$= E_o + (E_2 - E_o)(1 - \epsilon^{-t/RC}) \qquad (9\text{-}13)$$

Las Ecs. (9-12) y (9-13) sirven para mostrar los términos $\epsilon^{-t/RC}$ y $1 - \epsilon^{-t/RC}$ que se discutirán más adelante.

Del mismo modo, un circuito RL con una corriente permanente I_o, puede tener un interruptor s que pase de la posición 1 a la 2 en el momento $t = 0$, como en la Fig. 9-6. La ecuación del circuito para $t > 0$ es

$$L\frac{di}{dt} + Ri - E_2 = 0$$

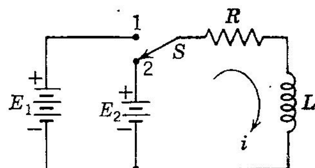


FIG. 9-6. Circuito serie RL.

Separando variables e integrando, se obtiene

$$E_2 - Ri = B\epsilon^{-Rt/L} \qquad (9\text{-}14)$$

Puesto que $i = I_o$, a $t = 0$,

$$B = E_2 - RI_o$$

con lo cual

$$i = I_o + \left(\frac{E_2}{R} - I_o\right)(1 - \epsilon^{-Rt/L}) \qquad (9\text{-}15)$$

La tensión en bornes de la resistencia es

$$e_R = iR = I_oR + (E_2 - I_oR)(1 - \epsilon^{-Rt/L}) \qquad (9\text{-}16)$$

y la de la bobina (supuesta sin resistencia)

$$e_L = L\frac{di}{dt} = (E_2 - I_0R)\epsilon^{-Rt/L} \qquad (9\text{-}17)$$

Comparando las Ecs. (9-13) y (9-16), puede verse que e_C en el circuito RC y e_R en el RL tienen forma similar, lo que también sucede entre e_R del circuito RC y e_L en el RL. Las ecuaciones del circuito RL tienen los términos $\epsilon^{-Rt/L}$ y $1 - \epsilon^{-Rt/L}$, que son similares a los correspondientes del circuito RC.

9-4. La constante de tiempo. Todo circuito RC con un solo condensador y todo circuito RL con una sola inductancia encierran, respectivamente, los términos $\epsilon^{-t/RC}$ y $\epsilon^{-Rt/L}$. Las inversas de los valores

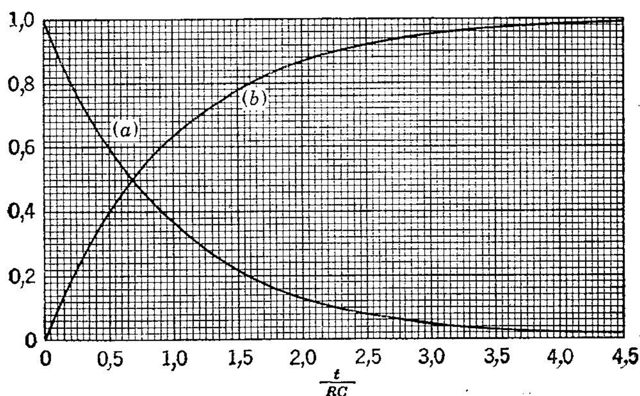


FIG. 9-7. (a) $\epsilon^{-t/RC}$. (b) $1 - \epsilon^{-t/RC}$.

absolutos de los coeficientes de los exponentes, RC y L/R, tienen dimensiones de tiempo y se conocen como *constantes de tiempo* de los circuitos. Estas determinan la velocidad de cambio de los términos exponenciales y se definen como el tiempo en segundos que invierte la salida en variar $1/\epsilon$, o el 64 %, de su valor para tiempo infinito. Es conveniente medir los tiempos de la respuesta de un circuito empleando como unidad la constante de tiempo, ya que pueden dibujarse curvas universales, como en la Fig. 9-7, y usarlas para determinar los valores de los términos exponenciales en diferentes problemas de conmutación. El porcentaje del valor final alcanzado en intervalos de tiempo iguales a múltiplos de la constante de tiempo del circuito se indica en la Tabla 16.

Es con frecuencia de suficiente precisión suponer que el período transitorio termina (se alcanza el valor final) al transcurrir cuatro constantes de tiempo, cuando el valor de la función está dentro del 1,8 por 100 del valor final.

TABLA 16. VALORES EN CONSTANTES DE TIEMPO

Constante de tiempo	*Porcentaje del valor final*	*Constante de tiempo*	*Porcentaje del valor final*
0	0,0	3,0	95,5
0,5	39,4	3,5	97,0
1,0	63,2	4,0	98,2
1,5	77,7	4,5	98,9
2,0	86,5	5,0	99,4
2,5	91,8	10,0	99,999

Ejemplo. El interruptor de la Fig. 9-8 ha estado cerrado en la posición 1 durante mucho tiempo. Entonces se pasa a la posición 2, en la que está 750 μseg, al término de los cuales vuelve a 1. Dibujar la onda de tensión e_o durante el periodo transitorio completo.

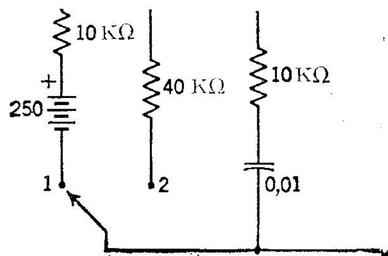


FIG. 9-8

Puesto que el interruptor s ha estado en 1 mucho tiempo, el valor de e_o a $t = 0$, se toma como 250 V. En $t = 0$ el interruptor pasa a 2 y el condensador empieza a descargarse. Por la Ec. (9-11), con $E_2 = 0$, $E_o = 250$ V y $RC = 0{,}01 \times 10^{-6} \times 50 \times 10^3 = 500 \times 10^{-6}$ seg,

$$i = \frac{250}{50 \times 10^3} \epsilon^{-t/(500 \times 10^{-6})}$$

La tensión e_o se halla por la Ec. (9-13), dando

$$\begin{aligned} e_o &= -Ri + e_C = -10^4 i + 250 + (-250)(1 - \epsilon^{-t/(500 \times 10^{-6})}) \\ &= 200\ \epsilon^{-t/(500 \times 10^{-6})} \end{aligned}$$

Al cabo de 750 μseg, que es igual a 1,5 constantes de tiempo, el valor del factor exponencial es 0,22 (por la Fig. 9-7) y en ese momento el interruptor s vuelve a la posición 1. La tensión e_o en el momento de la conmutación es

$$e_o = 200 \times 0{,}22 = 44{,}0 \text{ V}$$

Para dibujar la curva, pueden obtenerse más valores con ayuda de la Fig. 9-7.

En el momento de la conmutación, la tensión del condensador e_C está dada por la Ec. (9-13) y es

$$e_C = 250 + (-250)(1 - \epsilon^{-1{,}5}) = 55{,}0 \text{ V}$$

que es el nuevo valor de E_o durante el segundo intervalo. La constante de tiempo para el circuito con s en 1, o sea, para $t + 750 \times 10^{-6}$ seg es

$$RC = 0{,}01 \times 10^{-6} \times 20 \times 10^3 = 200 \times 10^{-6} \text{ seg}$$

y la corriente vendrá dada por

$$\begin{aligned} i &= \frac{250 - 55}{2 \times 10^4} \epsilon^{-t/(200 \times 10^{-6})} \\ &= 97{,}5 \times 10^{-4} \epsilon^{-t/(200 \times 10^{-6})} \end{aligned}$$

y la tensión e_o, por la Ec. (9-13), será

$$\begin{aligned} e_o &= 10^4 i + 55 + (250 - 55)(1 - \epsilon^{-t/(200 \times 10^{-6})}) \\ &= 250 - 97{,}5 \epsilon^{-t/(200 \times 10^{-6})} \end{aligned}$$

En el momento de la conmutación ($t = 0$ en la ecuación anterior) el valor de e_o salta a 152,5 voltios, de donde crece exponencialmente hacia su valor final de 250 voltios. Los valores intermedios pueden hallarse con ayuda de la Fig. 9-7. La onda completa está dibujada en la Fig. 9-9.

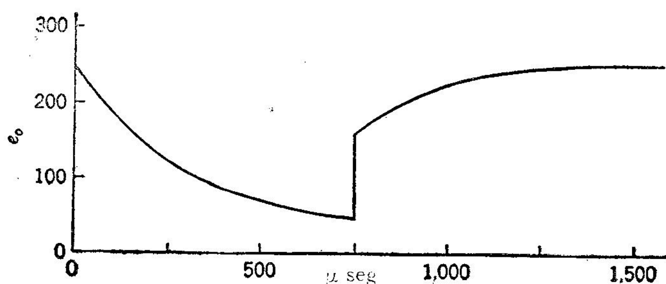
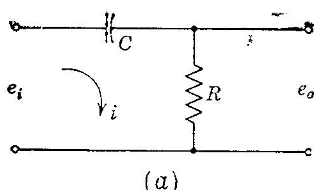


FIG. 9-9. Forma de onda del ejemplo.

9-5. El circuito diferenciador. Consideremos un circuito como el de la Fig. 9-10*a*, con el valor inicial $e_C = 0$, en el cual

$$e_i = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + iR \tag{9-18}$$

Haciendo a la *constante de tiempo RC pequeña con respecto al período de cualquier tensión aplicada*, el condensador C se cargará y descargará rápidamente, y la integral de la ecuación anterior será grande e importante en relación con el término iR. El condensador determinará esencialmente el valor de la corriente, es decir,



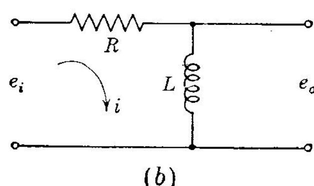


FIG. 9-10. Circuitos diferenciadores.

$$i \cong C\frac{de_i}{dt} \tag{9-19}$$

La tensión de salida será iR y, en el supuesto hecho respecto a RC, se tendrá

$$e_o = iR \cong RC\frac{de_i}{dt} \tag{9-20}$$

Así, pues, con un valor *pequeño* para la constante RC, la tensión de salida será proporcional a la derivada de la tensión de entrada, y el circuito se conoce como *circuito diferenciador*.

Teóricamente, la salida, para una tensión aplicada de onda cuadrada, sería una serie de impulsos alternativamente positivos y negativos de anchura nula. Cuanto menor sea la constante de tiempo, más nos acercaremos a esta situación. La amplitud de los impulsos será igual al cambio instantáneo de la tensión de la onda de entrada. En

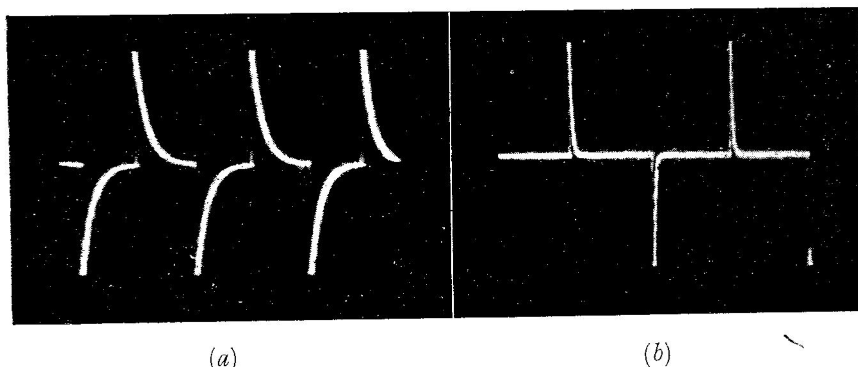
la Fig. 9-11 se muestran las ondas de salida para distintos valores de la relación entre RC y el período de la onda aplicada. Al hacerse menor RC, los impulsos de la tensión e_o se hacen más agudos, como corresponde a la derivada de una onda cuadrada de entrada.

Este circuito se emplea con frecuencia para hacer más agudas ciertas formas de onda o para generar dientes, o impulsos afilados, para disparar otros circuitos electrónicos.

El circuito de la Fig. 9-10*b* tiene también propiedades derivadoras. Su ecuación es

$$e_i = L\frac{di}{dt} + iR \tag{9-21}$$

y, si L/R es pequeña, la tensión aplicada aparecerá principalmente en R,



(*a*) (*b*)

FIG. 9-11. Salida de un diferenciador RC para una entrada de onda cuadrada cuyo período es $T = 2 \times 10^{-4}$ seg. (*a*) Con $RC/T = 0{,}05$; (*b*) Con $RC/T = 0{,}0005$.

lo que quiere decir que R determinará la corriente i, de forma que

$$i \cong \frac{e_i}{R}$$

y, así,

$$e_o \cong \frac{L}{R}\frac{de_i}{dt} \tag{9-22}$$

Por consiguiente, la forma inductiva del circuito también derivará la onda de entrada. Puesto que las inductancias reales tienen cierta resistencia, la tensión de salida tendrá una componente iR y la derivada obtenida no será tan exacta como la que da el circuito RC.

La forma RC de la Fig. 9-10*a* es también la del acoplamiento empleado en amplificadores. En tales aplicaciones, para evitar la derivación y distorsión de la forma de onda, es conveniente que la constante de tiempo RC sea muy grande con respecto al menor período de la tensión aplicada. Este circuito ha sido tratado previamente en la Sec. 5-8.

Ejemplo. Una onda cuadrada de + 100 voltios de amplitud se aplica a un diferenciador RC cuya constante de tiempo es 0,05 del período de la onda. Suponiendo que el valor inicial de la onda es cero y el de e_C es también nulo, dibujar la onda de salida.

Sea $t = 0$ el momento en que la onda salta de 0 a + 100 V. Puesto que la tensión del condensador no puede cambiar instantáneamente, e_C permanecerá en cero un instante y el salto de la entrada aparecerá en la resistencia dando como resultado un aumento brusco de + 100 voltios en e_o y estableciendo la corriente inicial $I_o = 100/R$. El condensador comenzará entonces a cargarse hacia el valor final de + 100 V, la corriente empezará a decrecer exponencialmente con un valor dado por

$$i = \frac{100}{R} \epsilon^{-t/RC}$$

y la tensión de salida, $e_o = iR$, también disminuirá. La variación puede dibujarse empleando la Fig. 9-7. Después de un tiempo igual a cuatro constantes de tiempo, o sea, 0,2 del período, la tensión de salida se hará prácticamente cero otra vez. A la mitad del período la tensión de entrada vuelve a cero, es decir, cae 100 voltios. La tensión de salida sufre un cambio igual desde cero a — 100 voltios. El condensador empieza de nuevo a cambiar hasta que, después de cuatro constantes de tiempo, su tensión ha variado otra vez en 100 voltios (se ha hecho cero) y la corriente y la tensión de salida son de nuevo cero. Esto queda representado en la Fig. 9-12.

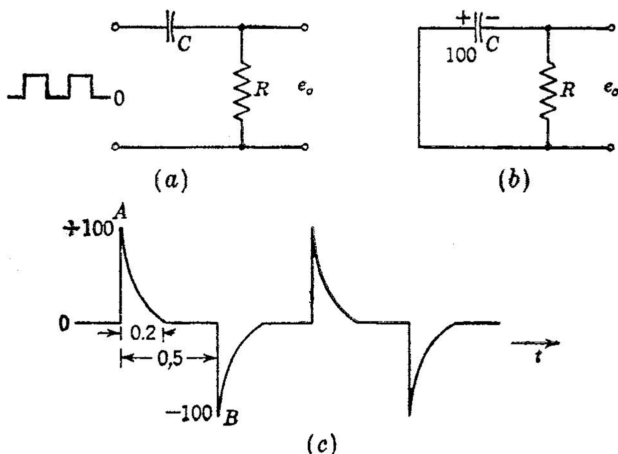


FIG. 9-12. (a) Condiciones iniciales en A. (b) Condiciones del circuito en B. (c) Onda de salida.

9-6. Circuitos integradores. Puede verse que los circuitos de la Fig. 9-13 realizan la integración de las ondas de entrada. La ecuación del circuito RC de la Fig. 9-13a, con e_C inicialmente cero, es

$$e_i = iR + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt$$

o bien

$$i = \frac{e_i}{R} - \frac{1}{RC}\int_0^t i\,dt \qquad (9\text{-}23)$$

Si RC *es muy grande* con respecto al mayor período de la señal de entrada, el segundo término será muy pequeño respecto al primero, con lo cual

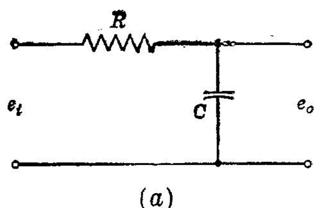
$$i \cong \frac{e_i}{R} \tag{9-24}$$

Puesto que

$$e_o = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt$$

será

$$e_o \cong \frac{1}{RC}\int_0^t e_i\,dt \tag{9-25}$$



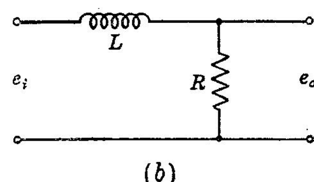


FIG. 9-13. Circuitos integradores sencillos.

o sea, que la tensión de salida es proporcional a la integral de la tensión de entrada, en el supuesto hecho para RC. La salida de tal circuito RC, con una gran constante de tiempo, se representa en el oscilograma de la Fig. 9-14 cuando la entrada es una onda cuadrada. El circuito constituye un medio de obtener una integral aproximada. Para una gran precisión deben emplearse los circuitos del Cap. 8.

El circuito RL de la Fig. 9-13*b* también puede integrar. Para un valor grande de L/R, la tensión de entrada aparecerá principalmente en L, de forma que

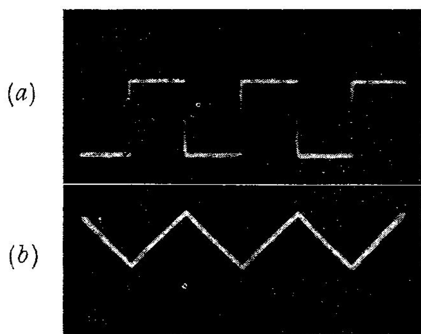


FIG. 9-14. Onda cuadrada de entrada y su integral obtenida en un circuito RC en el que $RC/T = 200$.

$$e_i \cong L\frac{di}{dt}$$

o bien

$$i \cong \frac{1}{L}\int_0^t e_i\,dt + i_o \tag{9-26}$$

Si la corriente inicial en L es cero,

$$e_o = iR \cong \frac{1}{L/R}\int_0^t e_i\,dt \tag{9-27}$$

y la tensión de salida será la integral de la tensión de entrada. Como en el circuito diferenciador, éste también es de menor precisión si la resistencia de la inductancia es apreciable.

Los circuitos de esta naturaleza pueden emplearse para separación de impulsos de diferentes anchuras, una de cuyas aplicaciones se halla en televisión para la separación de los impulsos de sincronización horizontal y vertical.

9-7. Circuitos de corte. Una aplicación frecuente del tubo electrónico como elemento conmutador es el *circuito de corte,* en el cual las formas de onda sufren una distorsión intencionada suprimiendo o cortando una porción de la onda aplicada. Esta acción de corte puede controlarse como función de nivel de tensión o polaridad.

La Fig. 9-15*a* muestra los elementos esenciales de un circuito de corte. Supongamos que el interruptor se halla en 1 para todas las tensiones negativas aplicadas, en 2 para todas las tensiones $0 < e_i < E_1$

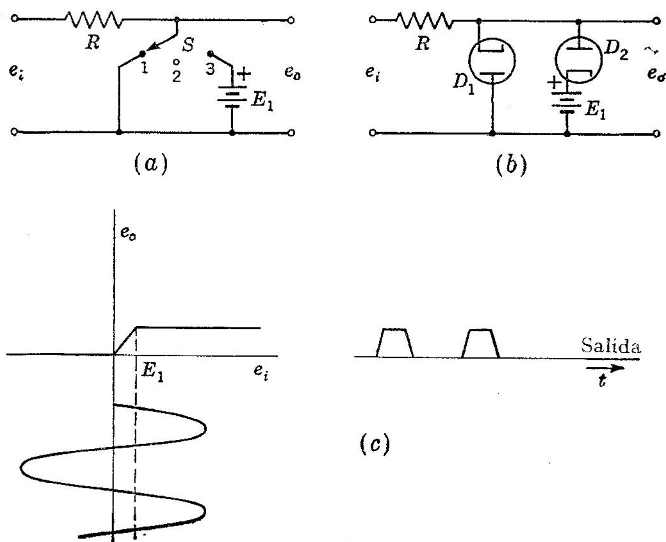


FIG. 9-15. (*a*) Fundamento del circuito de corte. (*b*) Circuito equivalente del de (*a*) obtenido con diodos. (*c*) Características salida-entrada en el caso (*a*).

y en 3 para todas aquellas en que $e_i > E_1$. La tensión de salida e_o (con los terminales de salida abiertos) será:

Para e_i negativa: $\quad e_o = 0$

$0 < e_i < E_1$: $\quad e_o = e_i$

$e_i > E_1$: $\quad e_o = E_1$

y la característica de salida resultante está dibujada en la Fig. 9-15*c*. Se muestra una onda de tensión sinusoidal cortada dando una serie de impulsos positivos semitrapezoidales, de amplitud fijada por E_1.

Un diodo en serie con una tensión de conmutación es un dispositivo adecuado para desempeñar el papel del interruptor *s*. Mientras el ánodo de un diodo es negativo respecto al cátodo, el diodo es un circuito abierto. Cuando el ánodo se hace positivo respecto al cátodo, el diodo conduce con una resistencia interna relativamente baja.

La fuente e_i debe tener una gran resistencia interna o ser complementada por la resistencia en serie R, de forma que la resistencia

resultante de la fuente sea muy grande con relación a la resistencia directa del diodo. Refiriéndonos a la Fig. 9-15c y despreciando la resistencia del diodo, puede verse que, para todos los valores negativos de e_i, el diodo D_1 cortocircuita la salida y $e_o = 0$. Para valores positivos de $e_i < E_1$, ambos diodos están abiertos (tienen sus cátodos positivos) y la entrada e_i aparecerá en la salida, suponiendo que no hay carga. Cuando $e_i > E_1$, el diodo D_2 conducirá y la tensión E_1 aparecerá en la

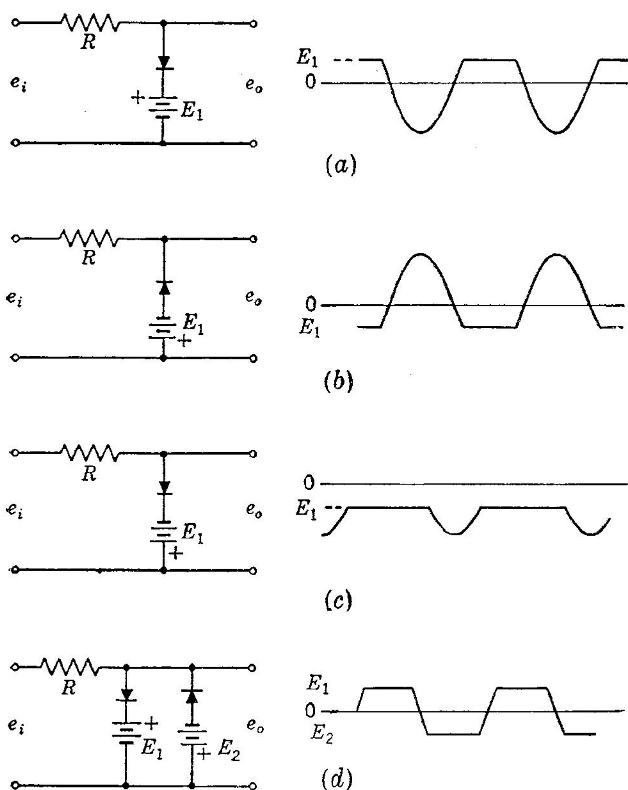


FIG. 9-16. Circuitos de corte fundamentales de diodo en derivación.

salida perdiéndose el exceso de e_i sobre E_1 como caída de tensión en R.

El ajuste del valor y polaridad de E_1 permite que el corte se realice a cualquier nivel que se desee. La inversión de los diodos y de la batería da lugar a que el corte se efectúe a niveles negativos. En las Figs. 9-16 y 9-17 se muestran algunas aplicaciones y sus resultados.

Si la resistencia interna r_b del diodo no es despreciable con respecto a R, o si el exceso de e_i sobre E_1 no es grande, la caída de tensión en el diodo no será pequeña en comparación con E_1, y la salida e_o no será plana en la porción cortada, ya que la caída en el diodo es función de la corriente. Esto se representa en la Fig. 9-17b.

Pueden emplearse diodos tanto de cristal como de vacío. Los de cristal proporcionan menores resistencias directas y un corte más perfecto en las condiciones del párrafo anterior. Al mismo tiempo, tienen

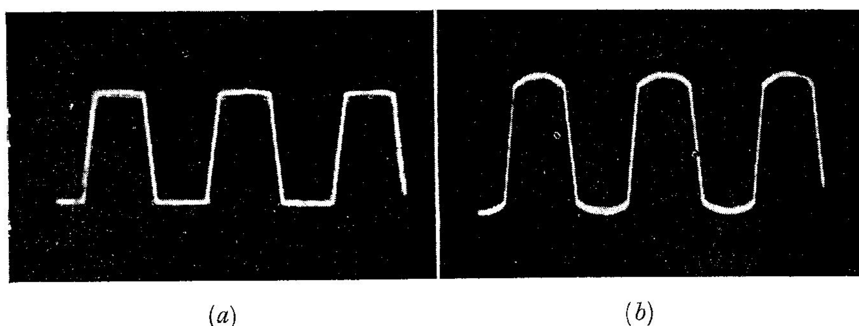


FIG. 9-17. Corte de una onda senoidal por medio de diodos. (a) R/r_b grande; (b) R/r_b pequeño o resistencia del diodo grande.

una resistencia inversa finita que puede reducir la tensión de salida disponible mientras el diodo está abierto. La capacidad interna de los diodos de vacío puede ser un inconveniente a altas frecuencias, por lo

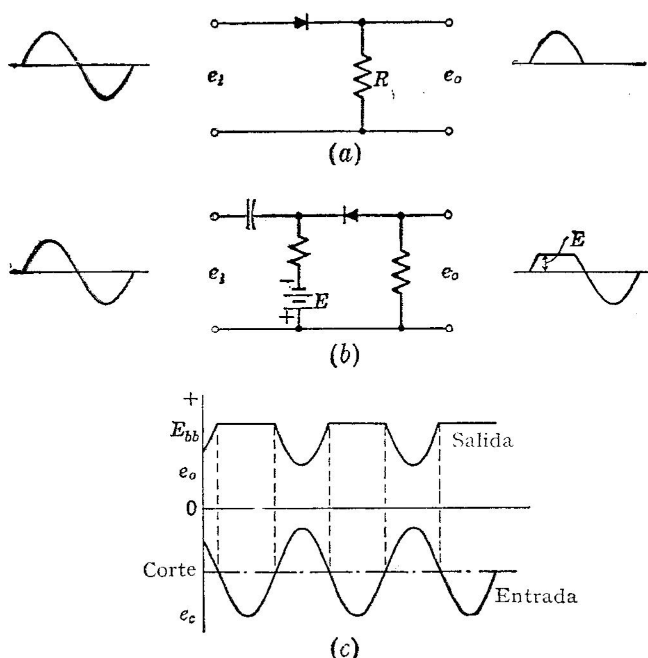


FIG. 9-18. (a) Circuito de corte de diodo en serie. (b) Su empleo para cortar las crestas positivas; (c) Efecto del circuito de corte de triodo polarizado.

que, en esos casos, se prefieren los diodos de cristal, especialmente cuando el cátodo del diodo de vacío funciona a potencial superior al de masa, con lo cual la capacidad cátodo-filamento está en derivación con la carga.

Es posible conseguir una forma de cortador en serie, como el de la Fig. 9-18*a*. Puesto que el rectificador conduce solamente en el sentido de la flecha, sólo pasará la porción positiva de la entrada, apareciendo el rectificador como un circuito abierto para las porciones negativas. Puede ponerse una polarización, como en E en la Fig. 9-18*b*, para variar la tensión a la que actúa el interruptor o cortador. En esta forma, el circuito serie se usa a veces para eliminar las crestas de ruido excesivo que sobrepasan el nivel de la señal (*limitador de ruido*).

También se emplean triodos en los circuitos de corte. El triodo se polariza cerca de la tensión de corte de rejilla, cortándose la onda aplicada a una tensión determinada por la diferencia entre E_{cc} y la tensión de corte del triodo. Se puede cortar de esta manera la mitad de una onda de entrada, cortándose la otra mitad en un segundo paso, después de invertida. Esto se conoce como *corte por corte de rejilla* y puede ocurrir inadvertidamente en amplificadores que se sobrecarguen accidentalmente. Las formas de onda se ilustran en la Fig. 9-18*c*.

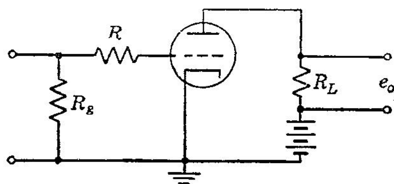


FIG. 9-19. Corte por saturación de rejilla.

También puede conseguirse el corte por *saturación de rejilla* en un circuito como el de la Fig. 9-19. Con entradas positivas, la rejilla y el cátodo actúan como circuito de corte de diodo, con R grande respecto a la resistencia r_c rejilla-cátodo. El corte se produce a nivel cero, produciendo, la corriente de rejilla con entrada positiva, una caída i_cR igual al valor positivo de la entrada. También se puede introducir polarización en serie con R_g, de modo que la polarización (el eje cero de la onda de entrada) sea intermedia entre tensión cero de rejilla y la tensión de corte. Excitando el tubo con una amplitud considerablemente mayor que el valor de polarización, pueden obtenerse simultáneamente efectos de corte por saturación de rejilla y por corte de rejilla. En la Fig. 9-20 se muestran los efectos de este circuito de corte, al aplicarlo a una onda sinusoidal de entrada, en el que r_c no es completamente despreciable con respecto a R, produciendo una onda ligeramente redondeada

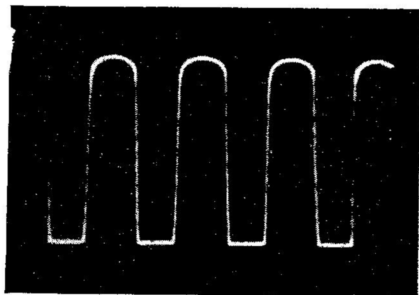


FIG. 9-20. Corte de una onda senoidal por saturación y por corte de rejilla.

en las crestas positivas. Repitiendo el proceso en un paso posterior, después de realizada una desviación de fase de 180°, ambas clases de crestas pueden ser planas, pudiéndose obtener así buenas ondas cuadradas partiendo de formas sinusoidales.

Los circuitos de corte tienen una importante aplicación en televisión, donde se usan para separar las señales de sincronización de la señal compuesta. Los impulsos de sincronización se envían entre grupos de frecuencias que representan la exploración de una línea de la imagen, pero sobrepasándolas en amplitud. Los circuitos de corte separan los impulsos de sincronización y los envían a los circuitos del oscilador de barrido, mientras que las señales de la imagen (por debajo del nivel de corte) van a los circuitos de vídeo.

Otra aplicación se muestra en la Fig. 9-21, donde se corta una onda senoidal por saturación de rejilla y por corte de rejilla. La forma de

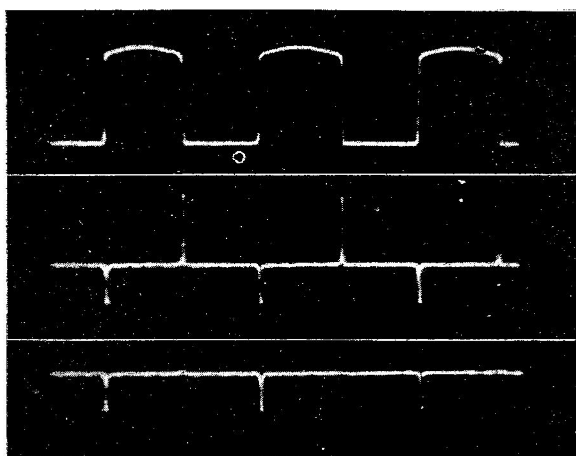


FIG. 9-21. Formación de impulsos negativos por saturación de rejilla y por corte de rejilla de una onda senoidal, seguido de derivación e integración.

onda resultante se deriva, dando una serie de impulsos positivos y negativos, los cuales se rectifican por medio de un diodo, eliminando los impulsos positivos y dejando una serie de impulsos negativos.

9-8. Circuitos de fijación de nivel. Un circuito que introduce un nivel deseado de continua en la salida de un amplificador es llamado *circuito restaurador* o *de fijación de nivel.* En la Fig. 9-22*a* se muestra una forma sencilla, en la que la constante de tiempo RC debe ser grande con respecto al período de la onda de entrada y la fuente debe tener poca resistencia. El diodo conduce siempre que el terminal A de salida sea positivo y conecta ese terminal a masa, dando salida nula. La tensión total aplicada e_i aparece en C, el cual se carga rápidamente a través de la fuente de baja resistencia y del diodo.

Cuando la entrada cae a cero o a un valor negativo, la tensión a la derecha de C debe caer instantáneamente en la misma cantidad, haciendo al punto A negativo. Ya que el diodo se abre entonces y la constante de tiempo RC que gobierna es grande, el condensador C no se puede descargar apreciablemente en el intervalo negativo, de modo que A permanece negativo. Cuando la entrada e_i sube con la onda cuadrada de la Fig. 9-22c, la salida vuelve otra vez a cero. Por consiguiente, en el supuesto de RC grande y fuente de pequeña resistencia, las cres-

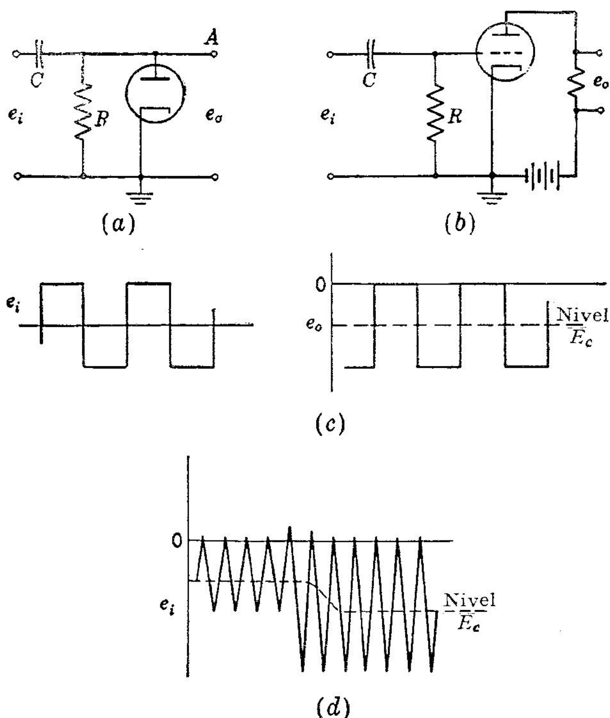


FIG. 9-22. (a, b) Circuitos de fijación de nivel de diodo y triodo. (c) Efecto al fijar una onda cuadrada. (d) Fijación del nivel de una onda senoidal.

tas positivas de e_i serán fijadas a cero y se le dará a la onda un eje de continua distinto del cero.

Ondas senoidales u otras clases de entradas serían tratadas en forma similar, como muestran las Figs. 9-22 y 9-23. Por un cambio en la amplitud de entrada, algunas crestas subirán a un valor más positivo hasta que C obtenga carga negativa adicional por la corriente de rejilla. Esta carga adicional hace que la tensión media E_c de rejilla se haga más negativa hasta que se alcance un nuevo equilibrio en el que cada cresta llegue justamente hasta un nivel por encima de cero o suficientemente positivo para atraer de C una carga suficiente para

compensar la que se pierde entre ciclos. Si las crestas de entrada caen, algunos ciclos no llegarán a cero, permitiendo que escape de C algo de carga hasta que se establezca un nuevo equilibrio en el que las crestas positivas excedan justamente de cero o queden fijadas a ese valor.

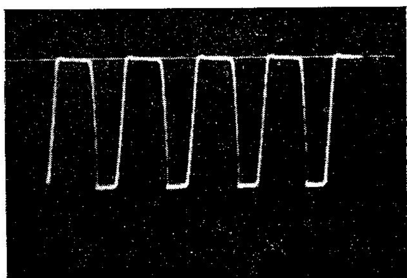


FIG. 9-23. Onda senoidal cortada y fijada a nivel cero. Nótense los pequeños picos representativos de la carga de C.

Pueden fijarse las crestas negativas invirtiendo el diodo, y pueden mantenerse otros niveles de continua en la salida, incluyendo una polarización en serie con el diodo, como en la Figura 9-24.

Puesto que el circuito rejilla-cátodo de un triodo contiene los elementos de un diodo, es posible introducir los elementos RC en el circuito de rejilla, como en la Fig. 9-22b, y obtener fijación al mismo tiempo que amplificación.

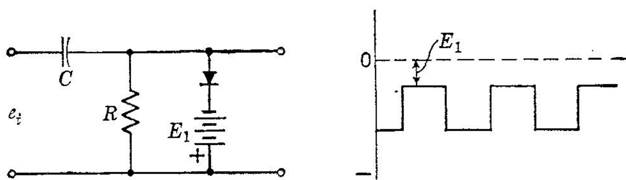


FIG. 9-24. Fijación de una onda a nivel distinto de cero.

9-9. Fijación de nivel en televisión. Las normas de televisión establecen que, si el nivel del impulso de supresión o borrado se toma como base, el blanco se represente por una tensión muy alta sobre la base, el gris a altura media y el negro en el nivel de borrado. El impulso de borrado está destinado a llevar al corte a la rejilla del tubo de rayos catódicos durante el tiempo de retorno del haz de derecha a izquierda, para que las líneas de vuelta no se hagan visibles en la pantalla. Por tanto, el nivel de borrado debe fijarse a una tensión suficientemente negativa para eliminar el haz, y el blanco debe proporcionar una tensión de rejilla que encienda fuertemente el tubo.

Sin embargo, al pasar una señal, como la de la Fig. 9-25a, a través de un amplificador con acoplamiento capacitivo, el nivel de referencia, o de borrado, se pierde y las señales aparecen como en la Fig. 9-25b centradas sobre un eje determinado por el valor medio. Esto daría una imagen en la que la iluminación media sería siempre la misma y en la que el nivel de borrado podría eliminar las líneas de retorno en algunas imágenes y en otras no.

Se recurre entonces a la restauración, fijando el nivel de continua de los impulsos de borrado, obteniendo las ondas de la Fig. 9-25*c*, dando suficiente tensión negativa de borrado en todo momento y situando la iluminación general de la imagen en el nivel adecuado.

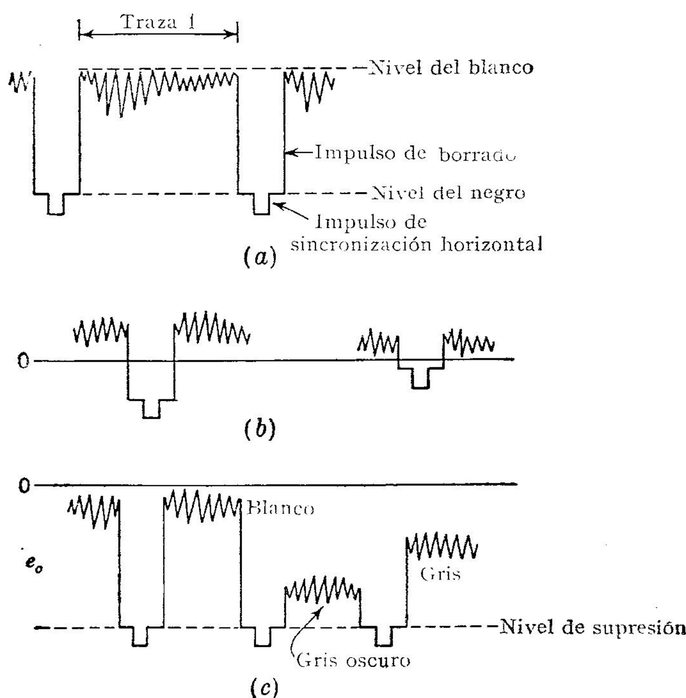


FIG. 9-25. (*a*) Señal de video en televisión. (*b*) Señales de televisión después de pasar a través del amplificador *RC*. (*c*) Señales de televisión después de fijarse su nivel.

9-10. El circuito oscilante. Otro empleo del triodo como interruptor se halla en el *circuito oscilante* en el que un tubo conecta y desconecta, alternativamente, una fuente de energía a un circuito oscilante *RLC*. Este circuito es útil también como medio para generar trenes de impulsos agudos. El análisis del circuito muestra una dificultad con que se tropieza a veces en otras formas de circuitos amplificadores y consiste en la capacidad de un circuito para generar una oscilación amortiguada al excitarlo por medio de un impulso transitorio.

La Fig. 9-26 muestra un triodo con acción restauradora en su circuito de rejilla y con una carga de placa consistente en un circuito paralelo *RLC* en el que *R* comprende todo valor resistivo en paralelo, incluso la resistencia equivalente de la inductancia. Si este circuito se excita por medio de una onda cuadrada de gran amplitud, los semiciclos positivos se fijarán al nivel cero por ajuste automático de la polariza-

ción $i_c R_g$. Los semiciclos negativos serán de una amplitud suficiente para llevar al triodo más allá del corte.

Durante el tiempo en que la rejilla está a cero, la carga RLC de placa queda derivada por la r_b del triodo de valor bastante bajo, con lo que el circuito de carga resulta fuertemente amortiguado. Una corriente permanente i_0 circula por L y una componente e/R circula a través de R, siendo e la tensión instantánea en bornes del circuito RLC.

Cuando la rejilla se hace de pronto negativa, por debajo del corte, el valor de r_b se hace infinito y el amortiguamiento del circuito se reduce mucho, quedando este circuito prácticamente aislado y libre para oscilar. Estudiemos el fenómeno.

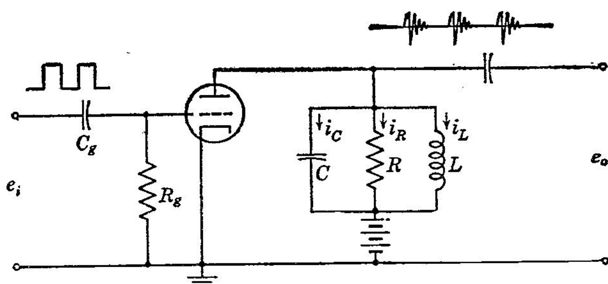


FIG. 9-26. El oscilador sintonizado por placa.

Escribiendo la suma de las corrientes en el circuito de carga, a $t = 0$ cuando la rejilla se hace negativa, se tiene

$$i_o + \frac{1}{L}\int_o^t e\,dt + C\frac{de}{dt} + \frac{e}{R} = 0 \qquad (9\text{-}28)$$

Derivando, e introduciendo el operador p, se obtiene

$$p^2 e + \frac{pe}{RC} + \frac{e}{LC} = 0$$

que puesta en la forma

$$\left(p^2 + \frac{p}{RC} + \frac{1}{LC}\right)e = 0 \qquad (9\text{-}29)$$

conduce a las raíces

$$p = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} - \frac{1}{LC}} \qquad (9\text{-}30)$$

Son posibles tres formas para la solución de la Ec. (9-28) dependiendo de:

A: $\dfrac{1}{4R^2C^2} > \dfrac{1}{LC}$ y el circuito es *sobreamortiguado*

B: $\dfrac{1}{4R^2C^2} = \dfrac{1}{LC}$ y el circuito es *críticamente amortiguado*

C: $\dfrac{1}{4R^2C^2} < \dfrac{1}{LC}$ y el circuito es *subamortiguado*

Estos casos, *A*, *B* y *C*, pueden presentarse de acuerdo con las constantes del circuito. No obstante, el caso *C* es el de mayor interés. En él el radical de la Ec. (9-30) se convierte en

$$\sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} - \frac{1}{LC}} = j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4R^2C^2}} = j\omega$$

Para este caso *C*, la solución de la ecuación diferencial es

$$e = (A_1\epsilon^{j\omega t} + A_2\epsilon^{-j\omega t})\epsilon^{-t/2RC}$$

que puede transformarse en

$$e = (A_3 \cos \omega t + A_4 \operatorname{sen} \omega t)\epsilon^{-t/2RC} \qquad (9\text{-}31)$$

Puesto que L se ha supuesto sin resistencia al incluir sus pérdidas en R, a $t = 0$ se tendrá $i_L = i_0 =$ constante y, por consiguiente, a $t = 0$ será $e = L\,di/dt = 0$. Aplicando esta condición a la Ec. (9-31) se encuentra que $A_3 = 0$, con lo que la Ec. (9-31) puede escribirse

$$e = (A_4 \operatorname{sen} \omega t)\epsilon^{-t/2RC} \qquad (9\text{-}32)$$

que puede derivarse para obtener de/dt

$$\frac{de}{dt} = \left(-\frac{A_4}{2RC} \operatorname{sen} \omega t + A_4\omega \cos \omega t\right)\epsilon^{-t/2RC}$$

Esta derivada, calculada para $t = 0$, nos da

$$\left.\frac{de}{dt}\right]_{t=0} = A_4\omega$$

Con $e = 0$ a $t = 0$, la Ec. (9-28) se convierte en

$$\left.\frac{de}{dt}\right]_{t=0} = -\frac{i_0}{C} = A_4\omega$$

pudiéndose así calcular el coeficiente, dando

$$A_4 = -\frac{i_0}{\omega C} \tag{9-33}$$

La solución de la ecuación diferencial es, pues,

$$e = \left(-\frac{i_0}{\omega C}\,\text{sen}\;\omega t\right)\epsilon^{-t/2RC} \tag{9-34}$$

Este resultado es de naturaleza oscilatoria, amortiguada por el término exponencial. La frecuencia de oscilación se deduce de ω como

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4R^2C^2}} \tag{9-35}$$

Esta es la frecuencia de las oscilaciones libres del circuito que se acerca a la correspondiente a factor de potencia unidad a medida que las pér-

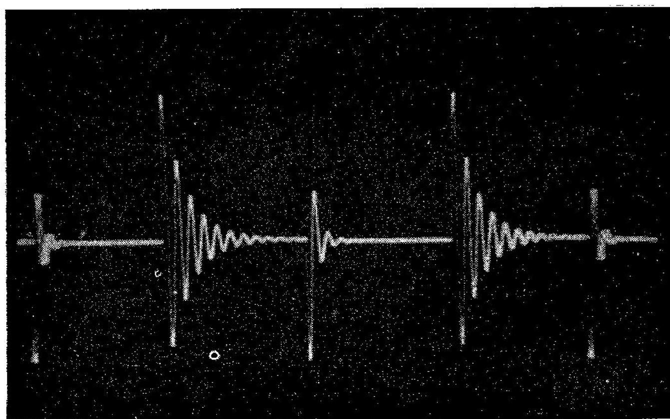


FIG. 9-27. Salida del oscilador de la Fig. 9-26.

didas disminuyen. Esta frecuencia es casi independiente de los cambios en las características del tubo y en las tensiones de alimentación, excepto en lo que se refiere a la capacidad de salida del tubo.

La tensión de salida, aunque oscilatoria, está amortiguada por el factor $\epsilon^{-t/2RC}$ y se muestra, en un caso particular, en la Fig. 9-27. Cuando este circuito se emplea como fuente de impulsos aislados se usa un gran amortiguamiento, cortando después la onda de salida para obtener un solo impulso debido a la cresta de la primera oscilación. Esta puede ser derivada, dando impulsos agudos que van siempre retardados, respecto al comienzo de los semiciclos negativos de la onda cua-

drada de entrada, un intervalo fijo. Así, el circuito puede proporcionar también un retardo fijo.

Si el período de la onda cuadrada de entrada es suficiente para llegar a las condiciones de régimen permanente durante la fase positiva fuertemente amortiguada, la corriente inicial i_o en la inductancia puede hallarse en las curvas del tubo para tensión de rejilla cero. La tensión máxima de salida del circuito, obtenida en el primer ciclo de oscilación, puede calcularse teniendo en cuenta que para Q grande (pérdidas pequeñas), como en el caso de oscilación, la máxima energía almacenada durante la primera oscilación en la inductancia es transferida casi completamente al condensador en el cuarto de ciclo siguiente, es decir,

$$\frac{Li_o^2}{2} = \frac{Ce^2_{\text{máx}}}{2}$$

de donde

$$e_{\text{máx}} = -i_o\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{9-36}$$

Es preciso que la onda cuadrada de entrada tenga la amplitud suficiente para llevar al tubo más allá del corte justo durante la cresta de la primera oscilación. En ese momento la tensión de la Ec. (9-36) se suma a E_{bb}, de modo que el valor cresta-cresta de la entrada viene dado por

$$E_{p-p} > \frac{E_{bb} + i_o\sqrt{L/C}}{\mu} \tag{9-37}$$

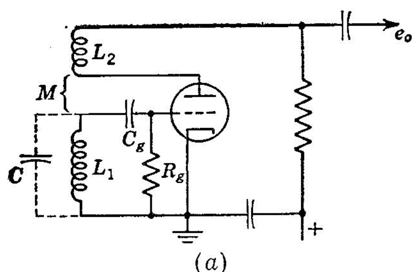
En el estudio del Cap. 5 sobre las respuestas a una onda cuadrada aplicada se vio que los fenómenos transitorios producidos por dicha aplicación pueden ser a veces oscilatorios. Es de notar que la presencia de un circuito RLC en un amplificador puede producir una oscilación cuando es excitado por una alteración brusca y ser causa de la aparición de salida espuria y distorsión.

En la Fig. 9-27 puede verse también que la porción ascendente de la onda cuadrada produce también un período transitorio oscilatorio, pero éste está mucho más amortiguado, ya que en ese instante el circuito RLC está derivado por la r_b del tubo.

9-11. El oscilador de bloqueo. Otro tipo de circuito en el que las propiedades de conmutación del triodo se emplean para producir impulsos precisos y estrechos es el *oscilador de bloqueo.* Corrientemente, este circuito usa realimentación magnética entre placa y rejilla, con un valor bajo de Q en el circuito oscilante RLC de rejilla, de modo que se produzcan oscilaciones fuertemente amortiguadas.

El circuito se muestra en la Fig. 9-28, en el que la constante de tiempo C_gR_g debe ser grande respecto al período natural de resonancia del circuito de rejilla. Es corriente emplear la capacidad interna distri-

buida C de la bobina para obtener la resonancia. El acoplamiento mutuo, o realimentación magnética, entre L_1 y L_2 debe ser grande y dispuesto de modo que la realimentación que produzca sea positiva. Cualquier cambio en la corriente de placa inducirá una tensión en la rejilla que ayudará al cambio en la corriente de placa. Una corriente de placa creciente tenderá a hacer positiva a la rejilla, aumentando aun más la corriente de placa y cargando al mismo tiempo el condensador C_g por medio de la corriente que circula por la rejilla positiva. Cuando la corriente de placa se hace constante, al valor de saturación, la tensión $L\ di/dt$ en L_1 cae a cero. Puesto que ya no se induce tensión positiva en la rejilla, C_g empieza a descargarse a través de R_g. La rejilla se hace menos positiva reduciendo la corriente de placa, y la corriente decreciente de placa induce una tensión negativa en L_1, haciendo a la rejilla negativa y llevándola más allá del corte. Tienden a producirse oscilaciones en el circuito de rejilla, pero muy amortiguadas por el bajo valor de Q. Todo esto se ilustra por la porción de curva entre 1 y 2 en la Fig. 9-28b.



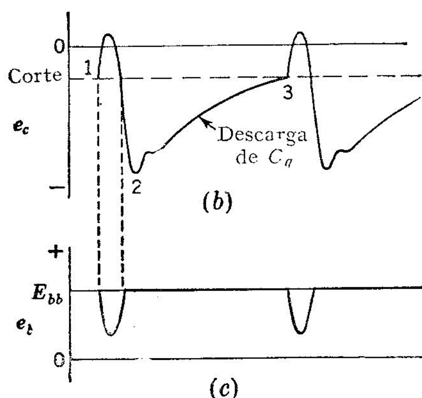


FIG. 9-28. (a) Oscilador de bloqueo. (b) Forma de onda de tensión de rejilla. (c) Forma de onda de tensión de placa.

Puesto que, con la rejilla negativa, la única posibilidad de descarga del condensador C_g es a través de R_g, esta descarga puede ser lenta y el tubo permanecerá cortado durante un tiempo considerable. Cuando la carga de C_g disminuye hasta un valor en que se reanuda la conducción (punto 3), se inducirá de nuevo una tensión positiva en el circuito de rejilla a través de la realimentación, y el fenómeno se repite.

El intervalo entre los impulsos de la Fig. 9-28b está determinado principalmente por la constante de tiempo C_gR_g y será independiente del circuito resonante y de las características del tubo. Los impulsos pueden sincronizarse con fenómenos exteriores introduciendo señales de impulsos en el circuito de rejilla, como se ilustra en la Fig. 9-29 en que la salida del oscilador está sincronizada con los impulsos alternos de entrada. Esto da un control preciso de la frecuencia de repetición de los impulsos de salida y da un medio de devolver la forma a los impulsos de entrada que han sufrido distorsión en la transmisión.

9-12. Generación de bases de tiempos, o barridos, para deflexión en tubos de rayos catódicos. La deflexión del haz de electrones en los tubos de rayos catódicos electrostáticos está dada por la Ec. (3-32) que puede escribirse

$$D = K_1 E_d$$

incluyendo en K_1 todo lo que no sea E_d. Si E_d es una función lineal del tiempo, $E_d = K_2 t$, se tiene

$$D = K_1 K_2 t \qquad (9\text{-}38)$$

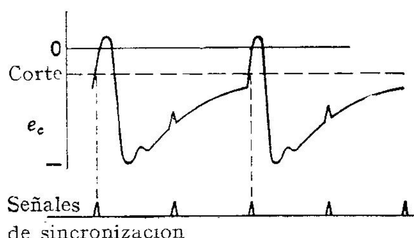
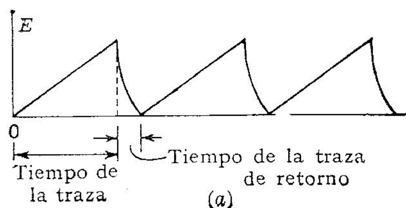
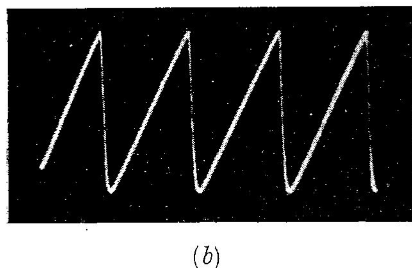


FIG. 9-29. Sincronización del oscilador de bloqueo por medio de impulsos.

y la deflexión será también una función lineal del tiempo. Este es el requisito de la onda de barrido para muchas aplicaciones de los rayos catódicos y, en la práctica, se presenta como la onda de dientes de sierra de la Fig. 9-30. Esta onda hace que las tensiones aplicadas a las placas de deflexión vertical (eje y) se presenten como funciones del tiempo, ajustando la frecuencia de repetición del diente de sierra de forma que en el eje de la pantalla aparezcan n ciclos de la tensión aplicada por cada diente de sierra. Con la forma mostrada, el haz se mueve en dirección x a través de la pantalla a velocidad uniforme y dependiente de la pendiente del diente de sierra. Al haz se le hace volver rápidamente al punto de partida; este retorno no se ve normalmente, o se reduce mucho su brillo, debido a su gran velocidad.





(b)

FIG. 9-30. (a) Onda de tensión de barrido en dientes de sierra. (b) Barrido en dientes de sierra de un oscilograma real.

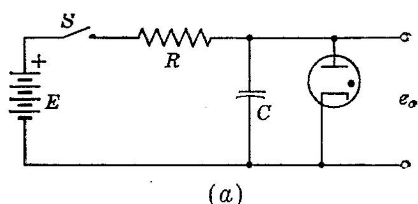
El diente de sierra ideal no se obtiene fácilmente por medios electrónicos directos, por lo que se han empleado distintos métodos para conseguir casi la linealidad. Varios de estos métodos se discutirán en las secciones siguientes.

9-13. Generación de barrido por circuito sencillo *RC*. Es posible emplear la tensión de un condensador C, cargado a través de una

resistencia R desde una fuente de tensión constante, como fuente de barrido aproximado pero sencillo. La Fig. 9-31 es un ejemplo de este circuito. Supongamos que C está inicialmente descargado cuando se cierra S. La tensión en bornes del condensador crecerá según la expresión

$$e_o = e_C = E(1 - \epsilon^{-t/RC}) \tag{9-39}$$

Cuando e_o alcance la tensión de disparo del diodo de gas, circulará corriente por el tubo. El disparo va acompañado de una caída rápida de la tensión del condensador, debido a la situación de casi cortocircuito impuesta por el diodo. Cuando e_o cae por debajo de la tensión de extinción del diodo, cesa la descarga y e_o empieza a crecer a medida que C se va cargando y el fenómeno se repite. La corriente de descarga está limitada solamente por la resistencia y la inductancia de los conductores de conexión del diodo.



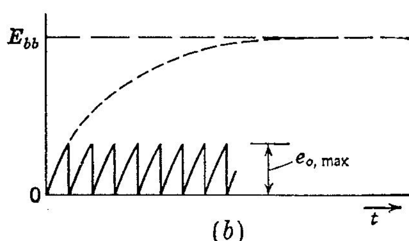


FIG. 9-31. (a) Circuito de carga RC con diodo de gas para la descarga. (b) Obtención de dientes de sierra casi lineales a partir de un circuito RC.

El proceso es periódico resultando una onda en dientes de sierra de período T, igual al tiempo invertido por el condensador en cargarse desde cero (considerando que la tensión de extinción del diodo es pequeña) hasta $e_{o,\,\text{máx}}$. Por la Ec. (9-39), se tiene

$$T = RC \ln \frac{E}{E - e_{o,\,\text{máx}}} \tag{9-40}$$

La amplitud es $e_{o,\,\text{máx}}$. El tiempo de barrido se puede controlar ajustando R, C o ambas.

La tensión de salida e_o puede expresarse, a partir de la Ec. (9-39), en serie de potencias en sustitución del término exponencial, como

$$e_o = E\left[1 - \left(1 - \frac{t}{RC} + \frac{t^2}{2R^2C^2} - \frac{t^3}{6R^3C^3} + \cdots\right)\right] =$$

$$= E\left(\frac{t}{RC} - \frac{t^2}{2R^2C^2} + \frac{t^3}{6R^3C^3} - \cdots\right) \tag{9-41}$$

Si t/RC es suficientemente pequeño,

$$e_o \cong \frac{Et}{RC} = kt \tag{9-42}$$

y se obtiene la tensión lineal de barrido deseada. Se ve que

$$\frac{e_o}{E} = \frac{t}{RC}$$

y, si t/RC es pequeño para conseguir la linealidad, la relación entre la tensión de salida y la de carga debe ser también pequeña. En la práctica, se dispone corrientemente un amplificador para obtener una salida, a partir de e_o, suficiente para producir la deflexión de un haz de rayos catódicos.

Es interesante determinar la falta de linealidad ocasionada por la aproximación de la Ec. (9-42). Tomando como onda lineal ideal

$$e_o = \frac{E}{RC} t$$

que es el primer término de la serie exponencial, la tensión e_1 a $t = t_1$ (Fig. 9-32) será

$$e_1 = \frac{E}{RC} t_1 \tag{9-43}$$

y

$$\frac{e_1}{E} = \frac{t_1}{RC} \tag{9-44}$$

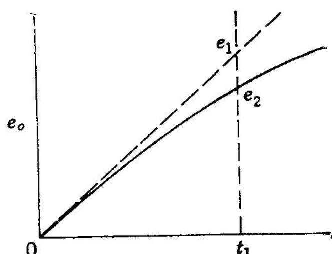


FIG. 9-32. Falta de linealidad del circuito de carga RC.

La tensión real e_2 en la curva de carga en el momento t_1 será

$$e_2 = E(1 - \epsilon^{-t_1/RC})$$

de donde

$$\frac{e_2}{E} = 1 - \epsilon^{-e_1/E} \tag{9-45}$$

La diferencia entre las tensiones e_1 y e_2 es

$$e_1 - e_2 = E\left(\frac{t_1}{RC} - 1 + \epsilon^{-t_1/RC}\right)$$

$$\frac{e_1 - e_2}{e_1} = 1 - \frac{e_2}{e_1} = 1 - \frac{E}{e_1}(1 - \epsilon^{-e_1/E})$$

obteniendo una relación de linealidad en el barrido de

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{E}{e_1}(1 - \epsilon^{-e_1/E}) \tag{9-46}$$

como función del parámetro e_1/E. Este resultado queda mejor expresado por la curva de la Fig. 9-33 en la que, utilizando el valor $e_1/E = 0{,}1$,

se obtiene una tensión 95 por 100 lineal, o que tiene un error del 5 por 100.

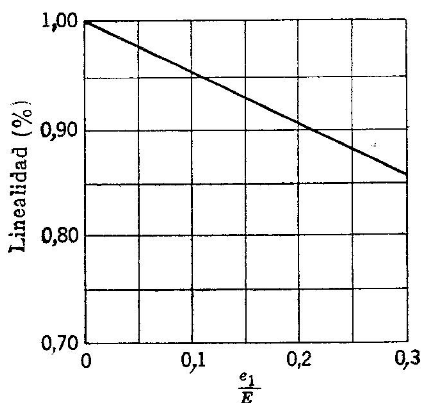


FIG. 9-33. Porcentaje de linealidad del barrido RC en función de e_1/E.

9-14. Generadores de barrido con tiratrón. El circuito RC con un dispositivo de descarga de diodo de gas adolece de falta de estabilidad de frecuencia y amplitud debido a la poca fijeza en la tensión de disparo del diodo. Esto hace que sea difícil de obtener una base de tiempos estable en la pantalla del tubo de rayos catódicos. El uso de un tiratrón para controlar la descarga, aunque está también basado en la aproximación lineal RC, permite una mayor flexibilidad y sincronización de la frecuencia de barrido con la señal de entrada. En la Fig. 9-34 se encuentra un generador de barrido controlado por tiratrón en que R y C son similares a las anteriores y R_g es una resistencia limitadora de la corriente de rejilla. La resistencia R aparece como variable para el control de la frecuencia.

Para valores dados de polarización de rejilla E_{cc} y tensión de ánodo e_o, el tiratrón se dispara, se ioniza y descarga el condensador C. Si E_{cc} se hace más negativa se obtiene un nuevo valor mayor para la tensión de disparo. Si se introduce en el circuito de rejilla una señal sincronizadora consistente en una onda sinusoidal haciendo a la polarización

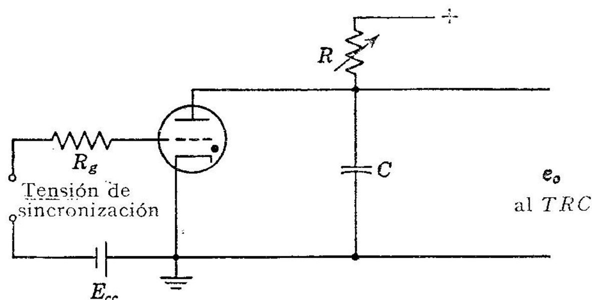
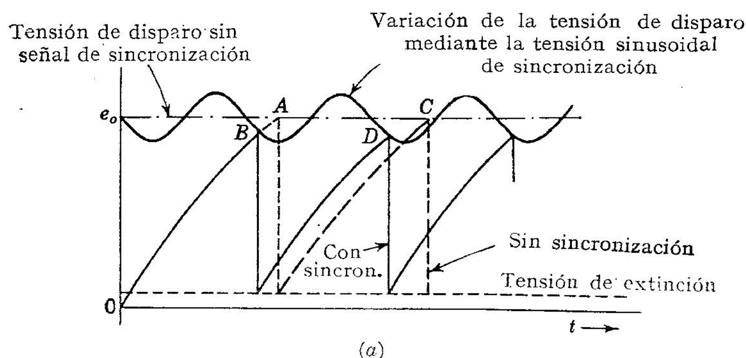


FIG. 9-34. Generador de barrido en dientes de sierra controlado por tiratrón.

alternativamente más positiva y más negativa, la tensión de disparo se modificará en forma análoga, como indica la Fig. 9-35. La frecuencia natural del generador se ajusta ligeramente por debajo de la que tiene la señal de sincronización, de forma que en ausencia de esta última el

tiratrón se disparará en el punto A cuando e_0 llegue al valor crítico de disparo. En el ciclo siguiente el punto de disparo sería el C, que no mostraría ninguna relación con la frecuencia deseada de la señal. En presencia de la señal de sincronización, la curva de tensiones de disparo es la sinusoide indicada y el punto de disparo es el B en el primer ciclo y D en el segundo. El período de la onda en dientes de sierra se reduce y el disparo tiene lugar en el mismo punto de cada ciclo, es decir, el generador queda ajustado a la frecuencia de la señal inyectada.



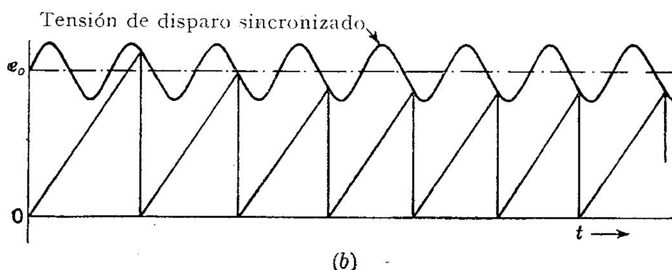


FIG. 9-35. (a) Sincronización de un generador de barrido en dientes de sierra. (b) El período transitorio inicial.

La Fig. 9-35b muestra la fase transitoria del generador al iniciar su funcionamiento. En la Sec. 9-21 se sigue tratando de la sincronización.

El generador de barrido con tiratrón puede sincronizarse también a frecuencias múltiplo o submúltiplo de la de sincronización. Todos los generadores de barrido con tiratrón se limitan a frecuencias relativamente bajas debido al tiempo exigido para la desionización del gas entre barridos. Este límite queda ordinariamente entre los 30.000 y los 50.000 ciclos.

9-15. Generador de barrido con tubo de vacío disparado. En algunas aplicaciones no interesa que el barrido esté sincronizado por una señal repetitiva, sino que se inicie al tiempo de producirse otro fenómeno.

El tubo de vacío usado como interruptor se presta a ello y da lugar además a una fuente de tensiones de barrido de mayores frecuencias con un ajuste muy preciso del comienzo de la onda de barrido.

En el circuito RC sencillo de la Fig. 9-36 la rejilla está normalmente a tensión cero si no hay ninguna señal de entrada aplicada. La tensión en C es entonces igual a $E_{bb} - i_b R_L = e_b = e_o$, que es la caída de tensión en el tubo. Al aplicar en la entrada un impulso rectangular de anchura apropiada, la rejilla cae por debajo del corte, el condensa-

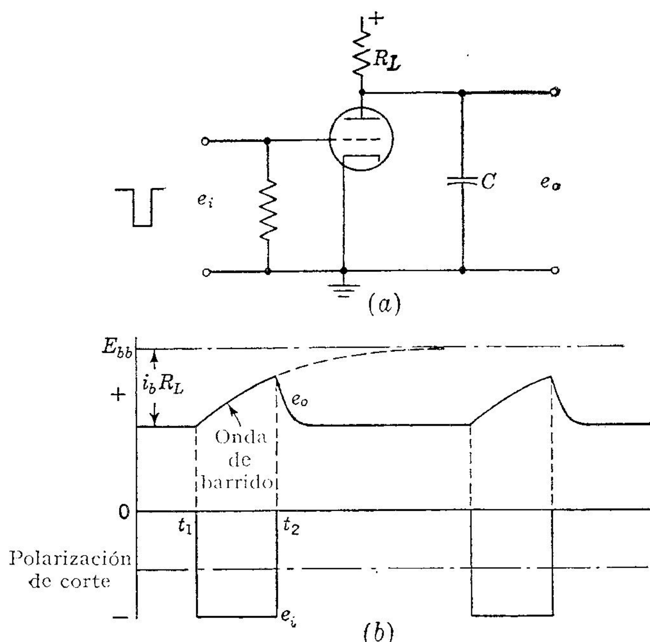


FIG. 9-36. Barrido con tubo de vacío empleando un circuito de carga RC

dor C se carga a través de R_L y la tensión e_o en C empieza a crecer hacia E_{bb}. Este aumento continúa mientras persiste el impulso. Al final del impulso, la rejilla vuelve a cero, el tubo conduce, el condensador se descarga rápidamente, a través de la baja resistencia del tubo, y el circuito retorna a su situación inicial. Así, se genera una onda de barrido precisa en cuanto a su momento de iniciación y a su duración.

Ejemplo. Proyectar un circuito de placa para un generador de barrido con tubo de vacío empleando el triodo 6C4 para obtener un período de barrido de 100 μseg con una falta de linealidad del 2 %.

Para esa limitación de la falta de linealidad, la Fig. 9-33 muestra que es preciso que $e_1/E = 0{,}05$. Si $E_{bb} = 250$ V y se supone que $R = 50.000\ \Omega$, las curvas del tubo dan una corriente de placa (con tensión de rejilla cero) de 4,3 mA y una tensión de placa de $250 - 0{,}0043 \times 50.000 = 35$ V. La tensión de placa cambia, pues, de

35 a 250 V y la tensión disponible para cargar C es de $250 - 35 = 215$ V. Así, por la Ec. (9-45), en la que $E = 215$,

$$e_2 = 215(1 - \epsilon^{-0,05}) = 10,5 \text{ V}$$

es el valor máximo del barrido de salida en el instante t_2. Suponiendo $e_1 = e_2$, que es razonable para pequeña falta de linealidad, la Ec. (9-43) da

$$\frac{e_1}{E} = \frac{t_1}{RC} = 0,05$$

$$RC = \frac{100 \times 10^{-6}}{0,05} = 0,002 \text{ seg}$$

y, puesto que $R = 50.000\ \Omega$,

$$C = \frac{0,002}{50.000} = 0,04 \times 10^{-6} = 0,04\ \mu\text{F}$$

Durante el intervalo en que la tensión de rejilla es cero, el valor de la r_b del tubo es

$$r_b = \frac{35}{0,0043} = 8.100\ \Omega$$

El condensador se descargará a 35 V a través de la resistencia del tubo en paralelo con R, lo que supone unos 7.000 ohmios. La constante de tiempo r_bC es

$$r_bC = 7.000 \times 0,04 \times 10^{-6} = 0,00028 \text{ seg}$$

El período transitorio de descarga se completará en cuatro constantes de tiempo aproximadamente, es decir, en

$$T = 4 \times 0,00028 = 1.120\ \mu\text{seg}$$

Esto señala un límite superior para la frecuencia de repetición del barrido de unos 800 impulsos por segundo, a menos que el proyecto se modifique para disminuir la constante de tiempo r_bC.

9-16. Linealización del barrido RC. La tensión en el condensador de un circuito de barrido RC está dada por

$$e_C = \frac{1}{C}\int_0^t i\, dt$$

y, si se suministra para la carga una corriente constante, en vez de una tensión constante,

$$e_C = \frac{I_o}{C}t + V_o$$

y se obtendrá la tensión lineal deseada.

Puesto que un pentodo se aproxima a un dispositivo de corriente constante (es decir, que la corriente de placa de un pentodo es casi independiente de la tensión de placa, con tensiones fijas de las rejillas pantalla y de mando), este tipo de tubo puede servir como fuente de

corriente constante. La Fig. 9-37 muestra pentodos para alimentación de generadores de barrido con triodo de gas y con triodo de vacío.

Con un ajuste cuidadoso del punto de funcionamiento del pentodo es posible obtener tensiones de barrido bastante lineales. No obstante, puede tropezarse con alguna dificultad en el proyecto de circuitos, a causa de la necesidad de que varias fuentes de alimentación del pentodo funcionen por encima del potencial de masa.

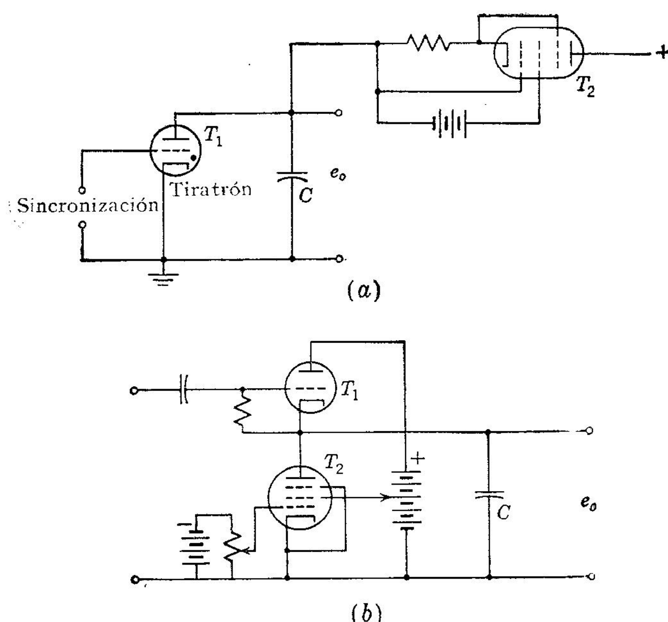


FIG. 9-37. (a) Alimentación a corriente constante con un triodo de gas para conmutación. (b) Pentodo de corriente constante en un barrido con tubo de vacío.

Otro circuito, conocido como *barrido bootstrap*, emplea realimentación para suministrar una corriente de carga constante para linealizar la tensión de barrido RC y se muestra en la Fig. 9-38*a*. En él, el tubo T_1 está excitado por el impulso rectangular de conmutación, o *puerta*, así llamado porque pone en marcha, o «conecta», el circuito. A la salida del tubo T_1 está el condensador C_1, cargado a través de R_1 y R_2 en el circuito de placa, siendo la salida e_o la tensión en bornes de C_1. Un seguidor de cátodo T_2 proporciona la realimentación desde la salida al circuito de placa de T_1, dando una corriente de realimentación linealizadora.

El funcionamiento del circuito puede estudiarse con ayuda de la Fig. 9-38*b*, que representa el circuito de carga del tubo T_1 con las tres corrientes indicadas en el nudo entre las resistencias R_1 y R_2.

Escribiendo las ecuaciones de la tensión para este nudo, se tiene

$$e_1 = E - i_1 R_2$$

$$e_1 = i_3 R_1 + \frac{1}{C_1}\int_0^{t_1} i_3\, dt \qquad (9\text{-}47)$$

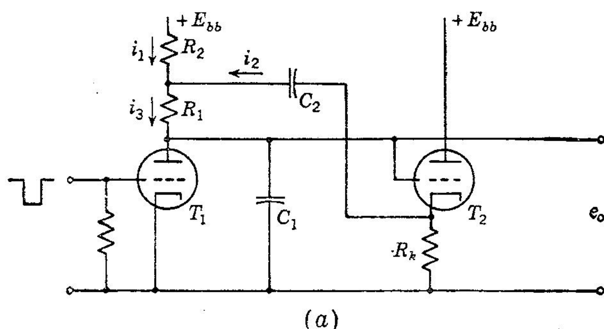
Igualando, tenemos

$$E - i_1 R_2 = i_3 R_1 + \frac{1}{C_1}\int_0^{t_1} i_3\, dt \qquad (9\text{-}48)$$

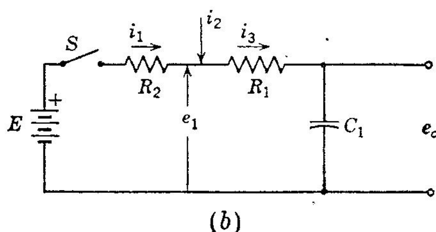
A $t = 0$ puede verse que el valor de i_3 debe ser

$$i_3 = \frac{E}{R_1 + R_2} \qquad t = 0 \qquad (9\text{-}49)$$

suponiendo $i_2 = 0$ en ese momento, condición que más tarde se verá que es físicamente correcta. Sin embargo, si i_3 ha de ser constante (si hemos de conseguir que la carga de C_1 se haga a corriente constante),



(a)



(b)

FIG. 9-38. (*a*) Barrido *bootstrab* que emplea realimentación a través de C_2 para su linealización. (*b*) Circuito equivalente de carga *RC*.

ha de tener el valor dado por la Ec. (9-49) a $t = 0$, y en todo momento durante el ciclo de conmutación.

Teniendo en cuenta

$$i_1 = i_3 - i_2$$

en la Ec. (9-48) obtenemos

$$i_3(R_1 + R_2) - i_2 R_2 = E - \frac{1}{C_1}\int_0^t i_3\,dt$$

Empleando la condición expresada por la Ec. (9-49) para obligar a que la carga sea a corriente constante,

$$i_2 R_2 = \frac{1}{C_1}\int_0^t i_3\,dt$$

$$i_2 = \frac{1}{R_2} e_0 \qquad (9\text{-}50)$$

Así, la corriente i_2 que realimenta al circuito de placa debe ser proporcional a la tensión de salida e_0 en bornes de C_1.

En el circuito de la Fig. 9-38*a* el tubo T_1 está normalmente conduciendo, pero se corta al aplicar el impulso puerta negativo, en cuyo momento el condensador C_1 empieza a cargarse hacia la tensión E_{bb} del modo explicado en la Sec. 9-15. Con el seguidor de cátodo T_2 conectado, la tensión en R_k sube y, si la ganancia del seguidor de cátodo fuese la unidad, la tensión e_0 se aplicaría en R_2, como exige la Ec. (9-50) para que la carga de C_1 sea a corriente constante.

De hecho, el funcionamiento del circuito es tal que el condensador C_1, en vez de cargarse hacia la tensión E_{bb}, se carga hacia la tensión constantemente creciente $E_{bb} + (1/C)\int i\,dt$, cuyo aumento compensa la tensión en C_1, dando como resultado una caída constante y, por consiguiente, una corriente constante en R_1.

La linealidad de la onda en dientes de sierra resultante depende de lo que la ganancia del seguidor de cátodo se acerque a la unidad. Se supone también que C_2/C_1 es grande, de forma que la tensión en C_2 permanece constante durante un barrido y los cambios en e_0 pasan enteramente a R_1. Puesto que la ganancia de T_2 puede ser de 0,95 ó más, el error en la linealidad puede reducirse por un factor 2 ó 3 sobre el del circuito de barrido exponencial sencillo RC.

Es, desde luego, posible introducir amplificación en el lazo de realimentación de corriente, de forma que es posible conseguir cualquier grado de compensación de la falta de linealidad. También se emplean otras variaciones de este circuito básico.

9-17. Otros tipos de bases de tiempos. Aunque la base de tiempos lineal es la forma más usual de presentación de información en una pantalla de tubo de rayos catódicos, hay otros tipos que presentan ciertas ventajas particulares. Uno de ellos es el barrido circular de la Fig. 9-39*a*, con las señales apareciendo como picos radiales o cambios en la longitud del radio. Se emplean ondas sinu-

soidales como tensiones de barrido, con las dos tensiones de la forma

$$E_v = A \text{ sen } \omega t$$

$$E_h = A \text{ sen } \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

obtenidas por medio de un apropiado desviador de fase y amplificadores. En estos amplificadores puede aplicarse una señal a la rejilla pantalla de los pentodos, para aumentar la ganancia y el radio en un momento dado, formando así un pico. El resultado es un eje de tiempos de longitud triple a la que puede conseguirse con una base lineal.

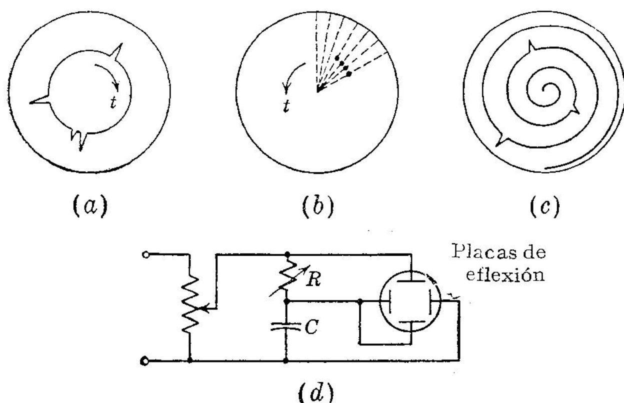


FIG. 9-39. (a) Presentación del barrido circular. (b) Indicación PPI. (c) Barrido en espiral. (d) Circuito para barrido circular sencillo.

La Fig. 9-39*d* es un sencillo circuito para suministrar las tensiones para un barrido circular. El potenciómetro controla el tamaño de la circunferencia, y la resistencia variable R controla el grado de excentricidad de la elipse. Se requiere una onda libre de armónicos para obtener una buena circunferencia, ya que la variación de R proporciona un punto en el que $R = 1/\omega C$, y esto es cierto para una sola frecuencia.

En otro tipo de circuito para radar se hace que el haz parta del centro y se mueva radialmente hacia el exterior, haciéndose girar al barrido radial alrededor del centro de la pantalla en sincronismo con la rotación de la antena del radar alrededor de su base. Los circuitos de la señal disparan el barrido para cada radio, y la distancia a un punto productor de eco queda señalada como distancia radial en la pantalla. La recepción del eco de un blanco se indica por un aumento en la tensión de rejilla del tubo de rayos catódicos intensificando el haz y haciendo que aparezca un punto brillante en la pantalla. Un radar instalado en un barco que se halle cerca de la costa mostrará una línea de puntos brillantes indicadores de reflexiones causadas por la costa obteniendo un mapa de la zona en la pantalla; de ahí el nombre de indicador

de plano de posición (PPI) *. La tensión de barrido para este sistema se toma normalmente de un potenciómetro giratorio con la relación no lineal deseada.

El barrido en espiral es una modificación del barrido circular para obtener mayor precisión. Sus tensiones de deflexión se obtienen como en el sistema PPI, pero su velocidad de rotación es mucho mayor que la de barrido, convirtiendo así el radio en una espiral.

9-18. Circuitos de barrido para tubos de rayos catódicos con deflexión magnética. Puesto que la densidad de flujo B es proporcional a i en las bobinas deflectoras de núcleo de aire, se necesita una corriente lineal respecto al tiempo para obtener un barrido lineal en un tubo de rayos

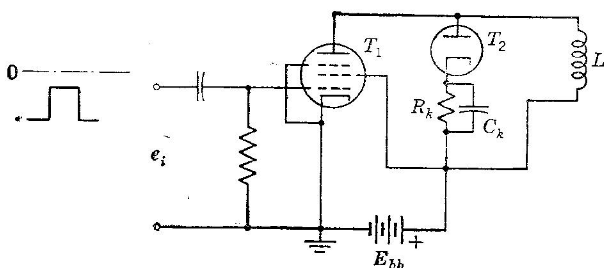


FIG. 9-40. Generador de barrido magnético.

catódicos con deflexión magnética, es decir, una corriente expresada por la ley

$$i = kt$$

Es necesario, pues, determinar la forma de la onda de tensión aplicada que haga a la corriente variar según kt en un sistema de bobinas de deflexión que tengan resistencia, inductancia y capacidad distribuida. Para simplificar el análisis, despreciaremos aquí este último parámetro por ser de pequeño valor.

El circuito de la Fig. 9-40 emplea una pequeña parte de la corriente transitoria de un circuito RL como primera aproximación a la linealidad. El circuito está excitado por un impulso rectangular como el mostrado en la figura que lleva a la rejilla casi a cero durante el intervalo de barrido. En el momento en que la rejilla es sacada del corte la corriente de placa es cero, pero empezará a crecer en ese momento según la ley

$$i = \frac{E_{bb}}{R + r_b}\left(1 - \epsilon^{-(R + r_b)t/L}\right) \qquad (9\text{-}51)$$

donde R y L son la resistencia y la inductancia de la bobina deflectora. Si la constante de tiempo $L/(R + r_b)$ es grande respecto a la duración del impulso rectangular, la corriente de barrido se aproximará a la

* (En inglés, "plan position indicator".)

linealidad, y será de aplicación lo expuesto anteriormente para el circuito RC en cuanto al error en linealidad, empleando fracciones equivalentes de la constante de tiempo como intervalo de barrido.

Durante el intervalo de conducción la polaridad de la tensión $L\,di/dt$ que hay en la bobina de barrido tiene un sentido tal que el diodo amor-

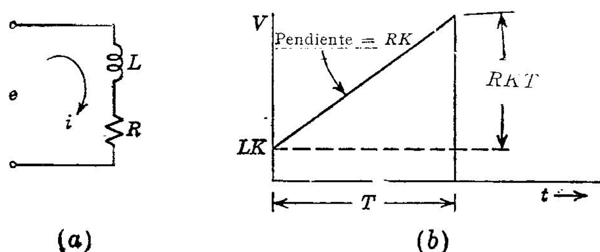


FIG. 9-41. (a) Circuito de bobina de deflexión. (b) Onda de tensión necesaria para producir una corriente en dientes de sierra en un circuito RL.

tiguador T_2 está cortado. Cuando T_1 vuelve a cortarse, la tensión $L\,di/dt$ invierte su polaridad y T_2 conduce, permitiendo que la energía almacenada en L se disipe en el diodo y en R_k. Debido a la capacidad distribuida en la bobina deflectora, le es posible oscilar al circuito, y R_k se elige ordinariamente lo bastante pequeña para amortiguar la descarga transitoria rápidamente a cero.

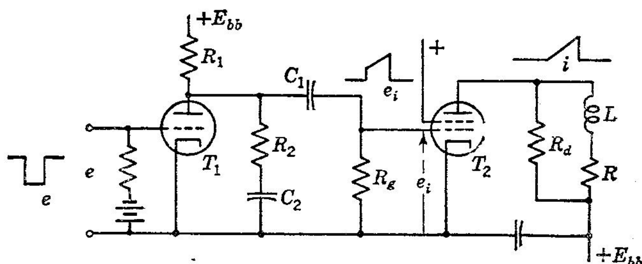


FIG. 9-42. Generación de una corriente en dientes de sierra lineales.

Es también posible hallar una onda de tensión que, al aplicarse a la carga inductiva, dé lugar a una corriente lineal con respecto al tiempo. Para una corriente lineal de la forma $i = Kt$, la bobina de deflexión (de inductancia L y resistencia R) tendrá una tensión aplicada

$$e = L\frac{di}{dt} + Ri =$$
$$= LK + RKt \qquad (9\text{-}52$$

que será de la forma mostrada en la Fig. 9-41b.

El circuito de la Fig. 9-42 generará una onda de esta forma como entrada a T_2, mediante la acción de R_2 y C_2 sobre el impulso positivo

rectangular aplicado a T_1, llevándola luego al amplificador T_2, clase A. La tensión e_i debe proporcionar la excitación indicada por la Ec. (9-52), de modo que

$$AE_{bb}\left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\epsilon^{-t/(R_1+R_2)C_2}\right) = LK + RKt \qquad (9\text{-}53)$$

donde A es la ganancia de T_2. Por consiguiente, el salto inicial de la onda de la Fig. 9-41*b* debe ser

$$AE_{bb}\left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = LK \qquad (9\text{-}54)$$

y la pendiente inicial tendrá que ser

$$\frac{AE_{bb}R_1}{(R_1 + R_2)^2C_2} = RK \qquad (9\text{-}55)$$

Una onda e_i producida por un circuito de este tipo se muestra en la Fig. 9-43.

Si la capacidad distribuida de la bobina de barrido es apreciable, es necesario añadir un pico agudo de tensión al comienzo de e_i para ayudar a suministrar la carga inicial a la capacidad distribuida. Son posibles también otras formas de circuito de barrido magnético.

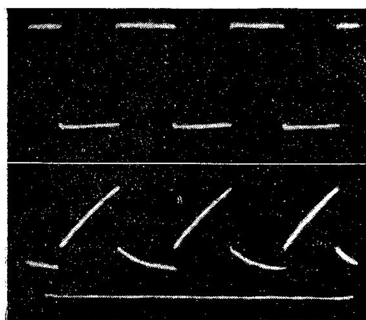


FIG. 9-43. (*a*) Onda cuadrada de entrada. (*b*) Tensión trapezoidal e_i de la Fig. 9-42.

9-19. El multivibrador astable. La voz *multivibrador* se emplea generalmente para designar al circuito de la Fig. 9-44*a*, desarrollado por Abraham y Bloch en 1918, debido a la abundancia de armónicos presentes en la onda de salida. En sus principales aplicaciones se hace uso de esta propiedad para obtener ondas de impulsos, cuadradas,trapezoidales o en dientes de sierra. Son posibles tres tipos de funcionamiento:

1. Un circuito que no tenga ninguna situación estable de funcionamiento, lo que constituye el *multivibrador astable.*

2. Un circuito que tenga un punto de funcionamiento estable, pero que pueda ser llevado a una región de inestabilidad, volviendo luego al estado estable inicial. Este tipo se conoce como *multivibrador monostable.*

3. Un circuito que tenga dos puntos de funcionamiento estable entre los cuales hay una región de inestabilidad, de forma que el circuito

pueda ser llevado alternativamente de una a otra situación. Este circuito se denomina *multivibrador bistable*.

Los tres tipos se muestran en la Fig. 9-44. El multivibrador astable será tratado aquí; los otros dos se discutirán más adelante. Consideremos el circuito de la Fig. 9-44*a* con las corrientes de placa momentáneamente iguales, lo que constituye una condición de equilibrio inestable. Cualquier pequeña alteración puede hacer que la corriente de placa de T_1 aumente momentáneamente, disminuyendo la tensión en el punto A.

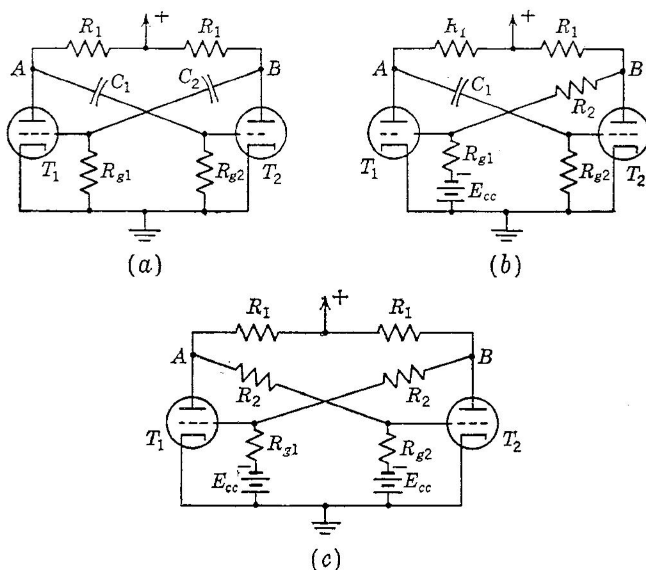


FIG. 9-44. (*a*) Multivibrador astable. (*b*) Multivibrador monostable. (*c*) Multivibrador bistable.

Puesto que C_1 y C_2 son grandes, sus tensiones no pueden cambiar con rapidez y la caída de la tensión en A pasa, a través de C_1, a la rejilla de T_2 reduciendo la corriente de este tubo. Esto hace que aumente la tensión en el punto B que, a través de C_2, hace crecer a la tensión de rejilla de T_1 con el consiguiente aumento en su corriente de placa. La acción es acumulativa, llegando la corriente en T_1 a alcanzar su valor máximo y, a medida que la tensión de A baja, la rejilla de T_2 se hace tan negativa, casi instantáneamente, que el tubo T_2 se corta.

Empieza entonces a descargarse C_1 a través de R_{g2} y al cabo de un cierto tiempo la tensión de rejilla de T_2 sube por encima del valor de corte y T_2 conduce de nuevo. Esto hace que una señal negativa llegue a la rejilla de T_1 debido a la caída de la tensión en B. La corriente en T_1 decrece ahora, iniciándose otra vez la acción acumulativa haciendo que T_1 se corte y T_2 conduzca, empezando entonces un nuevo ciclo.

Hay dos situaciones inestables, en una de las cuales T_1 está cortado

y T_2 conduciendo y en la otra al revés. La acción de disparo tiene lugar en el punto de igualdad de las corrientes de placa, lo que es, pues, también una situación de inestabilidad.

Ya que la corriente de rejilla circula por el tubo cuando la rejilla es positiva y su resistencia r_c puede ser entonces del orden de 1.000 ohmios, la capacidad asociada se carga más rápidamente de lo que se descarga la capacidad en el circuito del tubo cuya rejilla sea negativa. Este último tubo es el que determina el tiempo de retardo, cuya capacidad asociada tiene que descargarse a través de R_g, y la constante de tiempo que determina el retardo entre las acciones de disparo es entonces $R_{g1}C_2$ o $R_{g2}C_1$, suponiendo $R_g \gg R_1$. Si estas constantes de tiempo son desiguales, resultarán retardos, o impulsos, desiguales.

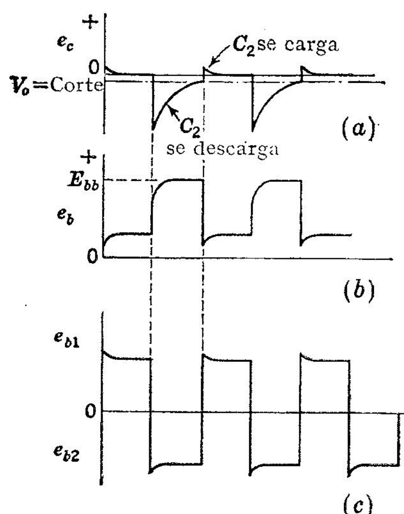


FIG. 9-45. (a) Onda de tensión de rejilla de T_1. (b) Onda de tensión de placa de T_1. (c) Tensión placa-placa.

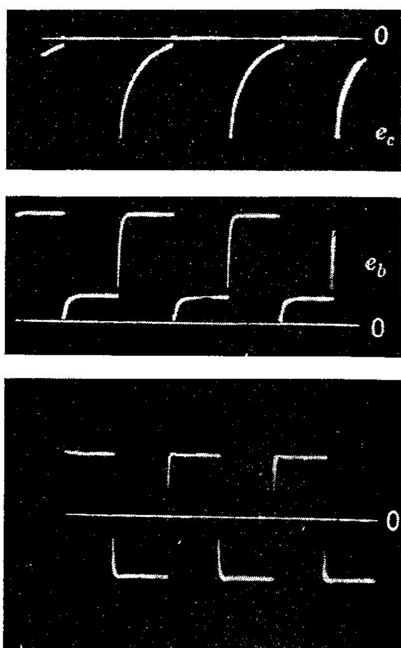


FIG. 9-46. (a) Tensión de rejilla de T_1. (b) Tensión de placa de T_1. (c) Tensión placa-placa.

Puesto que r_c será pequeña respecto, tanto a R_g, como a R_1, el tiempo de carga de C_1 o C_2 vendrá fijado por la constante de tiempo R_1C_1, corrientemente mucho menor que la que depende de R_g.

Las ondas de tensión de rejilla y placa se muestran en las Figs. 9-45 y 9-46, que representan los casos teórico y real. Debe prestarse atención a los pequeños picos positivos que aparecen en las ondas de tensión de rejilla que se producen durante el tiempo en que C_1 o C_2 se cargan a través de r_c y R_1. También se muestra cómo la constante de tiempo de la descarga a través de R_g limita el retardo del impulso,

mientras la tensión de rejilla crece exponencialmente hasta alcanzar el valor de disparo al nivel de corte.

La tensión de corte V_o, a la que empieza la subida rápida de la tensión de rejilla, está dada por

$$V_o = (E_{bb} - e_b)\epsilon^{-t_1/R_{g1}C_2} \quad (9\text{-}56)$$

donde e_b es la tensión de placa del tubo conductor y E_{bb} es la tensión de alimentación a la que se cargó C_2. Así, $E_{bb} - e_b$ es la tensión inicial de la descarga del condensador C_2 a través del circuito compuesto por R_1, C_2 y R_{g1}, como se muestra en la Fig. 9-47.

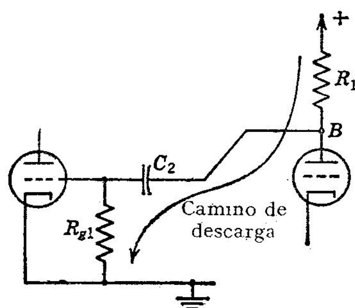


FIG. 9-47. Circuito de descarga de C_2.

Si el circuito es simétrico (los impulsos son iguales), el tiempo T, período de oscilación del multivibrador, es

$$T = 2t_1 = 2R_gC_1 \ln \frac{E_{bb} - e_b}{V_o} \quad (9\text{-}57)$$

Esta expresión no incluye el efecto de las capacidades parásitas e interelectródicas.

El multivibrador es una excelente fuente de ondas cuadradas, siendo sólo necesario en la onda placa-placa de la Fig. 9-46*c* una acción de corte para mejorar su forma. Si se precisa una subida de tensión extremadamente rápida, debe proyectarse el circuito prestando cuidadosa atención a emplear baja resistencia de placa y tubos de poca capacidad y utilizando técnicas de amplificador de banda ancha. Pueden obtenerse tiempos de subida de fracciones de microsegundo.

9-20. Efecto de la polarización. El momento en que se forma el borde posterior del impulso de salida de un multivibrador está fijado por la intersección de la curva representativa de la subida exponencial de la tensión de rejilla y la horizontal que marca la tensión de corte (Fig. 9-45*a*). Sin embargo, la tensión de corte depende de las constantes del tubo y de las tensiones, por lo que el momento de la formación del borde posterior y la anchura del impulso pueden no ser precisos. Con la tensión de rejilla creciendo exponencialmente hacia una tensión baja, la pendiente de la curva exponencial en el momento de alcanzar el valor de corte puede ser bastante pequeña y, así, el momento del disparo puede resultar algo indeterminado.

Para asegurar que la tensión exponencial crezca rápidamente en el instante de llegar al corte, puede emplearse el circuito polarizado positivamente de la Fig. 9-48*a*, con el que se pueden obtener las ondas de tensión de la Fig. 9-48*b* ó 9-49. El mayor ángulo bajo el que la onda de tensión de rejilla corta a la línea de corte da mayor precisión de dis-

paro. Incluso con esta precaución, la estabilidad de la frecuencia no es muy grande.

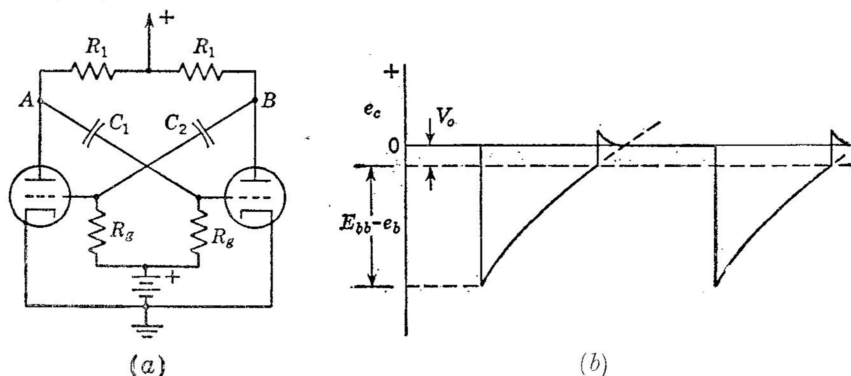


FIG. 9-48. (*a*) Multivibrador polarizado. (*b*) Forma de onda de rejilla del circuito (*a*).

9-21. Sincronización del multivibrador. Para mejorar más la estabilidad de la frecuencia del multivibrador astable, el sistema puede ser excitado o sincronizado con un impulso exterior o con una tensión sinusoidal. Esto obliga a que el período del multivibrador sea exactamente el mismo, un múltiplo o un submúltiplo de la frecuencia de sincronización.

En la Fig. 9-50*a* se muestra un método para introducir una señal de sincronización en un multivibrador. Son posibles otros métodos, con el único requisito de que la entrada sea simétrica para ambos tubos. Si se inyectan impulsos positivos en las rejillas, es evidente que no afectarán al tubo que está conduciendo y cuya rejilla es ya positiva. Los impulsos se sumarán a la tensión creciente de la rejilla negativa produciendo picos superpuestos a todo lo largo de la onda creciente, como en la Fig. 9-50*b*. Si estos picos tienen amplitud suficiente, alguno, al sumarse a la tensión exponencial, hará que dicha tensión exceda del valor de corte antes de lo que se produciría si no existiese esta señal de sincronización. El multivibrador se ajustará así a dicha señal disparándose cada vez que llegue el mismo impulso. Incluso si la señal excitadora cambia de frecuencia, en un margen pequeño, el multivibrador variará también su frecuencia del mismo modo y continuará ajustado. Si el cambio en la señal es mayor, el circuito puede

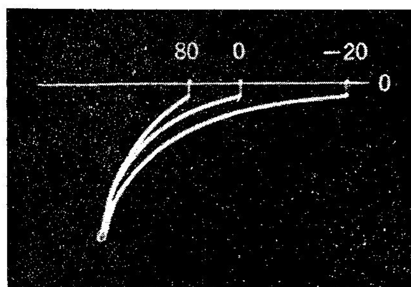
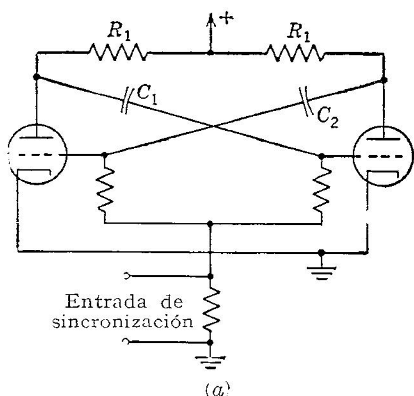


FIG. 9-49. Ondas de tensión de rejilla del multivibrador con polarizaciones de + 80, 0 y − 20 voltios.

ser disparado por el impulso anterior o por el siguiente y el circuito se disparará cada $n - 1$ ó $n + 1$ impulsos, en vez de cada n impulsos.

El objeto de tal sincronización es corrientemente obtener *división de frecuencias*, ya que el multivibrador es obligado a dispararse a cada enésimo impulso, siendo conveniente el factor $n = 10$. De este modo se divide normalmente la frecuencia de un oscilador de 100 Kc de gran estabilidad, dando salidas muy precisas de 10 Kc, 1 Kc y, finalmente, 100 ciclos. Esta última frecuencia puede emplearse para mandar un reloj cuyo tiempo puede compararse con la rotación de la Tierra,



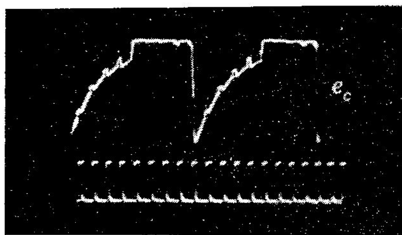


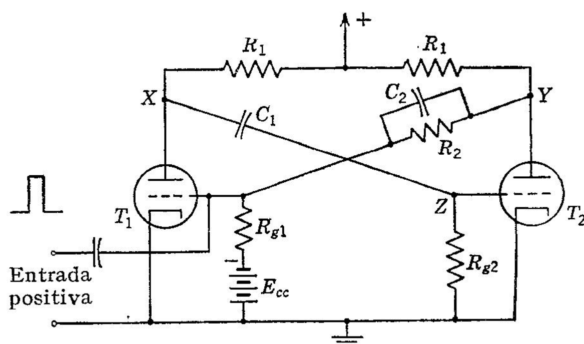
FIG. 9-50. (*a*) Método de una entrada para sincronización. (*b*) Tensión de rejilla del multivibrador sincronizado por impulsos.

y el conjunto constituye un *patrón primario* muy exacto de frecuencia y tiempo.

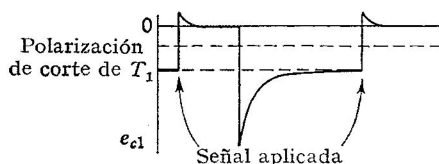
9-22. El multivibrador monostable. El *multivibrador monostable* funciona con un tubo polarizado normalmente más allá del corte, de forma que el circuito permanece estable e inactivo hasta que se le aplica un impulso de disparo o sincronización. El impulso hace que el circuito cambie desde su situación estable a otra inestable y, después de un intervalo determinado por las constantes del circuito, vuelva a su estado estable inicial, en el que permanece hasta la llegada de un nuevo impulso.

Tal circuito se muestra en la Fig. 9-51*a* como una modificación del multivibrador astable, obtenida añadiendo la resistencia R_2 y la polarización E_{cc}, superior al valor de corte, a T_1. En este circuito, en el estado estable, T_1 está cortado y T_2 conduciendo. La aplicación de un impulso ascendente a la rejilla de T_1, con la amplitud suficiente para hacer que T_1 conduzca, hace caer bruscamente la tensión del punto X. Puesto que la tensión en C_1 no puede cambiar instantáneamente, el punto Z (o, lo que es igual, la rejilla de T_2) sigue la caída de tensión de X hasta un valor inferior al de corte. Esto queda indicado en la Fig. 9-51*c*.

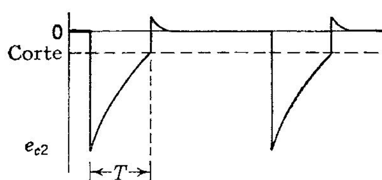
A medida que C_1 se descarga a través de R_{g2}, la tensión de rejilla de T_2 crece hasta que alcanza de nuevo el valor de corte y vuelve a circular corriente por T_2, disminuyendo así la tensión de Y y forzando a descender a la tensión de rejilla de T_1. El efecto es acumulativo y rápido,



(a)



(b)



(c)

FIG. 9-51. (a) Multivibrador monostable. (b) Tensión de rejilla del tubo polarizado T_1. (c) Tensión de rejilla del tubo no polarizado T_2.

llegando T_2 a conducción total y cortándose T_1, con lo que se vuelve al estado inicial. Este intervalo está determinado por la constante de tiempo $R_{g2}C_1$.

Por analogía con el estudio hecho en la Sec. 9-19, la duración de la operación está dada por

$$T = R_{g2}C_1 \ln \frac{E_{bb} - e_b}{V_o} \tag{9-58}$$

La rejilla de T_2 puede someterse a polarización positiva, como en el multivibrador astable, obteniéndose un funcionamiento más preciso debido a la mayor pendiente de la tensión exponencial creciente de rejilla en el momento de alcanzar el valor de corte. La variación de esta polarización positiva constituye un medio sencillo de variar la anchura del impulso de salida, siendo el tiempo T proporcional a dicha polarización en un amplio margen. Una modificación del circuito para conseguir esta mejora se muestra en la Fig. 9-52.

El condensador C_2 sirve para disminuir el tiempo de conmutación entre los estados de conducción de T_2 a T_1. Refiriéndonos a la Fig. 9-51*a*, la tensión del punto Y llega a la rejilla de T_1 únicamente a través del divisor de tensión formado por R_2 y R_{g1}; por consiguiente, sólo una

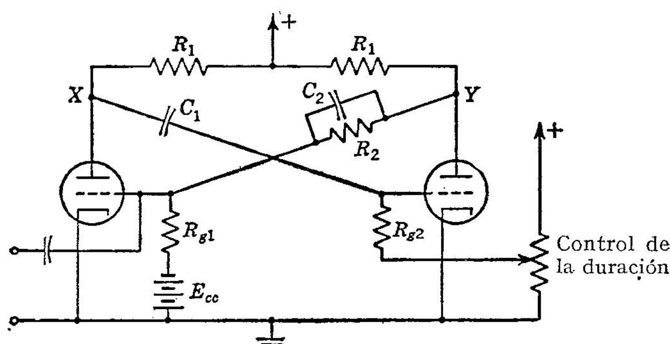


FIG. 9-52. Control de la anchura del impulso.

fracción de la tensión continua de Y aparece en la rejilla de T_1. El condensador, por el contrario, cortocircuita a R_2 para los cambios rápidos de tensión y, en el momento de la conmutación inversa, de T_2 a T_1, toda la tensión que hay en Y pasa a la rejilla de T_1. Además, sin C_2, las capacidades internas del tubo, en paralelo con R_g, tendrían que cargarse a través de R_2. Con C_2 apreciablemente mayor que dichas capacidades internas, es posible cargar rápidamente estas últimas y hacer que la tensión de la rejilla de T_1 siga estrechamente a la del punto Y durante la conmutación.

El circuito se emplea generalmente para generar impulsos rectangulares cortos, tomando la salida en placa de T_2. También puede usarse para dar nuevamente forma a impulsos que hayan sufrido distorsión, usándolos como entrada de disparo para el circuito y obteniendo impulsos uniformes de salida utilizables en control o en contadores.

9-23. El multivibrador bistable. El *multivibrador* de la Fig. 9-53, proyectado por Eccles y Jordan en 1919, y que es una modificación del multivibrador astable, tiene dos estados estables separados por una región inestable. En una de las situaciones de estabilidad T_1 conduce y T_2 está cortado y en la otra al revés. Se necesitan impulsos o señales

de entrada para hacer que el circuito pase de uno a otro estado, pudiéndose emplear las tensiones en A y en B para controlar las conmutaciones adecuadas.

Supongamos que T_1 está inicialmente conduciendo y que T_2 está cortado por la acción combinada de R_2 y R_{g2}, como divisor de tensión, y por la polarización negativa. Si se aplica un impulso positivo a ambas

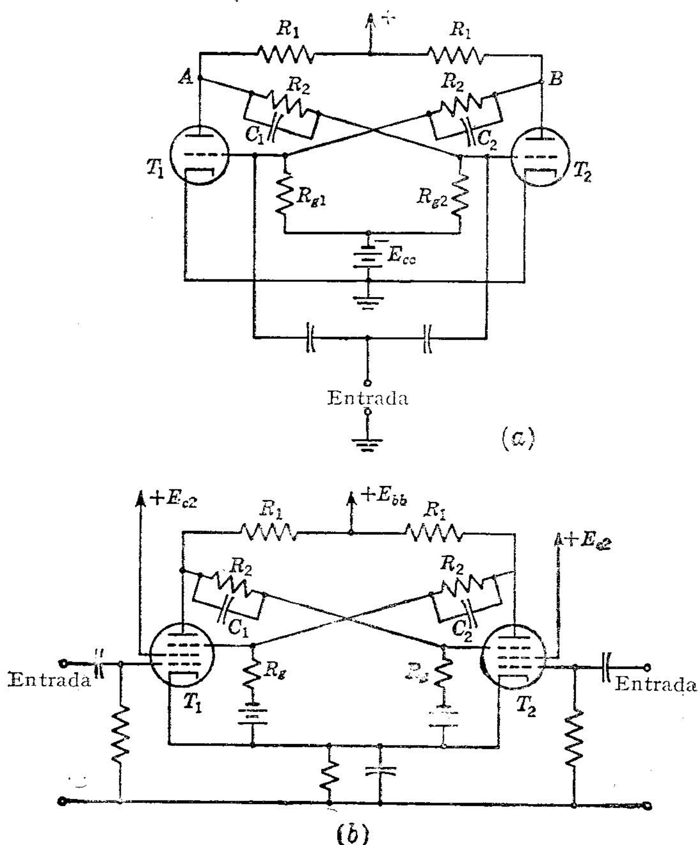


FIG. 9-53. (a) Circuito Eccles-Jordan. (b) Multivibrador bistable con pentodos.

rejillas simultáneamente, T_1 no mostrará reacción alguna puesto que ya está conduciendo, pero T_2 empezará entonces a conducir. Esto hará bajar la tensión en B reduciendo la tensión de rejilla de T_1, disminuyendo la corriente en este tubo y elevando la tensión en A y, por consiguiente, la tensión de rejilla de T_2. Así, se establece una acción regenerativa hasta que T_1 se corta y T_2 alcanza la plena conducción, de forma similar a la ya estudiada en los otros circuitos multivibradores. Puesto que no hay fenómenos transitorios RC, el circuito permanecerá en esta

situación estable hasta que se aplique otro impulso positivo, en cuyo momento volverá a su estado original.

También pueden usarse impulsos negativos para el disparo, con los que no reacciona el tubo que está cortado, pero que reducen la corriente en el que conduce, iniciándose la acción regenerativa. La única condición que deben cumplir tales impulsos de entrada es la de que sean de amplitud y duración suficientes para llevar al tubo a una situación ligeramente más allá del punto de igualdad de corrientes, después del cual la acción acumulativa completa la transferencia de corriente.

Los impulsos de entrada pueden aplicarse a la conexión común de placas, así como a la conexión común de rejillas, cuando se emplean impulsos negativos. Al disminuir las tensiones de placa, las de rejilla siguen a aquéllas a través del efecto divisor de tensión y, de este modo, el funcionamiento es como el anteriormente descrito.

Puede usarse disparo asimétrico, en el que se aplica un impulso negativo al tubo que conduce o uno positivo al que está cortado, pero esto requiere que las polaridades de los impulsos de entrada sean alternas a medida que los tubos cambian de estado. Además, la amplitud del impulso positivo necesaria para el disparo será mayor que la del impulso negativo, puesto que éste último sólo necesita llevar a la rejilla ligeramente por debajo del punto de igualdad de corrientes, mientras que aquél (el positivo) tiene que vencer una polarización negativa considerable, incluso solamente para iniciar la conducción.

Los condensadores C_1 y C_2 se añaden para favorecer el funcionamiento del circuito en impulsos cortos, como se explicó en el caso del multivibrador monostable. Pueden emplearse también pentodos en los que las rejillas supresoras sustituyen a las de control en el circuito de la Fig. 9-53*b*, en lo que se refiere al acoplamiento cruzado entre los tubos. Las rejillas de control quedan así disponibles para las señales de disparo por impulsos negativos cortos que hacen cero las corrientes de ambos tubos. No obstante, la tensión en el condensador, C_1 o C_2, del tubo que ha estado conduciendo hace más negativa a la rejilla supresora de ese tubo que a la del otro y el circuito se dispara cuando se suprime el impulso de entrada. Esto exige que C_1 y C_2 sean bastante grandes para que sus tensiones no cambien apreciablemente mientras dura el impulso.

El tiempo invertido en transferir la conducción de T_1 a T_2, o viceversa, es llamado *tiempo de resolución*. Durante este intervalo el circuito es insensible a la llegada de un segundo impulso, por lo que el tiempo de resolución es el mínimo intervalo entre impulsos que pueden ser discriminados. Las constantes de tiempo R_1C_1 y R_2C_2 deben ser grandes con respecto a la duración de un impulso, pero pequeños con relación al intervalo previsible entre impulsos, para obtener una buena resolución.

9-24. Circuitos de escala. En la Fig. 9-53*a* se ve que el tubo T_2 conduce una vez cada dos impulsos, y el número de impulsos negativos obtenidos en su placa es la mitad del de los de disparo. Esto le confiere

el apelativo de circuito *de escala* 2, y se usa ampliamente para reducir el número de impulsos producidos en experimentos con radiactividad y otros campos de la física nuclear. Es posible conectar varios de estos circuitos en cascada para obtener 4, 8 y otros factores de escala. Así, pueden contarse grandes frecuencias de repetición de impulsos con contadores mecánicos de pequeña velocidad. El intervalo entre impulsos no necesita ser constante, ya que el circuito simplemente espera en su último estado a que llegue el impulso siguiente.

Es, desde luego, necesario saber qué tubo de una pareja dada está conduciendo, lo que puede determinarse muy fácilmente conectando un pequeño diodo de neón en bornes de la resistencia de carga R_1 de uno de los tubos. Si este diodo no está encendido indica que es el *otro*

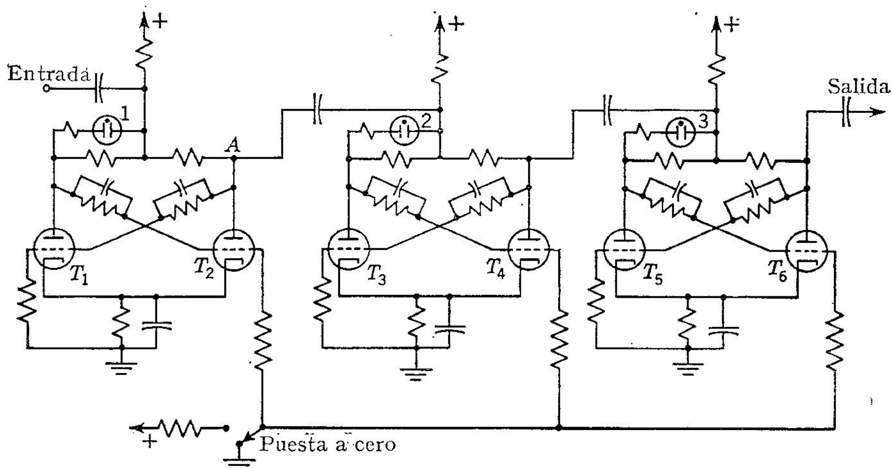


FIG. 9-54. Circuito de escala 8, incluyendo acoplamiento de placa y puesta a cero.

tubo de la pareja el que conduce y no se necesita más que un diodo por pareja de tubos. Estas conexiones se muestran en la Fig. 9-54.

Si se usan cinco multivibradores bistables, su factor de escala es $2^5 = 32$ y, en general, un circuito de escala puede dividir por un factor de 2^n, donde n indica el número de multivibradores. El circuito de la Fig. 9-54 ilustra un contador de escala 8 con acoplamiento del impulso de salida desde las placas de T_2 y T_4 al terminal común de placa de la pareja siguiente. El circuito muestra también el interruptor de *puesta a punto* para asegurar que T_2, T_4 y T_6 están inicialmente conduciendo, de forma que se conozca el estado inicial de cada pareja y que todos los indicadores estén apagados.

El primer impulso negativo transfiere la conducción de T_2 a T_1, pero puesto que la tensión del punto A crece, la segunda pareja no se dispara, ya que se necesita un impulso negativo para el disparo por placa. No obstante, el indicador 1 se enciende. El segundo impulso negativo devuelve la conducción desde el tubo T_1 al T_2, en cuyo mo-

mento la tensión en A cae y un impulso negativo se transmite a la pareja siguiente haciendo que la conducción pase de T_4 a T_3. El indicador 1 se apaga y el 2 se enciende. Un tercer impulso vuelve a traer la conducción a T_1 encendiéndose el indicador 1. Un cuarto impulso lleva la conducción a T_2 y transmite otro impulso negativo de disparo al segundo multivibrador haciendo que T_4 conduzca y que transmita, a su vez otro impulso de disparo al tercer multivibrador, llevando a T_5 a conducir.

Puede verse que después de cuatro impulsos los tubos T_2, T_4 y T_5 están conduciendo y el indicador 3 está encendido. Puede deducirse también que después de ocho impulsos los tubos T_2, T_4 y T_6 están conduciendo y se ha transmitido un impulso de salida al contador registrador. La secuencia se resume en la siguiente tabla, en la que la situación de indicador apagado se designa por 0 y la de encendido por 1. Si a los indicadores se les dan los valores 1, 2, 4, . . . , puede verse que el número de impulsos recibidos viene dado por la suma de los indicadores encendidos afectados de sus coeficientes; así, para siete impulsos recibidos, se tiene $1 + 2 + 4 = 7$.

Número de impulsos	Indicador			Señal de salida
	1	2	3	
0	0	0	0	
1	1	0	0	
2	0	1	0	
3	1	1	0	
4	0	0	1	
5	1	0	1	
6	0	1	1	
7	1	1	1	
8	0	0	0	X

9-25. Circuitos de escala decimal. En general, un conjunto de multivibradores bistables divide por el factor 2^n, donde n es un número entero, siendo posible directamente la obtención de los factores 2, 4, 8, 16, . . . Sin embargo, puede aplicarse realimentación de muchas formas diferentes para hacer que el circuito vuelva por sí mismo a una situación inicial después de la llegada del impulso k, restando algunos impulsos, en número r, y proporcionando un factor de escala igual a $k + r$. En particular, es conveniente conseguir un factor 10 por ser la base de nuestro sistema de numeración normal. El circuito de la Fig. 9-55, que se describe como ejemplo, da lugar a este factor decimal con cuatro multivibradores, cuyo factor sería normalmente 16. Pero se consigue el factor 10 haciendo $k = 9$ y $r = 1$, de forma que $k + r = 10$; este resultado se consigue por acoplamientos directo e inverso (realimentación) entre los multivibradores.

El circuito de la Fig. 9-55 emplea acoplamiento entre multivibradores por medio de conexión común de placa, siendo eficaces para la

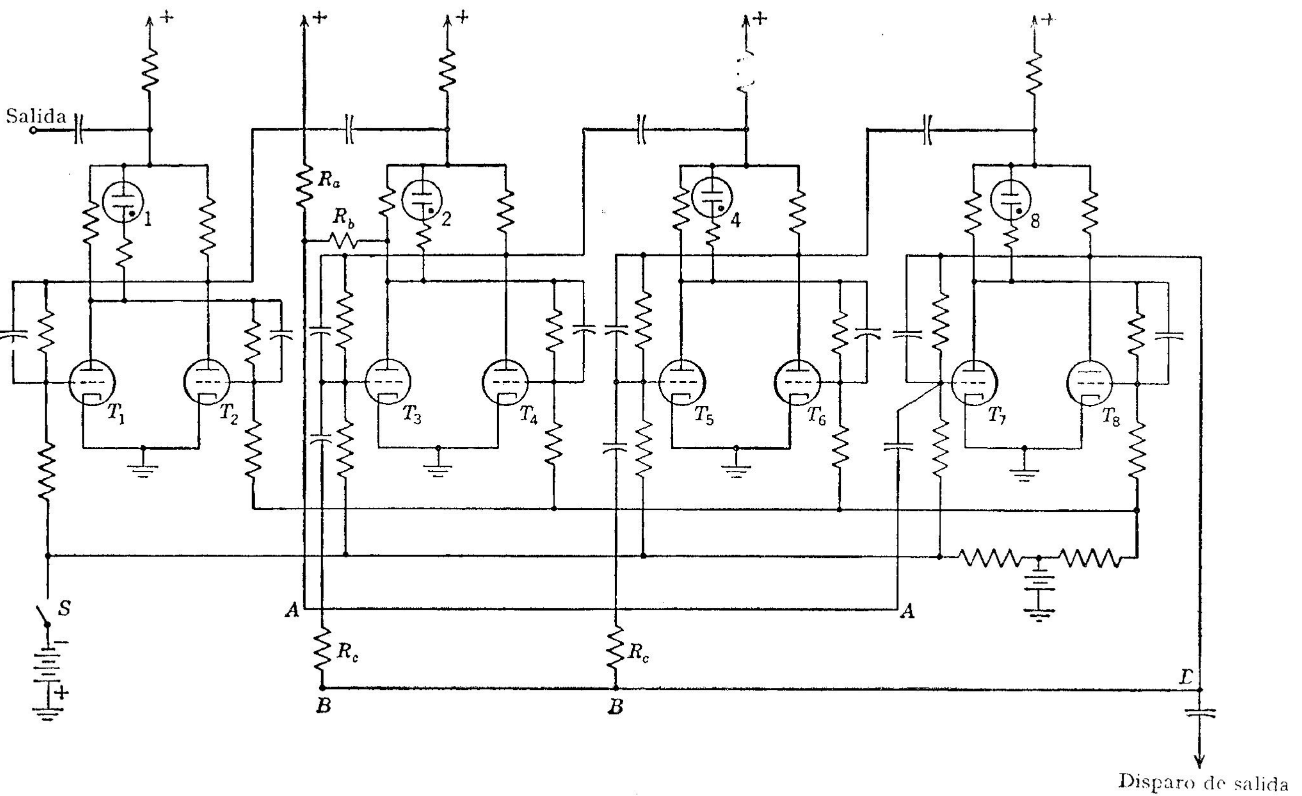


FIG. 9-55. Circuito contador de décadas con multivibradores bistables.

conmutación en este conductor solamente los impulsos negativos. La puesta a punto en la posición inicial, con los tubos T_1, T_3, T_5 y T_7 cortados, se consigue por medio del interruptor S, que polariza negativamente las correspondientes rejillas. Después de esta puesta a punto inicial, el circuito contará impulsos y dará un impulso de salida por cada 10 impulsos de entrada. Esta salida puede usarse como entrada para otros circuitos decimales contando 100, 1.000, etc. Hay dispuestas lámparas indicadoras asociadas a los tubos T_1, T_3, T_5 y T_7, que lucen si su tubo respectivo está conduciendo.

Hay acoplamiento directo desde la placa de T_3 hasta la rejilla de T_7, a través de la línea $A-A$ y realimentación (acoplamiento inverso) de la salida (placa de T_8) a las rejillas de T_3 y T_5, a través de la línea B-B. El efecto de esta realimentación se explica más adelante.

El interruptor S pone inicialmente a los tubos impares en estado de corte, que corresponde a la primera línea de la tabla adjunta. La situación de los tubos se indica por «no» si está cortado, y «sí» si conduce, correspondiendo las indicaciones de las lámparas como antes: 0 si está apagada y 1 si está encendida. El número de impulsos recibidos en cualquier instante puede hallarse afectando a las lámparas de los coeficientes 1, 2, 4 y 8 y sumando. A este resultado ha de añadirse la lectura del contador de salida.

CONTADOR DECIMAL

Número del impulso	T_1	T_2	Lámpara 1	T_3	T_4	Lámpara 2	T_5	T_6	Lámpara 4	T_7	T_8	Lámpara 8
0	no	sí	0	no	sí	0	no	sí	0	no	sí	0
1	sí	no	1	no	si	0	no	sí	0	no	sí	0
2	no	sí	0	sí	no	1	no	sí	0	no	sí	0
3	sí	no	1	sí	no	1	no	sí	0	no	sí	0
4	no	sí	0	no	sí	0	sí	no	1	no	sí	0
5	sí	no	1	no	sí	0	sí	no	1	no	sí	0
6	no	sí	0	sí	no	1	sí	no	1	no	sí	0
7	sí	no	1	sí	no	1	sí	no	1	no	sí	0
8	no	sí	0	no	sí	0	no	sí	0	sí	no	1
9	sí	no	1	no	sí	0	no	sí	0	sí	no	1

El primer impulso hace conducir a T_1 y enciende la lámpara 1. El corte de T_2 envía un impulso positivo a T_3, que es ineficaz, ya que la conmutación por placa sólo se produce con impulsos negativos, obteniéndose el resultado indicado en la tabla. El segundo impulso corta T_1 y hace conducir a T_2, apagando la lámpara 1. Se transmite con esto un impulso negativo a T_3, al pasar T_2 a conducir y caer su tensión de placa, con lo cual T_3 conduce y se enciende la lámpara 2; el resultado se muestra en la tabla.

Puede observarse que al conducir T_3 se transmite un impulso negativo a la rejilla de T_7 a través de A-A. No obstante, T_7 está cortado,

por lo que un impulso negativo *a su rejilla* no tiene ningún efecto. Más tarde, a la llegada del cuarto impulso, se transmite un impulso positivo a la rejilla de T_7 a través de la línea A-A, pero las resistencias R_a y R_b hacen que su amplitud sea demasiado pequeña para disparar T_7, de acuerdo con lo dicho en el Sec. 9-23 respecto al disparo por rejilla. Del mismo modo, la recepción del octavo impulso no surte efecto en T_3 y T_5 a través de B-B, debido a que el corte de T_8 transmite un impulso positivo que es también demasiado pequeño para que T_3 y T_5 pasen a conducir. Así, el funcionamiento se desarrolla en forma normal hasta que llega el impulso número 9 (recuérdese que sólo un impulso negativo hace cambiar a un tubo).

El décimo impulso produce diversos efectos que dan lugar al resultado consignado en la tabla adjunta. La acción de T_4 al cortarse, a la llegada del impulso 10, transmite un impulso positivo a la pareja siguiente que no tiene efecto sobre la combinación T_5-T_6. No obstante, al pasar T_3 a conducir, transmite un impulso negativo (por el acoplamiento A-A) a T_7, cortándolo y haciendo conducir a T_8. Cuando T_8 conduce, se realimenta un impulso negativo (a través de B-B) a las rejillas de T_3 y T_5, cortando al primero y evitando que el segundo conduzca en el momento en que T_4 conduce y transmite un impulso negativo a T_5 y T_6. El resultado es el indicado en la última línea de la tabla que se acompaña. Al mismo tiempo se transmite un impulso

Número del impulso	T_1	T_2	Lámpara 1	T_3	T_4	Lámpara 2	T_5	T_6	Lámpara 4	T_7	T_8	Lámpara 8
9	sí	no	1	no	sí	0	no	sí	0	sí	no	1
10	no	sí	0	sí	no	1	no	sí	1	no	sí	0
Más un impulso de salida; entonces, por la realimentación, cambia a:												
10	no	sí	0	no	sí	0	no	sí	0	no	sí	0

negativo de salida, desde T_8, a un contador o al próximo circuito decimal. La situación del circuito después de la llegada del décimo impulso es idéntica a la inicial, y el circuito queda listo para contar un segundo grupo de diez impulsos.

Puede verse que el décimo impulso produce tres efectos, el primero de los cuales hace conducir a T_3 pero no a T_5; entonces se transmite un impulso negativo a través de A-A para cortar T_7 y hacer conducir a T_8. Este último efecto envía un impulso negativo por B-B haciendo que T_3 se corte y que T_5 se mantenga cortado. Para dejar tiempo a que se lleven a cabo sucesivamente estas acciones, los impulsos de realimentación se retardan ligeramente por medio de R_b y su capacidad asociada y de R_c y los condensadores de acoplamiento; de no disponerse así el circuito puede parecer que intenta hacer cambiar los multivibradores en ambos sentidos a la vez.

Pueden preverse muchos otros circuitos de realimentación para con-

seguir distintas relaciones. Además, puesto que hay un único sistema de tensiones en el circuito para cada estado estable, es posible incorporar circuitos de control que actúen solamente después que se hayan contado un número preestablecido de impulsos. Por ejemplo, puede contarse fotoeléctricamente el número de grageas que se introducen en un frasco y detener la operación de llenado al llegar al número deseado. Estos métodos constituyen un medio de contar sucesos con precisión y velocidad no igualadas por otros medios. Esto es particularmente cierto en la medida de frecuencias en que dichos contadores pueden proyectarse para contar ciclos con precisiones de seis, siete o más cifras significativas.

9-26. El tubo contador de décadas. La complejidad del circuito típico de la sección precedente ha llevado al desarrollo de tubos, normalmente de gas, contadores. Son adecuados para velocidades medias, haciéndose la lectura por medio de los diez cátodos luminiscentes de que van provistos.

Uno de estos tubos basa su funcionamiento en el principio de que la tensión de disparo en una descarga gaseosa queda disminuida si hay ya iones presentes en el espacio entre cátodo y ánodo. Si se colocan una serie de cátodos alrededor de un ánodo común, puede conseguirse que la descarga pase de un cátodo a otro por una sucesión de impulsos negativos de tensión si se dispone ionización inicial en el espacio entre el ánodo y los sucesivos cátodos.

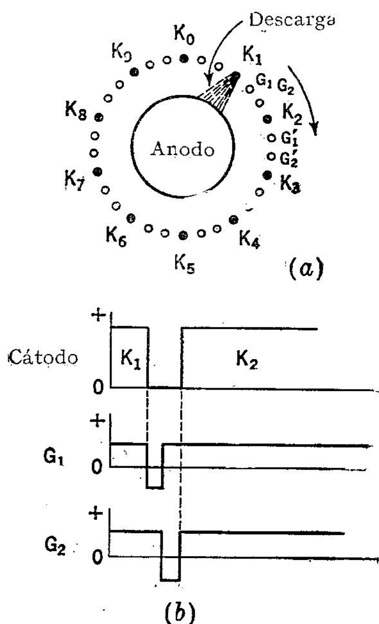


FIG. 9-56. (*a*) Tubo contador de décadas. (*b*) Relaciones de potencial durante la conmutación.

La Fig. 9-56*a* muestra una vista superior de tal tubo en la que se ve un ánodo central rodeado de 30 cátodos en 10 grupos de 3. Los cátodos principales se designan por $K_0, \ldots, K_9$, y están todos conectados en paralelo. Además, en cada grupo de tres hay dos cátodos guías, G_1 y G_2 ó G'_1 y G'_2, y así sucesivamente. Todos los cátodos G_1 están en paralelo y todos los G_2 están también, a su vez, conectados juntos.

Suponiendo que hay descarga gaseosa luminiscente entre el ánodo y K_1, un impulso negativo sobre todos los G_1 hará que el arco pase al G_1 más próximo a K_1, como electrodo más negativo en esa zona. Le es fácil al arco este paso, ya que parte de los iones de la descarga a K_1 quedan próximos a la nueva trayectoria a G_1. Cuando cesa el impulso negativo a G_1 se aplica otro impulso negativo a todos los cátodos G_2 y la descarga pasa al cátodo G_2 más cercano a G_1, ya que este cátodo

guía es ahora el electrodo más negativo más próximo. Al final del impulso negativo en G_2, el arco pasa a K_2, al ser el próximo electrodo a potencial más negativo que el normal de G_1 o G_2.

Todos los cambios son preferentes debido a la presencia de iones procedentes del arco adyacente. Aunque los impulsos negativos se aplican a los 10 cátodos G_1 o G_2, la influencia predominante de la descarga pasa el arco al cátodo guía más próximo. La descarga no retrocede en ningún momento a causa del efecto de pantalla del cátodo interpuesto. Por consiguiente, la descarga recorre a derechas tres electrodos por cada impulso de entrada. Los circuitos asociados están encargados de generar dos impulsos para los cátodos guías por cada impulso de entrada, lo que puede llevarse a cabo con los circuitos ya estudiados.

Se colocan interiormente pantallas para que el arco ilumine la cifra adecuada en una escala, con lo que el sistema es de lectura directa. Es posible hacer que la tensión de cátodo de K_0 transmita un impulso a un segundo tubo para que funcionen sucesivamente varios tubos de décadas y puedan contarse centenas, millares o más. A causa del tiempo necesario para desionizar el gas, la frecuencia de entrada queda limitada a unos 4.000 impulsos por segundo.

Otro tubo de vacío de otro tipo emplea un haz de electrones en forma de cinta que, al pasar entre una pareja de placas deflectoras es desviado sucesivamente desde una posición estable inicial a cada una de diez posiciones estables, en cada una de las cuales pasa a través de una ranura e incide sobre una pantalla fluorescente. Esto produce una marca luminosa en correspondencia con un número escrito sobre una máscara sujeta al tubo por el exterior de su envuelta. Este funcionamiento se obtiene por la interacción entre las corrientes interceptadas por una rejilla pantalla ranurada y el ánodo ranurado, haciendo que el haz quede fijado en cada posición, después de sufrir deflexión por un impulso triangular positivo. Son posibles frecuencias de entrada de hasta 30.000 impulsos por segundo.

9-27. El sistema binario de numeración. En el sistema decimal de numeración se distinguen 10 estados o cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Un número está representado por la suma de los productos de estas cifras multiplicadas por potencias de 10; por ejemplo, el número decimal 1074 está formado en realidad por

$$1074 = 1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

pero, convencionalmente, escribimos sólo los coeficientes en posición adecuada. En general, un número decimal se forma así:

$$S = k_n \times 10^n + k_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + k_1 \times 10^1 + k_0 \times 10^0 \qquad (9\text{-}59)$$

Un interruptor eléctrico ordinario tiene dos estados diferenciados: «abierto» y «cerrado». Este es también el caso de los relés eléctricos y del multivibrador bistable descrito antes. El uso frecuente de los

circuitos de conmutación ha llevado a la aplicación del sistema de numeración de dos estados, o *binario*, en el proyecto de circuitos de conmutación telefónicos y posteriormente en los calculadores digitales, debido a las propiedades del multivibrador bistable.

En el sistema binario es sólo necesario saber si un tubo está conduciendo o no. Para representar más de dos estados con tubos de vacío sería preciso distinguir diferentes valores de la corriente de placa y, para esto, el tubo de vacío adolece de falta de precisión.

TABLA 17. CONVERSIÓN DECIMAL-BINARIO

Decimal	*Binario*	*Decimal*	*Binario*	*Decimal*	*Binario*
0	0	11	1011	22	10110
1	1	12	1100	23	10111
2	10	13	1101	24	11000
3	11	14	1110	25	11001
4	100	15	1111	26	11010
5	101	16	10000	27	11011
6	110	17	10001	28	11100
7	111	18	10010	29	11101
8	1000	19	10011	30	11110
9	1001	20	10100	31	11111
10	1010	21	10101	32	100000

Los dos estados diferentes en el sistema binario se toman como «no» y «sí» o «falso» y «cierto», y se representan corrientemente por 0 y 1. La escritura de un número en el sistema binario emplea potencias de 2, a causa de los dos estados, de modo semejante al uso de potencias de 10 y de los diez estados del sistema decimal. Al escribir el número 1074 en el sistema binario, se obtiene

$$S = 1 \times 2^{10} + 0 \times 2^9 + 0 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \quad (9\text{-}60)$$

cuyos sucesivos términos representan a los equivalentes decimales

$$S = 1032 + 0 + 0 + 0 + 0 + 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0 = 1074$$

Sin embargo, escribiendo sólo los coeficientes de la Ec. (9-60) en su orden, se obtiene la representación binaria del número 1074, que es 10000101010.

Se pueden llevar a cabo operaciones aritméticas con notación binaria. La suma se sujeta a las reglas sencillas

$$0 + 0 = 0$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 10$$

la última de las cuales se deduce del hecho de que el equivalente binario de 2 es 10.

La sustracción se ajusta a las reglas

$$0 - 0 = 0$$
$$1 - 0 = 1$$
$$1 - 1 = 0$$

También se puede escribir la tabla de multiplicar a partir de las reglas

$$0 \times 0 = 0$$
$$1 \times 0 = 0$$
$$1 \times 1 = 1$$

La división se deduce como operación inversa.

Ejemplo. Sumar los números binarios 11010 y 10010.

```
           11010 = 26
           10010 = 18
           01000
Llevamos  1 1
          101100 = 44
```

Ejemplo. Multiplicar 13 × 6 en el sistema binario. El binario de 13 es 1101; el binario de 6 es 110.

```
            1101   13
             110    6
            0000   78
           1101
          1101
          101110
Llevamos  1
         1001110
```

Comprobación:

$$1001110 \doteq 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$$
$$\doteq 64 \qquad\qquad + 8 \quad + 4 \quad + 2$$
$$1001110 \doteq 78$$

La posibilidad de calcular con números binarios y la gran velocidad de funcionamiento de los tubos electrónicos han llevado al desarrollo de calculadores electrónicos digitales que se estudiarán en las secciones siguientes. En ellos, la sencillez del sistema binario, de sólo dos estados diferenciables, lleva consigo la necesidad de emplear un mayor número de cifras; el decimal 31 exige 5 cifras, y un decimal de 10 cifras necesita para ser expresado en el sistema binario hasta 40 cifras.

Puede verse que, para expresar una decena, hacen falta cuatro cifras, ya que 10 = 1010 en el sistema binario. Estas mismas cuatro cifras y el equipo necesario pueden usarse para llegar al número 15 y, así, se dispone de un sistema sexidecimal, o de 16 cifras, que se emplea

ocasionalmente en calculadores. Las cifras superiores al 9 en este sistema pueden representarse por letras para evitar la ambigüedad. Un sistema octal que emplee sólo ocho cifras es también posible, representando los números decimales 8 y 9 por suma: $8 = 3 + 5$, $9 = 2 + 7$.

En la teoría de la información cada pieza básica de información se denomina un *dígito* (en inglés, «bit»); así, en el sistema binario cada cifra es un dígito y el número 10011 está compuesto por cinco dígitos.

9-28. Calculadores digitales. El calculador de mesa es un ejemplo de cierta clase de aparatos que funcionan como *calculadores digitales*, en los que tanto la entrada como la salida son cifras, en contraste con el calculador analógico en el que entrada y salida son magnitudes físicas. El calculador de mesa realiza varias operaciones aritméticas, principalmente por medio de su capacidad para sumar o restar, mientras el operador humano dirige o *programa* a la máquina de forma que, a base de sucesivas sumas o restas, pueden realizarse operaciones aritméticas más complejas.

Suponiendo un funcionamiento adecuado de la máquina, la precisión de un calculador digital depende solamente del número de cifras significativas que se manejen en el cálculo, y este número viene fijado principalmente por razones de complejidad y coste de la máquina. El error humano de lectura y el de calibración quedan prácticamente eliminados por la forma digital de presentar el resultado.

La ciencia moderna tiene muchos problemas que es incapaz de resolver en un tiempo razonable con ayuda del calculador mecánico. Durante el período 1944-1947 se construyeron varios calculadores que mejoraron la velocidad de funcionamiento mediante el uso de relés eléctricos como elementos que funcionan con el sistema binario, al que los relés se adaptan perfectamente por sus dos estados de funcionamiento: abierto o cerrado. Los números se manejaban en forma binaria como cadenas de impulsos eléctricos representativos de «unos» y «ceros» en el orden apropiado.

La primera máquina con relés, el calculador Harvard Mark I, terminado en 1944, era capaz de sumar dos números de 23 cifras (equivalente decimal) en 0,3 segundos, sobrepasando con mucho la rapidez del calculador de mesa que invierte 30 segundos en sumar dos números de 10 cifras, incluyendo el tiempo para registrar el resultado.

Posteriores aumentos de rapidez de funcionamiento se obtuvieron aplicando el tubo electrónico para reemplazar al relé, viéndose que el multivibrador bistable se prestaba perfectamente a este cálculo numérico en el sistema binario. Con el multivibrador bistable y otros circuitos que se describen más adelante es posible construir un calculador digital electrónico capaz de realizar las operaciones aritméticas usuales con gran rapidez. El primer calculador digital electrónico de gran tamaño fue el ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Computer), hecho en la Universidad de Pensilvania en 1947. En éste se aumentaba la velocidad de los calculadores hasta conseguir la suma de dos números de 10 cifras (equivalente decimal) en unos 200 μseg. Desde entonces

se han construido otros calculadores de mayor rapidez de cálculo o de mayor flexibilidad. El ENIAC empleó unos 18.000 tubos de vacío, que en posteriores modelos se redujeron a 2.000 ó 4.000.

Los distintos tipos de calculadores digitales electrónicos se basan, en general, en métodos numéricos semejantes a los ordinarios y esencialmente en procesos de adición o sustracción. Emplean los conocidos métodos de aproximaciones sucesivas, para conseguir interpolar, hallar valores de funciones, integrar y resolver sistemas de ecuaciones algébricas o diferenciales. La anchura de los impulsos empleados con los números binarios varía desde algunos microsegundos hasta fracciones de microsegundo.

El paralelismo en el funcionamiento puede ilustrarse con el ejemplo que se da a continuación. En el proceso manual ordinario de sumar dos números (sean éstos 618 y 723) es costumbre operar como sigue:

Operación manual		*Actuación del calculador*
Escribir	618	Entrada y almacenamiento
Escribir	723	Entrada y almacenamiento
Sumar	331	Sumar
Llevar	1 1	Llevar
Escribir el resultado	1341	Salida o almacenamiento

Puede verse que, en realidad, al escribir un número, se realiza la función de *entrada*, es decir, se introducen los datos numéricos para el proceso. Al escribir los números se los coloca también donde se necesitarán más tarde, o sea que puede considerarse que los números se han *almacenado* en el papel hasta que se necesiten. Entonces se lleva a cabo la *operación aritmética* de la suma, incluyendo las unidades que se llevan. Finalmente, el escribir la suma representa una función de *salida* y también el *almacenamiento* de la solución.

En el proceso anterior hay un *control* mental del problema en el que el cerebro dice a la mano qué es lo que debe escribir y en qué orden. Por consiguiente, un calculador digital debe, en cierta medida, incluir las funciones de

Entrada
Almacenamiento o memoria
Control
Operación aritmética
Salida

que deben estar relacionadas entre sí de modo semejante a como se indica en la Fig. 9-57.

Para resolver un problema se requiere que la entrada proporcione los datos numéricos y las órdenes de control a la memoria. Las órdenes van luego de la memoria al control quien, a su vez, acciona la unidad aritmética para realizar los cálculos ordenados con los números tomados

de la memoria. Los resultados de los cálculos se envían a la memoria o a la unidad de salida.

Los calculadores digitales electrónicos se construyen para manejar 10 o más cifras decimales, lo que exige el empleo de 40 o más cifras binarias. Interiormente puede necesitarse un número doble de cifras para las operaciones de multiplicación. Tal como se señaló, el sistema binario consigue una mayor simplicidad de estados diferenciables a costa de manejar más cifras lo que repercute en el precio.

Puede parecer que, mientras que los 10 estados del sistema decimal pueden ser demasiados para obtener una resolución electrónica precisa, los 2 estados del sistema binario pueden ser pocos en cuanto a complejidad y coste del equipo. Si r es el número de estados diferenciables

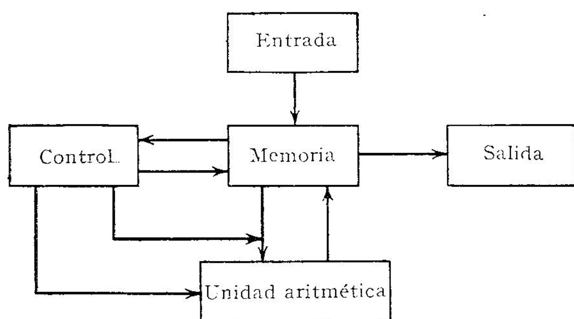


FIG. 9-57. Funciones de un calculador digital.

($r = 2$ para el sistema binario) y n es el número de cifras a emplear en la máquina, los números decimales que se pueden expresar en el aparato son r^n. Si se supone que se necesita un triodo, o tubo equivalente, para cada cifra y cada estado diferenciable, la complejidad o cantidad de aparatos y su coste puede medirse por rn. El mayor número decimal a manipular es corrientemente una especificación, con lo cual, $r^n = k$ es un valor fijo. Por consiguiente,

$$\text{Coste} = rn \qquad \text{pero} \qquad r^n = k$$

Luego

$$n \ln r = \ln k$$

$$\text{Coste} = \frac{r \ln k}{\ln r}$$

Derivando con respecto a r, se puede ver que el coste es mínimo para

$$r = \epsilon = 2{,}718$$

Vemos, pues, que los valores 2 ó 3 se acercan al mínimo, eligiéndose el primero debido a las propiedades del multivibrador bistable y la facilidad de los tubos electrónicos para cumplir los requisitos exigidos.

Los calculadores pueden ser de varios tipos. Un calculador *síncrono* incluye un *reloj*, o generador de impulsos, que gobierna la frecuencia de las operaciones con un número determinado de impulsos del reloj, asignados para la realización de varias operaciones. Un calculador *asíncrono* no tiene ritmo fijo, y, en él, la terminación de cada operación proporciona una señal que permite al calculador proseguir con la operación siguiente.

Un calculador *serie* funciona con cada cifra binaria por orden, o en serie, por tanto, el tiempo invertido en realizar la suma de dos números de 15 cifras es 15 veces el empleado en manipular una sola cifra Un calculador *paralelo* funciona con todas las cifras simultáneamente, debiendo prever un tiempo para que las cifras que se llevan progresen en el sistema. El tipo paralelo requiere circuitos más complejos, pero corrientemente emplea menos tiempo.

Es posible pasar del tipo serie al paralelo. Si se manejan 15 cifras, la primera de la representación serie debe ser retardada 14 intervalos, la segunda 13, etc., transmitiéndose la última en paralelo, simultáneamente, con cada una de las otras en su propio canal.

En la mayoría de los calculadores digitales la operación de sumar se lleva a cabo en su mayor parte como se indicó en la Sec. 9-27. La complejidad del circuito queda aumentada por la necesidad de manejar las cifras que se llevan, lo que se trata en la Sec. 9-34. Pueden necesitarse tres registradores o acumuladores para el almacenamiento transitorio de números, dos para recibir los números que se han de sumar y el tercero para recibir el resultado antes de enviarlo a la memoria o a la salida.

En la multiplicación se procede por adición; por desplazamientos sucesivos del multiplicando hacia la izquierda (o hacia la derecha para los números menores de la unidad) y sumando el multiplicando cuando así lo exige un 1 en el multiplicador. Así, 1011 × 1010 (decimalmente, 11 × 10) da:

	1011
	1010
No se suma	0
Desplazamiento y suma	1011
Desplazamiento sin suma	0
Desplazamiento y suma	1011
	1101110

El resultado se obtiene haciendo un desplazamiento a la izquierda para representar multiplicación por cero, un segundo desplazamiento a la izquierda y suma para indicar multiplicación por 1, otro desplazamiento a la izquierda sin suma correspondiente al siguiente cero y un desplazamiento final a la izquierda y suma para la multiplicación por el último 1.

La división se lleva a cabo por desplazamientos a la derecha y sustracciones. Otras operaciones, como raíces cuadradas o integraciones, se realizan por procesos numéricos fundados principalmente en métodos de suma.

9-29. Entrada y salida del calculador. Los equipos de entrada y salida de los calculadores digitales deben ser lo bastante rápidos para manejar datos y órdenes sin retardar apreciablemente el funcionamiento del calculador. La información se suministra normalmente en forma de tarjetas perforadas, cinta de teletipo perforada o cinta magnética. Todos estos métodos tienen la ventaja de ser capaces de prepararse y comprobarse de antemano; así el calculador no pierde tiempo. Los datos se transforman corrientemente en binarios, octales, sexidecimales o en un código especial, por medio de equipos especiales similares a los teletipos. En la Fig. 9-58*a* se muestra un trozo de cinta perforada. La cinta magnética se prepara en equipos típicos del campo de los magnetofones, excepto en lo que se refiere a su mayor velocidad de funcionamiento.

Los lectores de cinta pueden ser mecánicos o fotoeléctricos y, para una cinta como la de la figura, leerá cada cifra decimal como grupo de cuatro impulsos, como en la Fig. 9-58*b*. Estos pueden transmitirse en paralelo o en serie a una cadena registradora de multivibradores bistables. No obstante, estos números están presentes en la cinta en un sistema decimal codificado en forma binaria y deben ser convertidos por la máquina en números verdaderamente binarios antes de iniciar con ellos las operaciones.

En un cierto tipo de funcionamiento, la conversión puede realizarse leyendo la cifra decimal de orden superior en los primeros cuatro multivibradores de la izquierda. Este valor se multiplica entonces por 1010 (10 en el sistema decimal) y se añade al producto la cifra inmediata de menor orden decimal. Si sigue otra cifra decimal, se repite el proceso. La multiplicación por 1010 no es necesaria para la menor cifra decimal significativa, puesto que se halla en el lugar de las unidades. Por ejemplo, supongamos que se perfora en la cinta el decimal 132 como 0001, 0011 y 0010. Las primeras cuatro cifras binarias se leen en el registrador y se manipulan del modo siguiente:

Sumar 0001(1)	0001
Multiplicar por 1010 (10)	1010
	1010
Sumar 0011 (3)	0011
	1101
Multiplicar por 1010 (10)	1010
	11010
	1101
	10000010
Sumar 0010 (2)	0010
	10000100

y el resultado es el equivalente binario de 132. La multiplicación por diez (1010) se realiza fácilmente como se indicó en la Sec. 9-28.

Con las fracciones puede operarse empezando por la cifra decimal significativa de orden inferior y dividiendo por 1010 para obtener el equivalente binario. Algunos calculadores son capaces de llevar a cabo esta operación a velocidades de varias centenas de cifras decimales por segundo.

El proceso inverso puede emplearse para convertir números binarios en decimales para el perforado de la cinta de salida. Se puede realizar la división por 1010 (decimal diez) repetidamente, cuyos restos, después de cada división, indican el valor binario de una cifra decimal, perforando entonces en la cinta este número binario de cuatro dígitos con el cual operar en una máquina de escribir adecuada al código.

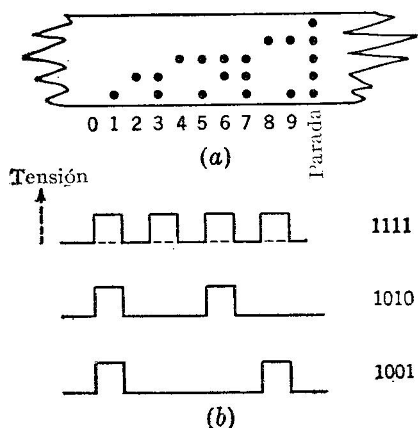


FIG. 9-58. (*a*) Modo de perforar cifras binarias en una cinta de entrada. (*b*) Impulsos de tensión tal como se introducen en el calculador.

Los sistemas de salida pueden consistir en perforadores de cinta para suministrar cinta de teletipo que puede ser guardada y usada después en el teletipo para su reproducción, o bien, los datos ir directamente desde la memoria a una máquina de escribir eléctrica. Es evidente que estas máquinas pueden transformarse para funcionar con el código que se emplee. Puesto que la máquina de escribir de salida es el elemento más lento de la cadena, unas 10 cifras escritas por segundo, se siguen realizando estudios para obtener métodos más rápidos que incluyen máquinas de escribir capaces de imprimir 200 caracteres por segundo y otros varios métodos basados en el registro de datos por medio de tubos de rayos catódicos, fotografiando la imagen de la pantalla, y métodos de impresión electrostática con velocidades de hasta varios miles de caracteres por segundo.

9-30. Memoria o almacenamiento. La memoria es el corazón de un calculador digital. Debe tener la suficiente capacidad, en número de cifras, para almacenar datos numéricos y órdenes para una operación compleja sin recurrir a contrastes frecuentes que retardarían la admisión de órdenes exteriores, y la información almacenada debe estar disponible en un tiempo lo bastante corto para no retardar indebidamente el cálculo. El estudio de los distintos tipos de sistemas de almacenamiento exige la definición de ciertos conceptos.

Sistemas cíclicos son aquéllos en los que la información almacenada se mueve continuamente en tiempo o espacio, de tal modo que una cifra dada puede ser obtenida sólo una vez por ciclo. Son sistemas *acíclicos* aquéllos en los que las cifras están almacenadas estáticamente

y todas son igualmente accesibles al circuito de lectura. Pueden necesitarse sistemas de conmutación, de los descritos en la Sec. 9-32, para seleccionar las cifras deseadas. El tiempo es el que proporciona esta conmutación en los sistemas cíclicos.

Algunos sistemas son *borrables*; otros son *no borrables*. Por ejemplo, de los tipos de equipos de entrada tratados, las tarjetas o cintas de papel perforadas son no borrables, teniendo que ser perforadas de nuevo para suprimir errores. La cinta magnética es inmediatamente borrable para volver a ser usada.

Los sistemas de memoria deben compararse también desde el punto de vista de *volatilidad* y *no volatilidad*. Un sistema volátil es aquél en el que la información desaparece o «se evapora» por fallo de la alimentación o de algún componente. En un sistema no volátil los datos quedan registrados permanentemente, incluso aunque falle el suministro de energía a la máquina.

Tiempo de acceso es el intervalo transcurrido entre la orden de tomar un dato de la memoria y el instante en que ésta suministra tal información. Este intervalo puede consistir meramente en el tiempo invertido por los circuitos en responder, medido en microsegundos, o el tiempo necesario para buscar en un gran lazo de cinta magnética el dato pedido.

Se hallan en uso o en estudio un cierto número de sistemas de almacenamiento esencialmente diferentes, entre los que se encuentran los siguientes:

Relés eléctricos. Los relés se disponen para recibir las cifras en estado de abiertos o cerrados. Son de funcionamiento lento y de contacto, al cerrarse no muy seguro, pudiendo almacenar una sola cifra cada relé. La información es volátil, a menos que se provean de un dispositivo mecánico de bloqueo. El tiempo de acceso puede ser grande debido a que los relés tienen un tiempo de actuación de 10 a 30 mseg.

Líneas acústicas de retardo. Ondas sonoras de impulsos se transmiten a través de un material como mercurio o cuarzo fundido, manteniéndose la información en recirculación uniendo la salida al final de la línea con la entrada por medio de amplificadores. En el momento deseado puede tomarse la señal del circuito y enviarse al calculador. El cuarzo u otros cristales piezoeléctricos se usan como transductores para transmitir y recibir las ondas sonoras.

En el mercurio la velocidad del sonido es de $1{,}45 \times 10^5$ cm/seg, aproximadamente. El tiempo de almacenamiento, para un recorrido sonoro de 40 cm de longitud, es

$$\frac{40}{1{,}45 \times 10^5} = 276\ \mu\text{seg}$$

Si las cifras se envían a la memoria al ritmo de cuatro por microsegundo, el número de cifras almacenadas por recorrido en el mercurio es

$$4 \times 276 = 1.104$$

Este número puede aumentarse empleando canales paralelos en cada célula de mercurio; no obstante, el número de tubos amplificadores necesarios para regeneración y recirculación de las señales puede ser excesivo.

Regímenes mayores de entrada de impulsos, o menores longitudes físicas de las cifras, no son posibles en el mercurio a causa de la influencia de las variaciones de temperatura en la velocidad del sonido, que supone el 1/3.000 por grado centígrado. Si se hubiesen de almacenar 3.000 cifras en un recorrido, la temperatura del mercurio debería ser mantenida con variaciones menores de 1°C; de otro modo, no sería posible decir qué cifra se estaba leyendo en un instante dado. En el cuarzo fundido la temperatura influye aproximadamente la mitad que en el mercurio, por lo que encuentra cierta aplicación.

Cinta magnética. Este método se basa en el empleo de variaciones de intensidad de magnetización residual a lo largo de una cinta de celofán recubierta de una delgada capa de material magnético. La cinta pasa, a velocidades de varios pies por segundo, por un entrehierro en un circuito magnético, como en la Fig. 9-59, donde es expuesta a un flujo magnético variable. Quedan así registrados puntos de magnetización residual fuerte o nula en representación de «unos» y «ceros», respectivamente. La circulación continua de una cinta sin fin permite el almacenamiento de un número considerable de datos y la posibilidad de ser leída la información cuando se desee. Esto lleva a un tiempo de acceso igual al período de rotación de la cinta, siendo el almacenamiento no volátil.

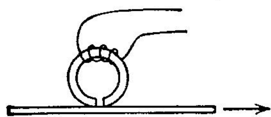


FIG. 9-59. Cabeza registradora magnética.

Tambor magnético. Muchas pistas magnéticas pueden ser registradas, unas al lado de otras, en la superficie de un tambor giratorio con recubrimiento magnético. Con una cabeza de registro y lectura, como la de la Fig. 9-59, para cada pista, se pueden registrar en paralelo muchas cifras que quedan almacenadas hasta su utilización. Es necesario esperar hasta un período de rotación para obtener un número determinado; por ello, se emplean grandes velocidades de rotación con objeto de reducir este tiempo de acceso. Este tipo de almacenamiento no es volátil.

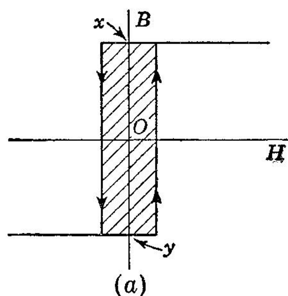
Almacenamiento electrostático por rayos catódicos. Este método se denomina a veces «almacenamiento por tubo Williams» por su inventor. Es posible almacenar carga eléctrica en la pantalla dieléctrica de un tubo de rayos catódicos. Si se sitúa el haz de electrones y se enciende el tubo durante un instante, se envía a un punto de la pantalla dieléctrica una carga eléctrica. Se ve que, si se mueve el haz (mientras está encendido) formando un trazo en la pantalla, la distribución de la carga será claramente diferente de la que habría en caso contrario. Por tanto, se elige un conjunto de puntos en una pantalla (posiblemente 32 por 32) con un cierto número de posiciones de almacenamiento (1024 en el ejemplo). Si en cada posición se enciende el haz, pero no se mueve, se

registra un 0. Si el haz se enciende y se mueve a los lados, se registra un 1. Las posiciones de los puntos se denominan *destinos* en el código binario.

Para la lectura, se lleva el haz a un destino dado y se mueve. Esto descarga al punto y la onda de corriente de salida (por un electrodo metálico que cubre el exterior de la pantalla del tubo) es distinta según que en dicho punto se hubiese registrado un 0 ó un 1.

La carga de la pantalla tiende a disiparse gradualmente, y deben preverse circuitos que hagan que el haz explore todos los puntos y vuelva a registrar los datos en ellos contenidos a un ritmo de algunas centenas de veces por segundo. Esta operación se intercala entre las de registro y lectura y puede interrumpirse en cualquier momento en que se necesite registrar o leer. Cualquier punto puede ser leído tan de prisa como cualquier otro, por lo que una de las grandes ventajas de esta memoria es su alta velocidad de acceso. Una desventaja, en cambio, es la de que, si fallan la alimentación o los circuitos, todos los datos almacenados se pierden.

Malla de núcleos magnéticos. La disponibilidad de materiales magnéticos con lazos de histéresis prácticamente rectangulares, como el de la Fig. 9-60*a*, y altas densidades de flujo magnético residual hacen posible el almacenamiento por núcleo magnético. En este sistema, un 0 representa un núcleo magnetizado negativamente a saturación y un 1 un núcleo con saturación positiva y con un valor de densidad de flujo en un punto como el x de la Fig. 9-60*a*.



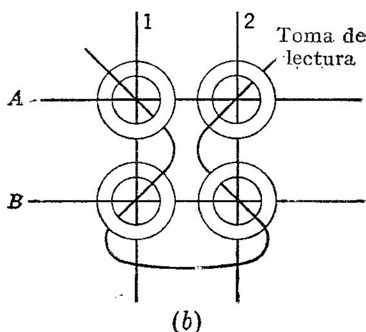


FIG. 9-60. Memoria de malla de núcleos magnéticos. (*a*) Lazo de histéresis del material; (*b*) una parte de la malla.

Varios anillos muy pequeños de núcleos de estos materiales se ensartan juntos en una malla de hilos horizontales y verticales. En cada uno de los puntos en que se cruzan estos conductores aislados pasan por el centro de un núcleo; en la Fig. 9-60*b* se muestra una sección, con cuatro de estos núcleos, de una malla. Se requiere una corriente que circule por dos hilos para llevar a un núcleo a la saturación y, aplicando estas corrientes simultáneamente a un hilo vertical y a otro horizontal, sólo un núcleo recibe el valor necesario de intensidad magnetizante. Así, se almacena un 0 ó un 1, dependiendo de la polaridad de las corrientes. El material conserva el estado de saturación indefinidamente hasta que se apliquen los amperios-vueltas inversos necesarios.

Si se almacena un 1 en las condiciones del punto x, es posible su lectura enviando una corriente de prueba a través de los dos hilos que pasan por el núcleo correspondiente. Si la polaridad es la requerida para escribir un 1, y ya existe ahí el estado de 1, no habrá cambio de flujo y no se inducirá ninguna f.e.m. en el hilo de lectura. Si en el núcleo existía un estado de 0, la situación magnética habrá cambiado de y a x, obteniéndose una f.e.m. de lectura. La lectura destruye la información almacenada, pero se disponen circuitos auxiliares de impulsos para volver al núcleo a su estado inicial sin pérdida de la información.

Este tipo de memoria es borrable pero no volátil, y el tiempo de acceso es sólo el necesario para que funcionen los circuitos auxiliares.

En la tabla 18 se comparan varios sistemas de memoria en lo que se refiere a volumen de almacenamiento y coste relativo. Estos datos están sujetos a variaciones en función del tiempo y de los avances técnicos.

TABLA 18. VOLUMEN APROXIMADO DE ALMACENAMIENTO Y COSTE DE VARIOS SISTEMAS DE MEMORIA

Tipo	Cifras por pie cúbico	Cifras por dólar de coste	Observaciones
Relé	2-4	0,2-1	Anticuado
Cinta perforada	3×10^7	3×10^6	Acceso muy lento
Cinta magnética	3×10^9	10^7	Acceso lento
Línea de mercurio	2×10^4	10	Acceso rápido
TRC electrostático	10^3	....	Acceso muy rápido
Malla de núcleos magnéticos	10^6	....	Acceso muy rápido

9-31. Circuitos puerta con tubos de vacío. Los circuitos *puerta* están proyectados de forma que sea precisa la coincidencia de dos o más señales de entrada para producir una salida. Así, puede aplicarse una señal desde el control y, si entonces llega una segunda señal, se produce una salida. Si la señal de control no hubiese estado presente para abrir la puerta, la segunda señal no habría pasado. Estos circuitos pueden usarse para conmutación o para seleccionar el camino a seguir por la señal en un calculador cuando es accionado por señales procedentes de la unidad de control.

El circuito multirrejilla que emplea un tubo 6SA7, o similar, como en la Fig. 9-61*a*, funciona normalmente con polarización negativa y al corte en ambas rejillas. Una señal positiva en una rejilla es insuficiente para hacer que circule corriente, pero si ambas rejillas de entrada son simultáneamente positivas, el tubo conduce y se obtiene una salida negativa. Corrientemente, las dos rejillas no tienen el mismo μ, por lo que las amplitudes necesarias de las señales pueden diferir, aunque es normal llevar ambas rejillas a saturación.

El circuito de la Fig. 9-61*b* emplea dos triodos, conduciendo cada uno normalmente al nivel de saturación. El corte de uno de los triodos no

hace variar apreciablemente la corriente y la tensión de placa, pero si ambos tubos reciben una señal de corte simultáneamente, la tensión de placa sube al valor E_{bb} y se obtiene un impulso positivo de salida.

El circuito de la Fig. 9-61*c* es similar, con ambos triodos normalmente en saturación. El corte de uno de los tubos por medio de una señal negativa tiene poca influencia en la tensión de cátodo, pero si llegan

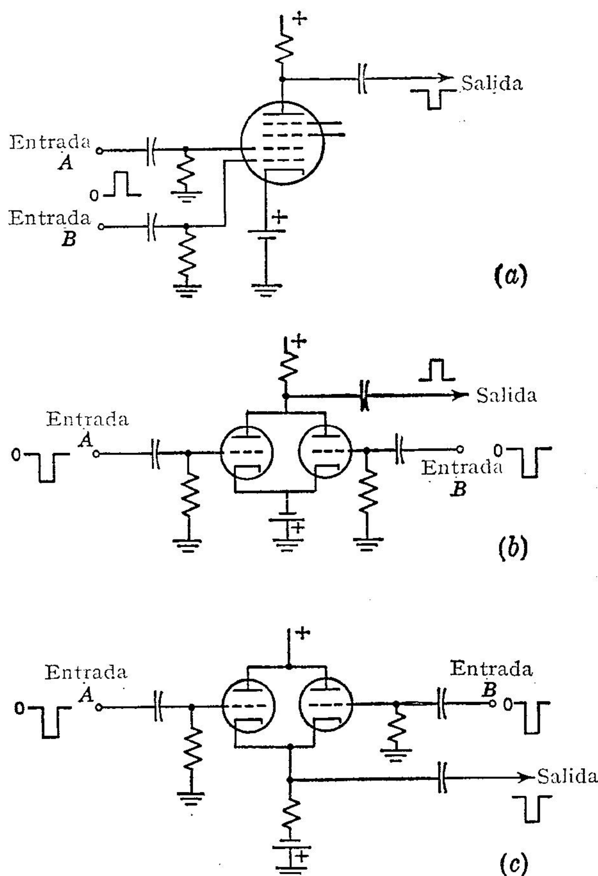


FIG. 9-61. Circuitos puerta. (*a*) Puerta multirrejilla; (*b*) puerta paralelo; (*c*) puerta de cátodo acoplado.

simultáneamente sendas señales negativas, ambos tubos se cortan y se obtiene una señal negativa de salida. Como la salida es por cátodo, el circuito tiene baja impedancia de salida y no hay inversión de la polaridad de la señal de salida respecto a la de entrada.

En la Fig. 9-62 se muestra un circuito puerta con diodos. La resistencia R_1 es mucho más grande que la R_2, de modo que el circuito es de corte a nivel prácticamente cero para cualquier polaridad de la

entrada, es decir, da salida cero. Sin embargo, aplicando a R_2 una tensión de control con la polaridad indicada, se da al diodo una polarización tal que los impulsos de entrada quedan derivados a masa y aparecen en la salida. Los dos diodos consiguen un efecto de puerta de acuerdo con la polaridad deseada del impulso de salida: el diodo de la izquierda deja pasar los impulsos negativos y el de la derecha los positivos.

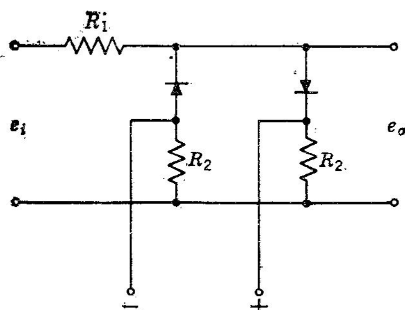


FIG. 9-62. Puerta de diodo.

Otro uso del tubo conmutador se indica en la Fig. 9-63, donde un diodo restaura (o *borra*) un multivibrador bistable a un estado inicial deseado. Cuando la rejilla de T_3 se lleva desde el corte al nivel cero, la tensión de placa de T_2 baja. Esto corta a T_1 (si estuviese conduciendo), hace conducir a T_2 y apaga la lámpara indicadora. Este circuito puede emplearse con cada multivibrador bistable para borrar un registrador aritmético de multivibradores a la terminación de una operación.

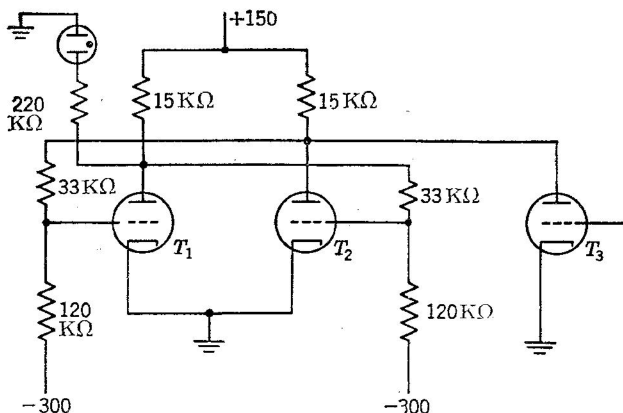


FIG. 9-63. Tubo puerta para restaurar el multivibrador a su estado inicial.

9-32. Mallas de diodos de conmutación. Es con frecuencia necesario, en el funcionamiento de calculadores o contadores o en la malla de núcleos magnéticos, ser capaces de activar una sola línea de salida por cada grupo de impulsos de entrada. Esto no es difícil con interruptores escalonados actuados por relé, pero son de funcionamiento lento, por lo que son necesarios métodos electrónicos para mantener el ritmo marcado por los contadores de escala y los calculadores electrónicos de gran velocidad. Un circuito adecuado es la malla de diodos de

la Fig. 9-64. Controlado por multivibradores bistables para contar los impulsos de entrada, el circuito mostrado puede manejar un grupo de cuatro impulsos, pero puede ampliarse por la adición de otros multivibradores en forma binaria o decimal y añadiendo los correspondientes conductores horizontales y verticales y los diodos de conmutación necesarios.

La malla se compone de conductores horizontales y verticales interconectados por medio de diodos de baja resistencia en sentido di-

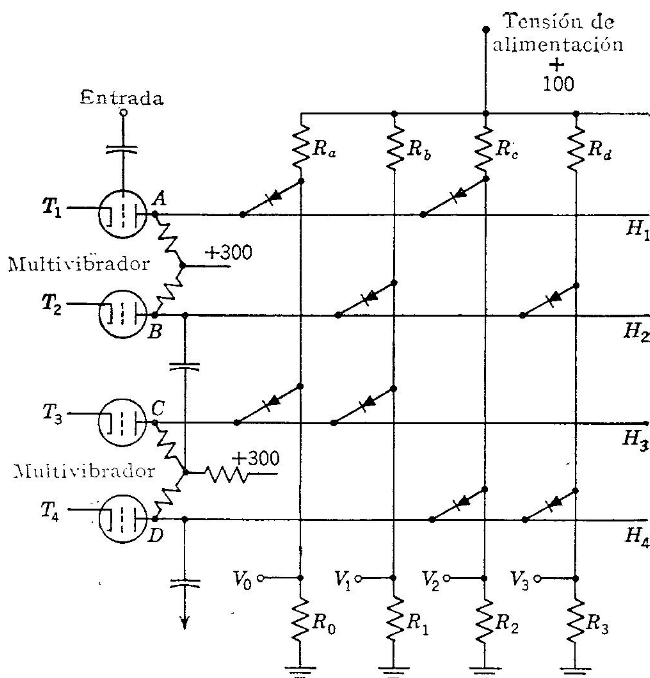


FIG. 9-64. Malla de diodos para conmutación, controlada por multivibradores bistables.

recto (el sentido de la flecha en el símbolo del diodo) y resistencia muy grande en sentido inverso. Se usan corrientemente diodos de cristal por su pequeño volumen y por no necesitar energía de caldeo.

Un tubo del multivibrador puede ser considerado en el estado 0 cuando no conduce, con su tensión de placa igual a la de la fuente de alimentación (en este caso + 300 voltios). En el estado 1 el tubo conduce y la tensión de placa será baja (debe hacerse menor que los + 100 voltios de alimentación de la malla). La tensión de alimentación de la malla debe elegirse también menor que E_{bb}. Así, un diodo conectado a la línea horizontal H_1 no conducirá si T_1 es 0 (cortado), ya que el diodo estará inversamente polarizado (la tensión de A mayor que los + 100 voltios del terminal vertical de la malla). No obstante, si T_1 conduce

(estado 1), su tensión de ánodo será menor que la del conductor vertical y los diodos conectados a H_1 conducirán puesto que están conectados a un punto de tensión menor que la de A.

Supongamos que los multivibradores están inicialmente en el estado 00 (T_1 y T_3 cortados y T_2 y T_4 conduciendo). Los puntos B y D estarán a tensión baja y los cuatro diodos conectados a las líneas H_2 y H_4 estarán conduciendo. Estos diodos, al conducir, cortocircuitan prácticamente a las resistencias de salida R_1, R_2 y R_3 y hacen que las tensiones de las líneas V_1, V_2 y V_3 sean bajas. Al mismo tiempo, los puntos A y C estarán a la tensión E_{bb} (+ 300 voltios) y los diodos conectados a H_1 y H_3 no conducirán. La línea V_0 es la única línea vertical no conectada a un diodo que conduce. El diagrama muestra que la tensión del terminal de alimentación de la malla (+ 100 voltios) aparece en R_0 y en la línea V_0 sólo cuando los multivibradores están en el estado 00.

Supongamos ahora que se aplica un impulso a la entrada, haciendo que los multivibradores pasen al estado 01, con T_1 y T_4 conduciendo. Los diodos conectados a H_1 y H_4 conducen; los diodos conectados a H_2 y H_3 no conducen. La única línea vertical no conectada por diodos conductores a H_1 o H_4 es V_1; por consiguiente, la tensión del terminal de la malla aparece en R_1 y V_1 solamente en el estado 01.

Apliquemos un segundo impulso que haga pasar a los multivibradores al estado 10, con T_2 y T_3 conduciendo. Los diodos conectados a H_2 y H_3 conducen, cortocircuitando R_0, R_1 y R_3, y el único hilo vertical no conectado a uno de tales diodos es V_2; así, la tensión del terminal de la malla aparece en V_2. Puede deducirse que después de un tercer impulso de entrada (estado 11), la salida aparecerá sólo en V_3. Un cuarto impulso de entrada restaurará el estado 00 y transmitirá un impulso de salida a otros multivibradores, si así se desea.

Es pues posible, en este ejemplo, enviar la tensión del terminal a cualquiera de las cuatro líneas, cada vez a una, poniendo a los multivibradores en el número binario apropiado. Esto puede ser extendido a números mayores, por ejemplo, con ocho multivibradores y las conexiones con diodos apropiadas, la tensión del terminal puede ser enviada a cualquiera de 256 líneas, con sólo aplicar el número de impulsos adecuado a los contadores.

9-33. Circuitos y, o, y no. Como se verá en la sección siguiente, para combinar apropiadamente los datos introducidos en los multivibradores del registrador de un calculador, es necesario prever ciertos *circuitos lógicos* con objeto de obtener y usar correctamente la suma y las cifras que se llevan u otros resultados de una operación aritmética. Se ha encontrado que estas operaciones pueden llevarse a cabo si se dispone de circuitos electrónicos que obedezcan a las órdenes sencillas de *y*, *o* y *no*.

La declaración *A y B* implica que, si aparece un 1 en *A* y en *B*, se obtiene una salida. Un circuito *y* de esta clase tendría dos entradas, *A* y *B*, y daría una salida si apareciese una señal (un 1) simultáneamente en ambas entradas. Puede verse que esta es la manera de fun-

cionar de cualquiera de los circuitos puerta de la Fig. 9-61, por lo que éstos pueden también ser llamados circuitos *lógicos y*, uno de los cuales se ha vuelto a dibujar en la Fig. 9-65*a*.

La declaración *A o B* implica que, si aparece un 1 en *A* o en *B*, se obtiene una salida. Por consiguiente, un circuito *o* tendría dos entradas, *A* y *B*, y daría una salida si apareciese una señal en cualquiera de ellas.

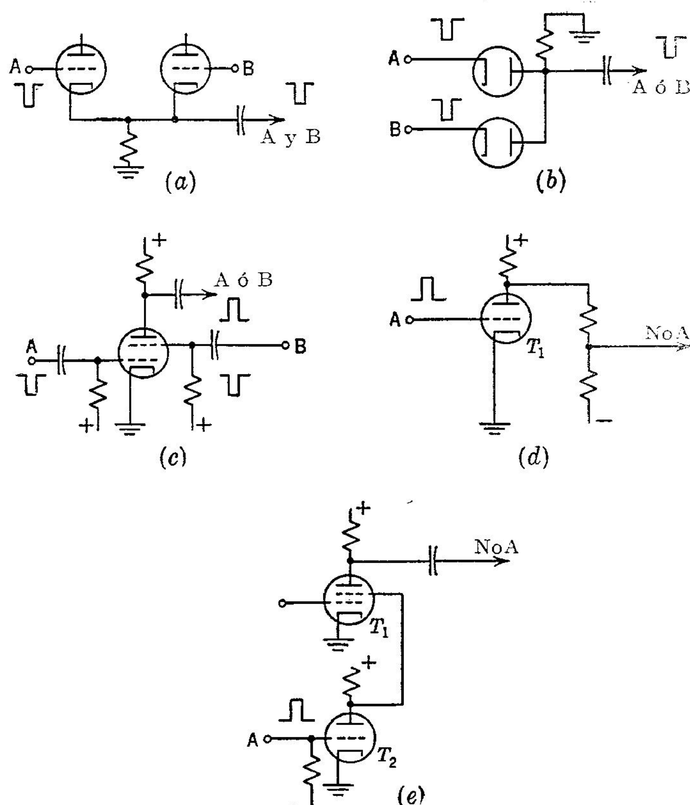


FIG. 9-65. (*a*) Circuito *y*. (*b, c*) Circuitos *o*. (*d, e*) Circuitos *no*.

Uno de estos circuitos se muestra en la Fig. 9-65*b*, donde un impulso negativo en cualquiera de las dos entradas producíría un impulso negativo de salida. El tubo de doble rejilla de la Fig. 9-65*c* está en conducción por polarización positiva de ambas rejillas. Una señal negativa aplicada a cualquiera de las rejillas corta al tubo, obteniéndose un impulso positivo de salida.

Un circuito *no* da una señal de salida si no hay señal de entrada y viceversa. El circuito de la Fig. 9-65*d* invierte la señal y para entrada nula da una salida negativa, mientras que para entrada negativa se obtiene salida cero. El circuito de la Fig. 9-65*e* funciona con T_2 nor-

malmente cortado y con la rejilla pantalla de T_1 positiva (T_1 conduciendo). La presencia de una señal positiva en T_2 hace que éste conduzca, haciendo caer la tensión de rejilla pantalla de T_1, cortando este tubo. Por consiguiente, una señal positiva en A (T_2) impide que se obtenga una salida de T_1, es decir, da una salida *no* A.

Estos circuitos y los multivibradores bistables son los elementos básicos de los calculadores.

9-34. Lógica de la suma. Aunque el detalle de los circuitos de los calculadores corresponde a una gran especialización y queda fuera del objeto de este libro, parece conveniente indicar someramente el funcionamiento y la aplicación de algunos de los circuitos estudiados. Como ejemplo, parece oportuno considerar la operación de sumar.

El multivibrador bistable es el circuito fundamental empleado corrientemente en los registradores del calculador, manteniendo los números suministrados por la memoria para su inmediata manipulación; su suma, por ejemplo. Para efectuar la adición de dos números contenidos en dos registradores se requiere un estudio de las operaciones lógicas abarcadas, y esto lleva a la aplicación de los circuitos *y*, *o* y *no* acabados de describir.

Sumando A	Sumando B	Suma S_1	Llevamos C_1
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Consideremos en primer lugar la tabla adjunta, correspondiente a la suma con números binarios. El estudio de cada línea muestra que la lógica es la siguiente:

$$S_1 = (A \text{ } o \text{ } B) \text{ y } no \text{ } (A \text{ } y \text{ } B)$$
$$C_1 = A \text{ } y \text{ } B$$

Como en la Sec. 9-33, A *o* B indica un 1 bien en A, bien en B, pero no en ambos, mientras que A *y* B indica que aparece un 1 simultáneamente en A y en B.

La Fig. 9-66 muestra un diagrama de bloques para los circuitos *y*, *o* y *no*, que funcionan de acuerdo con lo anterior. Estos circuitos sumarían impulsos procedentes de dos multivibradores bistables, A y B, dando un impulso S_1 para multivibrador de tercera suma y proporcionaría otro, C_1, correspondiente a la cifra que llevamos, a otro circuito. Puesto que la suma completa, incluyendo las cifras que se llevan, no se ha efectuado, este circuito se llama *semisumador*.

Siguiendo la línea superior del diagrama, puede verse que una salida *A o B* se combina con otra señal *no A y B* para dar la suma S_1. Así, si $A = 1$ y $B = 0$, el circuito *o* dará una salida que aparecerá en S_1. El circuito *no* no introduce ninguna acción inhibidora puesto que tanto A como B son 1.

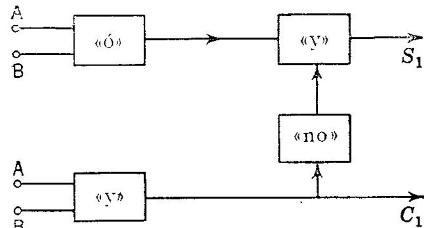


FIG. 9-66. Diagrama lógico para la primera mitad de una operación de adición.

Si $A = 1$ y $B = 1$, el circuito *y* de la parte inferior da un impulso de salida que se transmite directamente a C_1. Además, el circuito *no* actúa para impedir que pase una señal a la línea superior, a S_1. Así, se transmite correctamente un cero a S_1.

En la Fig. 9-67 se muestra una versión electrónica del semisumador obtenida con circuitos como los de la Fig. 9-65. Las primeras rejillas de T_1 y T_2 hacen de circuito *o*, las otras rejillas de estos tubos actúan como circuitos *no*. Los tubos T_1 y T_2 dejarán pasar un impulso a S_1 si A y B reciben un 1. El T_3 es un tubo *y*, normalmente cortado, que requiere la aparición de impulsos positivos en ambas entradas, A y B, para dar una salida. Si así ocurre, T_3 conduce haciendo caer las tensiones de las segundas rejillas de T_1 y T_2, impidiendo que se produzca un impulso de salida a S_1. Al mismo tiempo, T_3 suministra un impulso negativo de salida al circuito que maneja las cifras que se llevan.

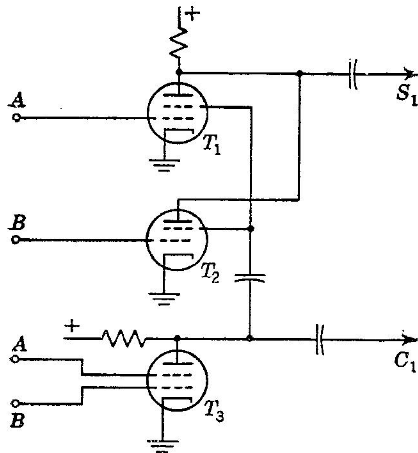


FIG. 9-67. Semisumador electrónico.

En la práctica, las entradas A y B a T_1 y T_2 deben ser retardadas ligeramente para que, en el caso de $A = 1$ y $B = 1$, el impulso inhibidor pueda llegar a las segundas rejillas de T_1 y T_2 antes de que los impulsos de entrada aparezcan en las primeras rejillas.

La segunda mitad del sumador puede deducirse de la tabla de la página siguiente. Se omiten otros dos casos, $C_o = 0$, $S_1 = 1$, $C_1 = 1$ y $C_o = S_1 = C_1 = 1$, por su imposibilidad.

En el primer semisumador se obtuvieron una suma S_1 y una cifra a llevar C_1. En el sumador total se ha previsto aceptar la cifra que se lleve, C_o, de la operación precedente y formar una nueva suma, S_2, con esta cifra que se lleva, C_o, y con la primera suma, S_1. Puede resultar también una nueva cifra a llevar, C_2, de esta adición.

Llevamos de antes C_o	Primera suma S_1	Primera cifra que se lleva C_1	Nueva suma S_2	Nueva cifra que se lleva C_2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1

Las reglas de la lógica indicadas por la tabla del segundo paso para la formación de S_2 y C_2 pueden establecerse así:

$$S_2 = (S_1 \ o \ C_o) \text{ y } no \ (S_1 \ y \ C_o)$$
$$C_2 = (S_1 \ y \ C_o) \ o \ C_1$$

y puede verse que estas reglas son idénticas en su forma a las de la primera fase, excepto en lo que se refiere a la declaración *o* C_1 de la segunda igualdad. Por consiguiente, un circuito idéntico al empleado para el primer semisumador, más un circuito *o*, llevará a cabo la segunda fase del problema de adición.

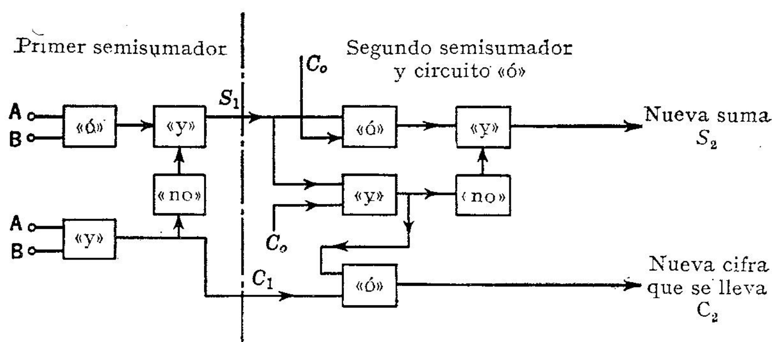


FIG. 9-68. Dos semisumadores y un circuito *o* para formar un sumador total.

En la Fig. 9-68 se muestra un diagrama de bloques para las dos mitades del sumador, que puede comprobarse que cumple las reglas establecidas.

Todos estos circuitos requieren ocasionalmente otros que restauren la forma de los impulsos, para que las ondas sean las correctas en los puntos críticos a todo lo largo del circuito. La mayoría de los calculadores emplean impulsos de 30 a 60 voltios de amplitud, para impedir las complicaciones que pudieran surgir a consecuencia de ruidos y zumbidos. Para mantener a estas tensiones a su nivel exacto se requieren fuentes de alimentación cuidadosamente estabilizadas, con capacidad de corriente considerable y baja impedancia de salida.

PROBLEMAS

9-1. Si la forma de onda de la Fig. 9-69*a*, con $t_1 = 200$ μseg, $t_2 = 100$ μseg, $E_1 = -100$ V y $E_2 = 100$ V, se aplica como e_i al circuito de la Fig. 9-69*b*, dibujar e_1 y e_2 a partir del final del período transitorio. Mostrar todas las ondas apropiadamente relacionadas entre sí y con la f.e.m. aplicada.

9-2. Repetir el Prob. 9-1 con $t_1 = 500$ μseg, $t_2 = 500$ μseg, $E_1 = 0$ y $E_2 = 200$ V. ¿Cuál es el valor medio de e_1? ¿Cuál el de e_2?

9-3. En la Fig. 9-70*a*, el interruptor S ha estado abierto durante mucho tiempo. Se cierra a $t = 0$ durante un intervalo de 0,001 seg y se vuelve a abrir. Dibujar e_o en función del tiempo. Calcular la pérdida de potencia en la resistencia de 10.000 Ω.

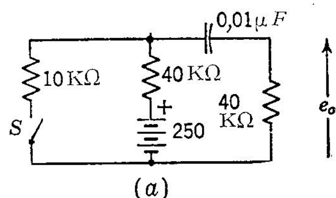
9-4. En la Fig. 9-70*b*, el interruptor oscila entre 1 y 2, siendo la duración del contacto en cada punto de 0,5 seg. Dibujar la forma de onda de e_o.

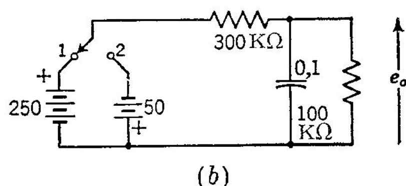
9-5. En la Fig. 9-70*c*, la duración del cierre del interruptor en cada posición es de 500 μseg. Supóngase que $r_c = 0$ cuando la rejilla es positiva y de valor infinito cuando es negativa y dibujar la tensión e_c rejilla-cátodo en función del tiempo.

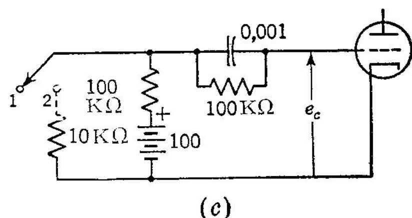
9-6. Un circuito integrador RC, en el que $R = 100$ KΩ y $C = 0{,}01$ μF, tiene como entrada la onda triangular de la Fig. 9-70*d*. Dibujar la onda de salida si la de entrada es simétrica con un período de 0,0001 seg.

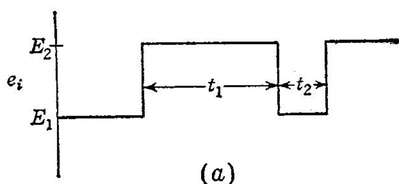
9-7. La onda de la Fig. 9-70*d*, especificada en el Prob. 9-6, se aplica a un circuito diferenciador en el que $RC = 100$ μseg. Dibujar la onda de salida.

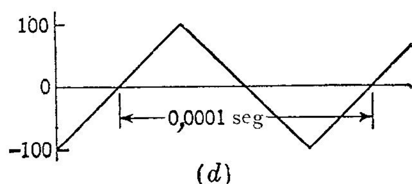
9-8. En el circuito de la Fig. 9-19, $R_g = 1$ MΩ, $R = 100.000$ Ω, $R_L = 30.000$ Ω,











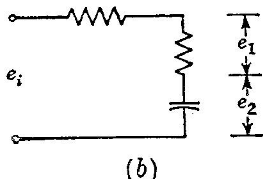


FIG. 9-69.

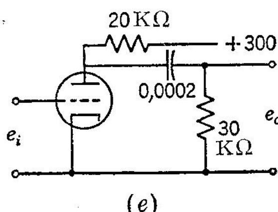


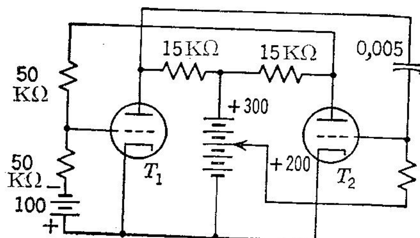
FIG. 9-70.

$E_{bb} = 300$ V y el tubo es una sección de un 12AU7. Suponer que $r_c = 1.000\ \Omega$ cuando la rejilla es positiva. Dibujar la onda de tensión de placa para una entrada de 100 voltios eficaces a 1.000 ciclos.

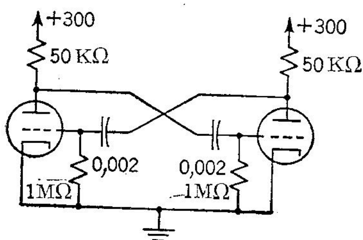
9-9. Un barrido a corriente constante emplea un pentodo para cargar el condensador. El tiratrón de descarga tiene una tensión de extinción de 15 V y una tensión de disparo de 110 V. Si la corriente constante del pentodo es 8 mA, hallar el valor de carga del condensador necesario para obtener una frecuencia de repetición de 1.800 por segundo, suponiendo que el tiempo de descarga es despreciable.

9-10. Una tensión trapezoidal $e = K_1 + K_2t$ se aplica a un circuito serie RL. Si $i_L = 0$ a $t = 0$, hallar una expresión para la corriente resultante.

9-11. El circuito de la Fig. 9-70*e* funciona con una entrada consistente en una onda rectangular en la que hay tensión cero durante 200 μseg y -100 V durante otros 200 μseg. El tubo es un 6C4 con $\mu = 17$. Dibujar e_o a escala sobre un ciclo de la entrada.



(*a*)



(*b*)

FIG. 9-71.

9-12. El circuito de la Fig. 9-71*a* se dispara con un solo impulso positivo aplicado a la rejilla de T_1. Hallar (*a*) la polarización en T_2 antes del disparo, (*b*) la polarización en T_1 antes del disparo, (*c*) la polarización en T_1 durante la aplicación del impulso y (*d*) la duración de los impulsos de salida tomados entre la placa de T_2 y masa.

9-13. Proyectar un multivibrador astable que funcione a 1.000 ciclos. Suponer $R_L = 10$ KΩ, $R_g = 500$ KΩ, tubos 6C4 y $E_{bb} = 200$ V.

9-14. Proyectar un multivibrador astable asimétrico que funcione a 500 ciclos, con uno de los impulsos de duración triple a la del otro. Suponer los mismos valores del Prob. 9-13.

9-15. Empleando el circuito de la Fig. 9-71*b*, con $r_c = 500\ \Omega$ para rejilla positiva, determinar r_p, para $e_c = 0$, a partir de las curvas características del tubo 6C4.

(*a*) Hallar las constantes de tiempo de los circuitos de descarga de los condensadores.

(*b*) Suponiendo que la tensión de rejilla del tubo que conduce es cero, hallar el valor máximo de la tensión de la otra rejilla.

(*c*) Calcular el período de corte.

(*d*) Calcular la frecuencia de repetición.

9-16. (*a*) Escribir el número 1274 en el sistema binario.

(*b*) Repetir en el sistema octal; en el sistema ternario.

9-17. (*a*) Escribir los números 1022 y 817 con notación binaria y sumarlos; comprobar el resultado en el sistema decimal.

(*b*) Multiplicar los mismos números en el sistema binario y comprobar los resultados en el decimal.

9-18. Dividir 623 por 37 en el sistema binario. SUGERENCIA: Llevar a cabo el proceso por métodos idénticos a los empleados en una división normal larga.

9-19. Dibujar el esquema de un circuito que sea una extensión de la malla de diodos de la Fig. 9-64 para funcionar con señales hasta el binario 1010.

9-20. Basándose en la Fig. 9-67, proyectar el circuito electrónico de un sumador total que responda al diagrama de bloques de la Fig. 9-68.

9-21. Usted accionará dos conmutadores de dos posiciones y dos terminales, de tal manera que queden registradas las características de todas las personas que pasen por un cierto punto de una calle del centro de una ciudad en lo que se refiere a:

varón o hembra, estatura superior o inferior a 1,80 m, rubia o morena y de ojos azules o no. Proyectar un circuito que haga sonar un timbre cada vez que una mujer rubia, de ojos azules y de estatura superior a los 1,80 m pase por dicho lugar.

BIBLIOGRAFIA

1. Von Tersch, L. W., y A. W. Swago: «Recurrent Electrical Transients», Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1953.
2. Chance, B., V. Hughes, E. F. MacNichol, D. Sayre, and F. C. Williams: «Waveforms», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1949.
3. Mather, N. W.: Clipping and Clamping, *Electronics*, **20** : 111 (Julio 1947).
4. Frank, Ernest: «Pulsed Linear Networks», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1945.
5. Batcher, R. R.: Circular and Polar Sweeps, *Electronic Inds.*, **3** : 80 (Septiembre 1944).
6. Clarke, A. C.: Linearity Circuits, *Wireless Engr.*, **21** : 256 (Junio 1944).
7. Chance, Britton: Some Precision Circuit Techniques Used in Waveform Generation and Time Measurement, *Rev. Sci. Instr.*, **17** : 396 (Octubre 1946).
8. Cocking, W. T.: Linear Sawtooth Oscillators, *Wireless World*, **16** : 425 (Mayo 1939).
9. Herrenden Harker, G. F.: The Mechanism of Synchronization in the Linear Time Base, *Phil. Mag.*, **26** : 193 (1938).
10. MacGregor-Morris, J. T., y J. A. Henley: «Cathode Ray Oscillography», Chapman and Hall, Ltd., London, 1936.
11. Potter, J. L.: Sweep Circuits, *Proc. IRE*, **26** : 713 (1938).
12. Puckle, O. S.: «Time Bases», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1943.
13. Soller, J. T., M. A. Starr, y G. E. Valley, Jr.: «Cathode Ray Tube Displays», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.
14. Abraham, H., y E. Bloch: Notice sur les lampes-valves à 3 électrodes et leurs applications, Ministère Guerre *Publ.* 27, Abril 1918.
15. Mather, N. W.: Multivibrator Circuits, *Electronics*, **19** : 136 (Octubre 1946).
16. Burks, A. W.: Electronic Computing Circuits of the ENIAC, *Proc. IRE*, **35** : 756 (1947).
17. Page, C. H.: Digital Computer Switching Circuits, *Electronics*, **21** : 110 (Septiembre 1948).
18. Eccles, W. H., y F. W. Jordan: Trigger Relay Utilizing Three Element Thermionic Vacuum Tubes, *Radio Rev.*, **1** : 143 (Octubre 1919).
19. Engineering Research Associates: «High-speed Computing Devices», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1950.
20. West, C. F., y J. F. DeTurk: A Digital Computer for Scientific Applications, *Proc. IRE*, **36** : 1452 (1948).
21. *Proceedings of the IRE*, Computer Issue, **41** : 1219-1568 (1953).
22. Richards, R. K.: «Arithmetic Operations in Digital Computers», D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1955.

CAPÍTULO 10

FUENTES DE ALIMENTACION Y FILTROS. REGULADORES DE TENSION

Como casi toda la potencia eléctrica es engendrada en corriente alterna, es necesario rectificar dicha corriente cuando se requieren alimentaciones en c.c. para amplificadores y equipos electrónicos. Esto es lo que se hace corrientemente en la práctica para el suministro de tensiones de placa a los tubos electrónicos, empleándose de ordinario rectificadores de diodos de vacío.

10-1. El rectificador diodo de media onda. Un diodo de vacío conduce solamente con ánodo positivo, de forma que un circuito como el de la Fig. 10-1*a*, alimentado por una tensión alterna, será un *rectificador de media onda*. Este circuito es el tipo básico del cual se derivan circuitos más complejos y se estudia aquí como ejemplo de análisis de rectificador.

El diodo tendrá una relación no lineal corriente-tensión como indica la característica estática de la Fig. 10-1*b*. La resistencia de dicho diodo es la recíproca de la pendiente de esta curva y no es constante. Cuando el diodo está en serie con una carga R, la resistencia total del circuito es $r_p + R$ y una característica corriente-tensión de dicho circuito, que relaciona la corriente con la tensión aplicada al mismo, es mucho más lineal que la del tubo solo. Para facilidad de análisis se supone ordinariamente la linealidad de la característica estática, con pequeño error, y con esta hipótesis $r_p = r_b$ para el diodo.

El valor de r_b de un determinado diodo puede hallarse tomando la recíproca de la pendiente de una línea recta que pase por el origen y se aproxime a la característica corriente-tensión del diodo.

Para el circuito de media onda de la Fig. 10-1*a* y para una entrada

$$e = E_m \text{ sen } \omega t$$

la corriente puede expresarse, con la hipótesis de linealidad, según

$$i_b = \frac{E_m}{r_b + R} \text{ sen } \omega t \qquad 0 \leq \omega t \leq \pi \tag{10-1}$$

$$i_b = 0 \qquad \pi \leq \omega t \leq 2\pi \tag{10-2}$$

y los impulsos resultantes con forma de medias sinusoides se representan en la Fig. 10-1*b*.

La misión de un rectificador es producir corriente continua par-

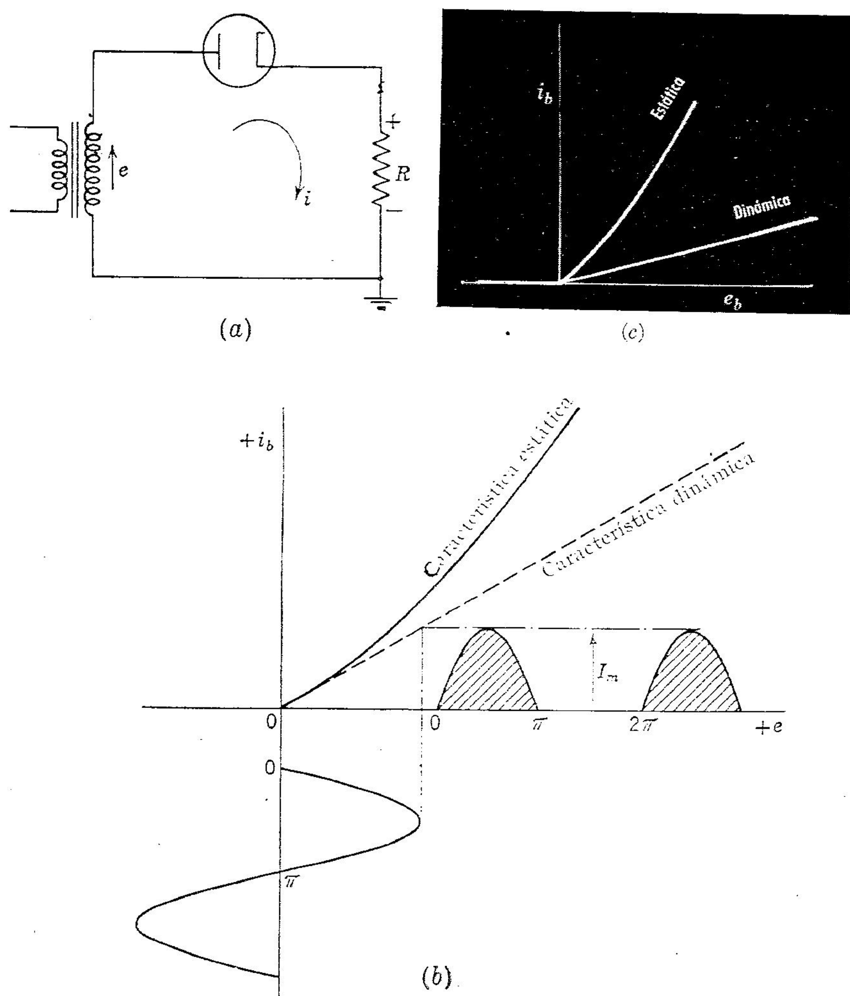


FIG. 10-1. (*a*) Circuito de media onda. (*b*) Determinación gráfica de la forma de onda. (*c*) Características experimentales del diodo, estática y dinámica con $R = 2.000$ ohmios.

tiendo de un generador de corriente alterna. Su aptitud para ello puede mostrarse determinando la componente c.c., o valor medio, de los impulsos de corriente anteriores, dada por

$$I_{dc} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i_b \, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left(\int_0^{\pi} \frac{E_m}{r_b + R} \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t + \int_{\pi}^{2\pi} 0 \, d\omega t\right)$$

$$= \frac{1}{\pi}\frac{E_m}{r_b + R} = \frac{I_m}{\pi} \qquad \textbf{(10-3)}$$

La ecuación sirve también para definir el símbolo I_m. De la Ec. (10-3)

$$I_{dc}(r_b + R) = \frac{E_m}{\pi}$$

de la cual se deduce que la tensión continua en la carga es

$$E_{dc} = I_{dc}\, R = \frac{E_m}{\pi} - I_{dc} r_b \qquad (10\text{-}4)$$

Sin carga, con $I_{dc} = 0$, dicha tensión continua es la media del semiciclo positivo de la onda sinusoidal de entrada, es decir, E_m/π. Al crecer la corriente en la carga, la tensión continua decaerá linealmente, debido a la caída $I_{dc} r_b$ en el tubo rectificador.

El transformador suministra una potencia en c.a. dada por

$$P_{ca} = I^2_{ef}(r_b + R) \qquad (10\text{-}5)$$

donde I_{ef} es el valor eficaz de los impulsos de corriente en la carga que por definición viene dado por

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi} i_b^2\, d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_o^{\pi} I_m^2 \operatorname{sen}^2 \omega t\, d\omega t} = \frac{I_m}{2} \qquad (10\text{-}6)$$

Este es el valor de la lectura de un amperímetro de c.a. en serie con la carga.

De un análisis de Fourier de impulsos de tensión, en forma de medias sinusoides, aplicados a la carga resulta

$$e' = \frac{E'_m}{\pi} + \frac{E'_m}{2} \operatorname{sen} \omega t - \frac{2E'_m}{\pi} \sum_{k\,\text{par}} \frac{\cos k\omega t}{(k+1)(k-1)} \qquad (10\text{-}7)$$

donde k tiene los valores 2, 4, 6, 8, . . . Todos estos términos de tensión producen los correspondientes términos de corriente en la carga. El primer término del segundo miembro es la tensión continua o valor medio, que es el efectivo para cargar una batería o para un proceso electrolítico. Los restantes términos son armónicos c.a. cuyas corrientes producen pérdidas en la carga resistiva pero no son utilizables en forma de c.c. ya que son c.a. La frecuencia más baja de ellas es la de la fuente de alimentación.

Se busca que un rectificador produzca corriente continua y que las pérdidas debidas a la circulación de armónicos c.a. en la carga sean lo menor posible. El rendimiento con el cual es convertida la corriente alterna en corriente continua, llamado *rendimiento de rectificación*, se define por

$$\eta_R \equiv \frac{P_{dc}\ \text{de salida}}{P_{ca}\ \text{de entrada}} \times 100\ \% \qquad (10\text{-}8)$$

el cual para el diodo de media onda se convierte en

$$\eta_R = \frac{[E_m/\pi(r_b + R)]^2 R \times 100\ \%}{[E_m/2(r_b + R)]^2 (r_b + R)} = \frac{4R}{\pi^2(r_b + R)} \times 100\ \%$$

$$= \frac{1}{(1 + r_b/R)} \times 40{,}6\ \% \qquad (10\text{-}9)$$

Para el diodo de media onda, la existencia de armónicos en la carga limita el rendimiento máximo al 40,6 por 100. El denominador $1+r_b/R$ indica el efecto, en el rendimiento, de la resistencia del diodo y, como se ve, conviene que sea pequeña la razón r_b/R.

Los circuitos que separan las componentes c.a. de las componentes c.c. y puentean las componentes c.a. entre terminales de la carga, o impiden su generación, se llaman *filtros*. Los circuitos filtro aumentan el rendimiento de rectificación acercándolo más al 100 por 100 y además proporcionan corriente continua más uniforme, con componentes c.a. más pequeñas. Para la mayor parte de los aparatos electrónicos se requiere una salida bien filtrada.

La *tensión inversa de cresta* es la tensión máxima que aparece en el tubo durante el tiempo en que el ánodo es negativo. Este valor se presenta en la cresta negativa de la onda sinusoidal y para el circuito de media onda tiene el valor $TIC = E_m$. Los tubos tienen que ser diseñados con el aislamiento suficiente para resistir esta tensión.

10-2. El rectificador de onda completa. Si a la carga se la pudiese suministrar con corriente durante ambas mitades del ciclo c.a. de entrada, se vería que se puede obtener potencia de salida en c.c. mayor y un rendimiento más alto de rectificación. Esto se consigue en el *circuito de onda completa* de la Fig. 10-2*a*, que es el tipo de rectificador más utilizado ordinariamente. Para ello, se utiliza otro circuito de media onda con un segundo diodo y una carga común, estando la entrada c.a. al segundo diodo defasada 180° con relación a la del primer circuito. Como sólo hay conducción en el semiciclo en que el ánodo es positivo, los tubos T_1 y T_2 conducen en semiciclos alternos, resultando una forma de onda de corriente como la de la Fig. 10-2*b*.

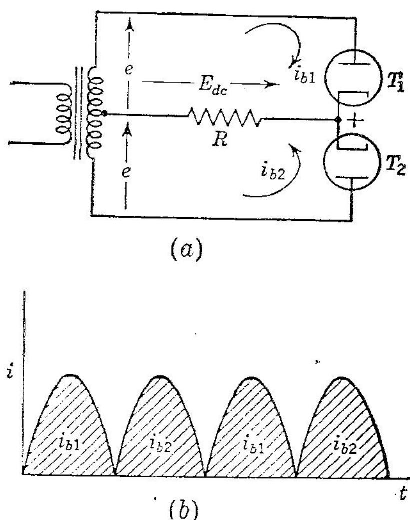


FIG. 10-2. (*a*) Rectificador de onda completa. (*b*) Impulsos de corriente en la carga.

Suponiendo que los tubos son idénticos, sus corrientes respectivas pueden expresarse por

$$\left.\begin{aligned} i_{b1} &= \frac{E_m}{r_b + R}\,\text{sen}\,\omega t \\ i_{b2} &= 0 \end{aligned}\right\} 0 \leq \omega t \leq \pi \qquad (10\text{-}10)$$

$$\left.\begin{aligned} i_{b1} &= 0 \\ i_{b2} &= -\frac{E_m}{r_b + R}\,\text{sen}\,\omega t \end{aligned}\right\} \pi \leq \omega t \leq 2\pi \qquad (10\text{-}11)$$

La tensión E_m es la de cresta de la onda sinusoidal correspondiente a una mitad del secundario del transformador, es decir $e = E_m$ sen ωt como antes.

Cada diodo funciona entonces en las mismas condiciones que en el circuito de media onda, combinándose las corrientes en la carga común. La corriente continua puede hallarse con el valor medio de las medias sinusoides de la Fig. 10-2*b*, resultando

$$I_{dc} = \frac{2E_m}{\pi(r_b + R)} = \frac{2I_m}{\pi} \qquad (10\text{-}12)$$

La expresión de la tensión de salida puede obtenerse como

$$E_{dc} = I_{dc}R = \frac{2E_m}{\pi} - I_{dc}r_b \qquad (10\text{-}13)$$

la cual indica la tensión sin carga por $2E_m/\pi$, o sea el doble que en el circuito de media onda para el mismo valor de E_m. La regulación es también mejor con respecto al circuito de media onda.

El valor I_{ef} para cada diodo, y la potencia en corriente alterna de entrada, para cada uno también, son las mismas que para el circuito de media onda. La potencia total de entrada en c.a. es, por tanto,

$$P_{ca} = 2\left[\frac{E_m}{2(r_b + R)}\right]^2 (r_b + R) = \frac{E_m^2}{2(r_b + R)}$$

y el rendimiento de rectificación es entonces

$$\eta_R = \frac{8}{\pi^2}\frac{1}{1 + r_b/R} \times 100\ \% = \frac{1}{1 + r_b/R} \times 81{,}2\ \% \qquad (10\text{-}14)$$

el cual resulta doble del correspondiente al circuito de media onda, con un máximo de 81,2 por 100.

Un análisis de Fourier de la forma de onda de la Fig. 10-2*b* conduce a

$$e' = \frac{2E'_m}{\pi} - \frac{4E'_m}{\pi}\sum_{k\ \text{par}}\frac{\cos k\omega t}{(k + 1)(k - 1)} \qquad (10\text{-}15)$$

en la cual k tiene los valores pares 2, 4, 6, 8, ... La frecuencia más baja aquí es doble de la frecuencia de la fuente de alimentación, lo cual hace más fácil la misión del filtro de eliminar los armónicos c.a. En los casos de grandes corrientes, el filtrado más fácil y el rendimiento superior hacen más conveniente el circuito de onda completa que el de media onda.

Escribiendo una ecuación de tensiones instantáneas en el circuito externo de la Fig. 10-2a, con el tubo T_1 sin conducir, resulta

$$e_{b1} = 2e + e_{b2} = -2E_m \text{ sen } \omega t - e_{b2}$$

El valor máximo, o tensión inversa de cresta (TIC), para T_1 tiene lugar cuando $\omega t = 3\pi/2$. Si $E_m \gg e_{b2}$, entonces

$$\text{TIC} = 2E_m$$

constituyendo esto un criterio para seleccionar tubos con suficiente tensión de ruptura.

Debe advertirse que en la mayoría de estos circuitos el terminal negativo está a masa, con lo cual la tensión entre el cátodo de los diodos y masa es la tensión continua plena. Los transformadores de filamento deben estar aislados para esta tensión y, si se utilizan tubos de caldeo indirecto, el aislamiento entre el cátodo y el filamento de caldeo debe ser suficiente para impedir la descarga disruptiva.

10-3. Factor de rizado. Las ondulaciones, o *rizado*, producidas por las componentes de c.a. en la salida del rectificador, las cuales aparecen como zumbido audible en los amplificadores de sonido, son un inconveniente grande en la alimentación de la mayor parte de los circuitos electrónicos. La magnitud del rizado, comparada con la componente continua de la corriente o tensión, es una medida de la pureza de la salida del rectificador y se llama *factor de rizado.*

$$\text{Factor de rizado} = \frac{\text{valor eficaz del conjunto de componentes c.a.}}{\text{valor medio, o componente c.c.}} \tag{10-16}$$

La corriente en la carga de un rectificador se compone de la componente continua I_{dc} y de un valor eficaz c.a. del conjunto de todas las componentes alternas. Por definición el valor eficaz I_{ef} de la corriente total en la carga es entonces

$$I_{ef} = \sqrt{I_{dc}^2 + I_{ca}^2}$$

de la cual se deduce

$$I_{ca} = \sqrt{I_{ef}^2 - I_{dc}^2} \tag{10-17}$$

Esta da el numerador de la definición de rizado según la Ec. (10-16), de forma que en general

$$\text{Factor de rizado} = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_{dc}^2}}{I_{dc}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{I_{ef}}{I_{dc}}\right)^2 - 1} \qquad (10\text{-}18)$$

Las magnitudes de la Ec. (10-18) pueden ser medidas por instrumentos de c.a. y de c.c. y el factor de rizado determinado de forma experimental cuando el rizado es grande. Se requieren medidas más refinadas cuando el rizado es pequeño y, por tanto, I_{dc} casi iguala a I_{ef}.

Puede verse que el factor de rizado es función de la forma de onda de la corriente en la carga del rectificador. Si $I_{dc} = I_{ef}$, el rizado será cero y los tubos del rectificador suministrarán a la carga bloques sucesivos rectangulares de corriente.

Utilizando los I_{ef} e I_{dc} de las discusiones anteriores para los rectificadores de media onda y de onda completa se pueden realizar los cálculos del factor de rizado de estos circuitos, sin filtros, resultando

Factor de rizado: Media onda = 1,21; Onda completa = 0,48

El circuito de onda completa tiene menos rizado y es filtrado más fácilmente debido a la mayor frecuencia de la ondulación.

10-4. Filtro con condensador en paralelo. En la Fig. 10-3 se representa un tipo simple de filtro, para un rectificador de onda completa, en el cual los armónicos de c.a. son puenteados entre los terminales de la carga. Un buen funcionamiento requiere que $X_C \ll R$ para la frecuencia más baja presente en la salida del rectificador.

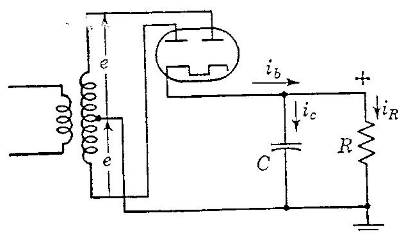


FIG. 10-3. Circuito de onda completa con filtro de condensador.

La existencia del condensador afecta considerablemente a las condiciones de funcionamiento de los diodos, puesto que el rectificador ahora ya no funciona con una carga resistiva. Puede considerarse que cuando la tensión de entrada del rectificador está por encima de la del condensador, entonces éste se carga, alcanzando la tensión de cresta de la fuente de alimentación. Cuando la tensión de entrada disminuye lo suficiente el diodo desconecta la fuente, pues tendrá un cátodo positivo, y la energía almacenada en el condensador mantiene la tensión en la carga en un valor alto por un tiempo más largo que si no existiese el condensador. La corriente del diodo circula a impulsos cortos en vez de hacerlo durante todo el semiciclo positivo. La situación se representa en la Fig. 10-4.

Para un buen rendimiento, debe ser $r_b \ll R$ y, para sencillez del análisis, es conveniente suponer $r_b = 0$. La reactancia de dispersión del transformador de entrada se despreciará también por pequeña. Bajo estas hipótesis, el diodo hace simplemente de conmutador y conecta la fuente al condensador solamente durante el intervalo de carga, o sea, desde $\omega t = \theta_1$ hasta $\omega t = \theta_2$ de la Fig. 10-4*b*.

Puede verse que durante este intervalo de tiempo

$$i_b = i_C + i_R \qquad (10\text{-}19)$$

y como el conmutador diodo está cerrado,

$$e_C = E_m \operatorname{sen} \omega t \qquad (10\text{-}20)$$

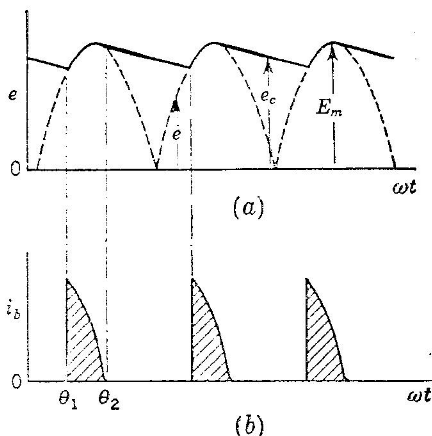


FIG. 10-4. (*a*) Forma de onda de la tensión. (*b*) Forma de onda de la corriente del tubo.

Entonces

$$i_b = C\frac{de_C}{dt} + \frac{e_C}{R}$$

de forma que durante el intervalo de carga

$$i_b = \omega C E_m \cos \omega t + \frac{E_m}{R} \operatorname{sen} \omega t \qquad \theta_1 \leq \omega t \leq \theta_2 \qquad (10\text{-}21)$$

la cual puede reducirse a la forma

$$i_b = \frac{E_m}{R}\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1} \operatorname{sen} (\omega t + \phi) \qquad \theta_1 \leq \omega t \leq \theta_2 \qquad (10\text{-}22)$$

siendo

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} (\omega RC) \qquad (10\text{-}23)$$

como expresión del impulso de corriente a través del diodo durante el intervalo de conducción.

En $\omega t = \theta_2$ la tensión de la fuente de alimentación disminuye más rápidamente de lo que el condensador puede descargar a través de la carga, dicha tensión de alimentación se hace menor que e_C y el cátodo del diodo se convierte en positivo. El diodo cesa de conducir, desconectando la fuente de la carga. En el instante de la desconexión, en θ_2, es $i_b = 0$ y de la Ec. (10-21) se deduce

$$-\omega C E_m \cos \theta_2 = \frac{E_m}{R} \operatorname{sen} \theta_2$$

de la cual

$$\theta_2 = \operatorname{tg}^{-1}(-\,\omega RC) \qquad (10\text{-}24)$$

La Ec. (10-22) introduce el parámetro sin dimensiones ωRC. Si la constante de tiempo RC es grande, entonces el pico de la corriente del tubo es alto pero el ángulo θ_2 decrecerá tendiendo a 90°, acortando así el ángulo de conducción. Un valor pequeño de ωRC reducirá el pico de corriente del tubo y alargará el ángulo de conducción. La gran corriente de pico correspondiente a gran ωRC puede dañar al cátodo del diodo, especialmente en el caso de diodos de gas.

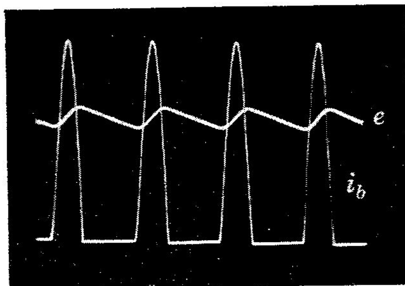


FIG. 10-5. Impulsos de corriente del tubo y tensión e en la carga, en circuito de onda completa, siendo $E_{dc} = 130$ voltios, $\omega RC = 30$.

La Fig. 10-5 muestra el corto ángulo de conducción y la gran corriente de pico característicos de un valor grande de ωRC. La caída de tensión en el tubo y la reactancia del transformador que existen en un rectificador real sirven para reducir la subida abrupta del flanco inicial del impulso de corriente y para extender el ángulo de conducción.

En el intervalo $\theta_2 \leq \omega t \leq (\pi + \theta_1)$ puede verse que

$$-\,i_C = i_R$$

o sea que el condensador suministra la corriente que circula por la carga. Entonces

$$-\,C\,\frac{de_C}{dt} = \frac{e_C}{R} \qquad (10\text{-}25)$$

La solución de esta ecuación diferencial da

$$e_C = A\,\epsilon^{-t/RC}$$

Ya se ha dicho que en $\omega t = \theta_2$ es $e_C = E_m$ sen θ_2, con lo que puede calcularse A, resultando

$$e_C = E_m \text{ sen } \theta_2\,\epsilon^{-(\omega t - \theta_2)/\omega RC} \qquad \theta_2 \leq \omega t \leq (\pi + \theta_1) \qquad (10\text{-}26)$$

como valor de la tensión en el condensador y en la carga R, durante el intervalo de descarga. Esto indica que para la situación sin carga, o sea, para $\omega RC = \infty$, el factor exponencial se convierte en la unidad y la tensión de salida es constante e igual al valor de cresta E_m. Para valores menores de ωRC el factor exponencial hace que la tensión vaya decayendo durante la descarga, dando lugar a un rizado en la salida.

En $\pi + \theta_1$, cuando el diodo vuelve a conmutar introduciendo el transformador en el circuito, la tensión del condensador debe igualar a

la tensión de la fuente de alimentación, o sea,

$$E_m \text{ sen } \theta_2 \epsilon^{-(\pi + \theta_1 - \theta_2)/\omega RC} = E_m \text{ sen } \theta_1$$

$$\text{sen } \theta_1 = \text{sen } \theta_2 \epsilon^{-(\pi + \theta_1 - \theta_2)/\omega RC} \qquad (10\text{-}27)$$

El ángulo θ_2 puede determinarse por la expresión (10-24). La Ec. (10-27) puede entonces resolverse gráficamente. Los resultados de θ_1 y θ_2, para

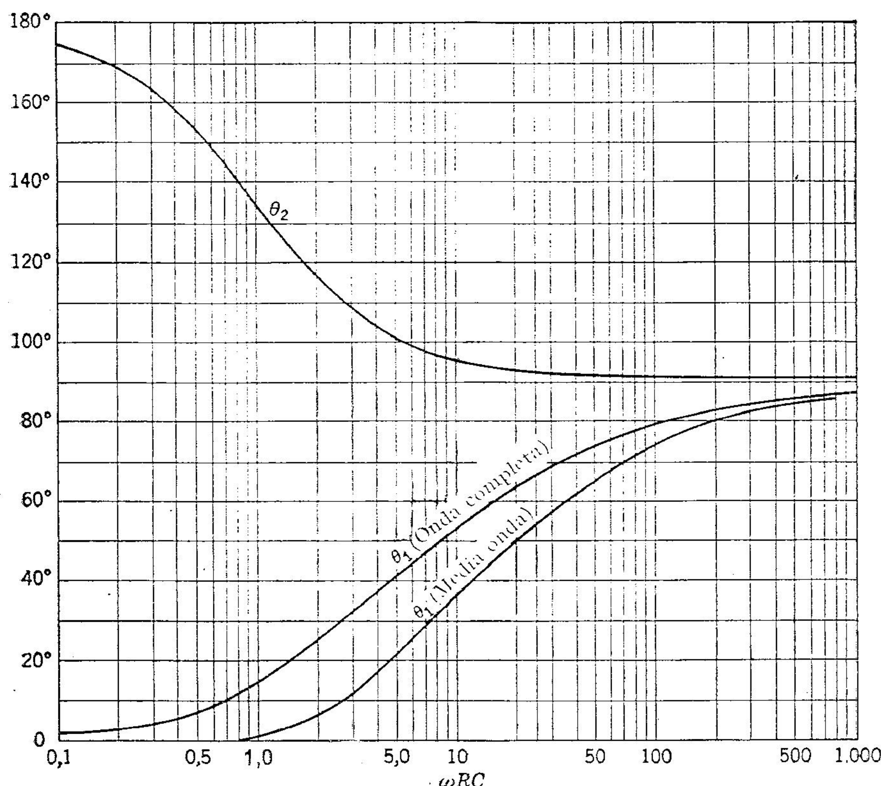


FIG. 10-6. Punto de conexión θ_1 y punto de desconexión θ_2 en filtros de condensador.

el rectificador de onda completa, en función del parámetro ωRC, están representados en la Fig. 10-6.

Observando las Ecs. (10-23) y (10-24) se ve que

$$\phi = \text{tg}^{-1} (\omega RC) = \pi - \text{tg}^{-1} (-\omega RC) = \pi - \theta_2$$

con lo que la Ec. (10-22) para la forma de onda de la corriente del tubo puede escribirse ahora

$$i_b = \frac{E_m}{R} \sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1} \text{ sen } (\theta_2 - \omega t) \qquad \theta_1 \le \omega t \le \theta_2 \qquad (10\text{-}28)$$

Utilizando los datos de la Fig. 10-6 es posible determinar formas de onda de la corriente del tubo. Algunas de ellas, para valores típicos de ωRC, se han representado en la Fig. 10-7.

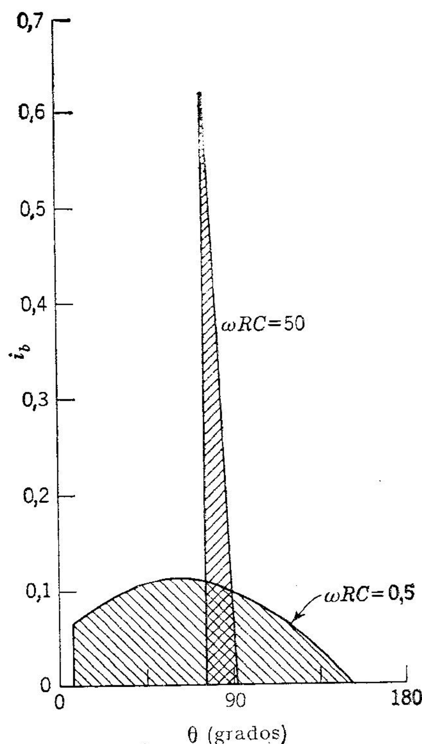


FIG. 10-7. Formas de onda de corriente en el tubo.

La tensión continua de salida puede obtenerse hallando el valor medio con las expresiones (10-20) y (10-26), integrando cada una sobre sus intervalos respectivos del ciclo del rectificado y dividiendo por el intervalo total π, (2π).

$$E_{dc} = \frac{1}{\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} E_m \operatorname{sen} \omega t \, d\omega t + \frac{1}{\pi}\int_{\theta_2}^{\pi+\theta_1} E_m \operatorname{sen} \theta_2 \epsilon^{-[(\omega t - \theta_2)/\omega RC]} \, d\omega t$$

que conduce a

$$E_{dc} = E_m \frac{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}}{\pi}[1 - \cos(\theta_2 - \theta_1)] \qquad (10\text{-}29)$$

La razón E_{dc}/E_m para el rectificador de onda completa con filtro de condensador en paralelo está representada en la Fig. 10-8.

El factor de rizado es difícil de calcular por los métodos anteriores, y en la Fig. 10-9*a* se presenta una aproximación de la forma de onda de la salida del rectificador que conduce a expresiones simplificadas y

suficientemente precisas para E_{dc} y el factor de rizado. La aproximación está apoyada por el oscilograma de la Fig. 10-9*b*, el cual difiere bastante de la teoría a causa de haber despreciado la resistencia del tubo y la reactancia de dispersión o fugas del transformador.

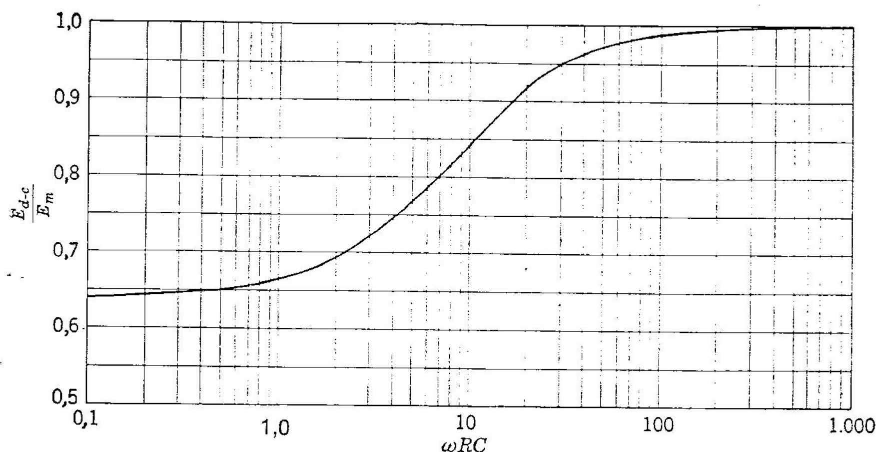


FIG. 10-8. Variación de E_{dc}/E_m con filtro de condensador en paralelo en un rectificador de onda completa.

La forma de onda aproximada se compone de líneas rectas y tiene un valor de cresta o pico igual a E_m. La variación total en tensión del condensador, o sea el valor de rizado de pico a pico, se representa

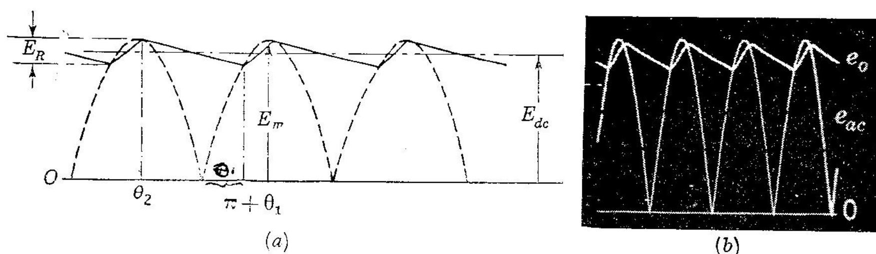


FIG. 10-9. (*a*) Forma de onda aproximada de la tensión en la carga con filtro de condensador en paralelo en rectificador de onda completa. (*b*) Tensión real de salida e_o y tensión alterna de entrada e_{ac} en un rectificador de onda completa; siendo $\omega RC = 30$.

por E_R. El valor medio, o valor continuo, de esa onda triangular es equidistante entre los picos, es decir,

$$E_{dc} = E_m - \frac{E_R}{2}$$

despreciando la resistencia del tubo y la reactancia del transformador. Durante el intervalo de descarga, desde θ_2 a $\pi + \theta_1$, se supone que el

condensador pierde carga a velocidad constante con una corriente constante I_{dc}. Como $e_C = q/C$, la velocidad de pérdida uniforme de tensión es

$$\frac{de_C}{d\omega t} = \frac{E_R}{\pi + \theta_1 - \theta_2} = \frac{1}{\omega C}\frac{dq}{dt}$$

y como $dq/dt = I_{dc}$, entonces

$$E_R = \frac{(\pi - \theta_1 - \theta_2)I_{dc}}{\omega C} \tag{10-30}$$

El valor eficaz, o medio cuadrático, de la componente de rizado de la onda triangular es independiente de las pendientes o longitudes de

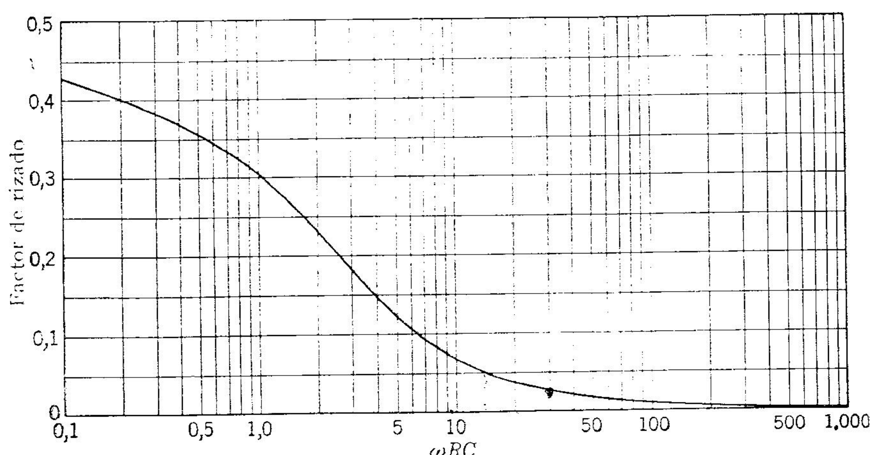


FIG. 10-10. Variación del factor de rizado en rectificador de onda completa con filtro de condensador en paralelo.

las líneas rectas, dependiendo solamente del valor de pico. Para un eje de tiempos a la altura de E_{dc} puede demostrarse que el valor medio cuadrático de las componentes alternas es

$$E_{ca} = \frac{E_R}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\pi + \theta_1 - \theta_2)I_{dc}}{2\sqrt{3}\,\omega C} \tag{10-31}$$

Teniendo en cuenta la definición de factor de rizado da

$$\text{Factor de rizado} = \frac{E_{ca}}{E_{dc}} = \frac{(\pi + \theta_1 - \theta_2)I_{dc}}{2\sqrt{3}\,\omega C I_{dc} R} = \frac{\pi + \theta_1 - \theta_2}{2\sqrt{3}\,\omega C R} \tag{10-32}$$

para el rectificador de onda completa con filtro de condensador en paralelo. En la Fig. 10-10 se representa dicho factor en función de ωRC.

El valor del rizado aumenta al aumentar la corriente en la carga (al disminuir R). La Fig. 10-8 indica que para una buena regulación de tensión es conveniente operar con ωRC grande. Esta es la condición que conduce a grandes corrientes de pico del tubo, lo cual puede ser inconveniente para la vida del mismo. De ordinario, el filtro simple de condensador se emplea solamente para aplicaciones de pequeñas corrientes en la carga, donde no haya peligro de que se sobrepasen los máximos admisibles de corriente de pico de los tubos, y donde el rizado sea también convenientemente pequeño. Con corrientes de salida intensas el rizado suele ser demasiado grande para ser satisfactorio en alimentación de circuitos amplificadores electrónicos.

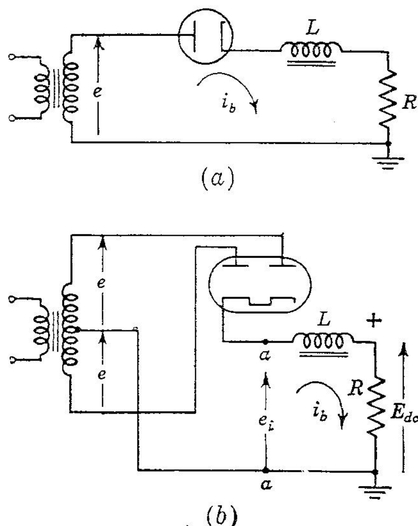


FIG. 10-11. (a) Rectificador de media onda con filtro de inductancia en serie. (b) Rectificador de onda completa con filtro de inductancia en serie.

10-5. Filtro con inductancia en serie. Una inductancia en serie con la carga hace también de filtro, representando una impedancia alta en serie para las componentes alternas armónicas en la salida del rectificador. También puede considerarse que la inductancia almacena energía magnética cuando la corriente está por encima del valor medio y que cede esa energía a la carga cuando la corriente tiende a caer por debajo del valor medio, reduciendo así la ondulación o rizado. En la Fig. 10-11 se representan unos rectificadores con inductancia en serie con la carga.

Como ilustración y para entender la circulación de corriente individual de un diodo, considérese primero el funcionamiento del circuito de media onda. Escribiendo la ecuación diferencial del circuito para el intervalo de conducción con $e = E_m$ sen ωt,

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E_m \text{ sen } \omega t \tag{10-33}$$

despreciando otra vez la caída de tensión en el tubo y la reactancia de fugas del transformador. Entonces

$$\frac{di}{dt} + \frac{Ri}{L} = \frac{E_m}{L} \text{ sen } \omega t \tag{10-34}$$

que tiene la solución transitoria

$$i_b = B\epsilon^{-Rt/L} \tag{10-35}$$

y una solución de régimen permanente

$$i_b = \frac{E_m}{R\sqrt{(\omega L/R)^2 + 1}} \operatorname{sen}(\omega t - \phi) \tag{10-36}$$

donde

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1}\frac{\omega L}{R} \tag{10-37}$$

Por tanto la corriente real del tubo consiste en transitorios repetidos de la forma

$$i_b = B\epsilon^{-Rt/L} + \frac{E_m}{R\sqrt{(\omega L/R)^2 + 1}} \operatorname{sen}(\omega t - \phi) \qquad 0 \leq \omega t \leq \theta_2$$

$$i_b = 0 \qquad \theta_2 \leq \omega t \leq 2\pi$$

A causa de la parte negativa de E_m sen ωt, la corriente disminuye hasta cero y tiende a invertirse antes del principio del ciclo siguiente de la tensión de alimentación. Como no es posible que exista aquí una corriente inversa, la corriente se hace cero para algún ángulo θ_2 y permanece en ese valor nulo hasta que la tensión de alimentación vuelve a ser positiva. Por tanto, la corriente será siempre cero en el instante en que el diodo conecta la fuente a la carga, o sea, cuando $\omega t = 0$, con lo cual puede hallarse la constante B,

$$B = \frac{E_m}{R\sqrt{(\omega L/R)^2 + 1}} \operatorname{sen}\phi$$

de forma que los impulsos de corriente en la carga para el caso de media onda pueden expresarse finalmente según

$$i_b = \frac{E_m}{R\sqrt{(\omega L/R)^2 + 1}}\left[\operatorname{sen}(\omega t - \phi) + \epsilon^{-R\omega t/\omega L} \operatorname{sen}\phi\right]$$

$$0 \leq \omega t \leq \theta_2 \tag{10-38}$$

$$i_b = 0 \qquad \theta_2 \leq \omega t \leq 2\pi$$

Al aumentar $\omega L/R$, el término exponencial decrece más lentamente y la corriente circula algún tiempo después que la tensión de alimentación se hace cero para $\omega t = \pi$, como se indica en la Fig. 10-12*a*. En el ánodo del diodo se mantiene una f.e.m. positiva durante el intervalo entre π y θ_2 a causa de la tensión $L\, di/dt$ inducida en L por la corriente decreciente. Para $\omega L/R$ infinito el ángulo de corte o ángulo de desconexión se tendrá para 2π, o sea 360° del ciclo de la entrada.

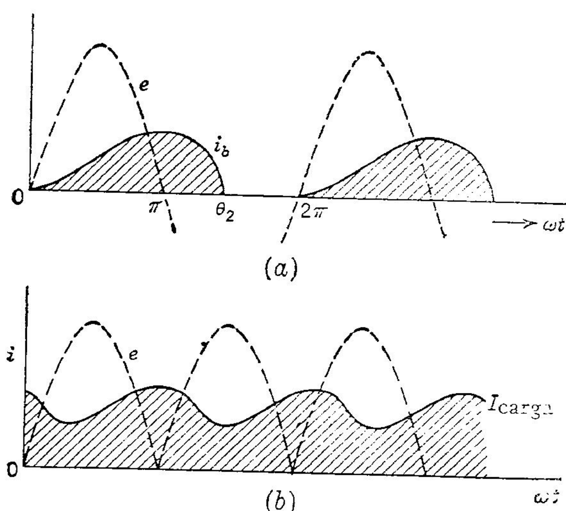


FIG. 10-12. (a) Corriente en la carga (rectificador de media onda con filtro de inductancia). (b) Corriente en la carga (rectificador de onda completa con filtro de inductancia).

El ángulo de corte θ_2 puede hallarse considerando que cuando $\omega t = \theta_2$, es $i_b = 0$; con lo que

$$\operatorname{sen}(\theta_2 - \phi) + \epsilon^{-R\theta_2/\omega L} \operatorname{sen} \phi = 0$$

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{\cos \theta_2 - \epsilon^{-R\theta_2/\omega L}}{\operatorname{sen} \theta_2} \tag{10-39}$$

y θ_2 puede obtenerse por medios gráficos en función del parámetro $R/\omega L$. Los resultados para el rectificador de media onda están representados en la Fig. 10-14, y puede verse que el ángulo de conducción,

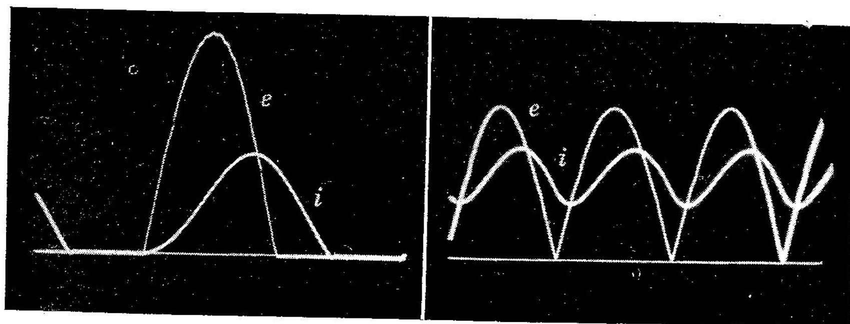


FIG. 10-13. (a) Tensión aplicada y corriente en la carga (rectificador de media onda con filtro de inductancia). (b) Lo mismo en el circuito de onda completa. Obsérvese la circulación continua de corriente.

o sea, el comprendido desde $\omega t = 0$ hasta $\omega t = \theta_2$, se hace más grande aumentando la inductancia o *disminuyendo* $R/\omega L$. Por eso al aumentar la corriente en la carga el ángulo de conducción aumenta.

La corriente continua de salida puede obtenerse mediante integración de la expresión (10-38) en el intervalo de conducción de 0 a θ_2, y después de algunas transformaciones se llega a

$$I_{dc} = \frac{E_m}{2\pi R}(1 - \cos\theta_2)$$

de la cual se deduce

$$E_{dc} = \frac{E_m}{2\pi}(1 - \cos\theta_2) \qquad (10\text{-}40)$$

Con valores grandes de L ($\theta_2 \cong 360^o$) la tensión continua de salida es pequeña en relación con E_m. Con pequeños valores de L ($\theta_2 \cong 180^o$) el valor E_{dc} se aproxima a E_m/π, como en el rectificador de media onda sin filtro. La tensión de salida será así mucho menor que con el filtro de condensador, con la misma tensión de alimentación.

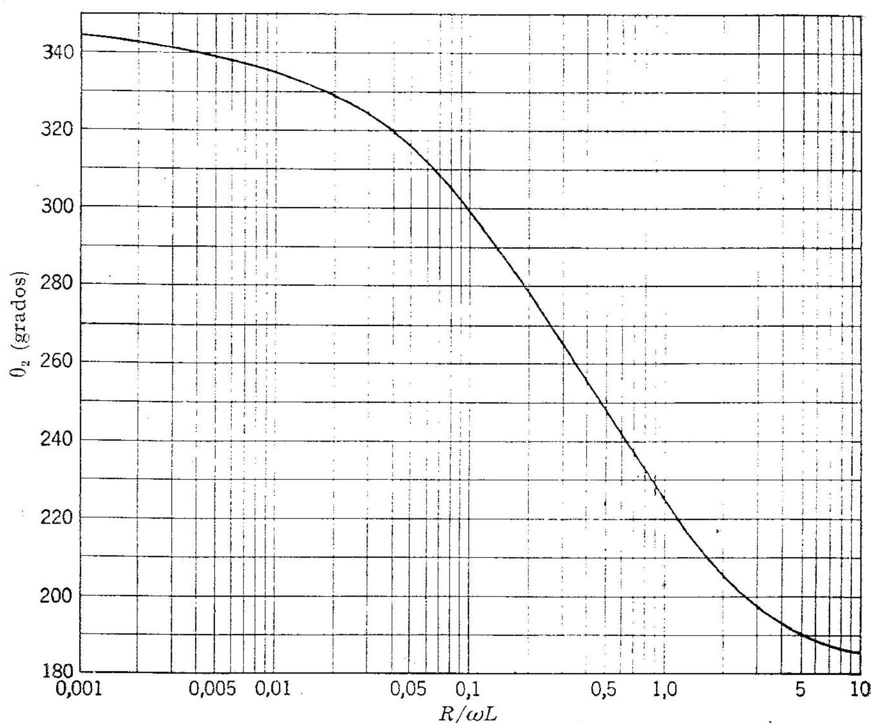


FIG. 10-14. Angulo de corte θ_2 en el rectificador de media onda con filtro de inductancia.

Con el filtro de inductancia en el circuito de onda completa de la Fig. 10-11*b*, la onda de corriente y el ángulo de conducción de un diodo se solapan con la onda de corriente y el ángulo de conducción del otro diodo y con valores razonables de L la conducción de corriente es continua en la inductancia, o *choque*, como se indica en las figuras 10-12*b* y 10-13*b*. Los diodos se alternan en dar corriente, conduciendo el que tiene un ánodo positivo (despreciando la reactancia del transformador). Así, una tensión sinusoidal rectificada de la forma indicada en la Fig. 10-12*b* se aplica a los terminales de entrada del filtro en *a*, *a* de la Fig. 10-11.

La tensión e_i de entrada al filtro contiene las frecuencias armónicas de la Ec. (10-15), siendo algunos de los términos de bajas frecuencias los siguientes

$$e_i = \frac{2E_m}{\pi} - \frac{4E_m}{3\pi}\cos 2\omega t - \frac{4E_m}{15\pi}\cos 4\omega t - \frac{4E_m}{35\pi}\cos 6\omega t - \dots \qquad (10\text{-}41)$$

representando el primero la componente continua de salida.

Si la tensión anterior se aplica al circuito de choque y carga de la Fig. 10-15, teniendo el choque una resistencia R_c, entonces la corriente continua en la carga es la producida por la f.e.m. del primer término de la expresión (10-41),

$$I_{dc} = \frac{2E_m}{\pi}\,\frac{1}{R_c + R} \qquad (10\text{-}42)$$

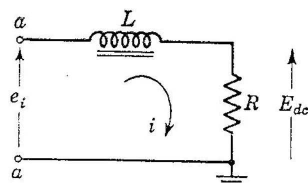


FIG. 10-15. Circuito de la carga del filtro de inductancia.

y la tensión continua en la carga es

$$E_{dc} = \frac{2E_m}{\pi}\,\frac{1}{1 + R_c/R} \qquad (10\text{-}43)$$

La impedancia de entrada del filtro en *a*, *a* para la frecuencia c.a. más baja, o sea, la del segundo armónico es

$$Z_2 = R_c + R + j2\omega L$$

La corriente de entrada en *a*, *a* correspondiente al segundo armónico es entonces

$$|I_2| = \frac{4E_m}{3\sqrt{2}\pi(R_c + R)\sqrt{[2\omega L/(R_c + R)]^2 + 1}} \qquad (10\text{-}44)$$

y la componente del cuarto armónico es

$$|I_4| = \frac{4E_m}{15\sqrt{2}\pi(R_c + R)\sqrt{[4\omega L/(R_c+R)]^2 + 1}}$$

La razón $2\omega L/(R_c + R)$ debe ser grande con relación a la unidad para un buen filtrado, y bajo esta hipótesis

$$\left|\frac{I_4}{I_2}\right| \simeq \frac{1}{10}$$

siendo progresivamente menores el sexto y los órdenes superiores. Con ello se ve que la corriente del segundo armónico es muy principalmente la causante del rizado en la salida, por lo que el factor de rizado puede calcularse según las Ecs. (10-42) y (10-44) por

$$\text{Factor de rizado} \simeq \frac{|I_2|}{I_{dc}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{[2\omega L/(R_c + R)]^2 + 1}} \tag{10-45}$$

y si $2\omega L/(R_c + R) \gg 1$, entonces

$$\text{Factor de rizado} \simeq \frac{\sqrt{2}(R_c + R)}{6\omega L} = 0{,}236\,\frac{R_c + R}{\omega L} \tag{10-46}$$

La Ec. (10-46) indica que según disminuye R, o la corriente en la carga aumenta, el factor de rizado decrece. Esto no es sorprendente puesto que la energía almacenada en la inductancia aumenta con la corriente media. El efecto contrasta con el caso de filtro de condensador, en el cual el factor de rizado se hace mayor al aumentar la corriente en la carga.

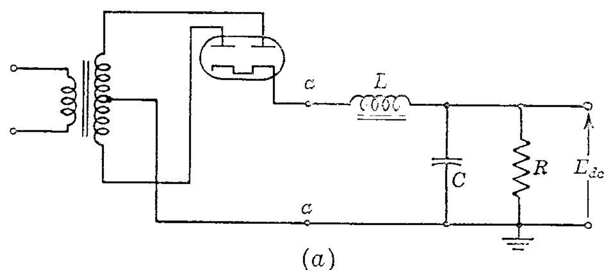
El filtro de inductancia, o de choque, no demanda importantes corrientes de pico a los tubos rectificadores y tiene mejor regulación de tensión que el circuito con filtro de condensador pero exige del transformador una tensión alterna alta de entrada, aumentando posiblemente el coste del mismo.

10-6. Filtro de sección L, o con entrada por inductancia. Ni el filtro de condensador en paralelo ni el de inductancia en serie son capaces económicamente de dar factores de rizado suficientemente bajos para suministrar corriente continua a la mayoría de los equipos electrónicos. Se emplea con frecuencia una combinación de ambos, como el filtro de *sección en L*, o con *entrada por inductancia*, de la Fig. 10-16*a*. La inductancia sirve para disminuir la amplitud de las componentes alternas de la corriente y el condensador las puentea en torno a la carga (es decir, las deriva para que no pasen por la carga), resultando un rizado menor del que es posible con las mismas L o C solas.

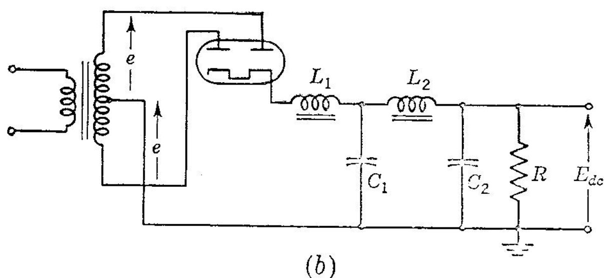
Como el filtro de condensador tiene bajo factor de rizado con cargas ligeras (corrientes débiles) y el filtro de inductancia lo tiene bajo con cargas fuertes (corrientes grandes) parece razonable que el filtro con entrada por inductancia pueda tener un rizado adecuado a todas las cargas. Además, ordinariamente conviene que la impedancia, vista desde la carga mirando hacia atrás, o sea, hacia el filtro, sea baja para

todas las frecuencias de señal del amplificador alimentado por el filtro. Esto es conveniente para evitar la realimentación de componentes de señal entre etapas amplificadoras. El condensador en paralelo de la sección en L puede elegirse lo suficientemente grande para que resulte esta baja impedancia de salida del filtro. Además un condensador grande en esta posición mejora la regulación dinámica de tensión de salida, cuando hay cargas de c.c. muy variables y sobrecargas bruscas.

Con cargas ligeras, es decir, siendo $R \simeq \infty$, el condensador se cargará a la tensión de cresta y la salida será E_m. Al disminuir R, los diodos



(a)



(b)

FIG. 10-16. Filtro de sección en L o con entrada por inductancia en un rectificador de onda completa.

aplican al filtro (en su función conmutadora) la tensión de alimentación durante un instante y C se carga al valor de cresta, pero la tensión continua será disminuida debido a ser la tensión media del condensador menor que la cresta. La actuación de los diodos es casi como con el filtro de condensador, puesto que la corriente es tan pequeña que el almacenamiento de energía y el efecto de la inductancia son despreciables. Al aumentar más la corriente en la carga, el ángulo de conducción de los diodos se hace más grande debido a la más rápida descarga del condensador y a que el efecto de la inductancia será apreciable al ser la corriente mayor. Para un valor I_B de la corriente continua el ángulo de conducción alcanza los 180° para cada diodo, dichos diodos conmutan como con el filtro de inductancia y la corriente en la inductancia es ininterrumpida.

En la Fig. 10-17a la corriente I_B indica el punto de la curva de regulación en la cual se obtiene continuidad (es decir, no interrupción)

de la corriente en la inductancia, siendo pequeña la variación de la tensión en la carga a partir de dicho punto. En éste, el filtro empieza a actuar más como un filtro de inductancia y menos semejante a un filtro de condensador en paralelo. A causa de la buena regulación para valores de corriente por encima de I_B es deseable que el rectificador funcione con las corrientes de la carga superiores, siendo esto asegurado conectando una *resistencia de drenaje* o carga mínima, a los terminales de salida. Esta resistencia R_B se diseña para drenar, o derivar, una corriente de un valor aproximado a I_B, aún con toda carga exterior desconectada.

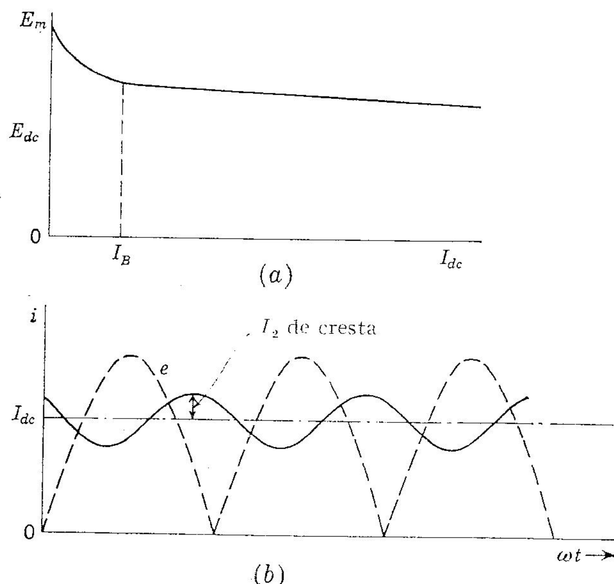


FIG. 10-17. (*a*) Regulación del filtro de sección en L. (*b*) Corriente de salida de los tubos con filtro de sección en L.

Para el análisis, R significará la resistencia de carga efectiva formada por la resistencia de carga real y la R_B en paralelo.

En las condiciones de continuidad de corriente en la inductancia y 180° de conducción por diodo, la tensión rectificada de onda completa aplicada a la entrada *a, a* del filtro de la Fig. 10-16*a* es otra vez la de la serie de Fourier de la Ec. (10-15) o de la (10-41). Los valores de L y C elegidos para filtros de sección en L pueden ser aproximadamente $L = 20$ H, $C = 20$ μF. Predomina el segundo armónico y para una fuente de 60 ciclos las reactancias para dicho segundo armónico son $X_L = 2\omega L \simeq 15.000$ ohmios, $X_C = 1/2\omega C \simeq 66$ ohmios. Es razonable suponer que X_C será despreciable, por pequeño, con respecto a R, la carga y el drenaje en paralelo, o sea que las componentes c.a. circularán por C y las componentes c.c. por R, como se indica en la Fig. 10-18.

El valor medio cuadrático de la corriente de segundo armónico se obtiene mediante el término correspondiente de la Ec. (10-41) según

$$I_2 = \frac{4E_m}{3\sqrt{2}\,\pi(2\omega L - 1/2\omega C)} = \frac{8E_m\omega C}{3\sqrt{2}\,\pi(4\omega^2 LC - 1)} \qquad (10\text{-}47)$$

Se supone que esta corriente circula enteramente por C y al hacerlo así produce una caída de tensión de segundo armónico entre terminales de la carga de

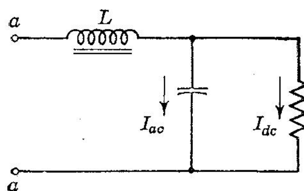


FIG. 10-18. Hipótesis sobre los caminos de las corrientes.

$$|E_2| = \frac{4E_m}{3\sqrt{2}\pi(4\omega^2 LC - 1)}$$

Suponiendo una vez más que la ondulación se debe enteramente al segundo armónico, el factor de rizado puede hallarse como

$$\text{Factor de rizado} = \frac{|E_2|}{E_{\text{dc}}} = \frac{|E_2|}{2E_m/\pi} = \frac{\sqrt{2}}{3(4\omega^2 LC - 1)} = \frac{0,47}{4\omega^2 LC - 1} \qquad (10\text{-}48)$$

Con la hipótesis de que la corriente circula sin interrupción en la inductancia, el factor de rizado es independiente de la corriente que circula por la carga. Esto es importante, pues ello permite la operación del filtro con cualquier intensidad de corriente superior a I_B sin consideración del rizado. En la Fig. 10-19 está representado el factor de rizado como función de $\omega^2 LC$, y puede verse que dicho rizado es mucho menor con la sección en L que el posible con las L o C solas de los circuitos anteriormente descritos. El efecto que en la magnitud de ondulación se tiene al variar C se indica en la Fig. 10-20.

Debe evitarse en el diseño de filtros la situación en que $4\omega^2 LC = 1$, a causa del gran rizado que se produciría por esta circunstancia de resonancia serie para el segundo armónico.

Frecuentemente se añaden otras secciones de filtro, como en la Fig. 10-16*b*. Siguiendo los métodos expuestos más arriba, es posible determinar el rizado para esos casos según

$$\text{Factor de rizado} = \frac{0,47}{(4\omega^2 L_1 C_1 - 1)\,(4\omega^2 L_2 C_2 - 1)\cdots} \qquad (10\text{-}49)$$

reduciendo el rizado cada sección por el factor $(4\omega^2 LC - 1)$. Si se emplean n secciones en L idénticas y se especifica el rizado r admisible, entonces se puede despejar en la Ec. (10-49), dando

$$LC = \frac{1}{4\omega^2}\left[1 + \left(\frac{0,47}{r}\right)^{1/n}\right] \qquad (10\text{-}50)$$

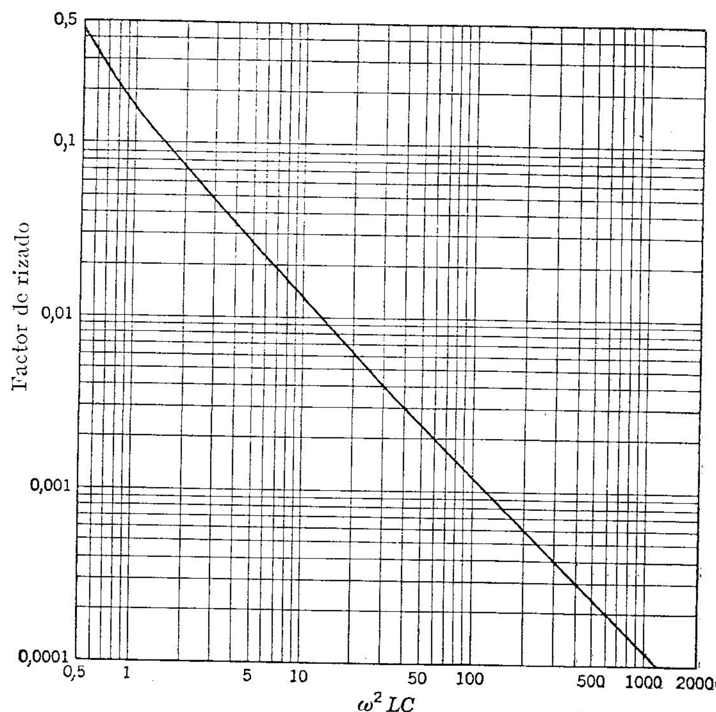


FIG. 10-19. Factor de rizado en función de $\omega^2 LC$, con filtro de una sección con entrada por choque.

para un rectificador de onda completa, estando L en henrios y C en faradios.

Se emplean ordinariamente en estos filtros inductancias comprendidas entre 4 y 20 H. Los condensadores utilizados varían en un margen de 4 a 80 μF. Para tensiones hasta 400 aproximadamente suelen ser éstos del tipo electrolítico y, para tensiones superiores, de dieléctrico de papel impregnado de aceite.

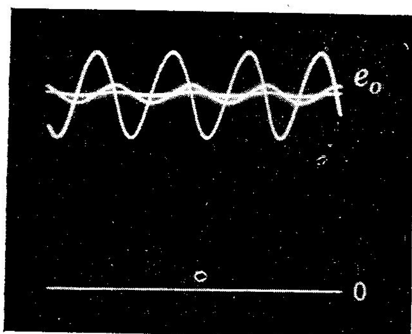


FIG. 10-20. Efecto del aumento de C en el filtro de sección en L. $C = 0$, 2, 10 μF según decrece el rizado; $L = 10$ H.

10-7. Resistencia de drenaje e inductancia crítica de entrada. Queda aún determinar el valor de la resistencia de drenaje para asegurar que el funcionamiento tenga lugar más allá de la parte pendiente de la curva de regulación de tensión de la Fig. 10-17*a*. En el rectificador de onda completa con

filtro de entrada por inductancia, la corriente en esa inductancia de entrada justamente dejaría de ser ininterrumpida para $I_{dc} = I_B$, corriente consumida por el drenaje. Con este valor la cresta negativa de la onda de corriente es tangente al eje cero y dicha onda es como la de la Fig. 10-21. Con esta condición, para $R = R_B$, es decir, sin otra carga que el drenaje,

$$I_{dc} = I_{2m}$$

donde I_{2m} es la cresta de la corriente del segundo armónico que es el predominante.

Teniendo en cuenta que $I_{dc} = 2E_m/\pi R$ y el valor I_{2m} deducido de la Ec. (10-47), la igualdad anterior se convierte en

$$\frac{2E_m}{\pi R_B} = \frac{4E_m}{3\pi(2\omega L - 1/2\omega C)}$$

Se ha visto antes que $2\omega L \gg 1/2\omega C$ con lo que

$$R_B = 3\omega L \qquad (10\text{-}51)$$

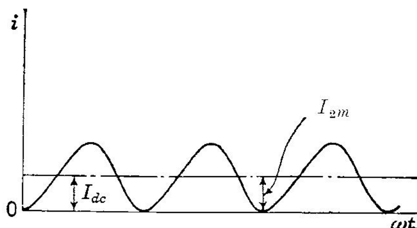


FIG. 10-21. Onda de corriente en la inductancia cuando $I_{dc} = I_B$.

la cual, para alimentación a 60 ciclos, se convierte en

$$R_B = 1131L \qquad (10\text{-}52)$$

y se utiliza frecuentemente un valor de $R_B = 1000L$, dando un pequeño factor de seguridad.

La corriente que circula por el drenaje es entonces

$$I_B = \frac{2E_m}{\pi R_B} = \frac{2E_m}{3\pi\omega L} = 0{,}000562\,\frac{E_m}{L} \quad \text{amperios} \qquad (10\text{-}53)$$

aplicándose esta última expresión para alimentación de 60 ciclos en el circuito de onda completa.

Es conveniente que sea pequeño I_B, o R_B grande, para reducir la potencia en c.c. perdida en el drenaje. El valor crítico I_B puede reducirse aumentando R_B y L de acuerdo con la Ec. (10-52), aumentando así la impedancia de entrada del filtro para el segundo armónico y reduciendo I_{2m}. Al aumentar L se eleva el coste de este artículo y el cambio puede imponer el empleo de una inductancia mayor que la necesaria para obtener el filtrado o rizado requeridos. El problema puede resolverse utilizando más espiras y menos hierro, o reduciendo el espacio de aire en el choque, dejando que el hierro se sature parcialmente para altos valores de I_{dc}, puesto que con cargas intensas la inductancia crítica dada por la Ec. (10-52) es pequeña, y la L no es necesario que sea más grande que lo suficiente para limitar el rizado.

Según disminuye I_{dc}, la inductancia del choque se eleva u oscila hasta un valor suficientemente grande en cargas ligeras para cumplir las condiciones de la Ec. (10-52), con un valor convenientemente grande de R_B. Se dice entonces que la inductancia es un *choque variable* (bobina de reactancia de hierro saturable) y puede ser apreciablemente más barato que un choque con el hierro suficiente o espacio de aire para evitar la saturación a todas las corrientes de carga.

Un choque de este tipo puede también mejorar la regulación dinámica del filtro para oscilaciones, o sea, variaciones, de la corriente de la carga. Como con corrientes grandes el valor de la inductancia es pequeño, un aumento brusco de la demanda de corriente en la carga puede inmediatamente ser satisfecho por el tubo rectificador y el transformador, mientras que si L permaneciese constante en el valor alto exigido por la Ec. (10-52), su constante de tiempo impediría un aumento rápido de corriente, y el cambio de corriente en la carga podría ser sólo el inmediatamente obtenible del condensador, con lo cual descendería la tensión en dicho condensador. Por esta razón los choques variables son empleados casi universalmente en filtros de alimentación de amplificadores que tengan bruscas demandas de corriente en la carga, como en etapas que funcionen en clase B.

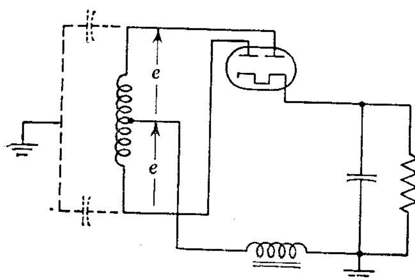


FIG. 10-22. Conexión inconveniente del choque del filtro en el conductor negativo.

Los filtros que tienen más de una sección emplean el choque variable en la entrada del filtro; pues de otra forma no podría tener efecto en la continuidad de la corriente de los diodos.

El polo negativo de la mayor parte de las cargas de amplificadores electrónicos se pone a masa. Esto exige que el choque del filtro no se ponga en el conductor negativo del rectificador. Si se pusiese así, quedaría una tensión de 60 ciclos igual a la e del transformador en serie con la inductancia y la capacidad entre secundario y primario del transformador, como se indica en la Fig. 10-22. Esto hace que circule por el choque una corriente de 60 ciclos, la cual se añade al rizado ordinario.

10-8. Filtros con entrada por condensador. Para obtener, con un transformador dado, una tensión más alta, que se aproxime a E_m, se añade a veces un condensador de entrada al filtro de sección en L, resultando el circuito de la Fig. 10-23*a*. A causa de la incertidumbre en cuanto a los ángulos de conexión y desconexión (puesta en circuito y corte) de los tubos es difícil un análisis exacto. Sin embargo, si C_1 es suficientemente grande para colaborar al filtrado, es decir, de 2 a 20 μF, entonces dicho condensador se carga a la tensión de cresta y la tensión

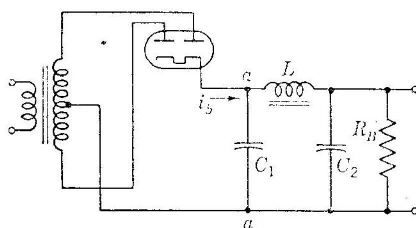
e_c se comporta en gran manera como con el condensador del filtro de condensador en paralelo. Esto se ilustra en la Fig. 10-23*b*, la cual muestra también el impulso agudo y en pico de la corriente. Esta corriente de pico puede dañar al cátodo del tubo si se consumen grandes corrientes I_{dc} en la carga.

Supongamos que la corriente que sale del condensador durante el intervalo no conductor de un diodo es constante, como se supuso para el filtrado con condensador en paralelo. Esto significa también que la corriente en L es constante, o que L es suficientemente grande para mantener pequeña la componente de rizado. La tensión media de salida, o sea, la continua, es entonces

$$E_{dc} = E_m - \frac{E_R}{2} - I_{dc}R_c$$

donde R_c es la resistencia del choque. La amplitud E_R de cresta a cresta puede hallarse suponiendo que C_1 es grande y el intervalo de conducción es próximo a cero. El tiempo de descarga del condensador puede entonces suponerse igual esencialmente a un semiciclo de la frecuencia de alimentación, o sea, si $T = 1/2f$,

$$E_R = \frac{q}{C_1} = \frac{I_{dc}T}{C_1} = \frac{\pi I_{dc}}{\omega C_1}$$



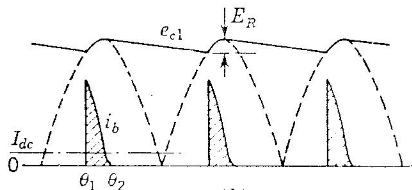


FIG. 10-23. (*a*) Filtro con entrada por condensador. (*b*) Forma aproximada de la onda de corriente de los tubos y tensión en C_1.

La tensión continua de salida se convierte entonces en

$$E_{dc} = E_m - I_{dc}\left(\frac{\pi}{2\omega C_1} + R_c\right) \qquad (10\text{-}54)$$

indicando que la regulación es función de C_1 y que mejora con grandes valores de esta capacidad. Esto se ilustra más en la Fig. 10-24, en la cual se ve el efecto tanto en E_{dc} como en el rizado al cambiar C_1. De hecho se acostumbra a decir que el efecto principal de C_1 se tiene en la regulación y el de C_2 en el rizado.

Si la forma de onda del rizado de la Fig. 10-23*b* se considera triangular, tendrá una serie de Fourier dada por

$$e_R = \frac{E_R}{\pi} \text{ sen } 2\omega t - \frac{E_R}{2\pi} \text{ sen } 4\omega t + \frac{E_R}{3\pi} \text{ sen } 6\omega t - \cdots \qquad (10\text{-}55)$$

Esta tensión es aplicada en los terminales *a, a* (Fig. 10-23*a*). Considerando el segundo armónico como predominante produciendo una corriente por el choque L, y si $1/2\omega C_2 \ll R$, donde R es la resistencia de la carga y el drenaje en paralelo, entonces la tensión eficaz de segundo armónico que aparece en C_2 o en R es

$$E_2 = \frac{E_R}{\sqrt{2}\pi} \frac{-j/2\omega C_2}{j2\omega L - j/2\omega C_2} = \frac{E_R}{\sqrt{2}\pi} \frac{1}{4\omega^2 LC_2 - 1}$$

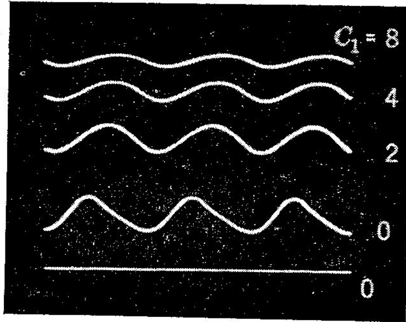


FIG. 10-24. Efecto al aumentar el condensador de entrada del filtro. Todas las curvas se refieren al mismo eje cero. $E_{dc} = 50$, 120, 160 y 190 voltios, en orden ascendente.

Sustituyendo E_R por la expresión obtenida para su amplitud con motivo de la Ec. (10-54), resulta

$$|E_2| = \frac{I_{dc}}{\sqrt{2}\,\omega C_1} \frac{1}{4\omega^2 LC_2 - 1} \tag{10-56}$$

Esta es la tensión de rizado en la carga. El factor de rizado se deduce directamente como

$$\text{Factor de rizado} = \frac{|E_2|}{E_{dc}} = \frac{1}{\sqrt{2}\,\omega C_1 R(4\omega^2 LC_2 - 1)} \tag{10-57}$$

El factor de rizado es función de la carga, en el rectificador con filtro con entrada por condensador, y aumenta al aumentar la corriente de salida. Puede recordarse que con el filtro de sección en L el rizado era independiente de la carga.

Este circuito puede sobrecargar a los tubos del rectificador con picos excesivos de corriente y tiene peor regulación de tensión que el filtro de entrada por inductancia. Se emplea, sin embargo, para reducir el coste del transformador puesto que puede tenerse una tensión menor en el secundario.

10-9. Rectificadores multiplicadores de tensión. Por razones de coste a veces es deseable eliminar el transformador del rectificador. Al mismo tiempo pueden necesitarse tensiones más altas que las de la red de c.a. El circuito de la Fig. 10-25 es un *doblador de tensión* trabajando con la red de c.a.

En este circuito cuando el terminal superior de c.a. es positivo, el diodo T_1 conduce y carga el condensador C_1 a la tensión de cresta de ese semiciclo de la onda de c.a. En el semiciclo siguiente conduce T_2 y carga C_2 a la tensión de cresta del semiciclo negativo. Los condensadores C_1 y C_2 suministran la corriente para la carga actuando en serie,

dando una tensión de salida a circuito abierto (sin carga) aproximadamente igual al valor de cresta a cresta de la onda de entrada.

Los condensadores C_1 y C_2 deben ser suficientemente grandes para almacenar la energía requerida para alimentar el circuito de salida durante los intervalos no conductores de los diodos. La regulación de tensión de la salida es directamente función de la cantidad de capacidad empleada.

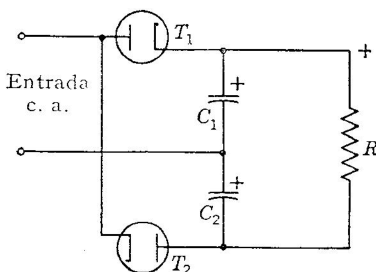


FIG. 10-25. Doblador de tensión.

10-10. Diseño de circuitos rectificadores. Debe advertirse que las relaciones de este capítulo se han deducido despreciando la reactancia de fugas del transformador, y la resistencia de los diodos en la mayoría de los casos. Por tanto las tensiones del transformador deben aumentarse por encima de los valores obtenidos por el análisis. Las resistencias de los tubos pueden estimarse en las curvas características estáticas.

Los secundarios de los transformadores para este servicio suelen ser catalogados en función de la *tensión alterna* de cada lado de la toma central y de la *máxima corriente continua* que puede extraerse de la fuente de alimentación.

Los transformadores para el caldeo de cátodos directa o indirectamente caldeados deben ser aislados para resistir la tensión continua con respecto a masa, pues la mayor parte de las fuentes de alimentación trabajan con el cátodo del rectificador a potencial superior al de masa en una magnitud igual a la tensión continua.

Los tubos deben ser seleccionados considerando los siguientes factores:

Tensión inversa de cresta. Un tubo es aislado para resistir una tensión limitada sin que haya descarga disruptiva. La TIC del circuito es la tensión más alta en el tubo durante un ciclo y ésta debe ser menor que la máxima tensión inversa admisible (de catálogo) del tubo. En el circuito de media onda con filtro de condensador, la TIC es igual a $E_m + E_{dc}$, ya que la tensión continua de salida es de tal sentido que se suma a la cresta negativa de la tensión alterna de entrada. En el circuito de onda completa la TIC es $2E_m$ en todos los casos.

Corriente de pico de tubo. La pérdida de material emisor del cátodo ordinariamente hace que se acabe la vida del tubo. La rapidez con que pierde ese material en los picos de corriente es muchas veces mayor que con la corriente media. Los diseños de circuitos deben comprobarse respecto a los valores de corriente de pico o cresta, para asegurar que dicha corriente de pico está dentro de la corriente máxima admisible.

Corriente media del tubo. En los filtros con entrada por inductancia donde la corriente del tubo es bastante constante alrededor del valor medio, el calor engendrado o potencia perdida en el ánodo es función de

la corriente media del tubo. Estas pérdidas por calor deben limitarse a un valor seguro, de forma que el ánodo no se recaliente y desprenda gas, lo cual puede producir un daño permanente del tubo.

En los circuitos con entrada por condensador ordinariamente se sobrepasarán los valores admisibles de la corriente de pico antes de que se alcance la máxima disipación admisible de ánodo.

Ejemplo. Un rectificador de onda completa, con filtro de entrada por choque (inductancia), ha de suministrar 250 voltios y 100 mA de c.c. Determinar los valores de catálogo de los tubos y del transformador, el valor del drenaje y del rizado, si la resistencia de los tubos es de 250 ohmios por diodo, la R_c del choque es 400 ohmios, $L = 10$ H, con $C = 20$ μF.

La resistencia de carga (y drenaje incluido) vendrá dada por

$$R = \frac{250}{0{,}100} = 2.500 \text{ ohmios}$$

Mediante la Ec. (10-43) y el hecho de que $I_{\text{ef}} \cong I_{\text{dc}}$ en un filtro de entrada por inductancia, la tensión de alimentación se puede obtener según

$$E_m = \frac{\pi E_{\text{dc}}}{2}\left(1 + \frac{R_c}{R}\right) + I_{\text{dc}} r_b$$

$$= \frac{\pi \times 250}{2}\left(1 + \frac{400}{2.500}\right) + 0{,}100 \times 250 = 480 \text{ voltios}$$

El transformador debe suministrar entonces 340 voltios de tensión eficaz a cada lado de la toma central. Esto es sin tener en cuenta aún la impedancia del transformador, de manera que el transformador debe ser catalogado aproximadamente como de 360-0-360 voltios y 100 mA de c.c..

El tubo en catálogo debe ser de 50 mA de corriente media por diodo. En un filtro de entrada por inductancia no es necesario comprobar si el pico o cresta es admisible pues no sobrepasará mucho el valor medio. Con entrada por condensador hay que calcular la corriente de pico, pues ella puede ser el factor limitador.

La resistencia de drenaje puede hallarse por

$$R_B = 1.000L = 10.000 \text{ ohmios}$$

y

$$I_B = \frac{2E_m}{3\pi\omega L} = \frac{2 \times 480}{3\pi \times 377 \times 10} = 0{,}027 \text{ amperios}$$

El rizado puede calcularse por la Ec. (10-48) en la forma

$$\text{Factor de rizado} = \frac{0{,}47}{4\omega^2 LC - 1} = \frac{0{,}47}{4 \times 377^2 \times 10 \times 20 \times 10^{-6}}$$
$$= 0{,}00413$$

lo cual está de acuerdo con el valor de la Fig. 10-19 para $\omega^2 LC = 28{,}4$. Este factor de rizado representa 4 mV, de rizado por voltio de tensión continua de salida, o sea, 0,1 voltios eficaces de rizado total. Este valor no es suficientemente bajo para muchas de las aplicaciones electrónicas y por consiguiente debe añadirse una segunda sección de filtro.

10-11. Tubos reguladores de tensión (VR).

La impedancia interna de los rectificadores y filtros ordinarios es bastante alta y por ello será mala la regulación de la tensión de salida con las corrientes continuas

variables de la carga. La tensión de salida es además función de la tensión alterna aplicada de la red de energía. Para el funcionamiento adecuado de muchos sistemas electrónicos las tensiones de alimentación deben ser constantes, habiéndose ideado diversos dispositivos y circuitos electrónicos para una buena regulación.

Un tipo sencillo de regulador de tensión que sirve para cargas hasta de 40 mA, es un tubo de gas de descarga luminiscente y cátodo frío. Al potencial de ionización o al disruptivo la caída de tensión en el tubo desciende a un valor ligeramente inferior y los ulteriores aumentos de corriente tienen lugar sin variación en la caída de tensión del tubo. El cátodo se cubre parcialmente con una descarga luminiscente de densidad constante de corriente y al aumentar la corriente la superficie cubierta aumenta a tensión constante. Después que todo el cátodo se cubre de área luminiscente, el aumento de corriente produce de nuevo elevación de tensión según se describió en la Sec. 2-13. Entre las corrientes límites de 5 y 40 mA, tales tubos pueden tener una variación en caída de tensión de 1 a 4 voltios solamente, como se indica en la Fig. 10-26.

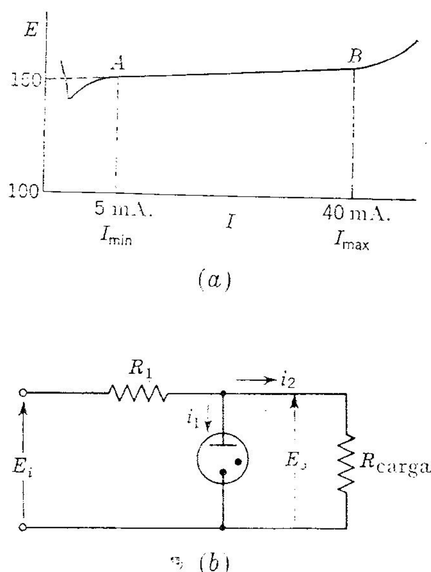


FIG. 10-26. (*a*) Característica tensión-corriente de un tubo VR. (*b*) Regulador de tubo luminiscente.

La caída de tensión de funcionamiento a la cual tiene lugar este margen de tensión constante se fija por diseño del tubo y composición del gas habiendo una variedad de tubos que dan tensiones tales como 75, 90, 105 y 150 voltios. Pueden conectarse varios tubos en serie para dar tensiones de funcionamiento iguales a la suma de las tensiones nominales individuales de cada uno. La tensión de alimentación debe ser siempre mayor que la tensión disruptiva para hacer posible la ionización del gas. La descarga disruptiva puede estar de 20 a 50 voltios por encima de la caída de tensión de funcionamiento nominal.

Para la corriente de carga normal, la corriente i_1 del tubo regulador debe estar aproximadamente a la mitad del margen de funcionamiento. La suma $i_1 + i_2$ producirá una caída de tensión en R_1 igual a la diferencia entre la tensión de alimentación no regulada E_i y la tensión E_o del tubo VR. Según va aumentando la corriente en la carga, va pasando menos corriente por el tubo; por lo que la corriente total y la caída $(i_1 + i_2)R_1$ permanecen constantes. Una variación en E_i requerirá una variación de i_1 para ajustar la caída en R_1 con objeto de obtener la

nueva diferencia entre E_i y la aproximadamente constante E_o. La resistencia R_1 puede elegirse de forma que

$$R_1 = \frac{E_i - E_o}{I_{\text{máx}}} \tag{10-58}$$

La carga puede entonces consumir cualquier corriente comprendida entre cero y $I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}$ sin que la operación se salga fuera del margen de funcionamiento A, B del tubo regulador, suponiendo que E_i está en su máximo valor previsto.

Los reguladores de tubos VR se emplean normalmente para trabajar en alimentaciones de placa de amplificadores. Con tubos de caldeo indirecto existirá siempre un período de tiempo durante el calentamiento en que el amplificador no consumirá corriente de placa, o sea que la R_{carga} será muy grande. Para asegurar la descarga disruptiva del tubo VR es suficiente entonces que el valor más bajo previsto de E_i exceda a E_B, tensión disruptiva nominal del tubo VR.

Estos reguladores son satisfactorios cuando la limitada capacidad de corriente y sus tensiones nominales fijas puedan integrarse en un diseño.

Ejemplo. De una fuente de 250 ± 30 voltios ha de obtenerse una alimentación constante de 150 voltios con una corriente de carga de 30 mA. La especificación 150 voltios indica que ha de elegirse un regulador OD3/VR 150 catalogado con $E_o = 150$ voltios, $E_B = 160$ voltios, margen de corrientes de 5 a 40 mA. La regulación en este margen estará dentro de los 4 voltios.

La Ec. (10-58) da

$$R_1 = \frac{280 - 150}{0{,}040} = 3.250 \text{ ohmios}$$

La resistencia de carga es 150/0,030 = = 5.000 ohmios.

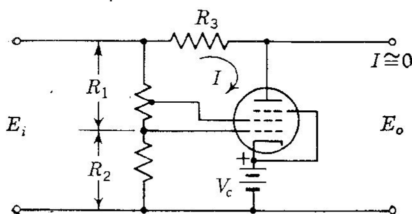


FIG. 10-27. Regulador tipo paralelo para pequeñas corrientes.

10-12. Reguladores de tubos de vacío. Para tener mayor flexibilidad en tensión de salida se emplean varios circuitos electrónicos con preferencia a los tubos VR.

En regulación de tensiones de ánodo para tubos de rayos catódicos y cargas análogas donde no se requiere una salida de corriente apreciable, puede utilizarse el circuito de la Fig. 10-27. Para una variación ΔE_i en la tensión de entrada, la variación en tensión de rejilla del pentodo será

$$\Delta E_g = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Delta E_i \tag{10-59}$$

La variación resultante en la salida es

$$\Delta E_o = \Delta E_i - \Delta I R_3 \tag{10-60}$$

y la corriente de placa del tubo viene dada por

$$\Delta I = g_m \, \Delta E_g$$
$$= \frac{g_m R_2}{R_1 + R_2} \Delta E_i$$

con lo que

$$\Delta E_o = \Delta E_i - \frac{g_m R_2 R_3}{R_1 + R_2} \Delta E_i \qquad (10\text{-}61)$$

La sensibilidad de regulación, o sea, la variación en tensión de salida por voltio de variación de tensión de entrada es, entonces,

$$\frac{\Delta E_o}{\Delta E_i} = 1 - \frac{g_m R_2 R_3}{R_1 + R_2} \qquad (10\text{-}62)$$

La variación puede ser nula, o sea, la regulación perfecta, si

$$g_m = \frac{R_1 + R_2}{R_2 R_3} \qquad (10\text{-}63)$$

Si $R_1 = 20 \times 10^6$, $R_2 = 2 \times 10^6$, $R_3 = 2 \times 10^4$ ohmios, se requerirá un valor de $g_m = 550$ μmhos.

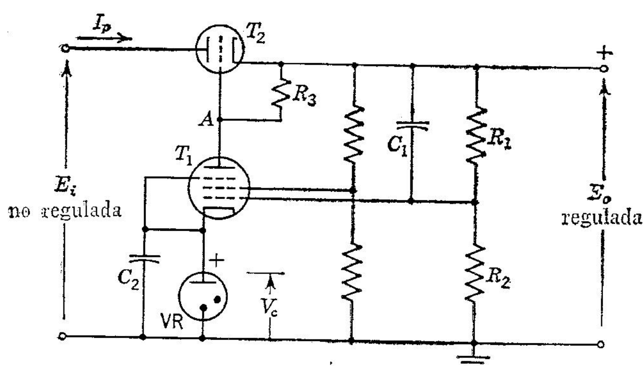


FIG. 10-28. Circuito básico de regulador electrónico.

Para corrientes más intensas y regulación más perfecta para variaciones en la carga de salida se emplea el circuito básico de la Fig. 10-28. El tubo T_2, que ordinariamente es un triodo de potencia tal como el 2A3 ó el 6AS7G, actúa como una resistencia variable en serie por la que pasa toda la corriente de la carga. Pueden emplearse varios tubos en paralelo cuando lo requieran las necesidades de corriente. La corriente máxima queda fijada por la máxima admisible catalogada para T_2 y por su disipación máxima.

La resistencia efectiva de T_2 es controlada por la salida de un amplificador de c.c., representado aquí por el pentodo T_1. El tubo T_1 compara una parte de la tensión de salida E_o con una tensión patrón de referencia tal como la que hay a través del tubo VR. La diferencia entre la fracción de la salida y V_c es amplificada y aplicada a la rejilla de control de T_2, modificando así la resistencia de T_2. Un aumento de E_o hace más positiva a la rejilla de T_1; el aumento de la corriente de placa de T_1 hace a la rejilla de T_2 más negativa, aumentando así la resistencia de T_2 en serie y reduciendo la tensión de salida hacia su nivel original.

La tensión de salida de un regulador de éstos no es absolutamente constante, pues para un incremento positivo ΔE_i de la entrada debe haber una ligera elevación ΔE_g de la tensión de rejilla de T_1 si su salida entre terminales de R_3 ha de aumentar y hacer variar la resistencia de T_2. No obstante si la ganancia de T_1 es grande, entonces ΔE_g y la variación permitida en E_o pueden ser muy pequeñas.

Si el regulador ha de funcionar adecuadamente, serán pequeñas todas las variaciones en tensión y corriente y por tanto puede utilizarse el circuito equivalente de T_1 para el análisis del funcionamiento. La entrada al amplificador T_1 de c.c. es

$$E_g = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_o = KE_o \qquad (10\text{-}64)$$

Esta tensión se elige con respecto a V_c de forma que la rejilla de T_1 esté de -3 a -5 voltios con relación al cátodo en el usual pentodo de corte brusco. La ganancia del pentodo T_1 es

$$A_1 = -g_{m1}R_3$$

Supóngase que debido a una pequeña variación ΔE_i de la entrada se tiene una pequeña variación ΔE_o en la salida. La variación de la tensión en la rejilla del amplificador de c.c. es

$$\Delta E_{g1} = K\,\Delta E_o$$

y su salida entre terminales de R_3 será

$$\Delta E_{g2} = -A_1K\,\Delta E_o \qquad (10\text{-}65)$$

El factor de amplificación de T_2, para pequeños incrementos, es

$$\mu_2 = -\frac{\Delta E_b}{\Delta E_{g2}} \quad \text{o bien} \quad \Delta E_b = -\mu_2 \Delta E_{g2}$$

de manera que la tensión entre ánodo y cátodo de T_2 será

$$\Delta E_b = \mu_2 A_1 K\,\Delta E_o = \Delta E_i - \Delta E_o$$

pues el tubo T_2 tiene como tensión de ánodo la diferencia entre la entrada y la salida. Entonces

$$\Delta E_o = \frac{\Delta E_i}{1 + \mu_2 A_1 K} \tag{10-66}$$

La sensibilidad de regulación puede definirse de nuevo como la variación de la salida por unidad de variación de entrada, con lo que

$$\frac{\Delta E_o}{\Delta E_i} = \frac{1}{1 + \mu_2 A_1 K} \simeq \frac{1}{\mu_2 A_1 K} \tag{10-67}$$

Esta ecuación indica la eficacia con que un regulador compensa las variaciones de la entrada, mejorando dicha eficacia al aumentar A_1 o K.

Con un amplificador de una sola etapa la sensibilidad puede ser del orden de 0,005, o sea, 5 mV de variación en la salida por voltio de

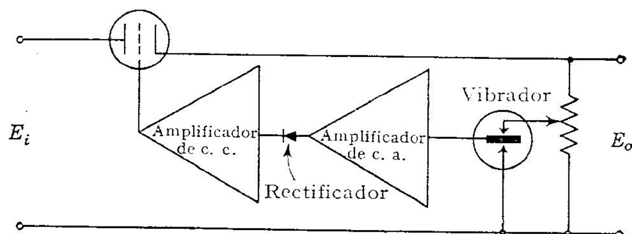


FIG. 10-29. Regulador de tensión de alta precisión.

variación en la entrada. Si se emplea amplificación de c.c. adicional, por los procedimientos del Cap. 8, puede reducirse la sensibilidad a cifras del orden de 0,0001 a 0,00005. El esquema de bloques de un circuito de esos, que utiliza un amplificador de c.c. con vibrador, se representa en la Fig. 10-29.

El condensador C_1 (Fig. 10-28) contribuye a la reducción del rizado puesto que hace $K = 1$ para las tensiones alternas del rizado y para los transitorios de frente escarpado. Este condensador hace que el regulador colabore de manera importante para reducir el rizado de salida del filtro. El condensador C_2 tiende a impedir las oscilaciones de alta frecuencia del gas que pudieran ocurrir en el tubo VR, estabilizando así aún más la alimentación.

El análisis anterior se ha hecho para tensión de entrada variable. Una variación en la corriente de la carga puede producir también una variación de E_o debido a la resistencia interna de la fuente de alimentación. Según la Ec. (10-65) la tensión en la rejilla de T_2 es

$$\Delta E_{g2} = A_1 K \, \Delta E_o$$

despreciando el signo menos. La transconductancia de T_2 es

$$g_{m2} = \frac{\Delta I_p}{\Delta E_{g2}} \quad \text{o bien} \quad \Delta I_p = g_{m2} \Delta E_{g2}$$

con lo que

$$\Delta I_p = g_{m2} A_1 K \, \Delta E_o \tag{10-68}$$

La razón de la variación de la tensión de salida a la variación de la corriente de salida es R_s, la resistencia interna efectiva de la fuente de alimentación. O sea

$$R_s = \frac{\Delta E_o}{\Delta I_p} = \frac{1}{g_{m2} A_1 K} \tag{10-69}$$

La Ec. (10-69) indica que T_2 debe tener una g_m de alto valor. Siendo grande la ganancia A_1, el valor de R_s puede ser menor que 0,2 ohmios. Si la variación de la corriente de la carga en la salida también produce una variación del valor E_i de salida del filtro, entonces debe tenerse en cuenta la impedancia interna del transformador, tubos del rectificador y filtro. Si la resistencia interna de estos elementos medida en la salida del filtro es R_f, entonces por las Ecs. (10-67) y (10-69)

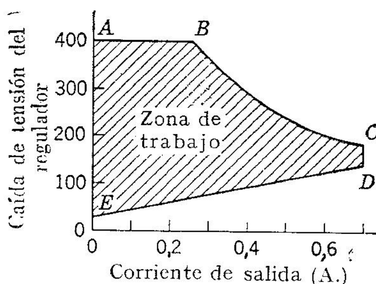


FIG. 10-30. Características de funcionamiento de regulador electrónico.

$$R_s = \frac{1}{g_{m2} A_1 K} + \frac{R_f}{\mu_2 A_1 K} \tag{10-70}$$

Para un caso típico podría suponerse que $R_f = 2000$ ohmios, $\mu_2 A_1 K = 5.000$, con lo que el término añadido representa 0,4 ohmios.

La regulación puede también ser afectada por variación de la tensión alterna de caldeo de los tubos, siendo T_1 especialmente sensible a esto. Si es importante la estabilidad a lo largo de un tiempo grande, las resistencias R_1 y R_2 deben ser de hilo devanado y montadas de forma que estén sometidas a la misma temperatura. El tubo VR debe ser también de un tipo especialmente fabricado para el servicio regulador con objeto de reducir desviaciones en el nivel de tensión debidas a cambios internos en el contenido gaseoso. Con amplificadores de alta ganancia puede mantenerse una estabilidad mejor de 1 parte por 10.000 sobre largos períodos de tiempo.

Cuando se emplea con variación manual de las posiciones o ajustes de la tensión de salida, las restricciones en la salida aparecen como en la Fig. 10-30. *La zona de trabajo*, o dominio de funcionamiento, está limitada por la línea *A-B* la cual indica la mayor caída interna posible $E_i - E_o$, determinada por la condición de tensión requerida por el tubo

VR y otras tensiones de los tubos. La parte *B-C* es un arco de hipérbola determinado por las especificaciones de disipación de placa de los tubos en serie. La línea *C-D* indica la corriente máxima basada en los tamaños de los conductores del transformador o de la bobina de choque

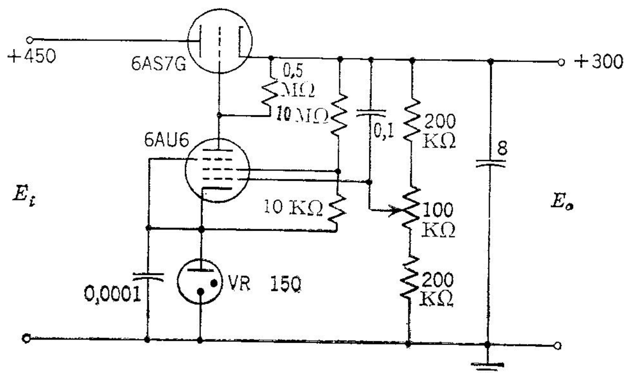


FIG. 10-31. Regulador electrónico típico.

y especificaciones de corriente del rectificador y la línea *D-E* está determinada por el valor mínimo de $E_b = E_i - E_o$ al cual tendrán la corriente indicada los tubos en serie.

La Fig. 10-31 es el esquema de un regulador completo.

10-13. Reguladores de c.a. Con frecuencia puede ser necesaria la regulación de la corriente de caldeo de los tubos en amplificadores y controles de precisión, particularmente en amplificadores de c.c. Esto puede hacerse en el lado de la línea del transformador de filamento de caldeo mediante procedimientos que se discutirán, o puede realizarse mediante tubos reguladores de corriente. Estos se fabrican con filamentos metálicos, ordinariamente de hierro, encerrados en una ampolla que contiene gas y varían de resistencia rápidamente en función de la temperatura del filamento y de su corriente. La Fig. 10-32 es una característica típica. Estos reguladores son particularmente útiles para filamentos de caldeo de tubos alimentados por baterías de acumuladores en equipos portátiles, donde los tubos están sometidos a una variación considerable de tensión durante el ciclo de carga y descarga de las baterías. Hay reguladores de corriente para distintas especificaciones de corrientes y tensiones.

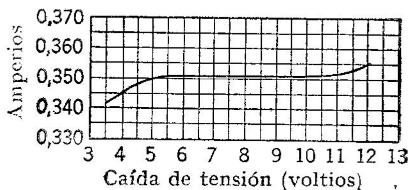


FIG. 10-32. Característica de regulador de corriente constante.

Los reguladores de tensión de línea de corriente alterna son de tres clases representadas en la Fig. 10-33. Difieren en rapidez de respuesta,

distorsión de forma de onda y en el efecto de las variaciones de frecuencia. Ordinariamente mantienen la tensión en ± 1 por 100 o mejor, cuando funcionan con una entrada comprendida entre 95 y 130 voltios.

En la Fig. 10-33*a* se representa un estabilizador resonante no electrónico. El transformador T_1 funciona casi saturado y parcialmente en resonancia con C a la frecuencia de alimentación. Al variar la tensión aplicada, se altera el grado de saturación, varía la inductancia y la tensión resonante en T_1 varía rápidamente de fase. Esto produce una variación de la amplitud y de la fase en P de T_2, tal que la suma vectorial de la tensión aplicada a T_1 y la de S de T_2 tiende a permanecer constante. Debido a la saturación de T_1 hay considerable distorsión de forma de onda en la salida. Esta clase de regulador es sensible a las variaciones del factor de potencia de la carga y a los desplazamientos de frecuencia, cambiando la tensión de salida con cualquiera de las dos variables. La rapidez de respuesta a los cambios transitorios de la tensión o de la carga es de 2 ciclos aproximadamente. Una ventaja importante es la carencia de partes móviles y electrónicas, siendo el conjunto completamente pasivo.

La segunda clase (Fig. 10-33*b*) es un tipo electromecánico. El motor M mueve la toma variable del transformador T_1 para ajustar la tensión secundaria en S, sumando o restando a E_i la tensión conveniente para mantener constante E_o. El pequeño motor está controlado por circuitos electrónicos que se describirán en el Cap. 17. La señal excitadora se obtiene del circuito puente sensible a la tensión y que tiene dos brazos opuestos de resistencias no lineales. Estos brazos suelen ser lámparas de filamento de carbón o de tungsteno, que se las hace funcionar en un punto medio de su margen de tensión. El par ajustable de brazos equilibra el puente solamente para una tensión de entrada a dicho puente. Una tensión aplicada inferior reduce la resistencia de la lámpara (en el caso del tungsteno), desequilibrando el puente y dando una salida de una polaridad de c.a. El aumento de la tensión del puente calienta los filamentos de las lámparas, desequilibrando el puente en sentido opuesto y dando una salida de polaridad de c.a. opuesta.

El circuito de control del motor distingue estos cambios de polaridad mediante alguna especie de detector de fase y manda al motor M y a la toma de T_1 en sentidos opuestos según se invierte la polaridad del puente, pero siempre hacia el nivel de tensión normal deseado, para restablecer el equilibrio del puente de lámparas. La rapidez de respuesta del motor vendrá determinada por la cantidad de desequilibrio de tensión.

La forma de onda de la salida no se altera, ni es sensible a la frecuencia este tipo. La rapidez de respuesta depende de la velocidad del motor, siendo recorrido el margen completo de control en unos pocos segundos.

El tercer tipo, el de la Fig. 10-33*c*, es de funcionamiento completamente electrónico. El primario de T está en serie con una reactancia saturable L_1 cuya inductancia puede variarse mediante una pequeña

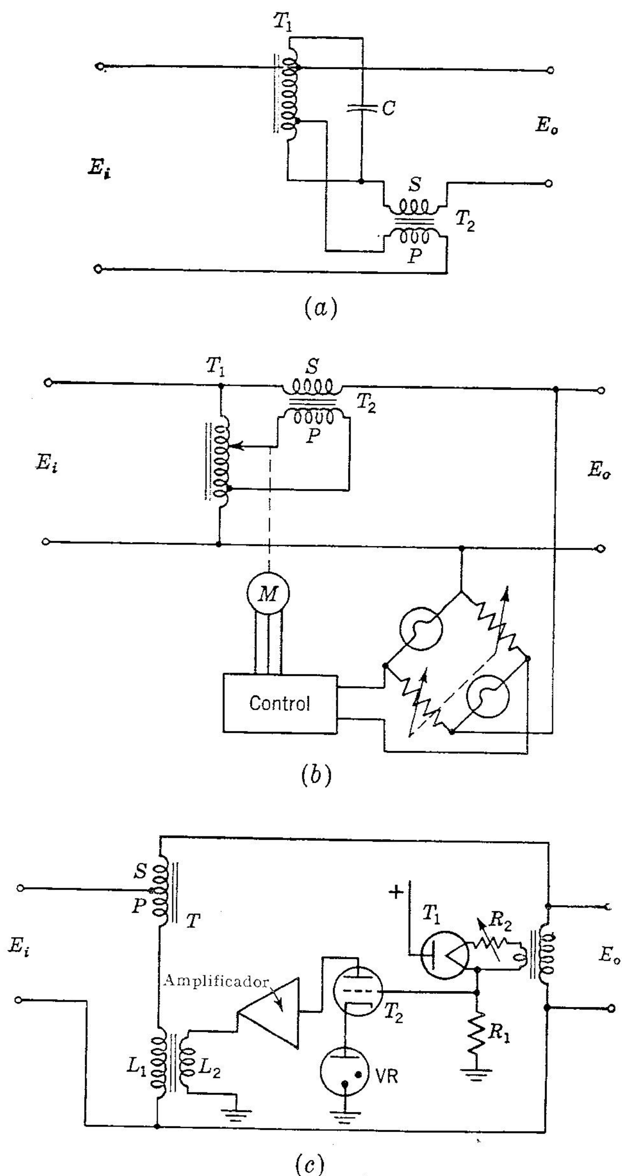


FIG. 10-33. Tipos de reguladores de tensión alterna.

corriente continua del arrollamiento L_2. Al variar la inductancia de L_1, la tensión aplicada a P cambia y hace variar la tensión inducida en el arrollamiento secundario en serie S, para mantener E_o en el valor constante deseado.

El elemento sensible a la tensión es un diodo T_1 saturado por temperatura cuya temperatura de filamento de caldeo varía al hacerlo E_o. El diodo funciona a saturación formando parte de la corriente de placa todos los electrones emitidos. Las variaciones de E_o producen en T_1 variaciones de la corriente de placa con una sensibilidad muy considerable debido a la rapidez de variación de la exponencial de la ley de Dushman que relaciona la corriente emitida con la temperatura. La circulación de corriente por R_1 produce una tensión continua que es comparada con la tensión de referencia existente entre terminales del tubo VR. Si hay alguna diferencia, ésta es amplificada y aplicada al arrollamiento L_2 de la reactancia saturable de forma que modifica la tensión inducida en S para restablecer el valor de E_o.

Como en el tipo electromecánico, no se introduce distorsión apreciable de forma de onda, ni el circuito es sensible a las variaciones de frecuencia. La respuesta a transitorios se completa en unos pocos ciclos. La resistencia variable R_2 permite el ajuste de la temperatura de filamento del diodo para obtener cualquier salida E_o que se desee.

Los factores que hay que considerar al elegir los reguladores de tensión de línea de c.a. son el efecto que una forma de onda distorsionada puede tener en los aparatos conectados, la estabilidad de frecuencia de la línea de alimentación y la rapidez de respuesta que se necesita.

10-14. Tensiones de referencia. En los tipos de reguladores descritos había fuentes de tensión de referencia, o medios para desarrollar tensiones representativas de la desviación de la tensión regulada con respecto a un patrón o valor normal. Varios dispositivos son capaces de realizar esta misión.

Una *batería* es una de las formas más simples de tensión de referencia y es satisfactoria para comparaciones con una tensión continua. Una tensión alterna puede ser rectificada y comparada con la tensión de la batería. Según es empleada ordinariamente la batería, no se consume corriente y la vida es larga. Puede esperarse alguna desviación, respecto a una tensión fija, como función de la temperatura de la batería. Para una precisión extrema de la f.e.m. de referencia puede utilizarse una célula (elemento) patrón. Tiene una tensión baja (1,01183 voltios) y se emplea normalmente como patrón de comparación juntamente con el amplificador de tipo vibrador.

El *tubo VR*, o regulador de diodo de gas, es más empleado normalmente. Hay tipos especiales para usos de precisión, con altos órdenes de estabilidad en tiempo y estando exentos de derivas erráticas de la tensión.

El *diodo saturado por temperatura* utiliza un filamento de tungsteno en un diodo de vacío, estando calentado el filamento por la fuente controlada. Las variaciones de tensión de la fuente producen variaciones de temperatura y por tanto de emisión de corriente según la ley de Dushman.

$$J = A_0 T^2 \epsilon^{-b_0/T} \quad \text{A/m}^2$$

como en el Cap. 2. Combinada con la ley de Stefan-Boltzmann que determina la temperatura de una fuente radiante,

$$W = 5{,}77 \times 10^{-12}\sigma T^4 \qquad \text{vatios/m}^2$$

puede verse que J cambia muy rápidamente con T y la potencia de entrada W y, por ello, la corriente emitida es una función muy sensible de la potencia de entrada. El funcionamiento del diodo se realiza con tensión de placa alta para que se tenga corriente de saturación, siendo esta corriente independiente de las variaciones de tensión de ánodo.

Los *puentes sensibles a la tensión, de lámparas y de thyrite,* de la Fig. 10-34 son también útiles, particularmente en circuitos de control. Con lámparas de tungsteno que tienen una variación de resistencia que es una potencia alta de la tensión aplicada, sólo puede haber una tensión a la que se equilibre el puente. La tensión alterna de salida varía en uno cualquiera de los dos sentidos a cada lado de la tensión de equilibrio y se invierte en fase también. Así se tiene información en cuanto a amplitud y sentido de la desviación de la tensión controlada.

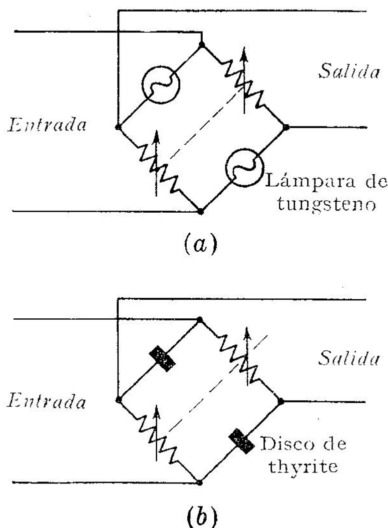


FIG. 10-34. Puentes sensibles a la tensión.

El puente de thyrite funciona de manera análoga, teniendo la thyrite una resistencia dada por $R = C/I^a$ con $a = 0{,}72$. Como antes, habrá solamente un valor de la tensión a la cual se equilibra el puente.

El diodo saturado por temperatura y el puente de lámparas sensibles a la tensión dependen del calor como su variable fundamental. Darán una salida que será proporcional al valor eficaz de la tensión controlada. Como la variación de resistencia de la thyrite es instantánea con la tensión, distorsionará la forma de onda de salida del puente y este efecto debe ser considerado en el diseño del circuito. La salida del puente no será proporcional al valor eficaz de la tensión aplicada y de hecho será algo dependiente de la forma de onda de entrada del puente.

PROBLEMAS

10-1. Un diodo de media onda que tiene una característica corriente-tensión dada por

$$i = 0{,}670\,V^{1{,}57} \quad \text{mA}$$

está en serie con una carga de 2.000 ohmios.

(*a*) Trazar la característica dinámica del conjunto.

(*b*) Utilizando la gráfica de (*a*), trácese la forma de onda de tensión en la carga, si se aplica al conjunto una tensión $e = 50$ sen ωt.

10-2. Un rectificador de media onda emplea un diodo con $r_b = 300$ ohmios. Si la tensión alterna de entrada es 220 voltios eficaces y la carga es de 1.200 ohmios, hállese I_{dc}, I_{ef} en la carga, pérdidas de potencia en el tubo, potencia total de entrada en c.a. y rendimiento de rectificación.

10-3. Un rectificador de onda completa emplea un rectificador 5Z3 con diodos idénticos de $r_b = 200$ ohmios. A una carga de 2.500 ohmios han de suministrarse 300 voltios de c.c. Suponiendo despreciable la impedancia del transformador, hallar: (*a*) E_{ef} requerida del transformador, (*b*) corriente de cresta de los diodos, (*c*) pérdida de potencia en los tubos, (*d*) potencia nominal en c.a. del transformador, y (*e*) rendimiento de rectificación.

10-4. Hallar el valor mínimo permitido de la R de carga para máxima potencia de salida en c.c. de un rectificador de onda completa que emplea un tubo 5Z3 con los siguientes valores de catálogo: TIC = 1.550 voltios, I_m por diodo = 675 mA, I_{dc} por diodo = 112 mA. Utilícese $r_b = 150$ ohmios. También hállese la variación en tensión de plena carga a sin carga.

10-5. Dedúzcase la Ec. (10-29).

10-6. Partiendo de la Ec. (10-38), dedúzcase la Ec. (10-40).

10-7. Un rectificador de onda completa, con 250 voltios eficaces (y 60 ciclos) en cada lado de la toma central del transformador, alimenta a un filtro de condensador en paralelo que tiene $C = 4$ μF, $R = 1.000$ ohmios. Hállense los ángulos de conexión y de desconexión y dibújense las formas de onda de i_C, i_R e i_b a lo largo de un ciclo de la entrada. Despréciese la caída en los tubos.

10-8. Un rectificador de onda completa funciona con un filtro de condensador en paralelo que tiene $C = 12$ μF, $R = 6.000$ ohmios, con alimentación de 300 voltios eficaces en cada mitad del transformador y 60 ciclos. Hallar el factor de rizado, ángulos de conexión y de corte y la razón del valor de pico al valor medio de la corriente de los diodos.

10-9. Dedúzcase la Ec. (10-49).

10-10. Un rectificador de onda completa tiene un filtro con inductancia en serie de $L = 10$ H. Si a la carga se le suministran 300 voltios, y 0,150 amperios de c.c., calcúlese el factor de rizado con alimentación del primario a 60 ciclos.

10-11. Un filtro de dos secciones en L puestas en cascada ha de utilizarse en el rectificador del Prob. 10-3, con alimentación de 60 ciclos. Los condensadores C_1 y C_2 han de ser iguales. Diséñese el filtro, empleando el valor crítico de inductancia y obténgase un factor de rizado de 0,001.

10-12. Un rectificador de onda completa para suministrar 250 mA de c.c. a 500 voltios, debe tener una amplitud de rizado E_R menor de 10 voltios. Especifíquense los elementos de más bajo coste para un filtro de sección en L para conseguir esto, si la frecuencia de alimentación es de 60 ciclos y si las inductancias de suficiente capacidad de corriente cuestan 1,50 dólares por henrio y los condensadores 1 dólar por microfaradio.

10-13. Un circuito de onda completa en que la resistencia de los tubos se desprecia, I_{dc} por diodo = 225 mA, alimenta a una carga a través de un filtro en L con $L = 10$ H, $C = 8$ μF, partiendo de una red de 60 ciclos. La tensión alterna a cada lado de la toma central del transformador es 360 de valor eficaz. Si la bobina de choque tiene una resistencia de 200 ohmios, hallar: (*a*) la E_{dc} de plena carga, (*b*) el valor de R para drenaje que impida la elevación de E_{dc} con cargas ligeras y (*c*) la tensión de rizado a plena carga.

10-14. Un rectificador de onda completa alimenta a un filtro con entrada por condensador que se compone de dos condensadores de 8μF y una bobina de choque de 12 H. La salida del filtro es de 460 voltios y la resistencia de salida del filtro es de 600 ohmios. El regulador de la Fig. 10-31 se emplea en la salida del filtro. Si la carga varía de 75 mA, 300 voltios, a 225 mA, hállese la variación en tensión en la salida del regulador.

10-15. En la salida del filtro del Prob. 10-14 el rizado es de 170 mV. Hállese el rizado de la salida del regulador.

10-16. Siendo $E_0 = 300$ voltios, E_i varía de 425 a 450 voltios en el regulador de la Fig. 10-35. Discútase cualitativamente la acción del circuito, particularmente el efecto de los dos triodos en serie.

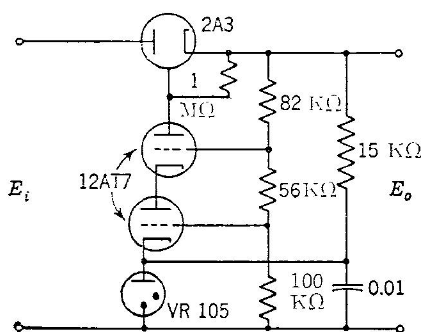


Fig. 10-35.

10-17. Si un disco de thyrite tiene una característica $R = 580/I^{0.72}$, hállese el valor de resistencias fijas para emplear con dos discos en un puente que se equilibre cuando se le aplican 22 voltios.

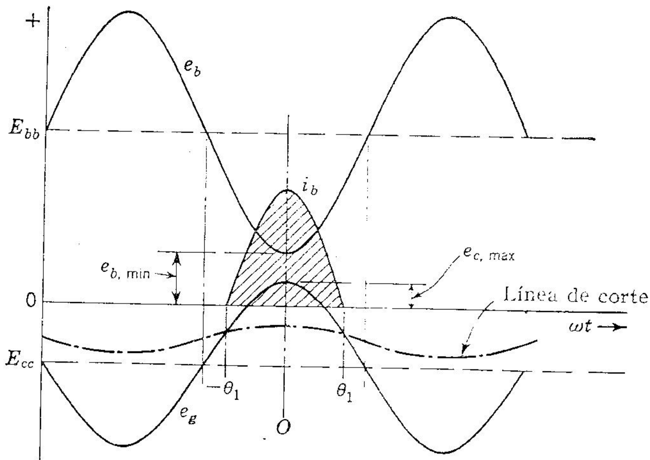
BIBLIOGRAFIA

1. Waidelich, D. L.: Diode Rectifying Circuits with Capacitance Filters, *Trans. AIEE*, **60** : 1161 (1941).
2. Dellenbaugh, F. S., Jr., y R. S. Quimby: The Important First Choke in High-voltage Rectifier Circuits, *QST*, **16** : 14, 27, 33 (Febrero, Marzo, Abril 1932).
3. Waidelich, D. L.: Analysis of Full-wave Rectifier and Capacitive-input Filter, *Electronics*, **20** : 120 (Septiembre 1947).
4. Terman, F. E., y S. B. Pickles: Note on a Cause of Residual Hum in Rectifier-filter Circuits, *Proc. IRE*, **22** : 1040 (1934).
5. Schade, O. H.: Analysis of Rectifier Operation, *Proc. IRE*, **31** : 341 (1943).
6. Hunt, V. F., y R. W. Hickman: On Electronic Voltage Stabilizers, *Rev. Sci. Instr.*, **10** : 6 (1939).
7. Langford-Smith, F.: «The Radiotron Designer's Handbook», 4th ed., The Wireless Press, Sydney, Australia, 1952.
8. Neher, H. V., y W. H. Pickering: Two Voltage Regulators, *Rev. Sci. Instr.*, **10** : 53 (1939).

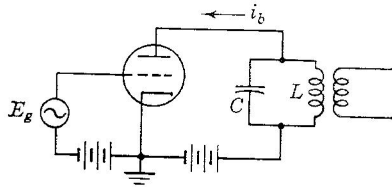
CAPÍTULO 11

OSCILADORES Y AMPLIFICADORES CLASE C. CALDEO POR ALTA FRECUENCIA

La conversión de potencia de c.c. en potencia de alta frecuencia, tanto en osciladores como en amplificadores, es una aplicación importante del tubo de vacío. Como en estos circuitos se manejan grandes can-



(a)



(b)

FIG. 11-1. (a) Formas de onda en un amplificador clase C. (b) Circuito de amplificador clase C.

tidades de potencia cuando se aplican al calentamiento por alta frecuencia de metales y dieléctricos, es importante el rendimiento de potencia

y a los tubos se les hace funcionar en régimen clase C. En este servicio los tubos actúan como conmutadores síncronos, conectando la fuente de c.c. y la carga durante pequeños ángulos de conducción en cada ciclo. Las cargas resonantes entonces continúan en oscilación libre durante el resto del ciclo.

Debido a la naturaleza discontinua de la conducción de los tubos en amplificadores clase C, no es posible el tratamiento por el método del circuito equivalente, habiéndose desarrollado métodos gráficos para el análisis del funcionamiento en dicha clase C.

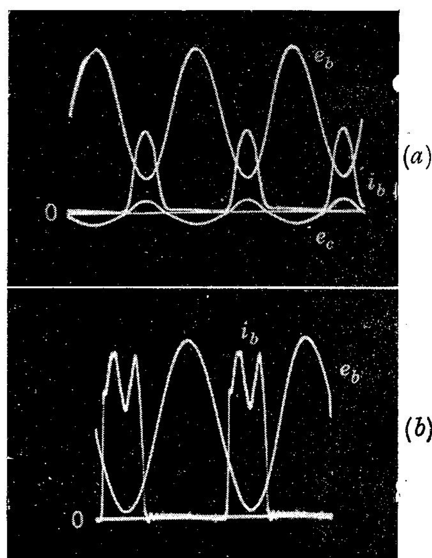


FIG. 11-2. (*a*) Ondas de tensión de placa, corriente de placa y tensión de rejilla en un amplificador clase C. (*b*) Onda de corriente distorsionada en un amplificador sobreexcitado.

11-1 Formas de ondas en amplificadores clase C. Al amplificador clase C se le hace funcionar con una polarización que es dos o más veces la tensión de rejilla correspondiente al corte. En el circuito de placa se utiliza una carga con circuito resonante, llamado *circuito tanque*, que se sintoniza a la frecuencia de la entrada en rejilla o a una frecuencia múltiplo de ella. Con la rejilla muy por debajo del corte, hará que el tubo conduzca solamente durante una pequeña parte o ángulo de la tensión positiva de entrada en rejilla y el ángulo de conducción será menor de 180°, comprendiendo de $-\theta_1$ a θ_1, según se indica en la Fig. 11-1*a*. La carga resonante del circuito de placa, excitada por estos cortos impulsos de corriente, entrará en oscilación de acuerdo con la teoría básica de circuitos eléctricos y desarrollará una tensión sinusoidal entre terminales del tanque.

Estas formas de onda y sus relaciones de fase se muestran en las figuras 11-1 y 11-2. En la primera, e_b representa la forma de onda de la tensión de placa como resultante de E_{bb} y de la tensión sinusoidal del circuito resonante. La línea de corte de la tensión de rejilla es e_b/μ (para un triodo) y tiene también una forma sinusoidal para tensión de placa sinusoidal. La tensión sinusoidal e_g aplicada lleva a la rejilla por encima del corte en $-\theta_1$ y el impulso de corriente de placa aparece mientras la rejilla está por encima del corte. También circulará un impulso de corriente de rejilla durante el intervalo en que la rejilla es positiva.

El tubo de vacío, haciendo de conmutador síncrono, conecta E_{bb} a la carga resonante solamente durante un corto intervalo igual a $2\theta_1$. Hay que entregar al circuito tanque suficiente energía durante este in-

tervalo para la potencia de salida y para compensar las pérdidas del tanque de forma que se conserve el circuito en oscilación hasta el instante del impulso siguiente.

Las pérdidas principales del circuito tienen lugar en el tubo de vacío. Sus pérdidas vienen dadas por $e_b i_b$ y pueden reducirse haciendo que la corriente de placa circule en un impulso muy corto de gran amplitud mientras la tensión de placa está en sus valores más bajos. Una polarización grande asegura un tiempo de conducción corto en la cresta del ciclo de la entrada, mientras la tensión de placa es mínima. Esto eleva el rendimiento de potencia de placa, pero requiere una señal de entrada grande, lo cual aumenta la potencia de entrada en rejilla.

Se acopla inductivamente al circuito tanque una resistencia de carga efectiva. Esto proporciona un medio de sacar energía del tanque, pero al mismo tiempo disminuye la impedancia de resonancia y el $Q = \omega L/R$ de dicho circuito tanque. El rendimiento puede también mejorarse aumentando la impedancia de resonancia o elevando el Q del tanque, bajando con ello el mínimo de tensión de placa durante el tiempo de circulación de corriente. Se ve, sin embargo, que si se permite que $e_{b,\text{mín}}$ caiga por debajo de la cresta positiva $e_{c,\text{máx}}$ de la tensión de rejilla, la corriente de rejilla aumenta rápidamente; y si se alcanza la corriente de saturación, la rejilla, que es más positiva, robará electrones al ánodo y reducirá efectivamente la corriente de placa, con lo que disminuirá la potencia de salida. Esto se indica en la Fig. 11-2*b*. Se halla que la máxima salida se tiene ordinariamente cuando $e_{b,\text{mín}} = e_{c,\text{máx}}$.

11-2. Análisis del funcionamiento del amplificador en clase C. La predicción del funcionamiento de los circuitos clase C con tubos determinados se basa en el conocimiento de las formas de onda de las corrientes y tensiones existentes, deducidas, valiéndose de las características de los tubos, por un procedimiento gráfico. Este método es necesario debido a la naturaleza discontinua de la circulación de corriente. El método basta para predecir los valores convenientes u óptimos para la impedancia de carga, polarización de rejilla, tensión alterna de excitación de rejilla, potencia de entrada en rejilla y pérdidas en placa.

En la Fig. 11-3 se representa el funcionamiento de un amplificador en clase C con carga sintonizada. Ordinariamente se fija la polarización en dos a cinco veces la tensión de corte apareciendo en la figura como el doble del corte. La corriente de placa circula durante un ángulo de conducción de $2\theta_1$, menor de $180°$. Si se representase la corriente de rejilla, se vería que circula durante un ángulo menor, mientras la rejilla es positiva. La tensión instantánea de placa aplicada a través de un circuito resonante de impedancia resistiva R_L es

$$e_b = E_{bb} - \hat{I}_1 R_L \cos\theta \qquad (11\text{-}1)$$

indicando $\hat{I}_1$ *el valor de cresta* de la componente fundamental de la corriente alterna de placa. La tensión instantánea de rejilla es

$$e_c = E_{cc} + \hat{E}_g \cos\theta \qquad (11\text{-}2)$$

Con una característica dinámica teóricamente lineal, el corte tiene lugar en θ_1, o sea, donde

$$e_c = -\frac{e_b}{\mu}$$

La polarización correspondiente se calcula entonces según

$$E_{cc} = -\frac{E_{bb}}{\mu} - \left(\hat{E}_g - \frac{\hat{I}_1 R_L}{\mu}\right) \cos \theta_1 \qquad (11\text{-}3)$$

La Ec. (11-3) facilita el cálculo de la polarización requerida para dar un determinado valor θ_1 del ángulo de conducción.

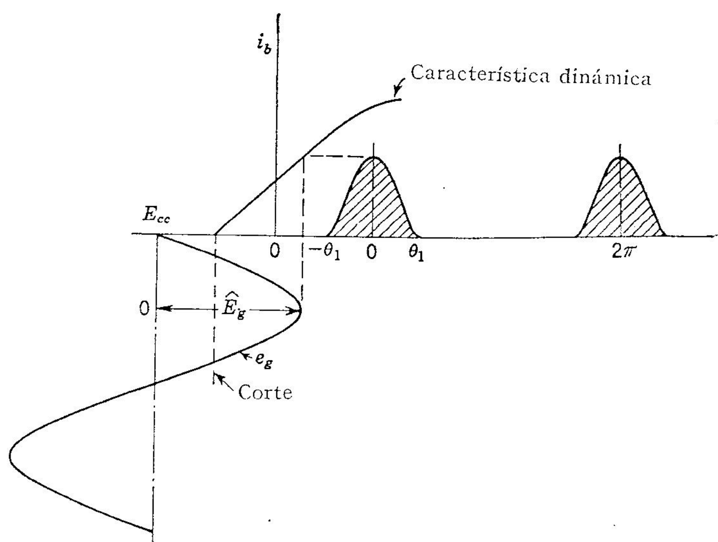


FIG. 11-3. Determinación de las formas de onda.

Llamando $\hat{I}_1 R_L = \hat{E}_1$ y mediante las Ecs. (11-1) y (11-2) se obtiene

$$e_b = E_{bb} + E_{cc}\frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_g} - \frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_g} e_c \qquad (11\text{-}4)$$

Como E_{cc} y E_{bb} son constantes en el circuito y $\hat{E}_1$ y $\hat{E}_g$ son valores de cresta, la anterior tiene la forma de la ecuación de una recta $x = A + B - ay$ indicando que la trayectoria de funcionamiento del tubo en clase C es una relación lineal entre e_b y e_c, o sea, una recta.

Las relaciones entre e_b y e_c pueden construirse directamente en la familia de características de corriente constante correspondientes al tubo, como se indica en la Fig. 11-4. Entonces es posible emplear estas líneas para obtener las tensiones de rejilla y de placa para diversos va-

lores de θ. Con éstos pueden dibujarse las formas de onda, o calcular valores de corrientes a partir de los cuales se pueden obtener el rendimiento, pérdidas en placa y otras informaciones de funcionamiento y de diseño.

La línea representada por la Ec. (11-4) se traza por dos puntos cualesquiera de funcionamiento del tubo, o bien con una pendiente corres-

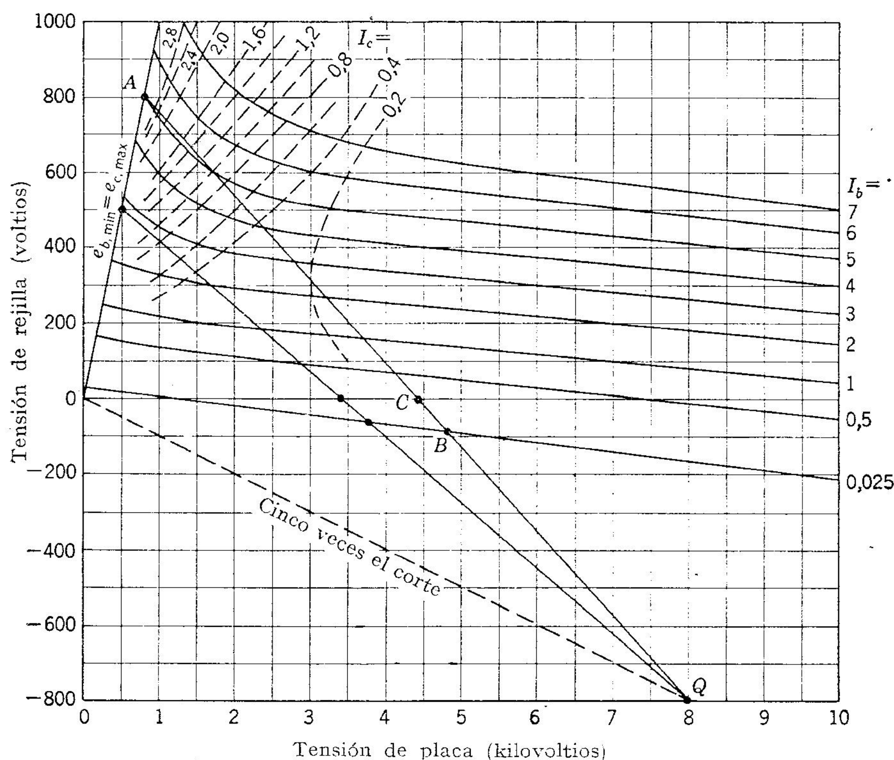


FIG. 11-4. Características de corriente constante del triodo 892; $\mu = 50$, disipación en placa = 10 KW.

pondiente a $-\hat{E}_1/\hat{E}_g$. Se pueden trazar varias líneas de éstas eligiendo a tanteo las polarizaciones de rejilla $\hat{E}_{cc}$ y las tensiones de cresta de excitación $\hat{E}_g$, de las cuales se pueden obtener datos que correspondan a un campo de condiciones de funcionamiento del tubo.

El primero de los dos puntos que determinen la línea de funcionamiento puede ser el punto Q, o punto de trabajo sin excitación, localizado por las E_{bb} y E_{cc} elegidas. El valor $E_{cc} = -E_{bb}/\mu$ es una variable de tanteo, de la que dispone el diseñador para encontrar las condiciones de funcionamiento más convenientes. Se puede ver que según se hace más negativa E_{cc}, disminuye el ángulo de conducción, aumentando el rendimiento. Se necesitan entonces una tensión y una potencia de

excitación de rejilla más altas, obteniéndose normalmente un compromiso óptimo cuando $e_{b,\text{mín}} = e_{c,\text{máx}}$. El segundo punto determinativo de la línea de funcionamiento ordinariamente es el de esta última condición, habiéndose trazado en la Fig. 11-4 una línea representativa de $e_{b,\text{mín}} = e_{c,\text{máx}}$ como lugar geométrico del extremo de la línea de funcionamiento.

Si las curvas de la Fig. 11-4 se emplean con un tubo en el que $\mu = 50$ y $E_{bb} = 8.000$ voltios, puede elegirse un punto Q en $E_{cc} = -800$ voltios, dando una polarización que corresponde a cinco veces el corte. La segunda elección discrecional del diseñador es la de la tensión para la cual $e_{b,\text{mín}} = e_{c,\text{máx}}$. En el ejemplo de la Fig. 11-4 este punto A se toma para $e_c = 800$ voltios y se traza una línea recta entre Q y A como línea de funcionamiento. De ésta pueden obtenerse valores de i_b y de i_c como funciones de ωt.

El punto A determina que

$$\hat{E}_1 = 8.000 - 800 = 7.200 \text{ voltios de cresta}$$
$$\hat{E}_g = 800 - (-800) = 1.600 \text{ voltios de cresta}$$

El punto B se coloca en la línea $i_b = 0$, con $e_b = 4.850$ voltios, de forma que la tensión en la carga será $8.000 - 4.850 = 3.150$ voltios. El ángulo de conducción $2\theta_1$ es entonces

$$2\theta_1 = 2 \cos^{-1} {}^{3150}/_{7200} = 128^\circ$$

En el punto C, donde $e_b = 4.400$ voltios, la rejilla se va a convertir en positiva y empezará a tenerse corriente de rejilla. Si el ángulo de conducción de la rejilla es $2\theta_2$, entonces

$$2\theta_2 = \cos^{-1} \frac{8.000 - 4.400}{7.200} = 120^\circ$$

El ángulo de conducción de rejilla podría haberse hallado también por

$$2\theta_2 = 2 \cos^{-1} \frac{-E_{cc}}{\hat{E}_g}$$

Los valores de la corriente y de la tensión para una parte cualquiera del ángulo de conducción pueden leerse en la línea de funcionamiento. En la Tab. 19 se encuentran ordenados los resultados tomados a intervalos de 10° y las formas de onda de las corrientes se han trazado en la Fig. 11-5. También se presentan para comparación las formas de onda obtenidas con una segunda línea de funcionamiento a base del mismo punto Q en $E_{cc} = -800$ voltios, $E_{bb} = 8.000$ voltios, pero con menor excitación de rejilla y mayor impedancia de carga de forma que $e_{b,\text{mín}} = e_{c,\text{máx}} = 500$ voltios.

Se puede integrar gráficamente para obtener los valores medios de i_b y de i_c, es decir, I_b e I_c. Si la base del área comprendida bajo una

TABLA 19. RESULTADOS DE LA LÍNEA DE FUNCIONAMIENTO DE LA FIG. 11-4

$\mu = 50$ $\quad E_{cc} = -800$ voltios $\quad e_{b,\,\text{mín}} = e_{c,\,\text{máx}} = 800$ voltios
$E_{bb} = 8000$ voltios $\quad \hat{E}_g = 1600$ voltios

	θ (grados)							
	0	10	20	30	40	50	60	70
cos θ...........	1,0	0,985	0,940	0,866	0,760	0,643	0,500	0,342
$\hat{E}_1$ cos θ........	7.200	7.100	6.770	6.250	5.470	4.620	3.600	2.460
$E_{bb} - \hat{E}_1$ cos θ..	800	900	1.230	1.750	2.530	3.380	4.400	5.540
i_b (amperios)....	5,0	5,0	5,2	5,0	3,5	1,7	0,25	
i_c (amperios)....	3,2	3,0	1,7	1,0	0,3	0,18	0,0	

curva $y = f(x)$, en un intervalo desde a hasta b, se divide en intervalos iguales de longitud Δx, se tiene

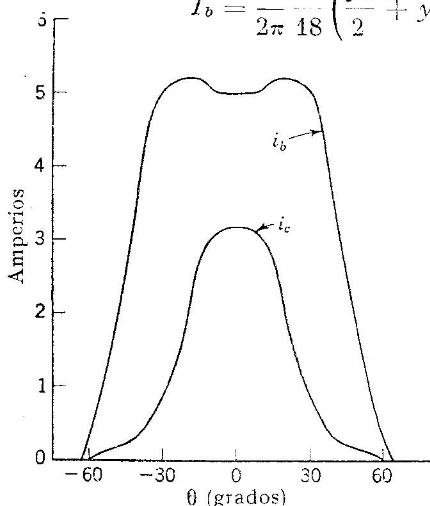
$$\int_a^b y\,dx = \Delta x\left(\frac{y_o}{2} + y_1 + y_2 + \cdots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right) \qquad (11\text{-}5)$$

Como

$$I_b = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} i_b\,d\theta$$

entonces por la suma de trapecios anterior, tomando y_o para $\theta = 0^\circ$, con $y_n = 0$ y $\Delta x = 10^\circ = \pi/18$, se puede escribir

$$I_b = \frac{2}{2\pi}\,\frac{\pi}{18}\left(\frac{y_o}{2} + y_1 + y_2 + \cdots + y_{n-1}\right) \qquad (11\text{-}6)$$



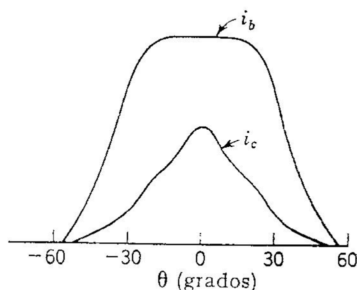


FIG. 11-5. Formas de onda de corrientes. (a) $e_{b,\,\text{mín}} = e_{c,\,\text{máx}} = 800$ voltios; (b) $e_{b,\,\text{mín}} = e_{c,\,\text{máx}} = 500$ voltios.

El coeficiente 2 se incluye porque $y_o, \cdots, y_n$ abarca solamente la mitad del ángulo de conducción, supuesta la simetría del coseno.

Unas operaciones similares conducen al valor I_c de la corriente de rejilla.

El valor de cresta de la componente alterna fundamental de la corriente de placa puede obtenerse del desarrollo en serie de Fourier de la onda de corriente,

$$i_b = I_b + \hat{I}_1 \cos \theta + \hat{I}_2 \cos 2\theta + \cdots + \hat{I}_n \cos n\theta$$

El coeficiente $\hat{I}_1$ puede hallarse multiplicando los dos miembros por $\cos \theta \, d\theta$ e integrando entre los límites 0 y 2π. Todos los términos del segundo miembro se anulan excepto el segundo, dando

$$\int_{-\pi}^{\pi} i_b \cos \theta \, d\theta = \int_{-\pi}^{\pi} \hat{I}_1 \cos^2 \theta \, d\theta = \pi \hat{I}_1 \tag{11-7}$$

de la cual

$$\hat{I}_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i_b \cos \theta \, d\theta \tag{11-8}$$

Puede aplicarse de nuevo la suma de trapecios (integración gráfica) tomando productos sucesivos de i_b y de cos θ a intervalos de 10°. Si x_o es el producto $i_b \cos \theta$ a 0°, x_1 el correspondiente a 10°, etc., entonces

$$\hat{I}_1 = \frac{2}{\pi} \frac{\pi}{18} \left(\frac{x_o}{2} + x_1 + x_2 + \cdots + x_{n-1} \right) \tag{11-9}$$

y un proceso similar conduce al $\hat{I}_{g1}$ de la corriente de rejilla.

Estos cálculos se han efectuado para la línea de funcionamiento de la Fig. 11-4 y para la segunda línea de funcionamiento en que $e_{b,\text{mín}} = e_{c,\text{máx}} = 500$ voltios. Los resultados se encuentran en (*a*) y (*b*) de la Tab. 20.

TABLA 20. FUNCIONAMIENTO DEL TRIODO DE LA FIG. 11-4

	(*a*)	(*b*)
E_{bb}, (voltios)	8.000	8.000
E_{cc}, (voltios)	— 800	— 800
$e_{b,\text{mín}} = e_{c,\text{máx}}$, (voltios)	800	500
$2\theta_1$, (grados)	128	56
$\hat{E}_g$, (voltios)	1.600	1.300
$\hat{E}_1$, (voltios)	7.200	7.500
I_b, (amperios)	1,28	0,59
I_c, (amperios)	0,43	0,21
$\hat{I}_1$, (amperios)	2,28	1,08
$\hat{I}_{g1}$, (amperios)	0,81	0,37

El método es aplicable igualmente al tetrodo o al tubo de haces dirigidos. Debe advertirse, sin embargo, que la polarización de corte para estos tubos viene determinada por $-E_{c2}/\mu_{sg}$, donde μ_{sg} es el factor de amplificación de la rejilla pantalla. Un tetrodo actúa en forma muy análoga al triodo considerando la rejilla pantalla como ánodo, sirviendo el ánodo real en gran manera como un colector de corriente, si el blindaje es bueno.

11-3. Relaciones de potencias. La potencia de entrada al circuito de placa del amplificador en clase C es

$$P_{\text{in}} = E_{bb}I_b \tag{11-10}$$

y la salida a la carga en c.a. del fundamental es

$$P_{\text{sal}} = \frac{\hat{I}_1^2 R_L}{2} \tag{11-11}$$

donde R_L es la impedancia resistiva de la carga resonante. Las pérdidas de placa en el tubo son, entonces,

$$P_d = P_{\text{in}} - P_{\text{sal}}$$

y el rendimiento del circuito de placa será

$$\eta_p = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{in}}} \times 100\ \% \tag{11-12}$$

En la Tab. 21 se encuentran los resultados de los cálculos de las potencias partiendo de las dos líneas de funcionamiento estudiadas de la Fig. 11-4. Se ven rendimientos del 80 y del 85 por 100, los cuales pueden considerarse como típicos.

En el circuito de rejilla la potencia de entrada en c.a. es suministrada por un generador, o fuente, exterior en el caso del amplificador, y por el circuito de salida en el caso de un oscilador. La polarización de rejilla puede conseguirse de la corriente continua de rejilla y la resistencia, puesta en el circuito de rejilla, cuyo valor es

$$R_g = \frac{E_{cc}}{I_c}$$

o puede obtenerse por una fuente de alimentación rectificada y filtrada. La potencia total de entrada al circuito de rejilla es

$$P_c = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} i_c \hat{E}_g \cos\theta\, d\theta \tag{11-13}$$

y estas cantidades pueden obtenerse por integración como en la Ec. (11-6).

Puede observarse que los mayores valores de corriente de rejilla se tienen en los instantes cercanos a la cresta de la onda de tensión de rejilla, o sea cuando cos θ se aproxima a la unidad. Haciendo esta hipótesis, entonces

$$P_c \simeq \frac{\hat{E}_g}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} i_c \, d\theta$$

Pero

$$I_c = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} i_c \, d\theta$$

con lo que la potencia total de entrada al circuito de rejilla es aproximadamente

$$P_c \sim \hat{E}_g I_c \qquad (11\text{-}14$$

donde I_c es la c.c. de rejilla. Por los datos de la Tab. 21*a* se obten-

TABLA 21. RELACIONES DE POTENCIAS DEDUCIDAS DE LA FIG. 11-4

	(*a*)	(*b*)
E_{bb}, (voltios)	8.000	8.000
E_{cc}, (voltios)	— 800	— 800
I_b, (amperios)	1,28	0,59
$\hat{E}_1$, (voltios)	7.200	7.500
I_c, (amperios)	0,43	0,21
$\hat{E}_g$, (voltios)	1.600	1.300
$\hat{I}_1$, (amperios)	2,28	1,08
$\hat{I}_{g1}$, (amperios)	0,81	0,37
$2\theta_1$, (grados)	128	112
R_L, (ohmios)	3.160	6.950
Potencia de entrada (vatios)	10.250	4.720
Potencia de salida (vatios)	8.200	4.050
Pérdidas en placa (vatios)	2.050	670
η_p, (%)	80	85,8
Potencia de excitación de rejilla (vatios)	646	244
Pérdidas en rejilla (vatios)	302	84
Ganancia de potencia	12,7	16,6

drían 688 vatios de potencia de excitación de rejilla, mientras que la Ec. (11-13) da el resultado más exacto de 646 vatios.

La corriente de rejilla produce una pérdida en el escape de rejilla o en la fuente de polarización de $P = E_{cc}I_c$ de manera que la potencia perdida en calor en la estructura de la rejilla debido al bombardeo de electrones será

$$P_g = P_c - E_{cc}I_c \simeq I_c(\hat{E}_g - E_{cc}) \qquad (11\text{-}15)$$

Como la potencia requerida para excitar el circuito de rejilla es cara en cuanto a los aparatos relacionados, debe ser disminuida todo lo posible y una cifra que indica la capacidad de un amplificador para operar

sobre entrada relativamente pequeña es la *ganancia de potencia*, o sea, la razón de la potencia de salida de placa en c. a. a la potencia en c. a. de entrada en rejilla, es decir,

$$\text{Ganancia de potencia} = \frac{P_{sal}}{P_c} \qquad (11\text{-}16)$$

Los tetrodos dan ganancias de potencia mucho mejores si se les compara con los triodos.

Los tubos electrónicos se clasifican por las pérdidas internas admisibles en vez de por la potencia de salida, como la mayoría de la maquinaria eléctrica. El efecto en el rendimiento de las condiciones de funcionamiento es por ello muy importante. El ejemplo calculado muestra el efecto en la potencia de entrada, rendimiento y potencia de salida, al variar la impedancia de carga. Las relaciones que dan las condiciones óptimas de funcionamiento pueden hallarse suponiendo $e_{b,\text{mín}} = e_{c,\text{máx}}$ y ensayando varias líneas de funcionamiento que pasen por un punto Q dado. Al escribir los resultados en forma de tabla se le facilita al diseñador la elección de R_L, $\hat{E}_g$, E_{cc} y el determinar qué pérdidas de placa están dentro de los valores admisibles del tubo.

11-4. El circuito de carga resonante. Como carga en amplificadores y osciladores se emplea un circuito resonante paralelo de impedancia dada por la R_L de la sección anterior. Se le acopla una resistencia externa a través de la inductancia mutua M de la Fig. 11-6, representando R la resistencia resultante de las dos en serie la de L y la resistencia acoplada producida por la carga externa R_x.

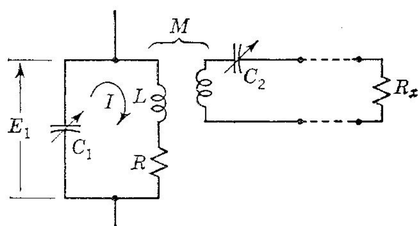


FIG. 11-6. Circuito de carga resonante.

Para circuitos resonantes se define una cifra de mérito o calidad según

$$Q = \frac{\omega_r L}{R}$$

donde ω_r es la frecuencia angular de resonancia del circuito. Con valores razonables de Q ($Q > 10$) ωLI se aproxima a E_1, la tensión en la carga, y

$$Q = \frac{(\omega_r LI)I}{RI^2} \simeq \frac{E_1 I}{RI^2} = \frac{\text{volt-amp.}}{\text{vatios}} \qquad (11\text{-}17)$$

y por tanto Q es aproximadamente la razón de los voltiamperios circulantes a la potencia entregada a R. La entrada de energía tiene lugar durante un impulso corto de corriente, pero del circuito se toma energía continuamente. Para que la forma de onda no tenga distorsión, lo que indicaría la presencia de frecuencias armónicas indeseables, debe ser alta la razón de la energía circulante a la energía extraída. Análoga-

mente la energía extraída de un péndulo durante su oscilación debe ser pequeña comparada con la energía almacenada en la lenteja o disco del péndulo, pues de lo contrario la marcha de la oscilación del péndulo puede ser afectada. Esto indica un valor mínimo práctico del Q cargado como de 10 aproximadamente.

La impedancia de resonancia de un circuito paralelo es

$$R_L = \frac{L}{CR} \tag{11-18}$$

La potencia entregada al circuito es

$$P_{\text{sal}} = \frac{\hat{E}_1^2}{2R_L}$$

de manera que para el diseño de un circuito de impedancia de resonancia dada

$$\frac{L}{C} = \frac{R\hat{E}_1^2}{2P_{\text{sal}}}$$

o bien

$$X_C = \frac{1}{\omega_r C} = \frac{\hat{E}_1^2}{2QP_{\text{sal}}} = \frac{E_1^2}{QP_{\text{sal}}} \tag{11-19}$$

donde E_1 es el valor eficaz. De la teoría de circuitos resonantes

$$X_L = \omega_r L = X_C\left(1 - \frac{1}{Q^2}\right) \tag{11-20}$$

que permite el diseño completo del circuito de salida.

El cálculo de los efectos de acoplar una carga R_x al circuito sintonizado se realiza por los métodos usuales de circuitos acoplados. En la Fig. 11-6, si se elige C_2 para anular la reactancia de L_2 para ω_r, entonces la impedancia reflejada en el circuito resonante será

$$R' = \frac{\omega_r^2 M^2}{R_2 + R_x} \tag{11-21}$$

donde R_2 es la resistencia de L_2. La carga R se compone entonces de R_1 (resistencia de L_1) en serie con R'.

La sintonía de la carga variando C_1 produce resonancia e impedancia máxima y hace aumentar $\hat{E}_1$, reduciendo así la tensión media y la corriente continua de placa. Por eso la resonancia y el ajuste adecuado de la carga son indicados por un mínimo, una depresión, del aparato de medida, del amplificador, que marca la c.c. de placa. También puede ajustarse el circuito para $\hat{E}_1$ máxima o para I máxima mediante los instrumentos adecuados.

11-5. Multiplicadores de frecuencia. Debido al gran contenido de armónicos en la corriente de placa de un amplificador clase C, es posible emplearle como *multiplicador de frecuencia* para duplicar, triplicar o cuadruplicar la frecuencia de entrada. La señal de entrada tiene la frecuencia inferior y la carga del circuito de placa se sintoniza a resonancia a la frecuencia armónica deseada. Se entrega un impulso de corriente controlado por la frecuencia de entrada, pero el tanque resonante de placa continúa su oscilación entre impulsos de corriente, como indica la Fig. 11-7.

Para tener un rendimiento conveniente, el ángulo de conducción no debe exceder de la duración de un semiciclo de la tensión de placa y, por consiguiente, para duplicadores esto determina que $2\theta_1$ sea 90° o

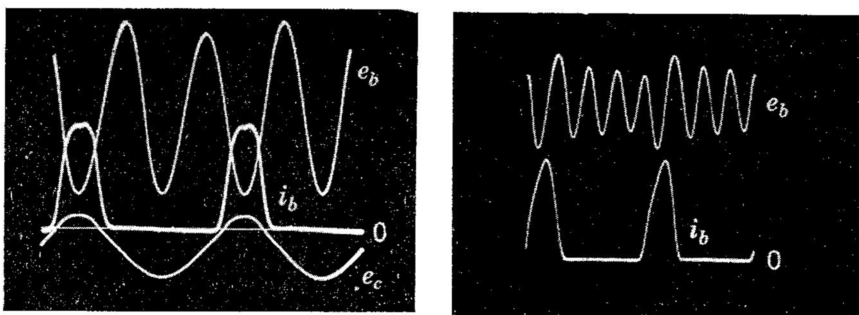


FIG. 11-7. (*a*) Corriente de placa y tensión, de frecuencia doble, y tensión de entrada en rejilla de un duplicador. (*b*) Tensión y corriente de placa en un cuadruplicador de frecuencia.

menos del ciclo de entrada. Con ángulos mayores se tienen peores rendimientos, pues la corriente circulará en instantes en que es alta la tensión de placa. Esta situación se indica en el cuadriplicador de la Fig. 11-7*b*, en cuyo caso se tendría un rendimiento bajo.

Para hacer corto el ángulo de conducción debe utilizarse una tensión alta de polarización, juntamente con un valor grande de $\hat{E}_g$. Los tubos de μ alto son excelentes multiplicadores, siendo preferidos los tetrodos o los tubos de haces dirigidos, pues necesitan menor potencia de excitación de rejilla.

11-6. Realimentación en osciladores. Los osciladores de tubos de vacío constituyen las fuentes generadoras usuales para todas las frecuencias por encima de 10 Kc. Aun cuando existe una amplia variedad de circuitos osciladores, el requisito fundamental de la oscilación es la existencia de realimentación positiva de la salida a la entrada.

La Fig. 11-8 representa un amplificador de ganancia

$$A = \frac{E_2}{E_1} \qquad (11\text{-}22)$$

Como en el Cap. 7, una red de alimentación de característica $\boldsymbol{\beta}$ proporciona una tensión

$$\mathbf{E}_f = \boldsymbol{\beta}\mathbf{E}_2$$

Según se conecte, la red de realimentación debe ajustar la amplitud y fase de $\boldsymbol{\beta}\mathbf{E}_2$ de manera que $\mathbf{E}_f$ sea idéntica a $\mathbf{E}_1$ en fase y amplitud. Si la red $\boldsymbol{\beta}$ funciona de forma que $\mathbf{E}_f = \mathbf{E}_1$, entonces

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{E}_2}{\boldsymbol{\beta}\mathbf{E}_2} = \frac{1}{\boldsymbol{\beta}}$$

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\beta} = 1 \tag{11-23}$$

se convierte en un *requisito para oscilación,* tal que un circuito, cerrado sobre sí mismo, continuará proporcionando una salida $\mathbf{E}_2$.

Como $\boldsymbol{\beta}$ nunca puede ser mayor que la unidad en valor absoluto, entonces para que las oscilaciones tengan lugar o para que la Ec. (11-23) sea satisfecha, la ganancia **A** nunca puede ser menor que la unidad en valor absoluto.

Sustituyendo la ganancia por su expresión general

$$\mathbf{A} = \frac{-\mu Z_L}{r_p + Z_L}$$

en la Ec. (11-23) se obtiene

$$\boldsymbol{\beta} = -\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{g_m Z_L}\right) \tag{11-24}$$

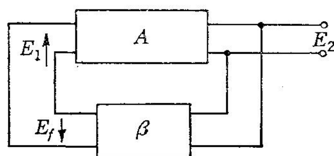


FIG. 11-8. Oscilador de realimentación.

que se conoce con el nombre de *criterio de Barkhausen para oscilación sostenida.* Si $\mathbf{Z}_L$ es resistiva, el signo menos representa la inversión de fase de 180° necesaria en la red $\boldsymbol{\beta}$ para obtener la fase adecuada para $\mathbf{E}_1$. Si $\mathbf{Z}_L$ es una impedancia, es necesario un desplazamiento adicional de fase.

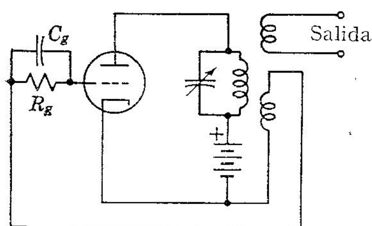
Las Ecs. (11-23) y (11-24) definen las especificaciones de realimentación necesarias para la oscilación. La forma en que se obtiene la realimentación constituye el factor diferenciador entre los distintos circuitos de la Sec. 11-8.

Debido a la posibilidad de ganancia infinita que se deduce de la relación

$$\mathbf{A}' = \frac{\mathbf{A}}{1 - \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}}$$

cuando $\mathbf{A}\boldsymbol{\beta} = 1$, es necesario que algún elemento del circuito actúe para limitar la amplitud e impedir que crezca sin límite. Esta acción limitadora ordinariamente es proporcionada por las regiones no lineales del corte y de la saturación de las características de los tubos, en las cuales μ y g_m alcanzan valores con los cuales ya no puede mantenerse el criterio de Barkhausen. Por ello la distorsión de la forma de onda y la generación

de armónicos van unidas a la autolimitación de amplitud en el oscilador. Si se necesita una forma de onda más pura deben emplearse elementos externos limitadores de la amplitud y otros elementos de circuito.



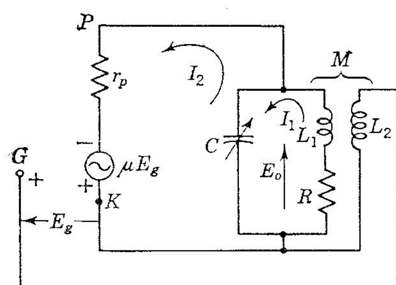


FIG. 11-9. (a) Oscilador de sintonía en placa. (b) Circuito equivalente del (a).

11-7. Criterios de circuitos para osciladores de realimentación. El circuito de la Fig. 11-9*a* se conoce con el nombre de *oscilador de sintonía en placa.* Un análisis sencillo del circuito requiere las hipótesis de corriente de rejilla nula, parámetros constantes en el tubo y formas de onda sinusoidales, requisitos todos ellos que no se cumplen enteramente en los circuitos osciladores, los cuales ordinariamente trabajan en clase C con corriente discontinua de placa y sobre regiones de parámetros del tubo variables. Sin embargo, el empleo aquí del circuito equivalente del triodo constituye solamente una aproximación útil para comprender los requisitos del circuito y sin intentar que tenga valor cuantitativo.

Hechas las hipótesis, pueden escribirse las siguientes ecuaciones para el circuito equivalente de la Fig. 11-9*b*:

$$\mathbf{E}_g - j\omega M\mathbf{I}_1 = 0 \tag{11-25}$$

$$\mu\mathbf{E}_g - (R + j\omega L_1)\mathbf{I}_1 - r_p\mathbf{I}_2 = 0 \tag{11-26}$$

$$\left(R + j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C}\right)\mathbf{I}_1 - \frac{j\mathbf{I}_2}{\omega C} = 0 \tag{11-27}$$

La tensión de salida que aparece en la carga de placa es

$$\mathbf{E}_o = -(R + j\omega L_1)\mathbf{I}_1 \tag{11-28}$$

La realimentación de tensión a la entrada es $\mathbf{E}_g$, de manera que teniendo en cuenta las Ecs. (11-25) y (11-28) es posible escribir una expresión para la realimentación $\boldsymbol{\beta}$ de la siguiente forma

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{E}_o} = \frac{j\omega M\mathbf{I}_1}{-(R + j\omega L_1)\mathbf{I}_1} = \frac{-j\omega M}{R + j\omega L_1} \tag{11-29}$$

Las Ecs. (11-26) y (11-27) pueden resolverse respecto a $\mathbf{I}_1$, lo que permite expresar $\mathbf{E}_o$ según

$$\mathbf{E}_o = \frac{-\mu \mathbf{E}_g(R + j\omega L_1)}{R + j\omega L_1 + r_p + j\omega C r_p\,(R + j\omega L_1)}$$

y de la cual se deduce que la ganancia puede obtenerse como

$$\mathrm{A} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g} = \frac{-g_m}{1/r_p + 1/(R + j\omega L_1) + j\omega C} \qquad (11\text{-}30)$$

Para que haya oscilación ha de satisfacerse el criterio de la Sec. 11-6, o sea $\mathbf{A\beta} = 1$, y por consiguiente esto es necesario para el oscilador de sintonía en placa. Mediante las Ecs. (11-29) y (11-30),

$$\mathbf{A\beta} = \frac{-j\omega M}{R + j\omega L_1}\,\frac{-g_m}{1/r_p + 1/(R + j\omega L_1) + j\omega C} = 1 \qquad (11\text{-}31)$$

$$\frac{j\omega M}{R + j\omega L_1} = \frac{1}{\mu} + \frac{1}{g_m(R + j\omega L_1)} + \frac{j\omega C}{g_m}$$

Multiplicando por $(R + j\omega L_1)/j\omega L_1$ se llega a

$$\left(\frac{M}{L_1} - \frac{1}{\mu} - \frac{RC}{g_m L_1}\right) + j\left(\frac{R}{\mu\omega L_1} + \frac{1}{\omega L_1 g_m} - \frac{\omega C}{g_m}\right) = 0 \qquad (11\text{-}32)$$

Igualando a cero la parte real

$$\frac{M}{L_1} = \frac{1}{\mu} + \frac{RC}{g_m L_1}$$

y como, según la Ec. (11-18), L_1/RC es la impedancia en resonancia R_L del circuito de carga, entonces

$$-\frac{M}{L_1} = -\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{g_m R_L}\right) \qquad (11\text{-}33)$$

que se reconoce como el criterio de Barkhausen para oscilación. El circuito satisfará este criterio suponiendo que $-M$ sea negativo. La razón $-M/L_1$ es igual a la realimentación $\boldsymbol{\beta}$.

Igualando a cero los términos reactivos de la Ec. (11-32)

$$\omega^2 LC = 1 + \frac{R}{r_p}$$

de la cual

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}\left(1 + \frac{R}{r_p}\right)} \qquad (11\text{-}34)$$

como segunda condición requerida para la oscilación, satisfecha por el ajuste automático de la frecuencia a este valor, haciendo cero el término reactivo. Como R ordinariamente será pequeña con relación a r_p, la frecuencia de oscilación se aproximará mucho a la frecuencia de resonancia del circuito resonante solo. Debe advertirse, sin embargo, que R incluye la resistencia acoplada producida por la carga, de forma que la frecuencia del oscilador depende de la carga de dicho oscilador. Para tener una gran estabilidad de frecuencia es conveniente aislar el circuito resonante del oscilador de los efectos de las variaciones de carga.

Para tener oscilación la ganancia ha de ser mayor que la unidad y la realimentación ha de permitir que se satisfaga el criterio de Barkhausen. La frecuencia se ajustará entonces para satisfacer la Ec. (11-34). El criterio de Barkhausen puede transformarse resultando

$$g_m \geq \frac{1}{R_L(M/L_1 - 1/\mu)} \tag{11-35}$$

como valor límite para g_m. Para el arranque de las oscilaciones con polarización cero g_m debe ser mayor que el valor especificado. Durante el funcionamiento real circula corriente de rejilla por R_g, dando un valor de polarización suficiente para estar en régimen clase C y proporcionando unos μ y g_m promedios que satisfacen la condición de Barkhausen.

Cuanto mayor es la amplitud de la oscilación, mayores son la corriente de rejilla y la polarización de la misma. Al aumentar la polarización hace que decaiga g_m, reduciendo la amplitud de la oscilación hasta que se alcanza el equilibrio. Así, el empleo de polarización por escape de rejilla permite un valor grande de g_m en polarización cero para facilidad de arranque de la oscilación y aún proporciona una acción limitadora automática de la amplitud de la oscilación. Una potencia baja de excitación de rejilla y una estabilidad grande de frecuencia obliga a grandes valores de R_g, pero los valores demasiado altos producen una oscilación inestable e intermitente.

11-8. Circuitos básicos de osciladores de realimentación. Los distintos tipos de osciladores de realimentación representados en la Fig. 11-10 se diferencian bastante en la manera en que se realiza la realimentación de placa a rejilla. El circuito de la Fig. 11-9*a* obtiene la realimentación mediante acoplamiento por inductancia mutua y tiene la sintonía en el circuito de placa.

El circuito de la Fig. 11-10*a* es el recíproco, con sintonía en el circuito de rejilla. Ordinariamente se emplea como generador local de señal en los receptores y evidentemente es un *oscilador de sintonía en rejilla*. El circuito de la Fig. 11-10*b* tiene sintonía en rejilla y en placa, con las bobinas respectivas blindadas para evitar el acoplamiento inductivo. La realimentación tiene lugar a través de la capacidad rejilla-placa del tubo y, por consiguiente, los tetrodos no pueden oscilar fácilmente a

no ser que se añada una capacidad externa en paralelo. El circuito resonante de Q más alto determina la frecuencia de oscilación. Como ordinariamente el circuito de placa entrega energía a una carga exterior, el circuito de rejilla tendrá normalmente el Q más alto y controlará la frecuencia. El circuito de placa puede entonces ajustarse para ajustar

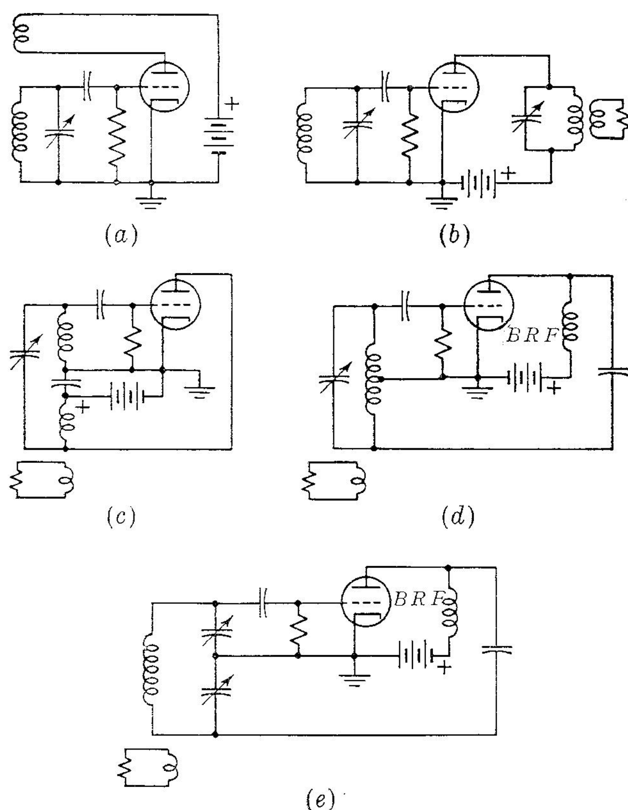


FIG. 11-10. (*a*) Oscilador de sintonía en rejilla. (*b*) Oscilador de sintonía en placa y en rejilla. (*c*) Hartley alimentado en serie. (*d*) Hartley alimentado en derivación. (*e*) Oscilador Colpitts, alimentado en derivación.

la carga de placa del oscilador y las condiciones de funcionamiento de clase C. Este circuito se llama *oscilador de sintonía en placa y en rejilla*.

El *circuito Hartley* de la Fig. 11-10*c* y *d* es un tipo popular cuya realimentación se obtiene mediante acoplamiento mutuo entre las dos partes de la inductancia. La posición de la toma de cátodo es variable para controlar la amplitud de la tensión de excitación de rejilla y la salida del oscilador y su rendimiento. El tipo alimentado en serie de la figura 11-10*c* no se utiliza ordinariamente a causa de la necesidad de dividir la bobina del tanque. El tipo alimentado en derivación de la Fig. 11-10*d*

es empleado corrientemente, evitando la bobina para alta frecuencia el que las corrientes de dicha alta frecuencia circulen por la fuente de alimentación de placa y constituyan una derivación del circuito resonante.

El *circuito Colpitts*, de la Fig. 11-10*e*, es el recíproco del Hartley, teniendo la toma intermedia de cátodo entre los dos condensadores de sintonía. La realimentación tiene lugar por la bobina común del tanque. Los condensadores de sintonía ordinariamente son iguales y montados en tándem, de forma que la elección entre los circuitos Colpitts y Hartley depende principalmente de que se desee controlar la excitación de rejilla mediante la toma de cátodo en el Hartley o la bobina de dos terminales del Colpitts.

11-9. Acoplamiento electrónico. Control por cristal. La alta estabilidad de la frecuencia de salida normalmente es un requisito que se exige al oscilador. En la Sec. 11-7 se indicó un procedimiento de aumentar la estabilidad, que era desacoplar la carga para que el término R/r_p de la Ec. (11-34) se hiciese muy pequeño, reduciendo los efectos de las variaciones de ambas magnitudes R y r_p. Este desacoplamiento puede lograrse interponiendo un paso amplificador ligeramente cargado, llamado *separador* («buffer»), o bien, mediante el circuito *acoplado electrónicamente* de la Fig. 11-11.

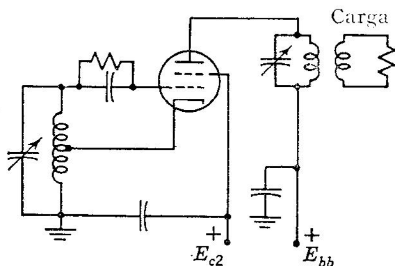


FIG. 11-11. Oscilador de acoplamiento electrónico.

En este último, el cátodo, la rejilla de control y la rejilla pantalla de un tetrodo o pentodo funcionan como un oscilador Hartley de triodo, pero poniendo a masa la pantalla en lugar de el cátodo. Los electrones pasan a través de la pantalla, alcanzan la placa y desarrollan una tensión en el circuito resonante. Como en un tetrodo bien apantallado la corriente de ánodo no es afectada por la tensión de placa, entonces las variaciones del circuito de carga tienen efecto despreciable en el circuito de rejilla determinante de la frecuencia. Se dice que el circuito está acoplado electrónicamente porque el acoplamiento entre los circuitos de rejilla y de salida tiene lugar solamente por el haz electrónico. En su efecto el circuito combina un oscilador de triodo y un amplificador separador en un solo tubo.

Aún se puede conseguir mayor estabilidad sustituyendo el circuito determinante de la frecuencia de un oscilador por un cristal piezoeléctrico, normalmente de cuarzo. En tales cristales aparecen cargas eléctricas en un par de caras si se aplican tensiones mecánicas en otro par de caras. El efecto inverso, producción de tensión y desplazamiento mecánicos por carga o potencial eléctricos también tiene lugar. Una tensión alterna aplicada a electrodos (placas metálicas) situados en caras opuestas hace que la lámina de cristal vibre mecánicamente y a

la frecuencia de resonancia mecánica estas vibraciones y cargas se hacen muy grandes. La frecuencia de resonancia mecánica depende de las dimensiones de la lámina, del ángulo respecto al eje del cristal según el cual ha sido cortada y del tipo de movimiento mecánico permitido. Como el cuarzo es muy estable con el tiempo y la temperatura, la frecuencia de resonancia es muy constante.

La Fig. 11-12*a* indica las situaciones de los cortes básicos de láminas perpendicularmente al eje X y al eje Y, en el cristal exagonal de cuarzo. En las láminas de cuarzo resultantes la cortada perpendicular-

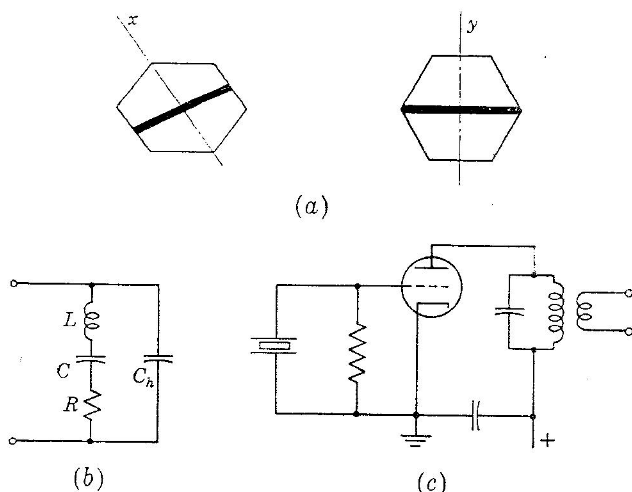


FIG. 11-12. (*a*) Cortes básicos de cristales. (*b*) Circuito equivalente de un cristal de cuarzo. (*c*) Oscilador de cristal.

mente al eje X (corte X) tiene un coeficiente negativo de variación de la frecuencia con la temperatura y una frecuencia propia dada por

$$f = \frac{2{,}86 \times 10^6}{t}$$

donde t está expresado en milímetros. La lámina tallada perpendicularmente al eje Y (corte Y) tiene un coeficiente positivo de variación de la frecuencia con la temperatura y su frecuencia propia viene dada según

$$f = \frac{1{,}96 \times 10^6}{t}$$

Lo anterior indica la posibilidad de una orientación intermedia de la lámina que tenga un coeficiente de variación nula respecto a la temperatura y éstas existen según cortes AT, BT, y GT.

Eléctricamente la lámina de cristal, con placas metálicas como electrodos, tiene un circuito equivalente como el de la Fig. 11-12*b*, donde C_h

es la capacidad entre electrodos con el dieléctrico de cuarzo. El Q de un cristal de éstos puede ser muy alto, variando de 10.000 a 500.000 para montajes especiales y es este Q alto lo que da al oscilador de cristal su estabilidad de frecuencia. El circuito de la Fig. 11-12*c* es, por tanto, un tipo con sintonía en placa y en rejilla, constituyendo el cristal el tanque de rejilla determinante de la frecuencia, y con realimentación a través de C_{gp}. Para que la fase de la tensión de realimentación sea la conveniente, el tanque de placa debe sintonizarse en el lado inductivo de resonancia (o sea que el tanque presente una reactancia inductiva a la frecuencia que se engendre).

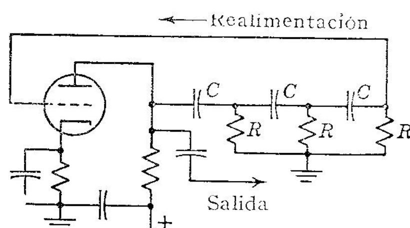


FIG. 11-13. Oscilador de desviación de fase.

Los cristales pueden hacerse con frecuencias fundamentales, que varían desde 4 Kc. a 10 Mc. y pueden engendrarse frecuencias superiores mediante la vibración en armónicos de los cristales. Con cristales de coeficiente de variación nula respecto a la temperatura funcionando en circuitos bien diseñados, puede obtenerse estabilidad hasta una exactitud de 1 a 10 ciclos por Mc. durante largos períodos de tiempo.

11-10. Osciladores de desviación de fase. Los osciladores no necesitan tener elementos inductivos si en la red de realimentación se proporciona por otros medios la adecuada desviación de fase. El circuito de la Figura 11-13 oscila a una frecuencia para la cual la desviación total de fase en la red RC es de 180°. Es adecuado para funcionamiento en frecuencia fija.

Un segundo circuito que emplea redes RC para realimentación positiva y desviación de fase se representa en la Fig. 11-14. Despreciando la reactancia de C por pequeña y definiendo

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 - \frac{j}{\omega C_1} \qquad \mathbf{Z}_2 = \frac{-jR_2/\omega C_2}{R_2 - j/\omega C_2}$$

entonces, con una ganancia $\mathbf{A}$ del amplificador, el requisito para que haya oscilación es

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\beta} = 1 = \mathbf{A}\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \tag{11-36}$$

De esta ecuación se deduce que debe cumplir el circuito dos condiciones para proporcionar la amplitud y la fase de la realimentación adecuadas de forma que haya oscilación. Dichas condiciones son

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \qquad \text{y} \qquad \mathbf{A} = 1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}$$

que especifican la frecuencia y la ganancia del amplificador.

En un circuito práctico $R_1 = R_2$ y $C_1 = C_2$, resultando

$$\omega = \frac{1}{R_1 C_1} \quad \text{y} \quad A = 3$$

Se ha añadido realimentación negativa mediante R_3 y la lámpara de tungsteno para limitar la amplitud de la oscilación y mejorar la forma de onda. Al aumentar la salida aumenta la temperatura de filamento y la resistencia en la lámpara y se obtiene mayor realimentación negativa, estabilizando así la amplitud de la salida.

Una ventaja principal del circuito es el amplio margen de frecuencias, siendo la frecuencia inversamente proporcional a C y no a $\sqrt{C}$,

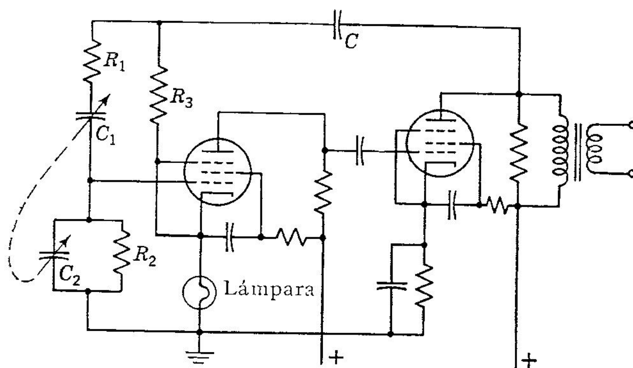


FIG. 11-14. Forma práctica de un oscilador RC.

como en un oscilador LC. Así son posibles bandas de frecuencia en décadas, es decir, en la relación 10 : 1, con los condensadores variables usuales.

11-11. Osciladores ultrasónicos. Se ha visto que las ondas acústicas por encima de las frecuencias audibles, o sea, en el margen ultrasónico, constituyen un medio útil de proporcionar altas aceleraciones mecánicas y fuerzas muy adecuadas para emulsionar líquidos, de acelerar reacciones y fenómenos químicos, para cortar metales y para procesos médicos. Para el desarrollo de intensos campos acústicos en soluciones y materiales a frecuencias desde algunos millares de ciclos hasta muchos megaciclos, se emplean ordinariamente dos *transductores*, o convertidores de energía, con osciladores electrónicos. Estos son la barra de magnetoestricción y el cristal piezoeléctrico, ambos útiles para transformar energía de oscilación eléctrica en energía acústica mecánica.

En el oscilador de magnetoestricción de la Fig. 11-5*a* se emplea una barra de níquel, invar u otra aleación de níquel como elemento de acoplamiento entre dos bobinas. Cuando una barra de esta clase es sometida a un campo magnético, se crean tensiones magnéticas que producen una variación de longitud. Para acentuar esta variación, la barra se

hace resonante o sea con un largo de media longitud de onda larga, estando determinada dicha longitud de onda por

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

donde v = velocidad del sonido en el material (aproximadamente 5.000 m/seg en el níquel)

λ = longitud de onda en m/seg.

f = frecuencia

Una variación de corriente de placa hace variar el flujo magnético en la parte de barra que está dentro de la bobina de placa. Esto produce

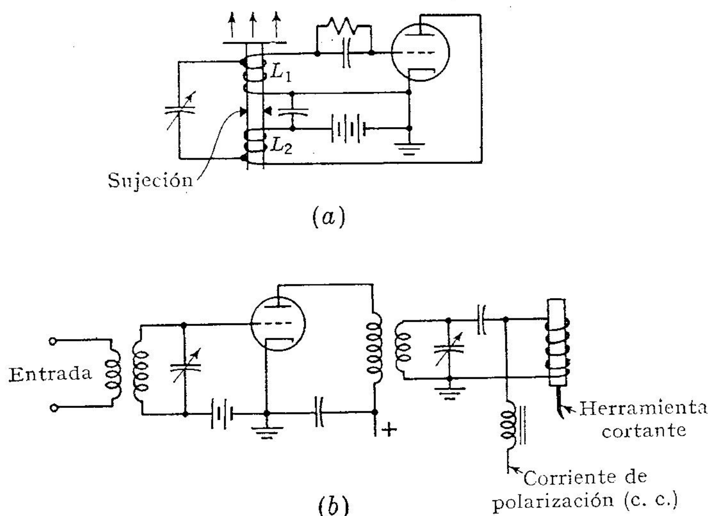


FIG. 11-15. (*a*) Oscilador de magnetoestricción. (*b*) Transductor de magnetoestricción excitado por un amplificador clase C.

una elongación de este extremo de la barra y crea una onda longitudinal que se propaga hacia el otro extremo de la barra. La onda hace variar la longitud de la parte de barra que está dentro de la bobina de rejilla, produciendo una variación de flujo e induciendo una tensión en dicha bobina de rejilla. Esta tensión de rejilla hace que la variación de corriente de placa crezca y el circuito entra en oscilación a la frecuencia de resonancia de la barra, acentuada por la sintonía eléctrica de las bobinas. Aunque el circuito parece un Hartley, en realidad las bobinas están arrolladas para oponerse a la oscilación y normalmente están blindadas entre sí, existiendo el acoplamiento solamente a través de la barra.

La barra normalmente debe ser polarizada por un imán permanente, pues la variación de longitud es del mismo signo para ambas polaridades de magnetización. Sin polarización la barra vibraría a una

frecuencia doble que la correspondiente a la magnetización aplicada. La necesidad de que las barras tengan una longitud física razonable limita la frecuencia a 100 kilociclos aproximadamente.

Un extremo de la barra puede ser cargado para obtener una adaptación de impedancias adecuada y las ondas acústicas resultantes utilizadas para excitar líquidos o materiales sólidos. En resonancia el movimiento de la barra puede ser aproximadamente de 0,001 pulg. El circuito de la Fig. 11-15*b* ilustra la manera en que puede ser excitado un transductor de magnetoestricción por un amplificador clase C para tener mayor potencia de salida y rendimiento de lo que es posible con el oscilador directo controlado por magnetoestricción. A su vez el amplificador es excitado por un oscilador de baja potencia.

Los cristales piezoeléctricos proporcionan transductores para la creación de ondas ultrasónicas, como en la Fig. 11-16. Como se describió en la Sec. 11-9, estos cristales desarrollan un movimiento mecánico al aplicarles tensiones eléctricas. Aunque es común el cuarzo, otros materiales posibles son los cristales de sales de Rochelle y el tartrato amónico, dando éstos mayor salida, pero son susceptibles de sufrir per-

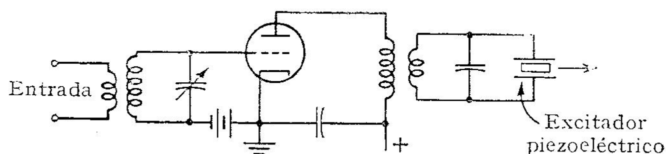


FIG. 11-16. Excitador piezoeléctrico ultrasónico.

juicio por la humedad. El titanato de bario es más satisfactorio, siendo posible moldearlo como una cerámica y su comportamiento piezoeléctrico se produce por polarización del material al someterlo a un campo eléctrico continuo (c.c.) de alta intensidad en la fabricación. Después de la desaparición de este campo queda una polarización residual.

El titanato de bario puede moldearse en forma de un radiador de enfoque para concentrar la energía acústica, siendo aplicada la polarización de forma que el movimiento mecánico sea en la dirección deseada. Son posibles haces de energía muy estrechos, pues la finura del rayo depende del diámetro del radiador medido en longitudes de onda y el radiador puede tener varias pulgadas de diámetro con longitudes de onda de algunas centésimas de pulgada. Las temperaturas de trabajo deben limitarse a 90° C y los transductores de titanato de bario ordinariamente requieren refrigeración por aceite o agua.

El *factor de acoplamiento electromecánico* es la razón de la energía mecánica utilizable a la energía eléctrica total de entrada. Para el cuarzo esto representa 0,011, o sea el 1,1 por 100, mientras que con el titanato de bario el factor puede ser tan alto como 0,30. En todas las aplicaciones ultrasónicas es importante para tener una buena transferencia de energía la adaptación de la impedancia acústica de salida a la de la carga.

Esta adaptación puede realizarse mediante ajuste de los tamaños relativos del electrodo excitador y la carga.

El valor de los procedimientos ultrasónicos estriba en las altas velocidades de las partículas en el haz acústico. La aceleración desarrollada por las moléculas sometidas a la acción de potencia moderada ultrasónica (algunos vatios por centímetro cuadrado) a 1 Mc. puede aproximarse a un millón de veces la aceleración de la gravedad. Es, por tanto, una agitación muy violenta. Tienden a romperse pequeñas partículas y en los líquidos se produce cavitación.

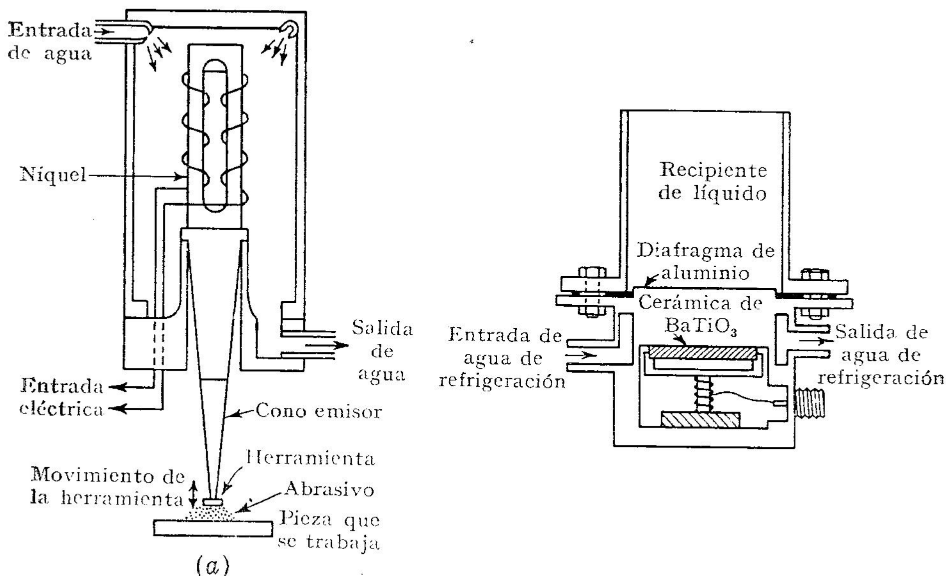


FIG. 11-17. (*a*) Máquina-herramienta de magnetoestricción. (*b*) Excitador cerámico para líquidos.

La Fig. 11-17*a* representa una aplicación de una herramienta de magnetoestricción al taladrado de materiales muy duros. Pueden practicarse agujeros irregulares que tengan una sección transversal exactamente igual a la de la herramienta, en carballoy, vidrio u otros materiales duros, a grandes velocidades, con herramientas de acero laminado

TABLA 22. FRECUENCIAS DE TRABAJO PARA TRANSDUCTORES ULTRASÓNICOS

Tipo	*Margen normal de frecuencias*
Tartrato amónico	0 a 250 Kc
Sales de Rochelle	0 a 300 Kc
Titanato de bario	300 Kc a 1.000 Kc
Cuarzo	10 Kc a 10 Mc
Magnetoestricción	10 Kc a 100 Kc

en frío o de bronce. El movimiento alternativo de la herramienta hacia arriba y hacia abajo fuerza a las partículas abrasivas a penetrar en la pieza que se está trabajando, sacando viruta y perforándola, por tanto. La Fig. 11-17*b* representa un montaje para producir agitación en un líquido que está sobre un elemento de titanato de bario.

11-12. Campos electromagnéticos en los metales. Los amplificadores de potencia clase C hallan una aplicación importante en la generación de grandes cantidades de energía para el tratamiento de metales por corrientes inducidas o para el calentamiento de no conductores por pérdidas en el dieléctrico.

Los metales pueden ser calentados más rápidamente de esta forma que en un horno, y el calor puede producirse y limitarse a una zona restringida de la pieza metálica. La corriente de alta frecuencia procedente de un oscilador o de un amplificador circula a través de una bobina que rodea a la pieza en cuestión, induciendo una corriente en el metal que actúa como secundario de un transformador. El control de la zona calentada se lleva a cabo por la situación de la bobina primaria que puede colocarse donde se desee, y teniendo en cuenta que las corrientes de alta frecuencia tienden a circular solamente en una capa superficial poco profunda de la pieza. Esta tendencia de la corriente a localizarse en la superficie es conocida como *efecto pelicular*. Un ejemplo del aprovechamiento de este efecto lo tenemos en el tratamiento superficial de aceros, en los que se desea calentar y endurecer sólo una delgada capa superficial del metal.

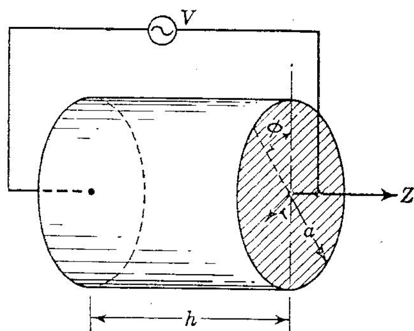


FIG. 11-18. Cilindro conductor con placas finales perfectamente conductoras. Nótense los ejes de referencia.

El efecto pelicular puede ser explicado cualitativamente recordando que, debido al flujo interno, una línea de corriente en el centro de una barra conductora está rodeada por más flujo y tiene mayor reactancia que una línea de corriente en la superficie de la barra. La corriente busca el camino de menor impedancia y, por consiguiente, circula en o cerca de la superficie. El fenómeno es ya apreciable a 60 ciclos y se hace muy pronunciado a frecuencias de algunos miles de ciclos en los buenos conductores.

El efecto puede analizarse cuantitativamente considerando el cilindro de la Fig. 11-18 de longitud h y radio a. El generador de alterna V se conecta a finos electrodos metálicos perfectamente conductores que hacen contacto con cada extremo del cilindro. Despreciando la deformación del campo en los extremos, la corriente y los campos presentes deben tener simetría axil y variar solamente como funciones del tiempo

y del radio r. Las relaciones existentes entre los campos vienen dadas por las ecuaciones de Maxwell, que expresadas en las coordenadas cilíndricas r, ϕ y z, son

$$\begin{aligned} \frac{1}{r}\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial \phi} - \frac{\partial \mathcal{E}_\phi}{\partial z} &= -\mu \frac{\partial H_r}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r} &= -\mu \frac{\partial H_\phi}{\partial t} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\mathcal{E}_\phi) - \frac{1}{r}\frac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial \phi} &= -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{aligned} \qquad (11\text{-}37)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} &= \sigma \mathcal{E}_r + \epsilon \frac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial t} \\ \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} &= \sigma \mathcal{E}_\phi + \epsilon \frac{\partial \mathcal{E}_\phi}{\partial t} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH_\phi) - \frac{1}{r}\frac{\partial H_r}{\partial \phi} &= \sigma \mathcal{E}_z + \epsilon \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} \end{aligned} \qquad (11\text{-}38)$$

Para el caso simétrico considerado, todas las componentes del campo son cero, excepto H_ϕ y $\mathcal{E}_z$, con lo que las ecuaciones anteriores se reducen a

$$\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r} = \mu \frac{\partial H_\phi}{\partial t} \qquad (11\text{-}39)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH_\phi) = \sigma \mathcal{E}_z + \epsilon \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} \qquad (11\text{-}40)$$

donde σ es la conductividad del metal en mho-metros por metro cuadrado, ϵ y μ son la permitividad y la permeabilidad del material y

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_v \qquad \mu = \mu_r \mu_v$$

La constante dieléctrica ordinaria es ϵ_r, la permeabilidad relativa es μ_r y los valores para el vacío, ϵ_v y μ_v, son

$$\epsilon_v = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ F/m} \qquad \mu_v = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

Si la tensión aplicada V se supone que varía con el tiempo según la ley

$$V = V_m \epsilon^{j\omega t}$$

los campos variarán de modo semejante, y las Ecs. (11-39) y (11-40) resultan

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial r} = j\omega\mu H \qquad (11\text{-}41)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH) = \frac{H}{r} + \frac{\partial H}{\partial r} = (\sigma + j\omega\epsilon)\mathcal{E} \qquad (11\text{-}42)$$

empleando valores eficaces para los campos y sobreentendiéndose que $\mathcal{E} = \mathcal{E}_z$ y $H = H_\phi$. Estas ecuaciones describen las relaciones entre los campos presentes en la barra de la Fig. 11-18.

Si despejamos H en la Ec. (11-41) y la sustituimos en la Ec. (11-42), resulta

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial r} - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathcal{E} = 0 \qquad (11\text{-}43)$$

Esto puede simplificarse haciendo

$$\gamma^2 = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) = \omega^2\mu\epsilon - j\omega\mu\sigma \qquad (11\text{-}44)$$

de forma que

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial r} + \gamma^2\mathcal{E} = 0 \qquad (11\text{-}45)$$

Esta es una ecuación diferencial del tipo de Bessel, cuya solución general es

$$\mathcal{E} = AJ_o(\gamma r) + BK_o(\gamma r)$$

con A y B como constantes arbitrarias, $J_o(\gamma r)$ una función de Bessel de primera clase y orden cero y $K_o(\gamma r)$ una función de Bessel de segunda clase y orden cero. Puesto que $K_o(\gamma r)$ tiende a infinito al tender r a cero, la constante B debe ser cero para que exista un campo finito en el centro de la barra finita, como exige la situación física. La solución se reduce, pues, a

$$\mathcal{E} = AJ_o(\gamma r)$$

La función de Bessel $J_o(\gamma r)$ toma la forma de una serie infinita

$$J_o(\gamma r) = 1 - \frac{(\gamma r)^2}{2^2} + \frac{(\gamma r)^4}{2^2 \times 4^2} - \frac{(\gamma r)^6}{2^2 \times 4^2 \times 6^2} + \frac{(\gamma r)^8}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8^2} - \cdots \qquad (11\text{-}46)$$

cuyos valores están tabulados en la referencia 11 de la Bibliografía.

Para calcular A, es de notar que, para $r = 0$, $J_o(0) = 1$ y a la intensidad del campo eléctrico para $r = 0$ puede llamársela $\mathcal{E}_o$, de forma que

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_o J_o(\gamma r) \qquad (11\text{-}47)$$

representa el valor de $\mathcal{E}$ a cualquier radio r, en función del campo $\mathcal{E}_o$ en el eje.

El campo magnético puede hallarse a partir de la Ec. (11-41), dando

$$H = \frac{1}{j\omega\mu}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial r}$$

y derivando la Ec. (11-46) con respecto a r, se obtiene

$$\frac{d}{dr} J_0(\gamma r) = -\gamma \left[\frac{\gamma r}{2} - \frac{(\gamma r)^3}{2^2 \times 4} + \frac{(\gamma r)^5}{2^2 \times 4^2 \times 6} - \frac{(\gamma r)^7}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8} + \cdots \right] \tag{11-48}$$

La serie que resulta entre corchetes es conocida como la función de Bessel de primera clase y primer orden, $J_1(\gamma r)$, de modo que

$$\frac{d}{dr} J_0(\gamma r) = -\gamma J_1(\gamma r) \tag{11-49}$$

Con este resultado, la intensidad del campo magnético es

$$H = \frac{j\gamma \mathcal{E}_0 J_1(\gamma r)}{\omega \mu} \tag{11-50}$$

a cualquier radio en el cilindro. Es, pues, posible calcular los campos y las corrientes resultantes en cualquier punto del cilindro.

11-13. Efecto pelicular en los metales. Si el cilindro de la Fig. 11-18 está hecho de un material buen conductor, pueden hacerse ciertas simplificaciones. En particular, puede demostrarse que $\sigma \gg \omega\epsilon$, incluso a la mayor frecuencia alcanzable y, por tanto, la Ec. (11-44) puede escribirse, para los metales, como

$$\gamma^2 = -j\omega\mu\sigma \tag{11-51}$$

Dado que las corrientes de alta frecuencia tienden a circular cerca de la superficie, puede definirse una variable δ como la *profundidad de penetración* y ser empleada como elemento comparativo para medir la profundidad de la corriente en el calentamiento por alta frecuencia. Así,

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu\sigma f}} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad \text{metros} \tag{11-52}$$

Donde δ se da en metros. El parámetro γ resulta

$$\gamma = \sqrt{-j}\,\frac{\sqrt{2}}{\delta} \tag{11-53}$$

y, por la Ec. (11-47),

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 J_0 \left(\sqrt{-j}\,\frac{\sqrt{2}\,r}{\delta} \right) \tag{11-54}$$

en el cilindro conductor.

La ecuación anterior requiere una interpretación de una función de Bessel con un argumento complejo. Empleando la Ec. (11-48) con el argumento $\sqrt{-j}\,x$, se obtiene

$$J_o(\sqrt{-j}\,x) = 1 + j\frac{x^2}{2^2} - \frac{x^4}{2^2 \times 4^2} - j\frac{x^6}{2^2 \times 4^2 \times 6^2} + \frac{x^8}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8^2} \cdots$$

Se trata de dos series, una real, ber (x), y la otra imaginaria, bei (x), es decir,

$$\text{ber}\,(x) = 1 - \frac{x^4}{2^2 \times 4^2} + \frac{x^8}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8^2} - \frac{x^{12}}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8^2 \times 10^2 \times 12^2} + \cdots \qquad (11\text{-}55)$$

$$\text{bei}\,(x) = \frac{x^2}{2^2} - \frac{x^6}{2^2 \times 4^2 \times 6^2} + \frac{x^{10}}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8^2 \times 10^2} - \cdots \qquad (11\text{-}56)$$

de modo que $$J_o(\sqrt{-j}\,x) = \text{ber}\,(x) + j\,\text{bei}\,(x)$$

Las derivadas de estas funciones pueden hallarse en forma de serie designadas como ber′ (x) y bei′ (x).

$$\text{ber}'\,(x) = -\frac{x^3}{2^2 \times 4} + \frac{x^7}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8} - \frac{x^{11}}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8^2 \times 10^2 \times 12} + \cdots \qquad (11\text{-}57)$$

$$\text{bei}'\,(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^5}{2^2 \times 4^2 \times 6} + \frac{x^9}{2^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 8^2 \times 10} - \cdots \qquad (11\text{-}58)$$

Los valores de todas estas funciones están tabulados en la referencia 11, y algunos valores seleccionados se han reunido en la Tab. 23.

Por todo lo anterior, la Ec. (11-54) puede escribirse como

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_o \left[\text{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,r}{\delta}\right) + j\,\text{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,r}{\delta}\right)\right] \qquad (11\text{-}59)$$

La densidad de corriente a cualquier radio está dada por $\sigma\mathcal{E}$, o sea

$$\text{amp/m}^2 = \frac{I}{m^2} = \sigma\mathcal{E}_o \sqrt{\left[\text{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,r}{\delta}\right)\right]^2 + \left[\text{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,r}{\delta}\right)\right]^2} \qquad (11\text{-}60)$$

TABLA 23. VALORES DE BER (x), BEI (x), BER' (x) Y BEI' (x)

x	ber (x)	bei (x)	ber' (x)	bei' (x)
0,0	1,000	0,00	0,00	0,00
0,5	0,999	0,0625	— 0,0078	0,250
1,0	0,984	0,250	— 0,0624	0,499
1,5	0,921	0,558	— 0,210	0,730
2,0	0,752	0,972	— 0,493	0,917
2,5	0,399	1,457	— 0,944	0,998
3,0	— 0,221	1,938	— 1,570	0,881
3,5	— 1,194	2,283	— 2,336	0,435
4,0	— 2,563	2,293	— 3,135	— 0,491
4,5	— 4,299	1,686	— 3,754	— 2,053
5,0	— 6,230	0,116	— 3,844	— 4,354
10,0	138,84	56,37	51,37	135,23
20,0	47.583,7	11.500,8	24.325,1	41.491,5
∞	∞	∞	∞	∞

en valor absoluto. Esta relación queda representada, para un conductor de cobre a varias frecuencias, en la Fig. 11-19, en la que se ve que a altas frecuencias la corriente se agrupa en la superficie.

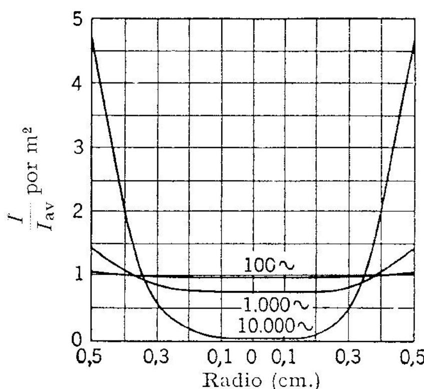


FIG. 11-19. Razón de la densidad de corriente a la corriente media en el conductor, mostrando el efecto pelicular.

Por la definición

$$H = NI/2\pi r$$

es posible calcular la corriente total que circula por el cilindro

$$I_T = 2\pi a H_a = \frac{j2\pi a\gamma\epsilon_o J_1(\gamma a)}{\omega\mu}$$

donde H_a es el valor que toma H cuando $r = a$.

El término $\gamma J_1(\gamma a)$ puede hallarse por medio de la Ec. (11-49), dando

$$\gamma J_1(\gamma a) = -\frac{d}{da} J_o(\gamma a) = -\frac{d}{da}\left[\text{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + j\,\text{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]$$
$$= -\frac{\sqrt{2}}{\delta}\left[\text{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + j\,\text{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]$$

con lo cual, la corriente total en el cilindro conductor es

$$I_T = \frac{-j2\epsilon_o\sqrt{2}\,\pi a}{\omega\mu\delta}\left[\text{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + j\,\text{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right] \quad (11\text{-}61)$$

La impedancia por unidad de longitud del cilindro es, pues,

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{\mathcal{E}_o\left[\operatorname{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + j\operatorname{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]}{\frac{-j2\epsilon_o\sqrt{2}\pi a}{\omega\mu\delta}\left[\operatorname{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + j\operatorname{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]}$$

$$= \frac{j\omega\mu\delta}{2\sqrt{2}\,\pi a}\left[\frac{\operatorname{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + j\operatorname{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)}{\operatorname{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + j\operatorname{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)}\right] \qquad (11\text{-}62)$$

Esta impedancia por unidad de longitud es de la forma $Z = R_{ca} + jX_{ca}$ y puede normalizarse con respecto a R_{dc} haciendo

$$\frac{Z}{R_{dc}} = \frac{R_{ca}}{R_{dc}} + j\frac{X_{ca}}{R_{dc}}$$

donde

$$R_{dc} = \frac{1}{\sigma\pi a^2}$$

El coeficiente resultante es

$$\left(\frac{\omega\mu\delta}{2\sqrt{2}\,\pi a}\right)\frac{1}{R_{dc}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) \qquad (11\text{-}63)$$

de modo que

$$\frac{R_{ca}}{R_{dc}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\left\{\frac{\operatorname{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\operatorname{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) - \operatorname{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\operatorname{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)}{\left[\operatorname{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]^2 + \left[\operatorname{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]^2}\right\} \qquad (11\text{-}64)$$

$$\frac{X_{ca}}{R_{dc}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\left\{\frac{\operatorname{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\operatorname{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + \operatorname{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\operatorname{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)}{\left[\operatorname{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]^2 + \left[\operatorname{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]^2}\right\} \qquad (11\text{-}65)$$

Las Ecs. (11-64) y (11-65) están dibujadas en la Fig. 11-20 en función de a/δ, es decir, del radio medido en profundidades de penetración.

La Fig. 11-20 muestra que, por encima de $a/\delta = 2$, las relaciones son

aproximadamente lineales, por lo cual, se obtienen buenas aproximaciones usando las ecuaciones

$$\text{Para } \frac{a}{\delta} > 2 \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{R_{ca}}{R_{dc}} &= \frac{a}{2\delta} + 0{,}25 \qquad (11\text{-}66) \\ \frac{X_{ca}}{R_{dc}} &= \frac{a}{2\delta} \qquad (11\text{-}67) \end{aligned} \right.$$

Refiriéndonos a la Ec. (11-52), se ve que al aumentar f, σ o μ se reduce la profundidad de penetración de la corriente. La disminución

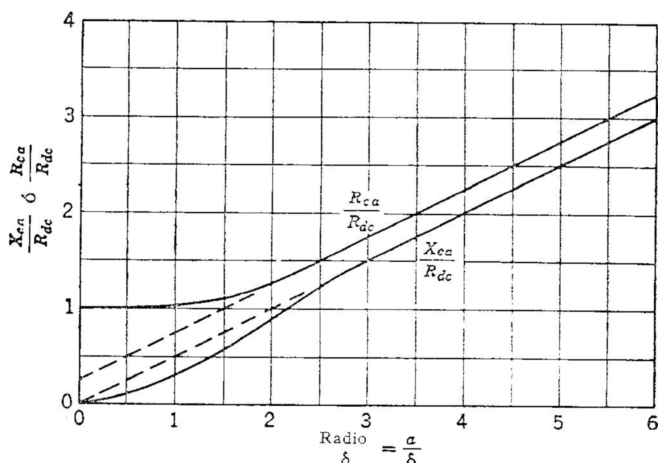


FIG. 11-20. Resistencia y reactancia a alta frecuencia.

de δ (reducción de la sección eficaz del conductor) produce un aumento en la resistividad al aumentar la frecuencia. Esto se pone en evidencia considerando una corriente continua I que circula uniformemente a través del conductor de la Fig. 11-21a. La resistencia por metro de longitud será

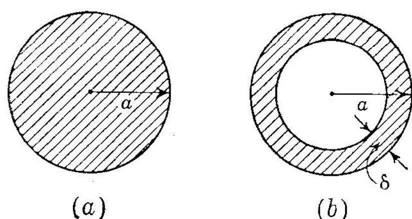


FIG. 11-21. Uso de la profundidad de penetración como espesor de pared del conductor tubular equivalente.

$$R_1 = \frac{E_1}{I} = \frac{1}{\sigma \pi a^2}$$

Consideremos ahora el conductor tubular de la Fig. 11-21b, cuyo espesor es δ, con la misma corriente circulando uniformemente a través de su sección anular. Ahora,

$$R_2 = \frac{E_2}{I} = \frac{1}{\sigma[\pi a^2 - \pi(a - \delta)^2]}$$

La razón R_2/R_1 es, pues,

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\sigma\pi a^2}{\sigma[\pi a^2 - \pi(a-\delta)^2]} = \frac{a}{2\delta}\left(\frac{1}{1-\delta/2a}\right)$$

Para $\delta/2a \ll 1$.

$$\frac{1}{1-\delta/2a} \simeq 1 + \frac{\delta}{2a}$$

con lo cual

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{a}{2\delta}\left(1 + \frac{\delta}{2a}\right) = \frac{a}{2\delta} + 0{,}25 \qquad (11\text{-}68)$$

que es exactamente la Ec. (11-66), que prueba que la razón R_{ca}/R_{dc} es la obtenida si toda la corriente se acumula uniformemente en la capa superficial de espesor δ metros.

11-14. Calentamiento de barras cilíndricas por inducción. El calentamiento de metales por inducción implica frecuentemente un montaje semejante al de la Fig. 11-22, con un largo conductor cilíndrico rodeado de otro conductor helicoidal por el que circula corriente. La corriente inducida en la barra produce pérdidas I^2R, que hacen crecer la temperatura de la barra.

Para simplificar, supongamos que la barra y la bobina son de tal longitud que podemos despreciar los efectos de los extremos. También supondremos que H tiene en todo punto dirección axil y que varía sólo en función del radio r y del tiempo, y que $\mathcal{E}$ es en todo punto circular y es también solamente función del radio y del tiempo.

Volviendo a las Ecs. (11-37) y (11-38), y con H_z y $\mathcal{E}_\phi$ como únicas componentes presentes con la simetría elegida, es posible llegar a

$$\frac{\partial \mathcal{E}_\phi}{\partial r} + \frac{\mathcal{E}_\phi}{r} = -j\omega\mu H_z \qquad (11\text{-}69)$$

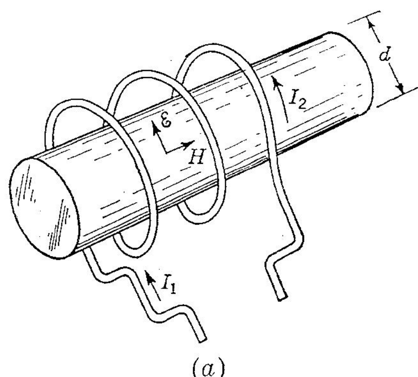
$$-\frac{\partial H_z}{\partial r} = (\sigma + j\omega\epsilon)\mathcal{E}_\phi \qquad (11\text{-}70)$$

para describir los campos eléctrico y magnético. Como en la Sec. 11-12, esto lleva a

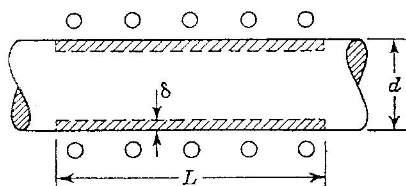
$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial r} - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)H = 0 \qquad (11\text{-}71)$$

donde, por supuesto, $H = H_z$. Puede suponerse de nuevo que $\sigma \gg \omega\epsilon$ en un cilindro metálico.

La Ec. (11-71) es de la misma forma que la (11-43), cambiando H por $\mathcal{E}$ o, lo que es lo mismo, los campos orientados en tal forma que H es axil y $\mathcal{E}$ circular, al ser inducidos por la bobina. Así, la solución puede ser escrita, por la Ec. (11-59), como



(a)



(b)

FIG. 11-22. (a) Bobina de calentamiento alrededor de una barra cilíndrica. (b) Mostrando la profundidad de penetración.

$$H = C\left[\operatorname{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,r}{\delta}\right) + j\operatorname{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,r}{\delta}\right)\right] \qquad (11\text{-}72)$$

La constante C puede ser calculada considerando que el campo inmediatamente fuera del cilindro debe ser igual a la suma de la intensidad $H_o = NI/2\pi a$ aplicada por la bobina y la intensidad producida por las corrientes que circulan por el cilindro. Para un conductor perfecto, estas intensidades de campo serían iguales y aditivas, y para los conductores ordinarios y con grandes longitudes de onda respecto a la distancia entre cilindro y bobina, esta condición de igualdad es cierta, con mucha aproximación. Por tanto, la intensidad magnética total a una distancia a del eje (en la superficie del cilindro) puede tomarse como doble de la producida por la bobina, es decir, $2H_o$. Por consiguiente, C puede calcularse para $r = a$, obteniéndose para el campo

$$H = 2H_o\left[\frac{\operatorname{ber}(\sqrt{2}\,r/\delta) + j\operatorname{bei}(\sqrt{2}\,r/\delta)}{\operatorname{ber}(\sqrt{2}\,a/\delta) + j\operatorname{bei}(\sqrt{2}\,a/\delta)}\right] \qquad (11\text{-}73)$$

Por la Ec. (11-70),

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{\sigma}\frac{\partial H}{\partial r}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{2\sqrt{2}\,H_o}{\sigma\delta}\left[\frac{\operatorname{ber}'(\sqrt{2}\,r/\delta) + j\operatorname{bei}'(\sqrt{2}\,r/\delta)}{\operatorname{ber}(\sqrt{2}\,a/\delta) + j\operatorname{bei}(\sqrt{2}\,a/\delta)}\right]$$

cuyo valor absoluto es

$$|\mathcal{E}| = \frac{2\sqrt{2}\,H_o}{\sigma\delta}\sqrt{\frac{[\operatorname{ber}'(\sqrt{2}\,r/\delta)]^2 + [\operatorname{bei}'(\sqrt{2}\,r/\delta)]^2}{[\operatorname{ber}(\sqrt{2}\,a/\delta)]^2 + [\operatorname{bei}(\sqrt{2}\,a/\delta)]^2}} \qquad (11\text{-}74)$$

La potencia desarrollada en el cilindro metálico por metro de longitud será, pues,

$$P = \int_{r=0}^{r=a} 2\pi r \sigma \mathcal{E}^2 \, dr \quad \text{vatios/metro de longitud}$$

dada por McLachlan[12] como

$$P = \frac{8\pi H_o^2}{\sigma}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)$$

$$\left\{\frac{\operatorname{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\operatorname{ber}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right) + \operatorname{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\operatorname{bei}'\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)}{\left[\operatorname{ber}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]^2 + \left[\operatorname{bei}\left(\frac{\sqrt{2}\,a}{\delta}\right)\right]^2}\right\} \qquad (11\text{-}75)$$

Si se define F como

$$F = \sqrt{2}\left[\frac{\operatorname{ber}(\sqrt{2}\,a/\delta)\operatorname{ber}'(\sqrt{2}\,a/\delta) + \operatorname{bei}(\sqrt{2}\,a/\delta)\operatorname{bei}'(\sqrt{2}\,a/\delta)}{[\operatorname{ber}(\sqrt{2}\,a/\delta)]^2 + [\operatorname{bei}(\sqrt{2}\,a/\delta)]^2}\right]$$

se tiene
$$P = \frac{8\pi H_o^2}{\sigma}\frac{a}{\delta}F \quad \text{vatios/metro de longitud.} \qquad (11\text{-}76)$$

Los valores de F pueden hallarse en la Fig. 11-23 en función de la razón a/δ.

Para un cilindro de 1 metro de longitud, cuya sección recta tenga un perímetro de $2\pi a$, la densidad superficial de potencia, o potencia por unidad de superficie, es

$$P_a = \frac{P}{2\pi a} = \frac{8\pi H_o^2}{2\pi a}\frac{a}{\sigma\delta} \quad \text{vatios/m}^2$$

y *para el caso límite de una lámina plana,* en que a es muy grande, queda

$$P_a = \frac{4H_o^2}{\sigma\delta} \quad \text{vatios/m}^2 \qquad (11\text{-}77)$$

Para una corriente primaria dada en la bobina de excitación, H_o será constante y la potencia inducida en el metal del cilindro crecerá con aF/δ, que es función de la frecuencia. Sin embargo, Brown[13] ha llamado la atención al hecho de que F no crece rápidamente con cambios en a/δ cuando $a/\delta > 2{,}5$ lo que se muestra en la Fig. 11-23. Este cambio en la curva indica una frecuencia crítica que no es económico rebasar. De

hecho, para frecuencias superiores al valor crítico f_c, la pérdida de potencia en la bobina excitatriz crece tan de prisa como la potencia inducida en la pieza, y no se obtiene ningún aumento en el rendimiento. Para frecuencias menores que f_c la posible entrada de potencia cae rápidamente. Por tanto, la frecuencia conveniente para una pieza dada debe estar por encima de

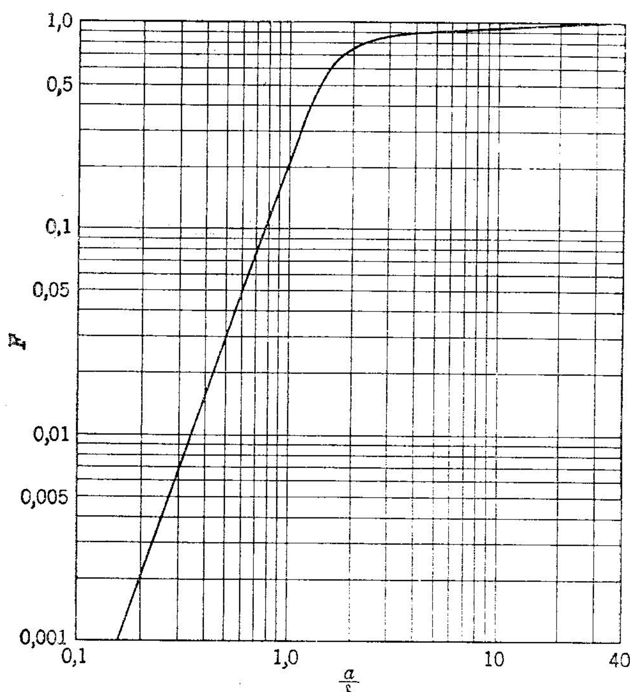


FIG. 11-23. F en función de a/δ.

$$\frac{a}{\delta} = \frac{a}{\sqrt{2/\omega\mu\sigma}} = 2{,}5$$

$$f_c = \frac{12{,}5}{2\pi\mu\sigma a^2} \simeq \frac{2}{\mu\sigma a^2} \qquad (11\text{-}78)$$

Aunque todo lo anterior, excepto la Ec. (11-77), ha sido deducido partiendo de una barra cilíndrica, se encuentran muchos problemas de éstos y muchos otros pueden aproximarse de acuerdo con esta teoría.

11-15. Calentamiento de cilindros o placas de dieléctrico. Aplicaremos ahora el método de la Sec. 11-12 a un problema de calentamiento de dieléctricos. Supongamos que el dieléctrico de la Fig. 11-24

es perfecto, es decir, que $\sigma = 0$. Para los dieléctricos, $\mu = \mu_v$, de donde

$$\gamma = \sqrt{\omega^2 \mu_v \epsilon_v \epsilon_r}$$

La velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío es

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_v \epsilon_v}} = 3 \times 10^8 \text{ m/seg} = c$$

y la longitud de onda en el vacío $\lambda_o = c/f$ m. Por tanto,

$$\gamma = \frac{\omega \sqrt{\epsilon_r}}{c} = \frac{2\pi \sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o} \quad (11\text{-}79)$$

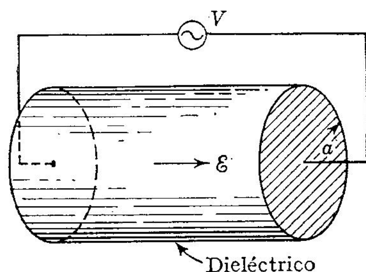


FIG. 11-24. Cilindro de dieléctrico entre electrodos conductores planos.

donde ϵ_r es la constante dieléctrica ordinaria.

La Ec. (11-47) expresa, pues, la intensidad del campo eléctrico en el dieléctrico perfecto, como

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_o} = J_o\left(\frac{2\pi r \sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) \quad (11\text{-}80)$$

Esta intensidad de campo, expresada como $|\mathcal{E}/\mathcal{E}_o|$ se ha dibujado en la Fig. 11-25 con línea continua, mostrando que la intensidad no es constante con la profundidad en el cilindro a las frecuencias superiores.

Un cilindro de dieléctrico perfecto no se calentaría al aplicarle un campo eléctrico. En la práctica es corrientemente conveniente que los materiales dieléctricos sean uniformemente calentados por la aplicación de energía de alta frecuencia a los terminales. Suponiendo un material con algunas pérdidas, es decir, un material en el cual $\sigma < \omega\epsilon$, pero $\sigma \neq 0$, por la Ec. (11-44),

$$\gamma = \sqrt{\omega^2 \mu_v \epsilon_v \epsilon_r (1 - j\alpha)}$$

donde $$\alpha = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_v \epsilon_r} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon}, \text{ es de pequeño valor.}$$

Por tanto, $$\gamma = \frac{2\pi \sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o} \sqrt{1 - j\alpha} \quad (11\text{-}81)$$

Este valor de γ puede llevarse a la serie de $J_o(\gamma r)$ de la Ec. (11-46). Si el resultado se sustituye en la Ec. (11-47) para $\mathcal{E}$ y se desprecian todos los términos que incluyan potencias de orden dos, o superiores, de α, resulta

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_o} = J_o\left(\frac{2\pi r \sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) + j\frac{\alpha}{2}\left(\frac{2\pi r \sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) J_1\left(\frac{2\pi r \sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) \quad (11\text{-}82)$$

En la Fig. 11-25 se representa el valor absoluto de esta expresión, para $\alpha = 0{,}1$, para compararlo con el caso de dieléctrico perfecto. Es notable la semejanza, salvo en los casos en que el caso ideal prevé intensidades de campo nulas. Puesto que la mayoría de los dieléctricos tienen valores de α entre 0 y 0,1, casi todos los casos prácticos quedarán limitados entre las curvas de la figura.

Ya que la intensidad de campo difiere poco del caso de dieléctrico perfecto al de pérdidas, y puesto que la Ec. (11-80) es conside-

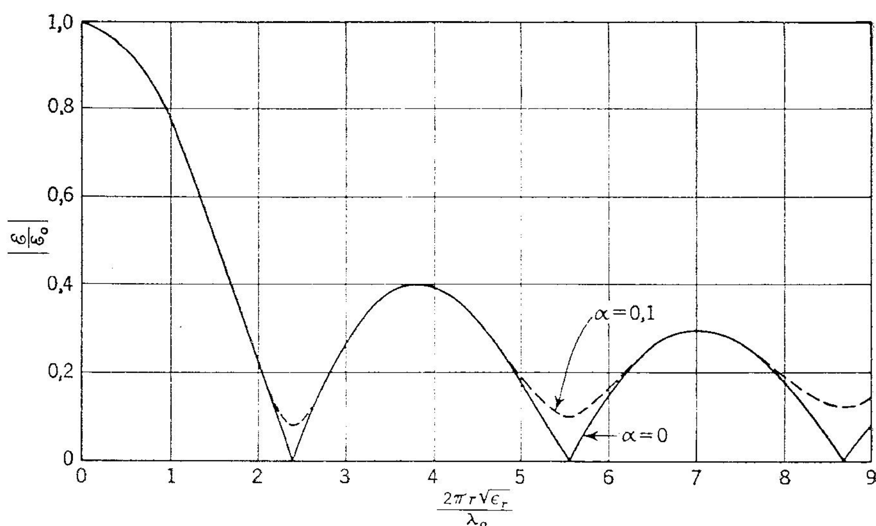


FIG. 11-25. $|\mathcal{E}/\mathcal{E}_o|$ en un cilindro dieléctrico en función de $(2\pi r\sqrt{\epsilon_r})/\lambda_o$.

rablemente más sencilla que la más exacta (11-82), la primera será usada para determinar la potencia disipada en el dieléctrico, admitiendo de antemano que se cometerán algunos errores en las proximidades de los puntos de campo nulo. Dado que la potencia en vatios por metro cúbico es $\sigma\mathcal{E}^2$, y puesto que $\mathcal{E}$ no es uniforme con r, se deduce que el calor no puede ser disipado uniformemente en el dieléctrico.

La potencia disipada a cualquier radio r es

$$P_r = \sigma\mathcal{E}^2 = \sigma\mathcal{E}_o^2 J_o^2\left(\frac{2\pi r\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) \quad \text{vatios/m}^3 \qquad (11\text{-}83)$$

La potencia total por metro de longitud del cilindro es

$$P = 2\pi\sigma\mathcal{E}_o^2 \int_{r=0}^{r=a} r J_o^2\left(\frac{2\pi r\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) dr$$

tomando $2\pi r\ dr \times 1$ m como volumen elemental, y haciendo el cambio de variable,

$$P = \frac{2\pi\sigma\mathcal{E}_o^2}{(2\pi\sqrt{\epsilon_r}/\lambda_o)^2}\int_0^{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}/\lambda_o} xJ_o^2(x)\ dx$$

$$= \pi a^2\sigma\mathcal{E}_o^2\left[J_o^2\left(\frac{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) + J_1^2\left(\frac{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right)\right] \quad \text{vatios/m} \qquad (11\text{-}84)$$

El volumen del cilindro por metro de longitud es $\pi a^2 \times 1$ m y la potencia media disipada por metro cúbico es

$$P_{av} = \sigma\mathcal{E}_o^2\left[J_o^2\left(\frac{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) + J_1^2\left(\frac{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right)\right] \qquad (11\text{-}85)$$

Es interesante medir la uniformidad de la disipación de potencia, o calentamiento, a cualquier radio dado, comparando el valor dado por la Ec. (11-83) con el valor medio obtenido por medio de la Ec. (11-85). Así,

$$\frac{P_r}{P_{av}} = \frac{J_o^2(2\pi r\sqrt{\epsilon_r}/\lambda_o)}{J_o^2(2\pi a\sqrt{\epsilon_r}/\lambda_o) + J_1^2(2\pi a\sqrt{\epsilon_r}/\lambda_o)} \qquad (11\text{-}86)$$

Esta relación se halla representada en la Fig. 11-26 para un disco de dieléctrico, de 50 cm de diámetro y de espesor arbitrario, para frecuen-

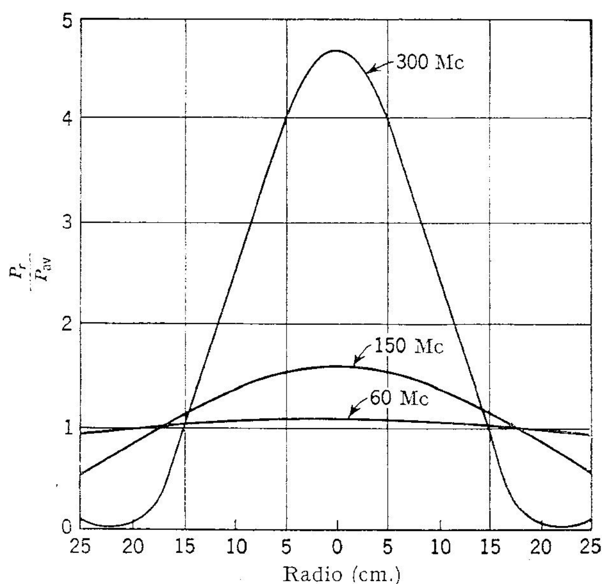


FIG. 11-26. Distribución de potencia en un disco dieléctrico: diámetro 50 cm, $\epsilon_r = 3{,}0$.

cias de 60, 150 y 300 Mc. Las dos últimas frecuencias no producen un calentamiento uniforme.

En muchas aplicaciones es necesario tener un calentamiento uniforme en todo el dieléctrico. Puede hallarse una frecuencia límite f_c sometida a la condición de la variación admisible en la potencia por unidad de volumen. Suponiendo que $\mathcal{E}_o$ es el mismo para todas las frecuencias, la razón admisible entre la potencia a la distancia r y la del centro es

$$\frac{P_r}{P_{\text{centro}}} = \frac{J_o^2(2\pi r\sqrt{\epsilon_r}/\lambda_o)}{1} \qquad (11\text{-}87)$$

ya que $J_o(0) = 1{,}0$. Se deduce, pues, que si el borde ha de recibir el 95 por 100 de la potencia en el centro,

$$J_o\left(\frac{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o}\right) = \sqrt{0{,}95} = 0{,}975$$

y, de las tablas,

$$\frac{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o} = 0{,}3$$

$$f_c = \frac{0{,}3 \times 3 \times 10^8}{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{14{,}31}{a\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{Mc}$$

como frecuencia límite superior a la cual la potencia en el borde no es menor del 95 por 100 de la potencia en el centro.

11-16. Potencia necesaria para calentamiento rápido. Una gran ventaja del calentamiento por o inducción en dieléctrico es la rapidez con que puede producirse el calor. En la práctica, esta rapidez es un factor importante en la calidad de la pieza acabada, ya que es corriente elevar la temperatura tan de prisa que sea mínima la pérdida de calor por conducción o convección. Es conveniente poder predecir teóricamente la potencia necesaria para llevar a una pieza a una temperatura dada en un tiempo dado en condiciones de pérdidas mínimas por conducción o convección. En este caso, el calor aportado se emplea sólo para elevar la temperatura, para compensar las pérdidas por radiación y para suministrar, si es preciso, cualquier calor latente de fusión o vaporización.

Para M kg de material cuyo calor específico es s julios por °K por kg, el calor necesario para elevar su temperatura $\Delta\theta^o$ es

$$\Delta h = sM\,\Delta\theta$$

y la velocidad de suministro de este calor es

$$\frac{dh}{dt} = sM\frac{d\theta}{dt} \quad \text{julios/seg} = \text{vatios}$$

Este es el calor necesario para suministrar la energía interna durante un cambio de temperatura.

Se ha supuesto que las pérdidas son debidas solamente a la radiación. Para un cuerpo radiante perfecto, *cuerpo negro*, la potencia radiada está dada por la ley de Stefan-Boltzmann

$$P = CA(\theta^4 - \theta_o^4) \quad \text{vatios} \tag{11-88}$$

donde θ_o es la temperatura ambiente del cuerpo y sus alrededores (es decir la temperatura inicial en grados Kelvin) y A es la superficie total radiante en metros cuadrados. Para el cuerpo negro, $C = 5{,}73 \times 10^{-8}$ vatios por metro cuadrado por grado^4. Todas las superficies reales tienen un poder radiante menor que el del cuerpo negro, es decir, radian más despacio. La potencia necesaria para elevar un cuerpo negro a la temperatura θ será mayor de la exigida por un cuerpo real. Puesto que las pérdidas por conducción y convección han sido despreciadas, la potencia calculada para el cuerpo negro compensará algo las pérdidas no tenidas en cuenta y que se darán en la práctica.

La temperatura finalmente alcanzada representa un equilibrio entre la potencia de entrada y la potencia radiada. En régimen permanente, toda la potencia aportada es radiada y se alcanza una temperatura final θ_u, cuyo valor, por la Ec. (11-88), es

$$\theta_u = \sqrt[4]{\frac{P}{CA} + \theta_o^4} \quad {}^{\circ}\text{K} \tag{11-89}$$

La potencia total aportada a una pieza en un momento dado t es la suma de la necesaria para suministrar la energía interna y la precisa para mantener el régimen permanente. Es decir,

$$P = sM\frac{d\theta}{dt} + CA(\theta^4 - \theta_o^4) \qquad \text{vatios}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{CA}{sM}\left(\frac{P}{CA} + \theta_o^4 - \theta^4\right)$$

Teniendo en cuenta la Ec. (11-89), se tiene

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{CA}{sM}(\theta_u^4 - \theta^4) \tag{11-90}$$

como ecuación diferencial del sistema. Separando variables, se obtiene

$$dt = \frac{sM}{CA}\left(\frac{d\theta}{\theta_u^4 - \theta^4}\right) \tag{11-91}$$

El paréntesis del segundo miembro puede descomponerse en fracciones parciales, dando

$$\frac{1}{\theta_u^4 - \theta^4} = \frac{a}{\theta_u^2 - \theta^2} + \frac{b}{\theta_u^2 + \theta^2}$$

$$1 = (\theta_u^2 + \theta^2)a + (\theta_u^2 - \theta^2)b$$

Esto es cierto para todos los valores de θ. Hagamos, pues, $\theta = \theta_u$, con lo cual

$$a = \frac{1}{2\theta_u^2}$$

Haciendo ahora $\theta = -\theta_u$, se tiene

$$b = \frac{1}{2\theta_u^2}$$

y la Ec. (11-91) puede escribirse

$$dt = \frac{sM}{CA}\frac{1}{2\theta_u^2}\left(\frac{d\theta}{\theta_u^2 - \theta^2} + \frac{d\theta}{\theta_u^2 + \theta^2}\right)$$

cuya integración da

$$t = \frac{sM}{2CA\,\theta_u^3}\left[\operatorname{tg}^{-1}\frac{\theta}{\theta_u} - \operatorname{tg}^{-1}\frac{\theta_o}{\theta_u} + \frac{1}{2}\ln\frac{(\theta_u + \theta)(\theta_u - \theta_o)}{(\theta_u - \theta)(\theta_u + \theta_o)}\right] \quad \text{sec} \tag{11-92}$$

Este es el tiempo en segundos invertido por el cuerpo negro en alcanzar la temperatura θ con una potencia de entrada P.

El empleo de la ecuación anterior se ilustra en la Fig. 11-27, que

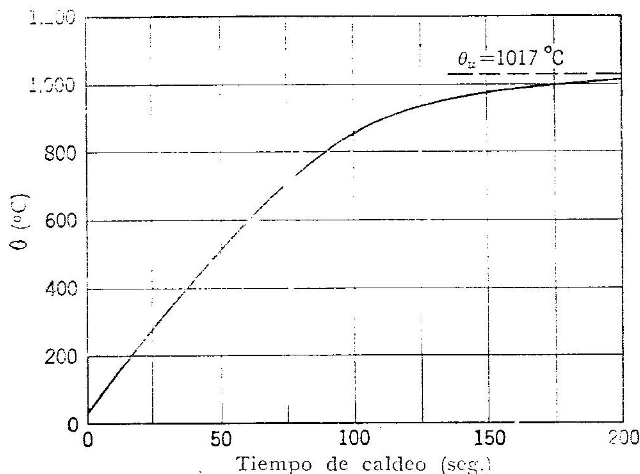


FIG. 11-27. Curva calentamiento-tiempo de una barra de hierro de 0,149 kg, con un calor de entrada de 700 W.

muestra la curva de calentamiento de una barra de hierro de 2 cm de diámetro, 6 cm de longitud y de un peso de 0,149 kg. El calor específico medio del hierro en la zona de temperaturas prevista se toma de 461 julios por kg por °C, y $\theta_o = 27°C = 300°K$. En la Tab. 24 se dan las constantes físicas de algunos materiales.

TABLA 24. CONSTANTES FÍSICAS DE MATERIALES CONDUCTORES

Metales	Calor específico medio s, julios/°K/kg	Densidad kg/m³	Conductividad térmica W/m²/°K	Conductividad eléctrica, mho-m/m²	Punto de fusión °C
Aluminio....	962	2.560	$2,03 \times 10^4$	$3,54 \times 10^7$	660
Latón (66-34)	394	8.400	$1,2 \times 10^4$	$1,5 \times 10^7$	920
Cobre.......	394	8.800	$3,88 \times 10^4$	$5,8 \times 10^7$	1.083
Hierro......	461	7.860	$0,67 \times 10^4$	$1,04 \times 10^7$	1.535
Plomo......	126	11.300	$0,34 \times 10^4$	$0,46 \times 10^7$	327
Níquel......	460	8.900	$0,6 \times 10^4$	$1,15 \times 10^7$	1.452
Plata.......	234	10.400	$4,19 \times 10^4$	$6,11 \times 10^7$	960
Acero (18-8).	500	7.700	$0,16 \times 10^4$	$0,011 \times 10^7$	1.410
Estaño......	240	7.300	$0,64 \times 10^4$	$0,86 \times 10^7$	232

11-17. Cálculos numéricos. Como ejemplo, supongamos que hay que calentar 20 cm (6,6 pulg) de una barra de latón de 2 cm de diámetro hasta 700°C, a partir de una temperatura ambiente de 27°C. Es necesario determinar la potencia del generador a emplear a 300 Kc.

Para el latón

$$\begin{aligned} \text{Densidad} &= 8,4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ \text{Calor específico medio} &= 3,94 \times 10^2 \text{ julios/°K/kg} \\ \text{Conductividad eléctrica media} &= 1,5 \times 10^7 \text{ mho-m/m}^2 \\ \text{Permeabilidad} &= \mu_r = 1,0 \end{aligned}$$

Para alcanzar la temperatura final deseada se necesitará una potencia dada por

$$\begin{aligned} \text{Superficie} &= 2\pi al + 2\pi a^2 = 0,0126 + 0,0006 = 0,0132 \text{ m}^2 \\ \text{Potencia radiada} &= 5,73 \times 10^{-8} \times 1,32 \times 10^{-2} (973^4 - 300^4) = \\ &= 5,73 \times 10^{-8} \times 1,32 \times 10^{-2} \times 8,88 \times 10^{11} = \\ &= 670 \text{ vatios} \end{aligned}$$

Para llegar a los 700°C en un tiempo práctico se necesitará una mayor potencia de entrada, que podemos suponer de 2.000 W. Con esta entrada, la temperatura final sería

$$\begin{aligned} \theta_u &= \sqrt[4]{\frac{2 \times 10^3}{5,73 \times 10^{-8} \times 1,32 \times 10^{-2}} + 81 \times 10^8} \\ &= 1.277°K = 1.004°C \end{aligned}$$

suponiendo condiciones de cuerpo negro.

El volumen de la barra es $\pi \times 0{,}01^2 \times 0{,}2 = 6{,}28 \times 10^{-5}$ m³ y su peso es

$$M = 8{,}4 \times 10^3 \times 6{,}28 \times 10^{-5} = 0{,}527 \text{ kg}$$

Empleando la Ec. (11-92),

$$\frac{sM}{2CA\theta_u^3} = \frac{3{,}94 \times 10^2 \times 0{,}527}{2 \times 5{,}73 \times 10^{-8} \times 1{,}32 \times 10^{-2} \times 2{,}08 \times 10^9} = $$
$$= 66{,}0$$

Por tanto,

$$t = 66\left(\text{tg}^{-1}\frac{973}{1.277} - \text{tg}^{-1}\frac{300}{1.277} + \frac{1}{2}\ln\frac{2.250 \times 977}{304 \times 1.577}\right)$$
$$= 66(0{,}654 - 0{,}230 + 0{,}762) = 78{,}3 \text{ seg}$$

es el tiempo de calentamiento, suponiendo condiciones de cuerpo negro y despreciando las pérdidas por conducción y convección.

Los vatios desarrollados por metro de longitud de la barra son

$$\frac{P}{m} = \frac{2.000}{0{,}2} = 10.000 \text{ vatios/m de longitud}$$

$$\frac{a}{\delta} = a\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = 0{,}01\sqrt{\frac{3 \times 10^5 \times 2\pi \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1{,}5 \times 10^7}{2}}$$
$$= 0{,}01\sqrt{17{,}7 \times 10^6} = 42{,}0$$

De la Fig. 11-23 deducimos $F = 1{,}0$, con lo cual, la Ec. (11-76) da

$$P = \frac{8\pi H_o^2}{\sigma}\frac{a}{\delta} \times 1{,}0 = 10.000 \text{ W/m}$$

$$H_o = \sqrt{\frac{P\sigma}{8\pi a/\delta}} = \sqrt{\frac{10^4 \times 1{,}5 \times 10^7}{8\pi \times 42{,}0}} =$$
$$= 11{,}9 \times 10^3 \text{ amperios-vueltas/m}$$

Supongamos que la barra es larga y que la fuerza magnetomotriz en el centro es igual a los amperios-vueltas por metro de bobina. Si se arrolla un conductor tubular de cobre de 0,25 plg de diámetro con las espiras a 0,25 plg de separación, las vueltas por metro serán

$$\frac{N}{l} = \frac{39{,}37}{0{,}5} = 78{,}7 \text{ vueltas/m}$$

La corriente primaria en la hélice será entonces

$$I = \frac{H_o}{N/l} = \frac{11{,}9 \times 10^3}{78{,}7} = 151 \text{ A.}$$

El problema puede, pues, resumirse así:

Potencia del generador = 2 KW más pérdidas en la bobina.
Tiempo de calentamiento hasta 700°C = 78,3 seg.
Bobina de 2 vueltas/plg.
Corriente en la bobina = 151 A.

11-18. Osciladores como fuentes de alta tensión continua. El circuito resonante de un oscilador de alta frecuencia puede ser acoplado a un arrollamiento secundario de muchas espiras para producir una alta tensión alterna secundaria. La rectificación de esta tensión alterna proporciona un método barato de obtener una tensión alta para aplicaciones que exijan baja corriente, como ocurre frecuentemente en la aceleración del haz de electrones de un tubo de rayos catódicos. La ventaja principal del circuito es de tipo económico, ya que elimina los

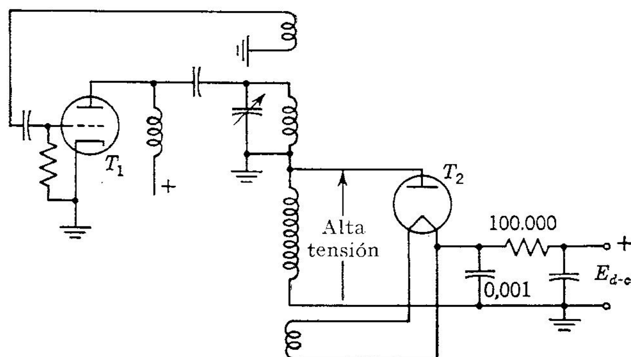


FIG. 11-28. Oscilador de alta frecuencia como fuente de alta tensión continua.

caros y pesados transformadores para elevar la tensión alterna procedente de la red. A la frecuencia usual de funcionamiento del oscilador (algunos cientos de kilociclos), si se emplea núcleo magnético, éste consistirá solamente en una pequeña pieza de hierro pulverizado comprimido.

El tubo T_1, en la Fig. 11-28, es el oscilador en un circuito clásico de sintonía en placa. Un arrollamiento de alta tensión y un arrollamiento de caldeo de filamento están acoplados al circuito tanque de placa, siendo luego rectificada la corriente alterna de placa por el diodo T_2 de alta tensión. El filtrado se lleva a cabo en un circuito RC clásico. Debido a la alta frecuencia empleada, el filtrado se realiza fácilmente con valores bajos de capacidad.

Se obtienen de este modo tensiones de hasta 80 a 100 KV, con corrientes de algunos cientos de microamperios.

PROBLEMAS

11-1. El circuito de la Fig. 11-29 se sintoniza a resonancia a 100 Kc con un condensador de 0,02 μF. El Q del circuito es 50. Para una corriente i dada por

$$i = 0{,}5 + \frac{4}{\pi} \operatorname{sen} 2\pi\, 10^5 t + \frac{1}{3} \operatorname{sen} 6\pi \times 10^5 t + \ldots$$

hallar la tensión eficaz en C y la corriente eficaz (valores medios cuadráticos) indicada por el amperímetro A.

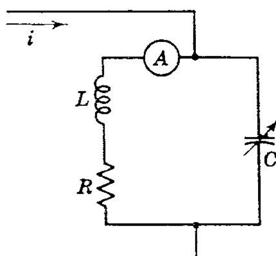


FIG. 11-29

11-2. Para el oscilador de sintonía en rejilla de la Fig. 11-10*a*, con las hipótesis de la Sec. 11-7 y el circuito equivalente de placa, deducir expresiones para la frecuencia de oscilación y el criterio de g_m para oscilación.

11-3. El triodo de la Fig. 11-30*a* funciona como amplificador de potencia en clase C con $E_{bb} = 5.000$ voltios, E_{cc} = tres veces el corte, $\hat{E}_g = 1.300$ voltios. Si $e_{b,\,\text{mín}} = e_{c,\,\text{máx}}$ y $f = 1{,}5$ Mc, calcular: (*a*) la corriente continua de placa, (*b*) el valor medio cuadrático de I_1, (*c*) la potencia de salida, (*d*) la potencia de entrada al circuito de placa, (*e*) el rendimiento del circuito de placa, (*f*) la impedancia de carga en resonancia, (*g*) pérdidas en placa y (*h*) la potencia de excitación de rejilla.

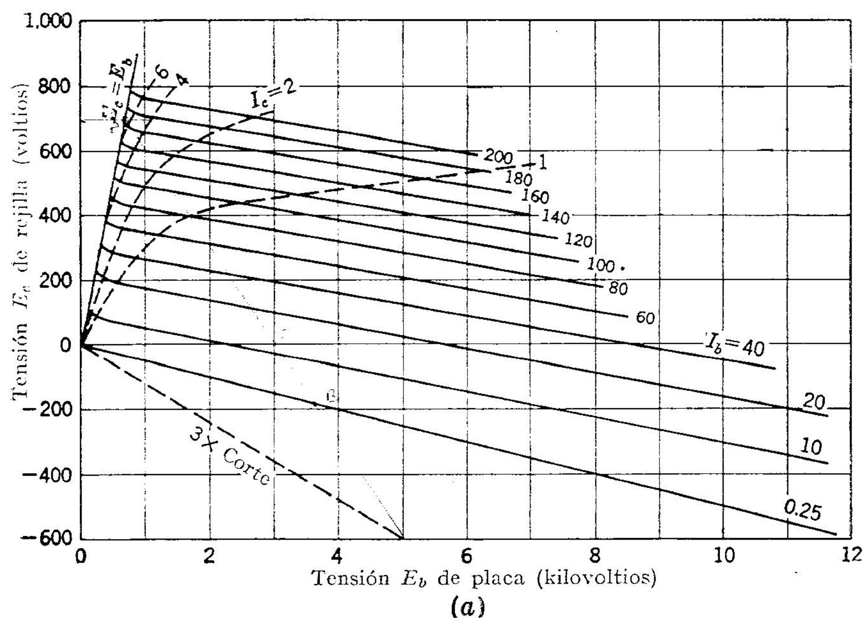
11-4. Un oscilador de sintonía en placa utiliza un triodo cuyas características son las de la Fig. 11-30*b* y trabaja a 1,0 Mc. $E_b = 1.500$ voltios, E_{cc} = dos veces el corte, $\hat{E}_g = 400$ voltios, $e_{b,\,\text{mín}} = e_{c,\,\text{máx}}$, Q del tanque cargado = 12, capacidad C de sintonía = 200 $\mu\mu$F. Hallar la potencia de salida y el rendimiento del circuito de placa y diseñar el circuito tanque.

11-5. El tubo 75T de la Fig. 11-30*b* se utiliza como amplificador clase C con 1.500 voltios en placa, E_{cc} = tres veces el corte, una corriente de cresta en placa de 400 mA y $e_{b,\,\text{mín}} = e_{c,\,\text{máx}}$. Hallar: (*a*) potencia de salida en c.a., (*b*) potencia de entrada procedente de la fuente de alimentación, (*c*) rendimiento del circuito de placa, (*d*) potecia de excitación en rejilla, (*e*) pérdidas de placa en vatios. (*f*) Diseñar la carga de resonancia en paralelo si el Q con carga es 12 y la frecuencia es de 0,5 Mc.

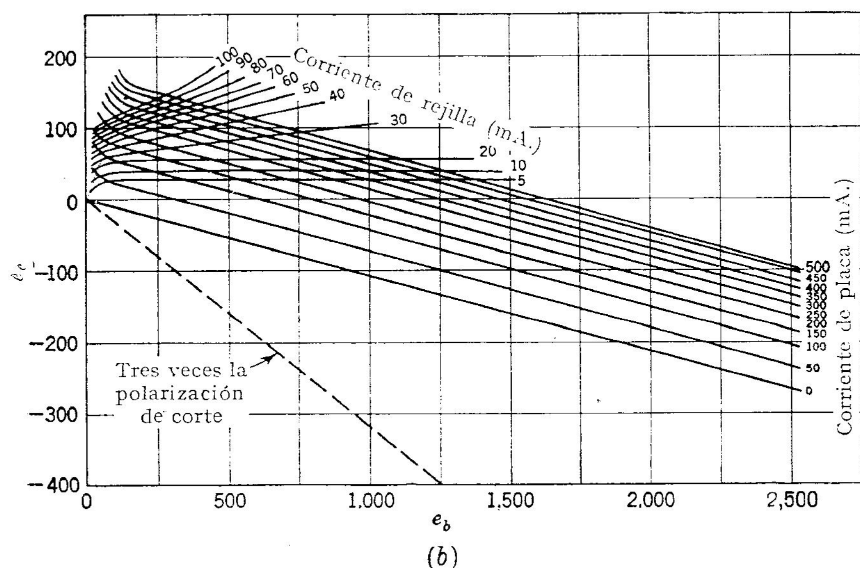
11-6. El tubo de la Fig. 11-30*b* tiene los siguientes valores admisibles: E_{bb} máxima = 3.000 voltios, I_b máxima = 175 mA, disipación de placa = 75 vatios, máxima corriente de rejilla I_c = 30 mA. Funciona en clase C a 1,59 Mc, con E_{bb} = = 2.000 voltios, polarización de rejilla igual a dos veces el corte, $e_{b,\,\text{mín}} = e_{c,\,\text{máx}}$ y una corriente de cresta en placa de 450 mA. Hallar: (*a*) potencia de salida en c. a., (*b*) potencia de entrada y rendimiento del circuito de placa, (*c*) pérdidas en placa, (*d*) ganancia de potencia, (*e*) impedancia requerida de la carga del circuito de placa en resonancia. (*f*) ¿Cuál, si hay alguna, de las especificaciones del tubo se sobrepasan?

11-7. Empleando las características de corriente constante de la Fig. 11-4, dibújense las formas de onda de la corriente de rejilla y de la corriente de placa si $E_{bb} = 5.000$ voltios, $E_{cc} = -500$ voltios, $e_{b,\,\text{mín}} = 1{,}5 e_{c,\,\text{máx}} = +400$ voltios. Hallar los ángulos de conducción de las corrientes de rejilla y de placa.

11-8. Calcular y dibujar el valor de la intensidad del campo eléctrico sobre el diámetro de un conductor de cobre de 0,6 cm de diámetro, para una frecuencia de 7.960 ciclos.



(a)



(b)

FIG. 11-30. (a) $\mu = 25$, máxima $E_{bb} = 10.000$ V. (b) Tubo 75T, $\mu = 10{,}6$, máxima $E_{bb} = 3.000$ V.

11-9. Hallar la resistencia en alterna por metro del conductor del Prob. 11-8. Si se suprime la parte central del conductor para obtener un tubo cuyo espesor de pared sea de 1 mm, hallar su resistencia en alterna y compararla con la anterior.

11-10. Demostrar que la profundidad de penetración dada por la Ec. (11-52) tiene dimensiones de longitud. Probar también que $1/\sqrt{\mu\epsilon}$ tiene dimensiones de velocidad.

11-11. Un tubo redondo de níquel, de 1 plg de diámetro, con espesor de pared de 1/8 plg y 3 plg de longitud, se va a calentar por inducción hasta una temperatura de 700°C. Suponiendo que el calor se pierde sólo por radiación, determinar el calor de entrada necesario si la temperatura ambiente es de 27°C. Si se suministra el doble de ese calor de entrada, determinar el tiempo invertido en el calentamiento. Hallar la mínima frecuencia práctica para obtener una buena transferencia de energía.

11-12. Una sustancia plástica tiene las siguientes características: $\epsilon_r = 3{,}7$, calor específico $s = 600$, densidad 2.000 kg/m^3 y $\alpha = 0{,}05$. Un disco construido con este material tiene las dimensiones siguientes: 10 plg de diámetro y 1 plg de espesor. Hallar la frecuencia máxima a emplear si el calor desarrollado en el borde ha de ser el 0,9 del obtenido en el centro.

11-13. Una barra de acero, de 2 plg de longitud por $^1/_4$ plg de diámetro, ha de calentarse por medio de una bobina larga de hilo tubular de $^1/_4$ plg, con tres vueltas por pulgada y 1 $^1/_2$ plg de diámetro. Suponiendo que las pérdidas se deben sólo a radiación y que la permeabilidad relativa es la unidad, dibujar la curva calentamiento-tiempo para la barra, si ésta ha de calentarse hasta 1.000°C a partir de 37°C. Para una frecuencia de 100 Kc, determinar la corriente necesaria en la bobina y hallar el tiempo de calentamiento si se emplean 4 KW.

11-14. Un tubo de cobre de $^1/_2$ plg de diámetro exterior y $^1/_8$ plg de diámetro interior tiene una longitud de 24 pies. Hallar su resistencia a 100.000 ciclos y a 10 Mc. Repetir el problema suponiendo que el tubo está hecho de níquel.

BIBLIOGRAFIA

1. Cady, W. G.: The Piezo-electric Resonator, *Proc. IRE*, **10** : 83 (1922).
2. Dow, J. B.; A Recent Development in Vacuum Tube Oscillator Circuits, *Proc. IRE*, **19** : 2095 (1931).
3. Llewellyn, F. B.: Constant-frequency Oscillators, *Proc. IRE*, **19** : 2063 (1931).
4. Pierce, G. W.: Magnetostriction Oscillators, *Proc. IRE*, **17** : 42 (1929).
5. Mason, W. P.: Low Temperature Coefficient Quartz Crystals, *Bell System Tech. J.*, **19** : 74 (1940).
6. Terman, F. E., et al.: Some Applications of Negative Feedback with Particular Reference to Laboratory Equipment, *Proc. IRE*, **27** : 649 (1939).
7. Ryder, J. D.: «Electronic Fundamentals and Applications», Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1950.
8. Ryder, J. D.: «Networks, Lines, and Fields», 2.ª ed., Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1955.
9. Sohon, Harry: «Engineering Mathematics», D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1944.
10. Reed, M. B., y Georgia Reed: «Mathematical Methods in Electrical Engineering», Harper & Brothers, New York, 1951.
11. Jahnke, E., y F. Emde: «Tables of Functions with Formulae and Curves», Dover Publications, New York, 1943.
12. McLachlan, N. W.: «Bessel Functions for Engineers», 2.ª ed., Oxford University Press, New York, 1955.
13. Brown, G. H., C. N. Hoyler, y R. A. Bierwirth: «Theory and Application of Radio-frequency Heating», D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1947.
14. Carlin, B.: «Ultrasonics», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1949.
15. Bierwirth, R. A., y C. N. Hoyler: Radio Frequency Applied to Wood Gluing, *Proc. IRE*, **31** : 529 (1943).
16. Stansel, N. R.: Induction Heating—Selection of Frequency, *Trans. AIEE*, **63** : 755 (1944).

CAPÍTULO 12

SEMICONDUCTORES; TRANSISTORES

Las propiedades de los rectificadores de cristal semiconductor se han empleado hace mucho tiempo en receptores de radio. Estos semiconductores, con propiedades entre las de los buenos conductores y las de los aislantes, han sido estudiados con más detalle recientemente, y esta investigación ha llevado a nuevas aplicaciones y particularmente al *transistor*, un elemento semiconductor de control que tiene propiedades amplificadoras así como rectificadoras.

El transistor es capaz de realizar funciones antes encomendadas a la válvula de vacío triodo, aunque hoy está limitado su uso a frecuencias cuyo límite superior, para amplificación, es sólo de unos pocos megaciclos, teniendo además un gran nivel de ruido interior. El tubo de vacío es un elemento de tensión controlada, mientras que, por el contrario, el transistor es de corriente controlada y es el circuito dual del tubo de vacío. Esta dualidad es de gran ayuda para la comprensión del funcionamiento del transistor por analogía, pero que no debe extremarse.

El transistor presenta una de sus principales ventajas frente a la válvula de vacío por no necesitar energía de caldeo de cátodo. Con menores niveles de impedancia interna, funciona con menores tensiones aplicadas, dando mayores rendimientos de potencia. Puesto que no tienen cátodo emisor, puede preverse en los transistores una vida muy larga.

El análisis y proyecto de los circuitos de transistores siguen las normas estudiadas para los circuitos con tubos de vacío, teniendo en cuenta las necesidades consiguientes a los niveles de impedancia de funcionamiento y el hecho de que el transistor tiene una impedancia de entrada finita, aun a bajas frecuencias. Estudiaremos los parámetros de los transistores y señalaremos las semejanzas con el tubo de vacío, sin repetir los métodos de análisis y proyecto de circuitos dados en los capítulos precedentes.

12-1. Semiconductores. Un buen conductor eléctrico, como el cobre, y un aislante, como la esteatita, difieren grandemente en su conductividad eléctrica, siendo esta diferencia del orden de 10^{17} a 10^{19}. Entre estos extremos se hallan los materiales semiconductores, como germanio, silicio, selenio y varios óxidos y sulfuros metálicos. Los más importantes parecen ser, hasta ahora, el germanio y el silicio.

En un buen conductor hay disponible un gran número de electrones relativamente libres que sirven como portadores de carga en una corriente eléctrica. En un aislante todas las cargas están estrechamente ligadas a los átomos y no quedan disponibles para conducción a temperaturas normales. Un semiconductor puro, en el cero absoluto, tiene todas sus cargas fuertemente ligadas y se comportará como aislante, pero al aumentar la temperatura resultan disponibles para conducción un cierto número de cargas. Debido a que el número de portadores de carga en un semiconductor es limitado y depende de la temperatura, estos materiales pueden tener propiedades conductoras bastantes diferentes de las de los buenos conductores. Por ejemplo, los semiconductores pueden tener un coeficiente térmico de resistencia negativo en una cierta gama de temperaturas y pueden presentar efectos de polaridad o no ser estrictamente bilaterales en su unión por contacto con un conductor.

Metales y semiconductores se presentan en forma policristalina donde los límites del cristal introducen discontinuidades en las propiedades conductoras de un cristal a otro. Para reducir la resistencia y mejorar dichas propiedades conductoras, se ha visto que resulta conveniente obtener grandes monocristales de los que se cortan pequeñas láminas. Estos grandes monocristales se obtienen sumergiendo un pequeño cristal en un baño de semiconductor fundido, extrayéndolo a velocidad constante a medida que crece y se enfría.

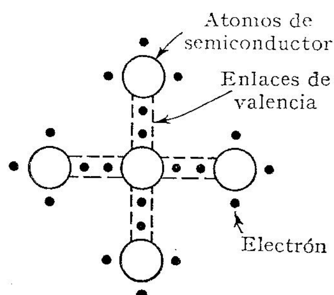


FIG. 12-1. Estructura simbólica de un cristal de germanio puro.

La estructura cristalina resultante tiene los átomos dispuestos formando una *red*. El silicio y el germanio son elementos del cuarto grupo de la tabla periódica y cristalizan en redes cúbicas, como el carbono en el diamante. Cada átomo de silicio, de número atómico 14, tiene sus electrones agrupados en niveles de energía o capas que contienen 2, 8 y 4 electrones, respectivamente. Las capas interiores de 2 y 8 electrones no tienen órbitas o niveles de energía en exceso y son estables y completas; los cuatro *electrones* exteriores son llamados *de valencia* y contribuyen a las propiedades químicas del átomo. El germanio, de número atómico 32, tiene sus electrones en capas que contienen 2, 8, 18 y 4 electrones y tiene propiedades químicas y eléctricas similares a las del silicio, a causa de los cuatro electrones de valencia en la capa exterior incompleta.

Cada átomo de germanio o silicio se halla, en su red, unido a los cuatro vecinos más próximos por medio de cuatro enlaces de valencia, teniendo cada uno dos electrones de valencia, uno de cada átomo, como en la Fig. 12-1. Como resultado, cada átomo está rodeado por una capa estable de ocho electrones, y átomos y electrones se mantienen rígidamente en su sitio. Puesto que no hay cargas libres para moverse,

tanto el germanio como el silicio en esta situación estable se comportarán como aislantes. Al aumentar la temperatura, se les da a los electrones energía cinética y se romperán algunos enlaces de valencia quedando libres estos electrones. Al mismo tiempo, queda una vacante o *hueco* en el enlace de valencia, por lo cual se forma, en realidad, un *par electrón-hueco*. El hueco actúa como carga positiva, o como atracción para un electrón, y ambos (electrón y hueco) pueden contribuir a que fluya corriente bajo la acción de un campo eléctrico. A la temperatura ambiente el germanio puede tener una *conductividad intrínseca* de unos 1,67 mhos por metro, * aunque sólo aproximadamente un electrón es libre en 10^{10} átomos de germanio.

A temperaturas normales, la influencia de las impurezas en la conducción es de mayor importancia que la intrínseca debida a los elec-

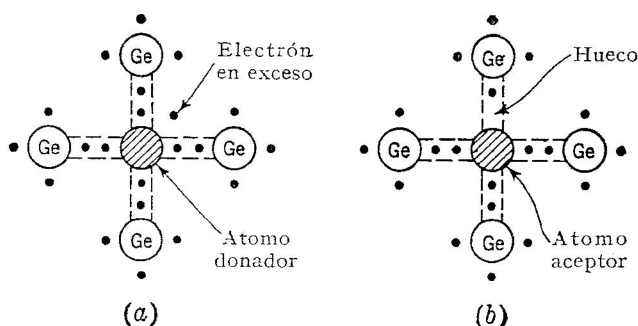


FIG. 12-2. (*a*) Red simbólica tipo *N*. (*b*) Red simbólica tipo *P*.

trones liberados térmicamente. Algunos átomos de un elemento con cinco electrones de valencia, como fósforo, antimonio o arsénico, del quinto grupo de la tabla periódica pueden estar introducidos en el germanio de alta pureza. El átomo de impureza no será capaz de enlazar completamente; cuatro de sus cinco electrones de valencia estarán ligados a otros tantos de germanio, pero el quinto quedará relativamente libre para moverse por el cristal y contribuirá a la conducción de corriente. Tal conducción se hará por medio de cargas negativas o electrones y es llamada *tipo N*, denominándose *donadores* los átomos de la impureza correspondiente. Esta situación está representada en la Fig. 12-2*a*.

Átomos de impureza con tres electrones de valencia del tercer grupo de la tabla periódica, como boro, aluminio, galio o indio, enlazarán completamente con los de germanio y dejarán una vacante o

(*) Conductividad entre caras opuestas de un metro cúbico. En muchos tratados de semiconductores se usa la conductividad entre caras opuestas de un centímetro cúbico o mhos por centímetro. La relación entre una y otra es

$$\text{mho/cm} = 1/100 \text{ mho/m}$$

Y para resistencia

$$\Omega - \text{cm} = 100\ \Omega - \text{m}.$$

hueco en un enlace. Bajo la atracción de un campo eléctrico puede venir un electrón de un enlace próximo y llenar este hueco. Este electrón, a su vez, deja un nuevo hueco. Como resultado, parece que se desplaza un hueco por el cristal, contribuyendo con una carga positiva a la conducción, que es llamada *tipo P*. Tal átomo de impureza recibe el nombre de *aceptor*. Esta situación está representada en la Fig. 12-2*b*.

Con más precisión, podemos decir que el electrón adquiere una energía adicional cuando se libera del enlace de valencia. Cuando un electrón ocupa un hueco en un enlace de valencia desprende este exceso de energía como un quantum de calor o de luz. Este quantum puede ser absorbido por otro electrón para romper su enlace de valencia y crear un nuevo par electrón-hueco. La conducción por huecos se diferencia de la por electrones en que la libertad de movimiento, o *movilidad*, del hueco es sólo aproximadamente la mitad de la del electrón. La movilidad μ se define como la velocidad por unidad de campo eléctrico aplicado.

Hay que destacar el hecho de que, durante el proceso descrito, el material permanece eléctricamente neutro y que por cada electrón o hueco hay siempre presente una carga opuesta, ya sea en forma de enlace o libre.

El germanio es un material duro y pesado que funde a 937°C. Se obtiene por reducción del óxido que se halla en los gases residuales del beneficio del cinc. Después de extremada purificación, el germanio fundido puede ser adecuada y cuidadosamente contaminado para obtener germanio P o N, o bien se pueden añadir las impurezas a medida que el cristal va siendo extraído de la masa fundida, con objeto de conseguir capas independientes de conducción N o P. También se emplean otros métodos de difusión controlada de impurezas en el semiconductor purificado.

12-2. Niveles de energía y conductividad en los semiconductores. El estudio del nivel de energía del electrón hecho en la Sec. 2-4 será útil para explicar el comportamiento de los semiconductores como rectificadores y transistores. La Fig. 12-3*a* muestra la distribución de energía del electrón en un buen conductor a 0°K y a la temperatura T. Es de señalar que pueden presentarse bandas adicionales de energía del electrón a la izquierda del eje vertical, representativas de las capas interiores de electrones que no contribuyen a la conducción o a las propiedades químicas.

Las bandas representan un enorme, pero finito, número de niveles de energía discretos creados por las interacciones de núcleos próximos. Puesto que las diferencias de energía entre los niveles son tan pequeñas, muchos electrones pueden adquirir pequeñas cantidades de energía de fuentes térmicas o eléctricas y pasar a niveles superiores, como muestra la curva para la temperatura T.

En un semiconductor se encuentra que los electrones de valencia están normalmente comprendidos en una banda de energía en la que todos los estados disponibles, o posiciones de enlace de valencia, están

ocupados. Esta banda completa está separada de otra superior, normalmente incompleta, por un *intervalo prohibido de energía* ΔE. La mecánica cuántica exige que cuando una banda de energía está completa sus electrones no pueden contribuir a la conductividad eléctrica. No hay ningún nivel de energía al cual puedan pasar después de absorber

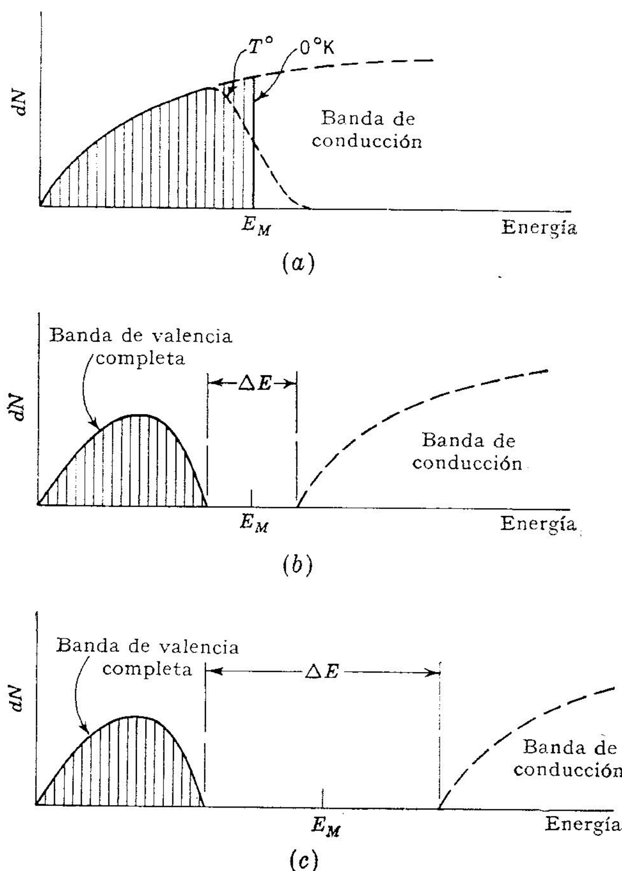


FIG. 12-3. Densidad de los estados de energía de los electrones, a 0°K, en (*a*) un conductor, (*b*) un semiconductor puro y (*c*) un aislante.

energía de un campo eléctrico; por consiguiente, no absorben energía y no pueden convertirse en electrones de conducción. La conductividad de un semiconductor puro (Fig. 12-3*b*) es nula a temperatura absoluta cero, puesto que el nivel inferior de energía, o banda de valencia, está completo y no hay electrones en la banda superior.

Al aumentar la temperatura, los electrones pueden recibir una cantidad de energía igual o mayor que el intervalo ΔE, pasando así a la banda superior de energía. Puesto que estos electrones están ahora

en una banda incompleta, pueden contribuir a la conducción. Al pasar a la banda superior dejan huecos en la banda de valencia, constituyendo pares electrón-hueco. Así, estos pares formados por rotura térmica de los enlaces de valencia dan al semiconductor su conductividad intrínseca.

Un aislante (Fig. 12-3*c*) difiere principalmente de un semiconductor en el valor de ΔE, que es de hasta 7 a 10 eV. Por tanto, se necesitan mucho mayores temperaturas o energías térmicas para hacer que conduzcan los aislantes corrientes. La resistividad intrínseca de un semiconductor está relacionada con el intervalo de energía ΔE por la expresión

$$\rho = A\epsilon^{\Delta E/kT} \times 10^{-2} \text{ ohm-m} \qquad (12\text{-}1)$$

donde A = un coeficiente que varía ligeramente con la temperatura
k = constante de Boltzmann = $8{,}69 \times 10^{-5}$ eV/grado
T = temperatura, ^{0}K

El valor de ΔE se puede obtener de la pendiente de la curva que represente el ln ρ en función de $1/T$; en la Tabla 25 se dan algunos valores típicos.

TABLA 25. INTERVALO PROHIBIDO DE ENERGÍA, ΔE

Material	*Intervalo de energía (eV)*
Diamante	7
Silicio	1,12
Germanio	0,72
Plomo	0

El germanio puro tiene una resistividad intrínseca de aproximadamente 0,65 Ω — m (ohmios por metro cúbico) a 25°C, usándose a menudo este valor como Norma de pureza. El germanio y el silicio tienen $4{,}5 \times 10^{22}$ y $5{,}2 \times 10^{22}$ átomos por centímetro cúbico. En la Fig. 12-4 se representa la influencia que las trazas de impureza tienen sobre la resistividad, la cual se ha dibujado en función del número de átomos de semiconductor por átomo de impureza.

Se obtiene la acción de rectificador o de transistor en virtud del empleo mayoritario de sólo un tipo de portador de cargas, electrón o hueco, en un material dado. No es conveniente la conducción intrínseca por medio de pares electrón-hueco. Debe emplearse germanio o silicio de alta pureza para mantener baja la conductividad intrínseca a temperaturas normales de funcionamiento, contaminando el material con la impureza elegida, para obtener el tipo deseado de portadores de cargas, para la conducción N o P. Si se opera a temperaturas demasiado altas la conducción intrínseca aumenta y puede enmascarar las corrientes debidas a los portadores de la impureza. En la Fig. 12-5 se puede ver que un material de germanio que tenga una resistividad de unos 0,04 Ω — m (ohmios por metro cúbico) sigue siendo conductor debido a las impurezas hasta, posiblemente, los 80°C. La conductividad intrínseca determina un límite superior de la temperatura de funcionamiento.

El intervalo de energía del silicio es mayor que el del germanio y requiere una mayor energía térmica para romper los enlaces de valencia y formar pares electrón-hueco para conducción intrínseca. Esto significa que los elementos de silicio pueden funcionar a temperaturas superiores que los de germanio, antes de que la conducción intrínseca destruya las características de funcionamiento.

El esquema de las bandas de energía explica por qué todos los elementos con cuatro electrones de valencia, como carbono, germanio,

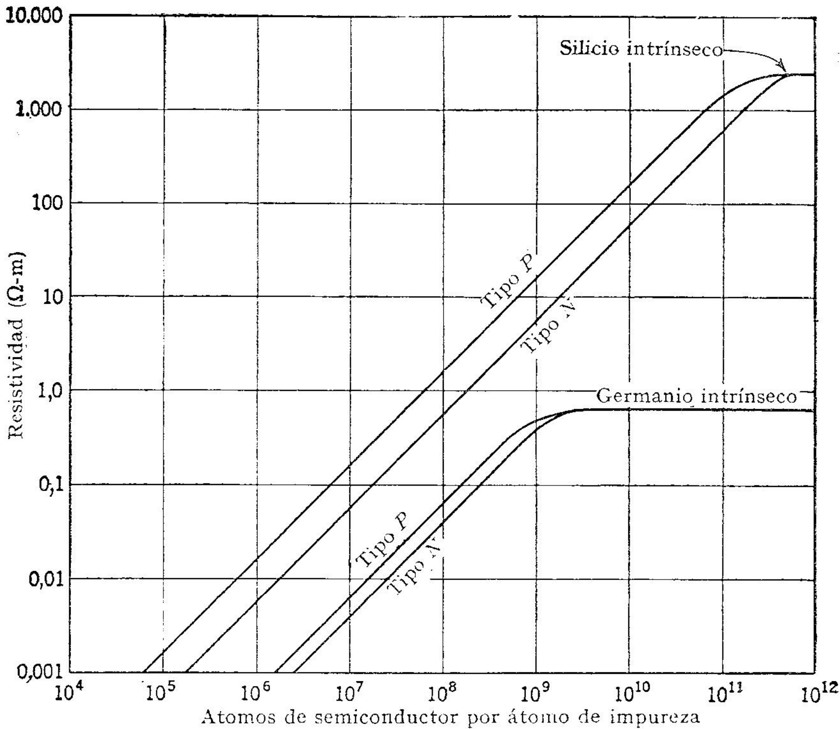


FIG. 12-4. Resistividad, a 25°C, en función del contenido de impurezas.

silicio y plomo, no se comportan del mismo modo. El carbono en forma cristalina (diamante) es un aislante ya que ΔE es muy grande. El germanio y el silicio tienen intervalos de energía menores y son semiconductores, mientras que en el plomo el intervalo es nulo y el metal es conductor.

La conducción por huecos o electrones suministrados por impurezas de tipo aceptor o donador puede estudiarse también por medio de las bandas de energía en el cristal. Como se muestra en la Fig. 12-6*a*, la ausencia de algunos electrones en la banda de valencia, como ocurre en los materiales P, deja niveles incompletos en la banda inferior. Puesto que esta banda ya no está completa, les es posible a los huecos

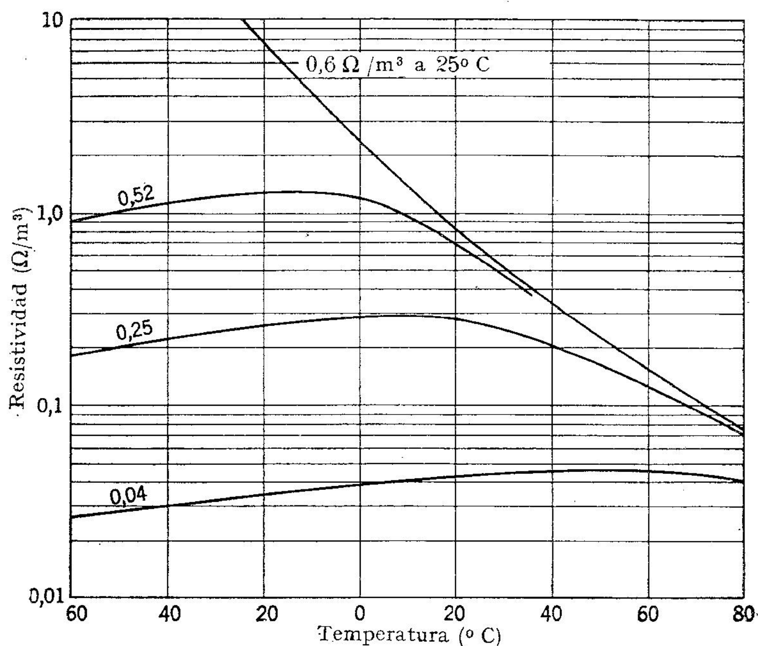


FIG. 12-5. Resistividad en función de la temperatura en el germanio tipo N.

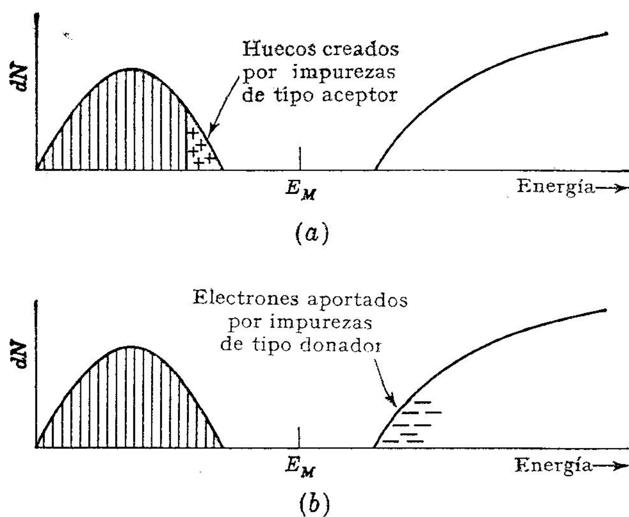


FIG. 12-6. (a) Material tipo P. (b) Material tipo N.

en ella contenidos contribuir a la conducción, cambiando electrones de hueco a hueco, es decir, que el hueco puede moverse y absorber finalmente un electrón del circuito exterior. Del mismo modo, en el material N representado en la Fig. 12-6*b*, se ve que los electrones relativamente libres en exceso, procedentes de los átomos del donador, tienen energía suficientemente alta para situarse en la banda superior de conducción, permitiendo la conducción por electrones.

12-3. La unión *P-N*. Hemos visto cómo puede variarse la conductividad del germanio o del silicio por la adición de trazas de otros elementos. Puede obtenerse conducción P o N a voluntad introduciendo primero una clase de impureza y luego otra en el cristal en formación, dando alternativamente regiones de conductividad N y P, como en la Fig. 12-7*a*. Tales *uniones* pueden formarse también fundiendo las impurezas en láminas delgadas de germanio, como en la Fig. 12-7*b*, o por

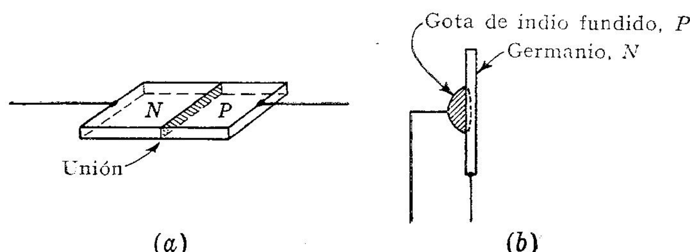


FIG. 12-7. (*a*) Diodo de unión por crecimiento. (*b*) Diodo de unión por fusión.

difusión gaseosa o por depósito electrolítico de la impureza en el germanio o silicio. Por medio de una fabricación cuidadosa puede hacerse que la transición entre las dos regiones sea bastante brusca.

Una vez formado el material N, hay en él muchos electrones con gran energía y relativamente libres. En el material P hay huecos, con algunos electrones intrínsecos obtenidos por energía térmica. Algunos electrones de gran energía del material N son capaces de pasar, a través de la unión N-P, a ocupar algunos huecos del lado P. Este flujo de electrones no puede continuar puesto que produce un exceso, o carga negativa, en el material P y una falta, o carga positiva, en el material N. El resultado es una diferencia de potencial entre ambas regiones en la zona en que ha disminuído la carga, o *barrera*, que se opone al paso de los electrones a través de la unión, como indica la Fig. 12-8*c*.

El valor de la diferencia de potencial, o potencial de la barrera, en la unión N-P puede obtenerse por la expresión

$$E = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_e n_h}{n_i^2} \quad \text{voltios} \tag{12-2}$$

donde n_i es la densidad de pares electrón-hueco y n_e y n_h las densidades de electrones y huecos, respectivamente, en las regiones N y P. El campo

eléctrico tiene el sentido de P a N, o lo que es igual, la región N es positiva respecto a la P, ya que el número normal de electrones en la primera ha disminuido. La unión normal P-N existe con este potencial en la zona de transición o barrera, que puede tener un espesor de unos 10^{-4} cm. Es evidente que no ha habido ningún cambio en la carga total, y la unión, como conjunto, permanece eléctricamente neutra.

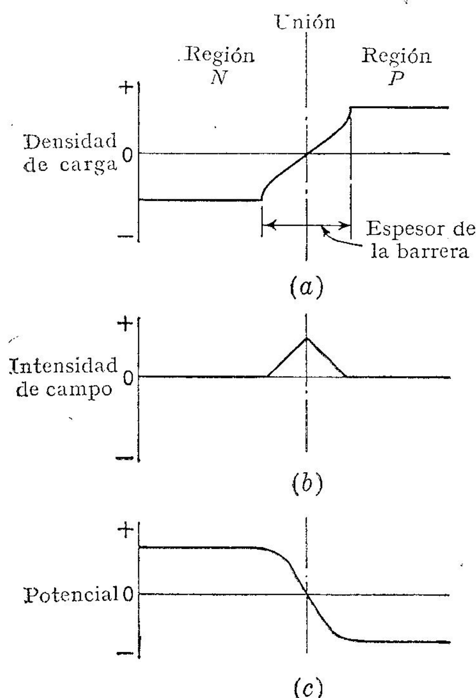


FIG. 12-8. (*a*) Mostrando la región en que hay defecto de carga debido a su migración a través de la unión. (*b*) La intensidad de campo resultante. (*c*) El cambio de potencial en la unión.

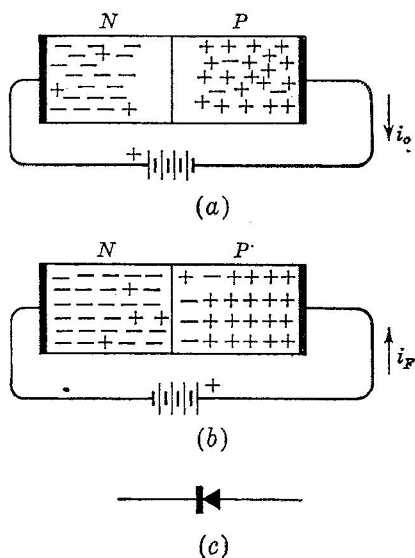


FIG. 12-9. (*a*) Diodo P-N inversamente polarizado. (*b*) Diodo P-N con polarización directa. (*c*) Símbolo usado para el diodo rectificador; la flecha indica el sentido directo.

Puede verse que la unión P-N tiene propiedades rectificadoras o de diodo. Si se aplica a la unión una f.e.m. exterior en el llamado *sentido inverso*, como en la Fig. 12-9*a*, con la región P negativa, los portadores mayoritarios de cada lado se verán obligados a apartarse de la unión, con lo cual la barrera se hará más ancha, dejando solamente unos pocos portadores minoritarios generados térmicamente para producir una corriente i_o muy pequeña. En este caso, el diodo presenta una gran resistencia con una componente capacitiva adicional, debida al dieléctrico de la barrera entre las regiones N y P.

Si la f.e.m. exterior se aplica en *sentido directo*, como en la Fig. 12-9*b*, con la región P positiva, los portadores mayoritarios de cada lado pueden

cruzar la unión, lo que significa que la barrera de potencial ha sido eliminada. Ahora es fácil el flujo y podrá circular una corriente considerable. Esta dependerá de la densidad de los portadores N o P, del área de la unión y del campo aplicado. El tipo de portadores mayoritarios está determinado principalmente por la resistividad de la región o el contenido de impureza y las movilidades, predominando corrientemente el tipo de portador de la región de menor resistividad.

12-4. Diodos rectificadores de unión y de contacto puntual. La unión P-N se emplea como diodo rectificador, del que se muestra en

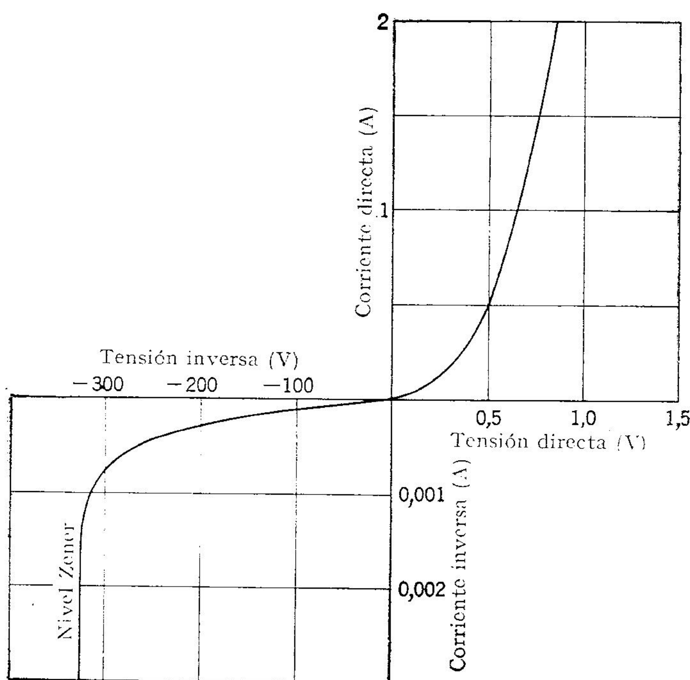


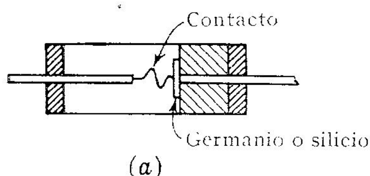
FIG. 12-10. Curva corriente-tensión para un diodo de unión P-N. (Nótense los cambios de escala.)

la Fig. 12-10 una curva típica tensión-corriente. Es de notar el cambio de escalas entre las dos regiones de la curva. Una gran ventaja del rectificador de unión es su pequeña caída de tensión que permite grandes rendimientos.

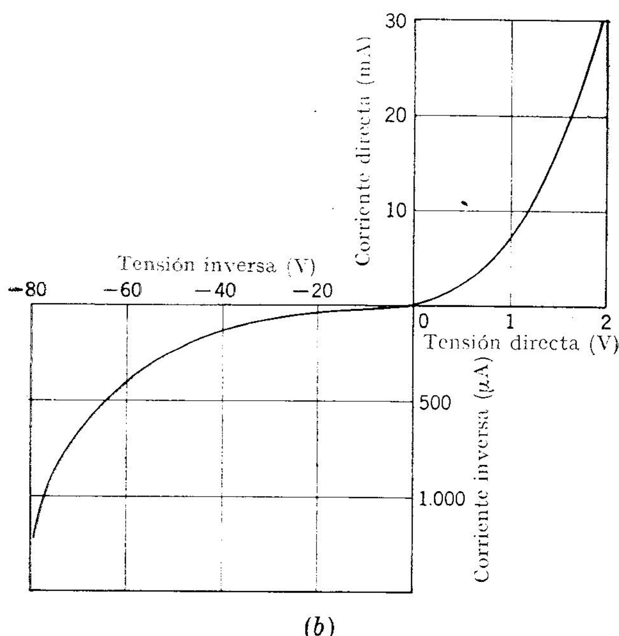
Si se aumenta el potencial inverso por encima de un cierto valor, la corriente aumenta rápidamente, como puede verse que ocurre en la figura a unos — 320 v. Esta corriente es debida a los electrones que son expulsados de los enlaces de valencia por el gran campo eléctrico aplicado en sentido inverso. Más allá de este punto de ruptura, llamado corrientemente *nivel Zener*, la diferencia de potencial en la

unión permanece prácticamente constante para una amplia gama de corrientes. Es obvia su aplicación como regulador de tensión.

La extracción de los electrones de sus enlaces de valencia es un proceso reversible y no destruye al cristal si se evitan temperaturas excesivas. La tensión a que tiene lugar el efecto Zener es bastante estable y puede ser controlada.



(a)



(b)

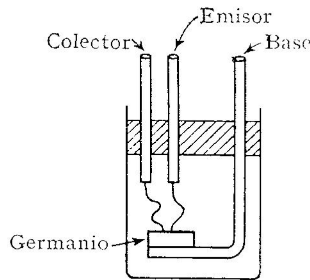
FIG. 12-11. (a) Rectificador de contacto puntual. (b) Curva corriente-tensión para el diodo 1N34.

Debido a la gran capacidad interna de la barrera, el rectificador de unión es útil solamente a bajas frecuencias. Sin embargo, el rectificador de contacto puntual, tipo de rectificador usado en los albores de la radio, ha sido revivido y mejorado empleando como semiconductor germanio o silicio y se usa ahora frecuentemente como detector de microondas de baja capacidad derivada. En la Fig. 12-11 se muestra la construcción de una de estas unidades de contacto puntual. Otra valiosa propiedad es su pequeño tamaño, que en el germanio es del orden de 3 mm^2 de sección y 0,6 mm de espesor. El tamaño reducido y el fino

hilo de contacto permiten que las capacidades internas sean de sólo algunos micromicrofaradios, siendo posible el funcionamiento a frecuencias de miles de megaciclos.

El semiconductor se hace corrientemente del tipo N. Durante su fabricación se hace pasar una gran corriente de corta duración a través del contacto con lo que se forma (así se cree) una región P alrededor de éste. Así, la teoría de su funcionamiento es la ya dada para el elemento de unión.

Las curvas tensión-corriente para un elemento de contacto puntual se muestran en la Fig. 12-11*b* y difieren de las correspondientes al elemento de unión sólo en los valores de la corriente. La resistencia directa del rectificador de contacto puntual es considerablemente menor que la de un diodo de vacío, obteniéndose un mejor funcionamiento cuando se usan en circuitos de corte y otros tipos de circuitos de formación. Se dispone de una gran variedad de rectificadores de germanio y de silicio con diferentes características de proyecto, como baja resistencia directa, gran resistencia inversa, baja capacidad y gran tensión inversa.



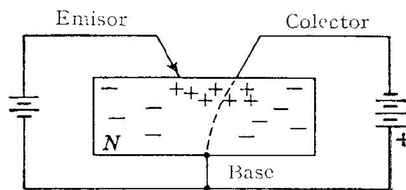


FIG. 12-12. (*a*) Transistor de contacto puntual. (*b*) Funcionamiento del transistor de contacto puntual.

12-5. El transistor de contacto puntual. En 1948, Bardeen y Brattain publicaron un trabajo sobre un segundo contacto puntual en un diodo de germanio que mostraba que, cuando el segundo contacto se polarizaba en sentido inverso, su corriente podía ser controlada por la que circulaba por el primer contacto polarizado en sentido directo. Resulta así un sistema con tres electrodos de estado sólido al que llamamos *transistor*.

El electrodo polarizado en sentido directo es el *emisor*, siendo el *colector* el polarizado en sentido inverso y el cuerpo de germanio o silicio es la *base*, que se muestran en la Fig. 12-12. Este elemento emplea una lámina de semiconductor de tipo N de unos 0,5 mm de espesor y dos hilos de contacto separados aproximadamente 0,05 mm (0,002 pulg.).

La polarización positiva del emisor extrae electrones de los enlaces de valencia próximos a la superficie, creando huecos. Se dice que el emisor *inyecta* huecos en el semiconductor, estando compuesta de electrones la corriente de emisor. Los huecos se difunden inmediatamente hacia el colector negativo. Durante el proceso, muchos huecos pueden encontrar y recombinarse con electrones libres en el material tipo N

de la base. Para reducir esta pérdida de huecos, emisor y colector deben estar próximos. Los huecos que llegan a la zona del colector se combinan con electrones en exceso por él inyectados, lo que permite al colector, polarizado en sentido inverso, inyectar más electrones aumentando la corriente colector-base.

Los huecos, al ir de emisor a colector siguiendo al azar sus trayectorias, dan lugar a una carga espacial. Esta carga espacial atrae más electrones del colector y sirve para aumentar el caudal de electrones procedentes de éste. Mientras algunos de estos electrones sirven para neutralizar huecos, la mayoría fluyen hasta el terminal de la base constituyendo una corriente base-colector.

La movilidad de los electrones es aproximadamente doble que la de los huecos, por lo cual un hueco es, por término medio, capaz de neutralizar la carga debida a dos electrones, y puede esperarse que, en la corriente de colector, la relación de electrones a huecos sea aproximadamente 2, con una corriente total de colector de unas tres veces la de emisor. Se puede ver también que esta corriente de colector depende del número de huecos inyectados por el emisor y puede controlarse por la corriente de éste, puesto que, de otro modo, la corriente de colector, polarizado en sentido inverso, sería muy pequeña.

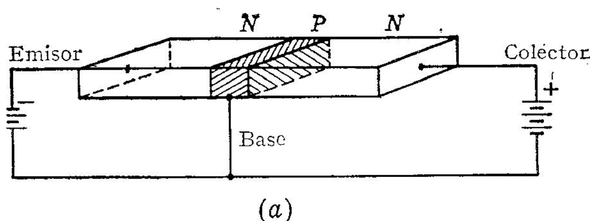
La relación de una variación en la corriente de colector Δi_c *a un cambio dado en la corriente de emisor* Δi_e*, con tensión de colector constante, es llamada factor de amplificación de corriente en cortocircuito.* Es decir, en el límite,

$$\alpha_{ce} = \left.\frac{\partial i_c}{\partial i_e}\right]_{v_c = \text{constante}} \qquad (12\text{-}3)$$

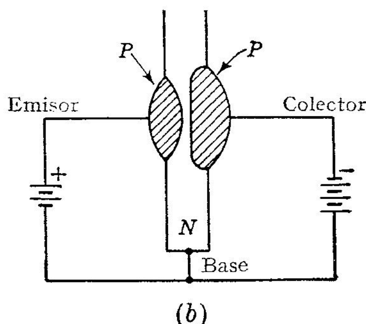
Del estudio anterior podría deducirse que α_{ce} para el transistor de contacto puntual sería de aproximadamente 3. Este valor no puede alcanzarse, sin embargo, debido a la recombinación durante el trayecto, estando comprendidos los valores corrientes entre 2 y 3. Hay también casos en los que α_{ce} puede exceder de 3. Este fenómeno no está aún completamente entendido, pero se cree que es debido a las propiedades originadas en la zona próxima al colector en el proceso de formación.

También se puede hacer un transistor de contacto puntual con material *P*. El emisor se polariza negativamente en sentido directo y el colector positivamente en sentido inverso.

La resistencia de entrada del circuito emisor-base es pequeña, del orden de 100 a 500 Ω, debido a la polarización directa. La resistencia de salida entre colector y base es relativamente grande, a causa de la polarización inversa, y es del orden de 10.000 a 50.000 Ω en los elementos de contacto puntual. Para el caso en que $\alpha_{ce} = 2{,}5$, resistencia de entrada de 300 Ω y una carga de 20.000 Ω, la ganancia de tensión puede acercarse a 160 y la ganancia de potencia a 400, ó 26 db. Así, incluso con baja ganancia de corriente, las ganancias de tensión y de potencia de un transistor pueden ser grandes, debido a la diferencia entre los niveles de impedancia de entrada y salida.



(a)



(b)

FIG. 12-13. (a) Transistor de unión por crecimiento *N-P-N*. (b) Transistor de unión por fusión *P-N-P*.

12-6. El transistor de unión. Puede obtenerse por crecimiento un cristal de germanio o de silicio con dos regiones *N* separadas por otra región *P* muy estrecha (0,002 cm), o con regiones *P* fundidas sobre una sección *N* muy estrecha, obteniéndose transistores de unión *N-P-N* o *P-N-P*, respectivamente, como en la Fig. 12-13.

La primera *unión (emisor)* se polariza en sentido directo. En el caso *N-P-N* será negativa, con lo cual la barrera de potencial de la unión del emisor resulta disminuida, como se ve en la Fig. 12-14*b*, en relación con el nivel de la Fig. 12-14*a*. Los electrones entran en la región *N* desde el emisor y los de mayor energía son capaces de cruzar la pequeña barrera entrando en la región *P*. La altura de la barrera y el número de estos electrones de gran energía que llegan a la región *P* (base) son funciones del potencial emisor-base.

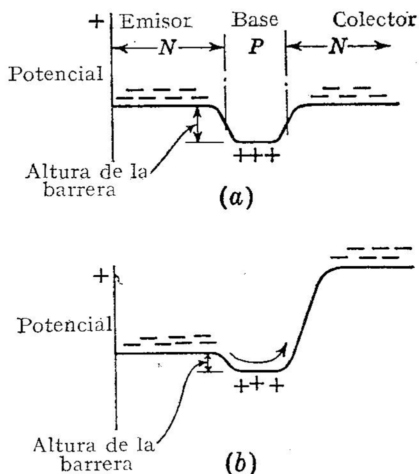


FIG. 12-14. (a) Niveles de potencial presentes en un transistor *N-P-N* sin polarizar. (b) Niveles de potencial presentes en un transistor *N-P-N* polarizado para funcionamiento.

En este funcionamiento, la barrera del emisor actúa como un filtro de velocidad o de energía, como la rejilla de un tubo de vacío.

Algunos electrones (en porcentaje muy reducido) se combinan con huecos en la base, rica en huecos, pero como esta región es muy estrecha, la mayoría de los electrones la atraviesan llegando a la región del colector tipo N por la atracción del colector que, aunque inversamente polarizado, es positivo, constituyendo estos electrones la corriente de colector. Aunque el factor de amplificación de corriente emisor-colector α_{ce} puede tener un valor aproximado de 0,95, se produce amplificación a causa de que los electrones inyectados por el emisor en el circuito de baja impedancia y polarización directa son extraídos del colector a un nivel de impedancia mucho mayor.

El potencial de colector se hace lo bastante alto para que circule una pequeña corriente inversa i_{co} con corriente de emisor cero. Ordinariamente i_{co} es pequeña con respecto a i_c, la corriente total de colector. Se halla que i_{co} no varía apreciablemente con v_c, la tensión colector-base. La corriente i_{co} es muy sensible a la temperatura, ya que es debida a la conducción intrínseca y puede alcanzar un valor apreciable a temperaturas de funcionamiento altas.

Hay presente otra componente de corriente constituida por huecos que van de la base (P) al emisor, como en la Fig. 12-15*a*, y es también función de la tensión emisor-base. Se puede expresar la relación entre las corrientes de electrones y de huecos en el emisor por la siguiente igualdad:

$$\frac{i_e}{i_h} = \frac{L\sigma_n}{W\sigma_p}$$

donde L = distancia de difusión para un hueco en región N
W = espesor de la región P
σ_n, σ_p = conductividades de las regiones N y P

empleando unidades homogéneas. Puede controlarse la relación i_e/i_h haciendo W pequeño y eligiendo el valor de σ_n/σ_p. Cuando se aplica una señal de entrada a la base, la altura de la barrera de la unión del emisor resulta modulada, con el resultado de que el número de electrones inyectados por el emisor y el número de huecos procedentes de la base varíen. Con ello, la corriente de colector variará. Y así, *un transistor es un elemento en el que una corriente de entrada controla una corriente de salida.* Por consiguiente, el funcionamiento del transistor se especifica generalmente considerando a las corrientes como variables independientes, en vez de usar las tensiones, como en la válvula de vacío.

En los elementos de unión no se presentan los efectos de carga espacial, como ocurre en los transistores de contacto puntual. La ganancia de corriente de cortocircuito emisor-colector será menor que la unidad, normalmente entre 0,90 y 0,99, debido a la recombinación en la región base. Un segundo factor de amplificación de corriente, la relación entre un cambio en la corriente de colector Δi_c y un cambio dado en la corriente de base Δi_b, con tensión de colector constante, es llamado *factor*

de amplificación de corriente de cortocircuito colector-base α_{cb}. Es decir, en el límite,

$$\alpha_{cb} = \frac{\partial i_c}{\partial i_b}\bigg]_{v_c = \text{constante}} \tag{12-4}$$

Este parámetro puede llegar a valer 40 ó más. Puesto que, por definición

$$\Delta i_c = \alpha_{ce}\,\Delta i_e \tag{12-5}$$

y la corriente de base i_b es

$$\Delta i_b = \Delta i_e - \Delta i_c = (1 - \alpha_{ce})\,\Delta i_e \tag{12-6}$$

se deduce

$$\alpha_{cb} = \frac{\alpha_{ce}}{1 - \alpha_{ce}} \tag{12-7}$$

Valores típicos de resistencias de entrada de transistores de unión están comprendidos entre 300 y 1.000 Ω, con resistencias de salida de

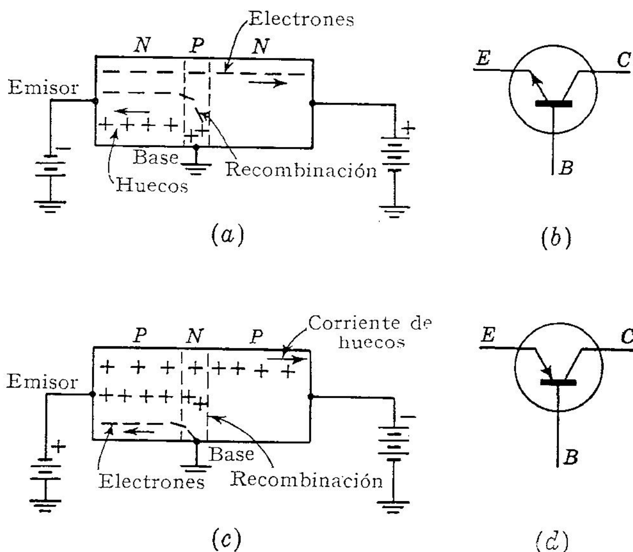


FIG. 12-15. (*a*) Funcionamiento *N-P-N*. (*b*) Símbolo propuesto para el transistor *N-P-N*. (*c*) Funcionamiento *P-N-P*. (*d*) Símbolo propuesto para el transistor *P-N-P*.

hasta 1 MΩ. Con $\alpha_{ce} = 0{,}95$, son posibles ganancias de tensión de 2.000 a 3.000 y ganancias de potencia de 30 a 40 db. Estos valores pueden compararse favorablemente con los correspondientes a una válvula de vacío pentodo.

El transistor *P-N-P* funciona como indica la Fig. 12-15*b* con las tensiones al revés y conducción principalmente por huecos. Estas son las únicas diferencias importantes de funcionamiento.

12-7. Transistores y válvulas de vacío. El transistor supera a las formas comunes de tubos de vacío por no necesitar energía de caldeo y por su tamaño reducido. No obstante, actualmente el transistor tiene su frecuencia superior limitada en unos cuantos megaciclos por segundo, como amplificador, y a algunos cientos de megaciclos por segundo, como oscilador, debido al tiempo de tránsito y a las altas capacidades internas. La potencia de salida de un transistor queda limitada a algunos vatios, incluso con un gran rendimiento interno, debido al límite en la temperatura de funcionamiento (unos 80°C), pero están en desarrollo elementos de gran potencia. Este límite de temperatura impide también que el transistor pueda aplicarse en equipos cuya temperatura ambiente pueda ser alta, como en algunas instalaciones industriales y aeronáuticas. Hasta ahora los transistores generan más ruido que las válvulas de vacío y esto puede tener importancia a bajas frecuencias.

El transistor de unión, por sus características más ideales y lineales que permiten el funcionamiento a tensiones muy bajas, está desplazando al tipo de contacto puntual en la mayoría de las aplicaciones, excepto en las de conmutación o amplificación a alta frecuencia. Mientras no se diga lo contrario, trataremos del elemento de unión en el estudio de la amplificación.

El funcionamiento lineal en clase A del tubo de vacío ha sido analizado por medio de un circuito equivalente, partiendo de las relaciones funcionales

$$i_b = f(e_c, e_b)$$
$$i_c = 0$$

siendo la segunda ecuación la que implica el funcionamiento en clase A. Estas ecuaciones indican que se toman e_c y e_b como variables independientes.

El transistor emplea cuatro variables análogas, v_e, v_c, i_e e i_c, pudiéndose sustituir cualquier pareja por la formada por v_b e i_b. Debido a que el transistor es un elemento accionado por corriente y a que su comportamiento depende generalmente de la elección de las corrientes de funcionamiento, es conveniente considerar a i_e e i_c como variables independientes y definir el funcionamiento del transistor por medio de las relaciones funcionales

$$v_e = f_1(i_e, i_c)$$
$$v_c = f_2(i_e, i_c)$$

Esta elección es arbitraria, pudiendo, en ocasiones, ser más conveniente elegir otras parejas como variables independientes. Podemos pues, aplicar al transistor la teoría de redes tradicional para determinar su circuito equivalente y analizar su funcionamiento.

El comportamiento del emisor del transistor como la fuente de portadores de carga es análogo al del cátodo de una válvula de vacío. Del mismo modo, la base y el colector cumplen misiones similares a las de rejilla y placa, respectivamente. Hay tres circuitos básicos en el tubo,

y lo mismo ocurre en el transistor, cuyas formas de conexión (base a masa o común, emisor común, colector común) son análogas a las correspondientes del tubo de vacío (rejilla a masa, cátodo a masa, placa a masa o seguidor de cátodo), como muestra la Fig. 12-16.

El análisis de los circuitos del transistor es más difícil y las expresiones resultantes más complicadas que en la válvula de vacío. A causa de las propiedades inherentes al transistor, hay en todo momento

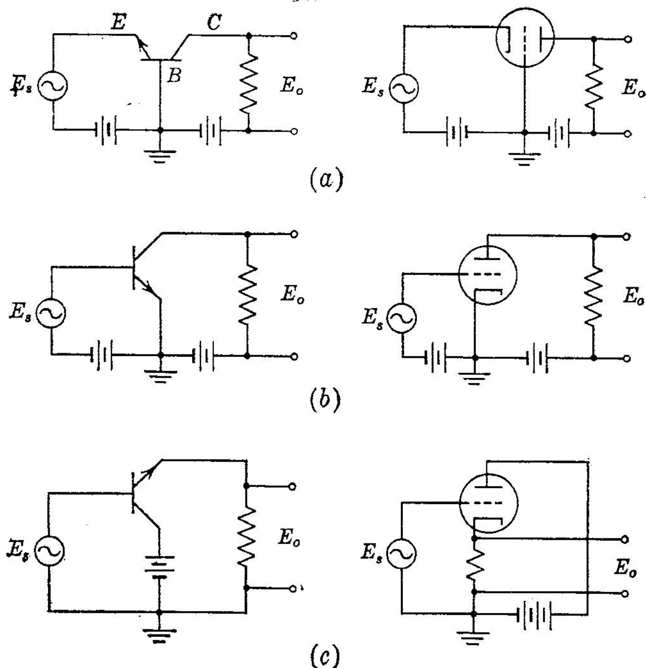


FIG. 12-16. (*a*) Amplificador de transistor con base común; analogía con la rejilla a masa. (*b*) Amplificador con emisor común; analogía con el cátodo a masa. (*c*) Amplificador con colector común; analogía con el ánodo a masa.

señal de alimentación directa y señal de realimentación, lo que significa que el transistor tiene las propiedades de una red de cuatro terminales con todas sus impedancias o admitancias finitas.

12-8. Circuitos de cuatro terminales. En general, una red de cuatro terminales puede representarse como en la Fig. 12-17*a*, con las corrientes y tensiones supuestas, considerándose que éstas últimas aumentan en el sentido indicado por las flechas. El cálculo de ocho valores, las amplitudes y los defases de $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$, $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$, determinará completamente el comportamiento de cualquier red representada por la figura. Es posible hacer ocho medidas en los terminales del bloque y, así, determinar la red sin conocer sus componentes internos. Estas medidas son arbitrarias, pero pueden convenientemente considerarse

como las amplitudes y los ángulos de fase de las siguientes impedancias:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{z}_{11} &= \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = \text{impedancia de entrada con la salida abierta } (\mathbf{I}_2 = 0) \\
\mathbf{z}_{22} &= \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2} = \text{impedancia de salida con la entrada abierta } (\mathbf{I}_1 = 0) \\
\mathbf{z}_{12} &= \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_2} = \text{impedancia de transferencia inversa con } \mathbf{I}_1 = 0 \\
\mathbf{z}_{21} &= \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_1} = \text{impedancia de transferencia directa con } \mathbf{I}_2 = 0
\end{aligned}
\tag{12-8}
$$

Es posible reemplazar cualquier red pasiva de cuatro terminales, aun la más complicada, por un circuito en T como el de la Fig. 12-17*b*. Por simple inspección podemos escribir

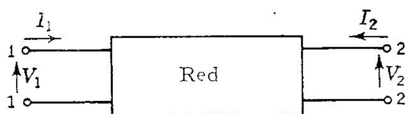
$$\mathbf{V}_1 = (\mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_3)\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_3\mathbf{I}_2 \tag{12-9}$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_3\mathbf{I}_1 + (\mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_3)\mathbf{I}_2 \tag{12-10}$$

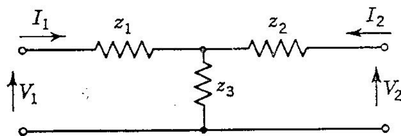
Puede verse también que la Ec. (12-8) da, para el circuito de la figura 12-17*b*, las siguientes relaciones

$$\mathbf{z}_{11} = \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_3 \qquad \mathbf{z}_{21} = \mathbf{z}_3$$

$$\mathbf{z}_{12} = \mathbf{z}_3 \qquad \mathbf{z}_{22} = \mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_3$$



(*a*)



(*b*)

FIG. 12-17. (*a*) Red arbitraria de cuatro terminales indicando los convenios para corrientes y tensiones. (*b*) Circuito T equivalente para (*a*).

La igualdad $\mathbf{z}_{12} = \mathbf{z}_{21}$ se cumple, en general, sólo para redes pasivas y no debe esperarse que se cumpla en un transistor, ya que éste es un elemento activo.

Podemos llevar los valores anteriores a las Ecs. (12-9) y (12-10), obteniendo

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 \tag{12-11}$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 \tag{12-12}$$

que son fundamentales en cualquier red de cuatro terminales. Como referencia posterior, es de señalar que el determinante del circuito es

$$\Delta = \mathbf{z}_{11}\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21} \tag{12-13}$$

El comportamiento de la red queda determinado por $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$, $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$. En las Ecs. (12-11) y (12-12) se eligieron $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$ como variables independientes, permitiendo la solución de estas dos ecuaciones para hallar las otras dos variables. Puede ser conveniente a veces elegir $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$ o

$\mathbf{V}_2$ e $\mathbf{I}_1$ como variables independientes, en cuyo caso, las Ecs. (12-11) y (12-12) se convierten en

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{y}_{11}\mathbf{V}_1 + \mathbf{y}_{12}\mathbf{V}_2 \qquad (12\text{-}14)$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{y}_{21}\mathbf{V}_1 + \mathbf{y}_{22}\mathbf{V}_2 \qquad (12\text{-}15)$$

y

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{h}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{V}_2 \qquad (12\text{-}16)$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{22}\mathbf{V}_2 \qquad (12\text{-}17)$$

Las definiciones de los parámetros **y** pueden deducirse de modo semejante al empleado con los parámetros **z**. Los parámetros **h** pueden hallarse combinando los sistemas de ecuaciones de **z** e **y**. Así,

$$\mathbf{h}_{11} = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = \frac{1}{\mathbf{y}_{11}} = \text{impedancia de entrada con } \mathbf{E}_2 = 0$$

$$\mathbf{h}_{12} = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2} = \mu_{12} = \text{amplificación inversa de tensión con la entrada abierta}$$

$$\mathbf{h}_{21} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1} = \alpha_{21} = \text{amplificación directa de corriente con la salida en corto}$$

$$\mathbf{h}_{22} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_2} = \frac{1}{\mathbf{z}_{22}} = \text{admitancia de salida con } \mathbf{I}_1 = 0$$

Las **z** se conocen como parámetros de impedancia en circuito abierto, las **y** como parámetros de admitancia en cortocircuito y las **h** como parámetros híbridos.

Las parejas de Ecs., como (12-11) y (12-12), (12-14) y (12-15) o (12-16) y (12-17), son generales y se aplican a cualquier red, ya sea pasiva o activa. Una sección en T ó en π es un circuito equivalente para cualquier cuadripolo pasivo, pudiéndose encontrar un cierto número de circuitos equivalentes para las redes activas de cuatro terminales. Como ejemplo, tomemos las Ecs. (12-11) y (12-12)

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2$$

Estas ecuaciones pueden considerarse aplicadas, término a término, al circuito con dos generadores de la Fig. 12-18*a*, con lo cual dicho circuito resulta equivalente a cualquier red descrita por las ecuaciones anteriores.

Es de uso más frecuente el circuito equivalente de un solo generador, que resulta de transformar algebraicamente las Ecs. (12-11) y (12-12) para llevar el primer generador al circuito de salida en forma equivalente. Sumando y restando $\mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_1$ en la Ec. (12-11) se obtiene

$$\mathbf{V}_1 = (\mathbf{z}_{11} - \mathbf{z}_{12})\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) \qquad (12\text{-}18)$$

Si en la Ec. (12-12) sumamos y restamos $\mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_1$ y $\mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$, se tiene

$$\mathbf{V}_2 = (\mathbf{z}_{21} - \mathbf{z}_{12})\mathbf{I}_1 + (\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12})\mathbf{I}_2 + \mathbf{z}_{12}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) \qquad (12\text{-}19)$$

y estas dos ecuaciones se ponen en forma de circuito en la Fig. 12-18*b*. Este es un circuito equivalente con un solo generador para una red activa.

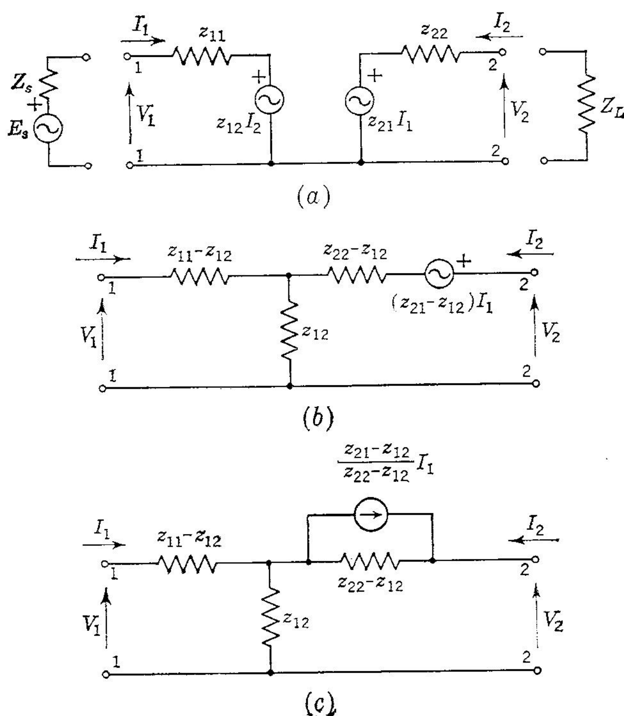


FIG. 12-18. Circuitos equivalentes generales para redes activas.

Otro circuito equivalente es el representado en la Fig. 12-18*c*. Aquí se usa un generador de corriente como equivalente al de tensión $(\mathbf{z}_{21} - \mathbf{z}_{12})\mathbf{I}_1$. Esta fuente de corriente, en paralelo con $\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12}$, debe dar una corriente cuyo valor es

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{z}_{21} - \mathbf{z}_{12}}{\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12}} \mathbf{I}_1 \qquad (12\text{-}20)$$

Las impedancias de entrada y salida $\mathbf{Z}_{11}$ y $\mathbf{Z}_{22}$ se necesitan frecuentemente como datos de proyecto para redes activas. De la Ec. (12-11)

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = Z_{11} = \mathbf{z}_{11} + \mathbf{z}_{12}\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1}$$

De la Ec. (12-12), con una carga Z_L,

$$\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2} = -Z_L = \mathbf{z}_{21}\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} + \mathbf{z}_{22}$$

de donde

$$\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1} = \frac{-\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22} + Z_L} \tag{12-21}$$

y, por tanto, la impedancia de entrada de un cuadripolo es, en general,

$$Z_{11} = \mathbf{z}_{11} - \frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22} + Z_L} = \frac{\Delta + \mathbf{z}_{11}Z_L}{\mathbf{z}_{22} + Z_L} \tag{12-22}$$

La impedancia de salida puede hallarse mirando hacia atrás desde los terminales 2, 2, obteniéndose

$$\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2} = Z_{22} = \mathbf{z}_{21}\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} + \mathbf{z}_{22} \tag{12-23}$$

De la Ec. (12-11), con Z_s como impedancia de la fuente,

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = -Z_s = \mathbf{z}_{11} + \mathbf{z}_{12}\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1}$$

de donde

$$\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} = \frac{-\mathbf{z}_{12}}{\mathbf{z}_{11} + Z_s}$$

Por consiguiente, la impedancia de salida de la red es

$$Z_{22} = \mathbf{z}_{22} - \frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{11} + Z_s} = \frac{\Delta + \mathbf{z}_{22}Z_s}{\mathbf{z}_{11} + Z_s} \tag{12-24}$$

12-9. Circuito equivalente del amplificador con base común. El circuito con base común de la Fig. 12-19 se usó frecuentemente en los primeros trabajos con transistores. El estudio se ha basado mucho en los parámetros del transistor con base común obtenidos con este circuito y la mayoría de los transistores se especifican en función de las corrientes de emisor y colector, i_e e i_c, como variables independientes. Es conveniente continuar esta práctica que permite escribir

$$v_e = f(i_e, i_c)$$
$$v_c = f(i_e, i_c)$$

para describir al transistor. Para pequeños cambios de corriente, Δi_e y

Δi_c, a partir de los valores de reposo elegidos, los cambios de tensión resultantes pueden escribirse como

$$\Delta v_e = \frac{\partial v_e}{\partial i_e} \Delta i_e + \frac{\partial v_e}{\partial i_c} \Delta i_c \qquad (12\text{-}25)$$

$$\Delta v_c = \frac{\partial v_c}{\partial i_e} \Delta i_e + \frac{\partial v_c}{\partial i_c} \Delta i_c \qquad (12\text{-}26)$$

Si los cambios Δ son pequeños, las características del transistor pueden suponerse lineales en la zona de funcionamiento, en cuyo caso las derivadas parciales, como pendientes de las curvas, serán constantes.

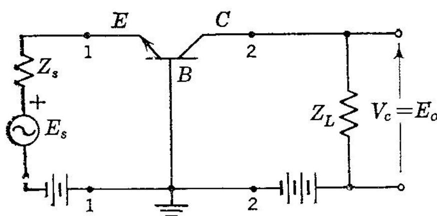


FIG. 12-19. Circuito con base común para el transistor de unión *N-P-N*.

Si las variaciones Δ son sinusoidales, las derivadas parciales toman las dimensiones de impedancia, y las Ecs. (12-25) y (12-26) pueden escribirse, para el transistor, como

$$\mathbf{V}_e = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_e + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_c \qquad (12\text{-}27)$$

$$\mathbf{V}_c = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_e + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_c \qquad (12\text{-}28)$$

donde los parámetros $\mathbf{z}$ se definen como

$$\mathbf{z}_{11} = \left.\frac{\partial v_e}{\partial i_e}\right]_{i_c = \text{constante}} = \text{impedancia de entrada}$$

$$\mathbf{z}_{12} = \left.\frac{\partial v_e}{\partial i_c}\right]_{i_e = \text{constante}} = \text{impedancia de transferencia inversa}$$

$$\mathbf{z}_{21} = \left.\frac{\partial v_c}{\partial i_e}\right]_{i_c = \text{constante}} = \text{impedancia de transferencia directa}$$

$$\mathbf{z}_{22} = \left.\frac{\partial v_c}{\partial i_c}\right]_{i_e = \text{constante}} = \text{impedancia de salida}$$

identificándose estas impedancias como las de similar designación de la Ec. (12-8). Debido a la analogía, término a término, entre las Ecuaciones (12-11) y (12-12) para una red en general y las Ecs. (12-27) y (12-28) para el transistor, se deduce que la teoría de las redes de cuatro terminales antes estudiada puede ser aplicada al transistor. Por consiguiente, las Ecs. (12-27) y (12-28) definen *el comportamiento lineal del transistor para señales de pequeña amplitud en el circuito con base común.*

A bajas frecuencias, los parámetros del transistor se hacen resistivos, $\mathbf{z}_{11} = r_{11}$, $\mathbf{z}_{12} = r_{12}$, $\mathbf{z}_{21} = r_{21}$, $\mathbf{z}_{22} = r_{22}$. Estos valores pueden medirse directamente por medio de señales de pequeña amplitud aplicadas al transistor en circuitos proyectados para efectuar las medidas en las condiciones especificadas en las definiciones de la Ec. (12-8). Los pará-

metros pueden interpretarse también como las pendientes de las familias de curvas características, de las que la Fig. 12-20 da dos ejemplos para la obtención de r_{11} y r_{22}. Puede verse que r_{22} es muy grande en un transistor de unión y que r_{11} es pequeña y relativamente independiente de v_c. Los valores de r_{12} y r_{21} pueden hallarse a partir de familias de curvas semejantes a éstas que representen v_e en función de i_c y v_c en función de i_e, respectivamente.

Puesto que se cumple la teoría general de redes, el circuito equivalente con un generador de la Fig. 12-18 sirve para representar al transistor. Dibujando la Fig. 12-18*b* como indica la Fig. 12-21*a*, resulta más apropiada para adaptarla al circuito con base común si se introduce un nuevo grupo de parámetros. La definición de los nuevos parámetros, r_e, r_b, r_c y r_m, en función de los parámetros fundamentales del circuito,

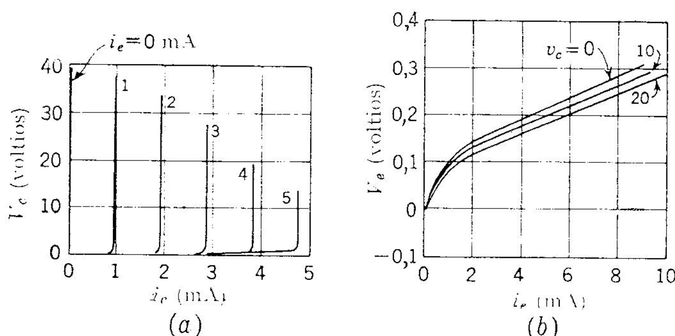


FIG. 12-20. Características de base común. (*a*) Familia de curvas de colector, pendiente $= r_{22}$; (*b*) Familia de curvas de emisor, pendiente $= r_{11}$.

r_{11}, r_{12}, r_{21} y r_{22}, puede conseguirse escribiendo las relaciones generales de las Ecs. (12-27) y (12-28) en la forma siguiente

$$\mathbf{V}_e = r_{11}\mathbf{I}_e + r_{12}\mathbf{I}_c \qquad (12\text{-}29)$$
$$\mathbf{V}_c = r_{21}\mathbf{I}_e + r_{22}\mathbf{I}_c \qquad (12\text{-}30)$$

Las ecuaciones correspondientes al circuito de la Fig. 12-21*b* pueden escribirse directamente así

$$\mathbf{V}_e = (r_e + r_b)\mathbf{I}_e + r_b\mathbf{I}_c \qquad (12\text{-}31)$$
$$\mathbf{V}_c = (r_b + r_m)\mathbf{I}_e + (r_b + r_c)\mathbf{I}_c \qquad (12\text{-}32)$$

Y, comparando término a término ambos sistemas, se obtienen

$$r_{11} = r_e + r_b \qquad r_{21} = r_m + r_b$$
$$r_{12} = r_b \qquad r_{22} = r_c + r_b$$

que pueden comprobarse aplicando las definiciones fundamentales

de la Ec. (12-8). Las relaciones generales del circuito son, pues,

$$
\begin{aligned}
r_e &= r_{11} - r_{12}, \text{ resistencia de emisor} \\
r_b &= r_{12}, \text{ resistencia de base} \\
r_c &= r_{22} - r_{12}, \text{ resistencia de colector} \\
r_m &= r_{21} - r_{12}, \text{ resistencia mutua}
\end{aligned}
\qquad (12\text{-}33)
$$

Los circuitos equivalentes de la Fig. 12-21 representan, por tanto, al transistor en el circuito con base común. Los parámetros r_e, r_b y r_c

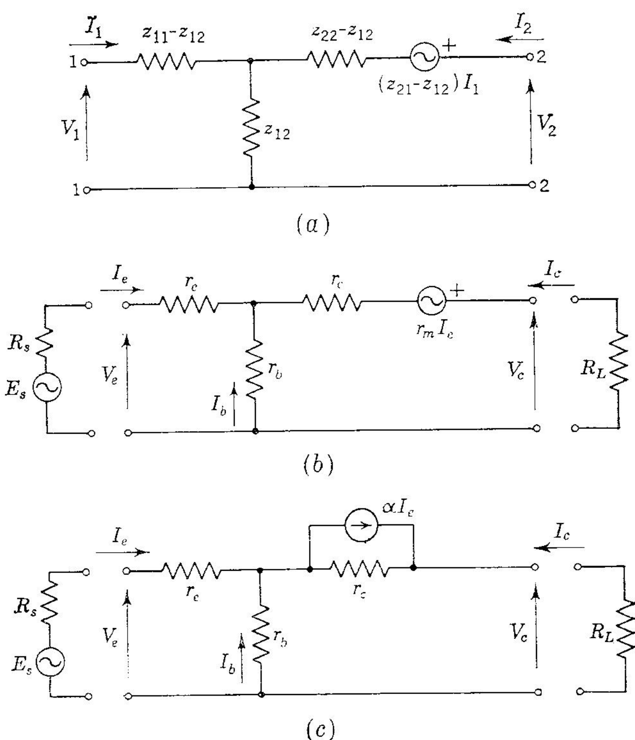


FIG. 12-21. Circuitos equivalentes con base común deducidos de la Fig. 12-18.

tienen cierto sentido físico en el transistor, pero el de r_m puede no ser tan evidente. Puede verse, no obstante, que la tensión obtenida en el circuito de colector es $(r_b + r_m)\mathbf{I}_e$ y que, por la Ec. (12-32) en condiciones de cortocircuito ($\mathbf{V}_c = 0$),

$$
-(r_m + r_b)\mathbf{I}_e = (r_c + r_b)\mathbf{I}_c
$$

$$
\frac{\mathbf{I}_c}{\mathbf{I}_e} = \alpha_{ce} = \frac{r_m + r_b}{r_c + r_b} = \frac{r_{21}}{r_{22}} \qquad (12\text{-}34)
$$

En el transistor de unión, r_b es corrientemente despreciable comparada con r_m o r_c, con lo cual

$$\alpha_{ce} \sim \frac{r_m}{r_c} \tag{12-35}$$

y, así, r_m puede definirse por la expresión

$$r_m \sim \alpha_{ce} r_c \tag{12-36}$$

La Ec. (12-34) permite el cálculo del factor de amplificación de corriente en corto entre colector y emisor α_{ce}, menor siempre que la unidad en los transistores de unión.

Por la Ec. (12-22), la impedancia de entrada de un cuadripolo era

$$Z_{11} = \mathbf{z}_{11} - \frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22} + Z_L}$$

Empleando los parámetros que se han definido para el circuito con base común, la *resistencia de entrada* para bajas frecuencias es

$$R_{11} = r_e + r_b - \frac{r_b(r_m + r_b)}{r_c + r_b + R_L} =$$

$$= r_e + \frac{r_b(r_c - r_m + R_L)}{r_c + r_b + R_L} \tag{12-37}$$

Debido a la influencia de las capacidades derivadas y al acoplamiento de la impedancia de salida R_{22}, la carga R_L se elegirá normalmente pequeña con respecto a r_c y a $r_c - r_m$. La resistencia de entrada del circuito con base común se reduce entonces a

$$R_{11} \sim r_e + r_b(1 - \alpha_{ce}) \tag{12-38}$$

La *resistencia de salida* del circuito puede hallarse, de modo semejante, a partir de la Ec. (12-24)

$$Z_{22} = \mathbf{z}_{22} - \frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{11} + Z_s}$$

y empleando las definiciones de los parámetros, con lo que se llega a

$$R_{22} = r_c - r_b \frac{r_m - r_e - R_s}{r_e + r_b + R_s} \tag{12-39}$$

siendo la resistencia de salida menor que la de colector a causa de los elementos activos del circuito, aunque el segundo término del segundo miembro puede ser pequeño comparado con r_c, en cuyo caso

$$R_{22} \sim r_c \tag{12-40}$$

Por una elección adecuada de R_s y R_L puede conseguirse, en caso necesario, la adaptación de impedancias en los terminales de entrada y salida.

La *ganancia de tensión* A_v del transistor en el circuito con base común es

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_c}{\mathbf{V}_e} = \frac{-R_L\mathbf{I}_c}{R_{11}\mathbf{I}_e}$$

La relación entre las corrientes puede obtenerse por la Ec. (12-21), resultando

$$\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1} = \frac{\mathbf{I}_c}{\mathbf{I}_e} = \frac{-\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22} + Z_L} = \frac{-r_{21}}{r_{22} + R_L} \qquad (12\text{-}41)$$

Haciendo uso de la Ec. (12-37) y de $r_m = \alpha_{ce}r_c$, se llega a

$$\mathbf{A}_v = \frac{(r_m + r_b)R_L}{r_er_b + r_c[r_e + r_b(1 - \alpha_{ce})] + (r_e + r_b)R_L} \qquad (12\text{-}42)$$

Se halla corrientemente que los términos primero y último del denominador son pequeños. También, $r_b \ll r_m$; por consiguiente, la expresión anterior puede reducirse aproximadamente a

$$\mathbf{A}_v \simeq \frac{\alpha_{ce}R_L}{r_e + r_b(1 - \alpha_{ce})} \qquad (12\text{-}43)$$

La *ganancia de corriente* $\mathbf{A}_i$ se puede obtener directamente de la Ec. (12-41), dando

$$\mathbf{A}_i = \frac{\mathbf{I}_c}{\mathbf{I}_e} = \frac{-r_{21}}{r_{22} + R_L} = \frac{-(r_b + r_m)}{r_c + r_b + R_L} \qquad (12\text{-}44)$$

Admitiendo de nuevo que $r_b \ll r_m$, $r_b + R_L \ll r_c$ y poniendo $r_m = \alpha_{ce}r_c$, se llega a

$$\mathbf{A}_i \simeq -\alpha_{ce} \qquad (1$$

que es menor que la unidad en el circuito con base común empleando transistor de unión.

La *ganancia de potencia* del circuito es sencillamente $|A_vA_i|$, y en forma aproximada

$$\text{Ganancia de potencia} \simeq \frac{\alpha_{ce}^2 R_L}{r_e + r_b(1 - \alpha_{ce})} \qquad (12\text{-}46)$$

Al ser el circuito con base común análogo al de tubo de vacío con rejilla a masa, es una forma de amplificador con realimentación y, por tanto, capaz de funcionar con gran estabilidad. No produce inversión de fase y funciona con ganancia de potencia media, empleándose mucho para transformar impedancias cuando se acopla una fuente de baja impedancia a una carga de alta impedancia.

Son valores típicos en un transistor de unión *N-P-N* en circuito con base común los siguientes:

$$\alpha_{ce} = 0{,}97 \qquad r_c = 2 \times 10^6\ \Omega$$
$$r_e = 35\ \Omega \qquad r_m = 1{,}94 \times 10^6\ \Omega$$
$$r_b = 100\ \Omega$$

Ejemplo. Empleando las constantes del transistor antes obtenidas, calcular R_{11}, R_{22}, A_i, A_v y la ganancia de potencia en un circuito con base común en el que $R_s = 500\ \Omega$ y $R_L = 10.000\ \Omega$.

Usando las ecuaciones indicadas podemos tabular los resultados en la forma siguiente:

$R_{11} = 38{,}5\ \Omega$	por la Ec. (12-37)
$\simeq 38\ \Omega$	aproximado, por la Ec. (12-38)
$R_{22} = 1{,}7 \times 10^6\ \Omega$	por la Ec. (12-39)
$\simeq 2{,}0 \times 10^6\ \Omega$	aproximado, por la Ec. (12-40)
$A_i = -0{,}965$	por la Ec. (12-44)
$\simeq -0{,}97$	aproximado, por la Ec. (12-45)
$A_v = 251$	por la Ec. (12-42)
$\simeq 246$	aproximado, por la Ec. (12-43)

Ganancia de potencia $= 0{,}965 \times 251 = 242$
$= 23{,}8$ db

12-10. Circuito con emisor común.

El amplificador de transistor con emisor común es análogo al de tubo de vacío con cátodo común y es de empleo muy extendido por su gran ganancia. Para estudiar el

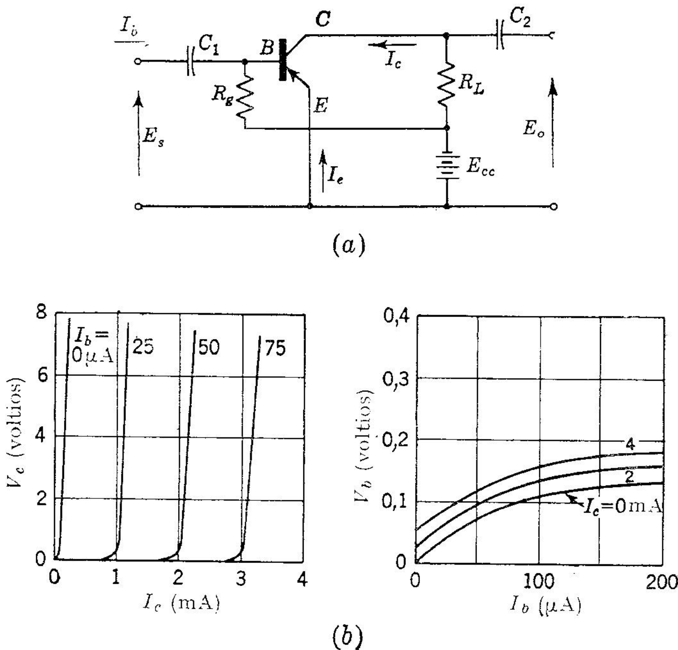


FIG. 12-22. (*a*) Amplificador típico con emisor común a bajas frecuencias; $R_g = 150 K\Omega$, $R_L = 10\ K\Omega$, $C_1 = C_2 = 1\ \mu F$. (*b*) Características de emisor común.

circuito para bajas frecuencias, como en la Fig. 12-22*a*, es conveniente elegir $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_c$ como variables independientes con las familias de curvas características de la Fig. 12-22*b*. Las relaciones generales del circuito son

$$\mathbf{V}_b = r_{11}\mathbf{I}_b + r_{12}\mathbf{I}_c \qquad (12\text{-}47)$$

$$\mathbf{V}_c = r_{21}\mathbf{I}_b + r_{22}\mathbf{I}_c \qquad (12\text{-}48)$$

con los parámetros definidos para el circuito con emisor común.

Los elementos del circuito equivalente del transistor, deducidos en la Fig. 12-21*b* para el circuito con base común, pueden disponerse

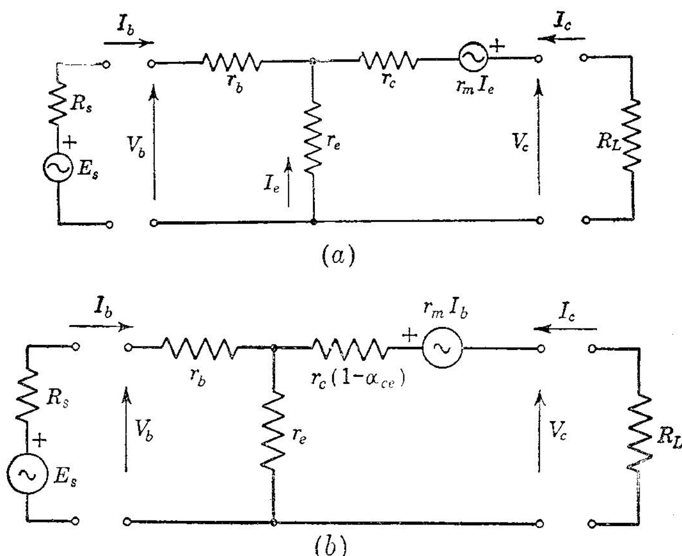


FIG. 12-23. (*a*) Circuito equivalente del amplificador con emisor común. (*b*) Una forma más usual.

en forma apropiada para este caso, como muestra la Fig. 12-23*a*. Se sigue así el método usado con el tubo de vacío en el que los elementos de un circuito equivalente se disponían adecuadamente para las otras dos formas de montaje. Puede verse que, en lo que concierne al transistor, la única diferencia entre los circuitos con base común y con emisor común es la inversión de la polaridad de la señal con respecto a los terminales de emisor y base. Este cambio es el responsable de la inversión de fase inherente al circuito.

Las ecuaciones para el circuito de la Fig. 12-23*a* pueden escribirse directamente, pero debe notarse que el generador equivalente es función de $\mathbf{I}_e$. Se tiene

$$\mathbf{V}_b = r_b\mathbf{I}_b - r_e\mathbf{I}_e$$

$$\mathbf{V}_c = (r_m - r_e)\mathbf{I}_e + r_c\mathbf{I}_c$$

e

$$\mathbf{I}_e = -(\mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c)$$

de donde

$$V_b = (r_b + r_e)I_b + r_e I_c \quad (12\text{-}49)$$

$$V_c = (r_e - r_m)I_b + (r_c + r_e - r_m)I_c$$
$$= (r_e - r_m)I_b + [r_e + r_c(1 - \alpha_{ce})]I_c \quad (12\text{-}50)$$

En la Ec. (12-50) el término $r_m I_b$, del generador mutuo, es negativo y función de la corriente de entrada I_b, lo que resulta más conveniente para este circuito. Las Ecs. (12-49) y (12-50) conducen a un circuito como el de la Fig. 12-23*b* que tiene la forma frecuentemente usada en el caso de emisor común. Es de señalar que no es un circuito nuevo, sino que se ha obtenido partiendo de los elementos del circuito equivalente del amplificador con base común.

Comparando término a término con las relaciones generales expresadas por las Ecs. (12-47) y (12-48), se pueden definir los parámetros para el circuito general,

$$r_{11} = r_b + r_e \qquad r_{21} = r_e - r_m$$
$$r_{12} = r_e \qquad r_{22} = r_e + r_c(1 - \alpha_{ce})$$

Mientras estas definiciones del circuito general difieren de las correspondientes al circuito con base común, los parámetros del transistor r_e, r_b, r_c y r_m son idénticos a los allí empleados.

La *resistencia de entrada* R_{11} para el circuito con emisor común puede hallarse a partir de la relación general [Ec. (12-22)],

$$R_{11} = r_b + \frac{r_e(r_c + R_L)}{r_c + r_e - r_m + R_L} \quad (12\text{-}51)$$

En la práctica, puede suponerse corrientemente que

$$r_e \ll R_L \ll r_c\ (1 - \alpha_{ce});$$

con lo cual

$$R_{11} \sim r_b + \frac{r_e}{1 - \alpha_{ce}} \quad (12\text{-}52)$$

Del mismo modo, la *resistencia de salida* es

$$R_{22} = r_c(1 - \alpha_{ce}) + \frac{r_e(r_b + r_m + R_s)}{r_b + r_e + R_s} \sim \quad (12\text{-}53)$$

$$\simeq r_c(1 - \alpha_{ce}) + \frac{r_e r_m}{r_b + r_e + R_s} \quad (12\text{-}54)$$

La *ganancia de corriente* A_i del circuito se puede obtener por la Ec. (12-21), dando

$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_c}{I_b} = \frac{-r_{21}}{r_{22} + R_L}$$

de donde

$$\mathbf{A}_i = \frac{-(r_e - r_m)}{r_e + r_c - r_m + R_L} = \frac{-1}{1 + (r_c + R_L)/(r_e - r_m)} \quad (12\text{-}55)$$

Si $r_e \ll R_L \ll r_c$

$$\mathbf{A}_i \simeq \frac{\alpha_{ce}}{1 - \alpha_{ce}} \quad (12\text{-}56)$$

Con valores de α_{ce} entre 0,95 y 0,99, la ganancia de corriente del circuito puede ser bastante grande. En realidad, esto es debido al pequeño valor de la corriente de base en comparación con la que circula entre emisor y colector.

La *ganancia de tensión* $\mathbf{A}_v$ en el circuito de emisor común es

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_c}{\mathbf{V}_b} = \frac{-R_L I_c}{R_{11} I_b} = \frac{R_L}{r_b + [(r_b + r_e)(r_c + R_L)/(r_e - r_m)]} \quad (12\text{-}57)$$

Suponiendo el caso corriente en que $r_e \ll r_m$ y $R_L \ll r_c$, se tiene

$$\mathbf{A}_v \simeq \frac{-\alpha_{ce} R_L}{r_e + r_b(1 - \alpha_{ce})} \quad (12\text{-}58)$$

donde el signo negativo indica la inversión de fase. Es posible obtener gran ganancia con grandes valores de R_L, pero a costa de la anchura de la banda de frecuencia.

La *ganancia de potencia* es $|A_v A_i|$ que, empleando las expresiones aproximadas, es

$$\text{Ganancia de potencia} = \frac{\alpha_{ce}^2 R_L}{(1 - \alpha_{ce})r_e + r_c(1 - \alpha_{ce})^2} \quad (12\text{-}59)$$

Ejemplo. Empleando los valores dados para el transistor de unión N-P-N de la Sec. 12-9, calcular R_{11}, R_{22}, A_i, A_v y la ganancia de potencia en el circuito con emisor común, siendo $R_s = 500\ \Omega$ y $R_L = 10.000\ \Omega$.

Los resultados son los siguientes:

$R_{11} = 1.105\ \Omega$	por la Ec. (12-51)
$\simeq 1.266\ \Omega$	aproximado, por la Ec. (12-52)
$R_{22} = 167.000\ \Omega$	por la Ec. (12-53)
$\simeq 167.000\ \Omega$	aproximado, por la Ec. (12-54)
$A_i = 28{,}6$	por la Ec. (12-55)
$\simeq 32{,}3$	aproximado, por la Ec. (12-56)
$A_v = -250$	por la Ec. (12-57)
$\simeq -255$	aproximado, por la Ec. (12-58)
Ganancia de potencia $= 28{,}6 \times 250 = 7.150$ $= 38{,}5$ db	por la Ec. (12-59)

12-11. Amplificador con colector común. El amplificador con colector común tiene gran impedancia de entrada, baja impedancia de salida, ganancia de tensión menor que la unidad y no invierte la fase, como su análogo el seguidor de cátodo con tubo de vacío.

En el circuito básico de la Fig. 12-24*a* es posible disponer los elementos equivalentes al transistor para formar el circuito equivalente de la Fig. 12-24*b*, conservando todos los sentidos de las corrientes y los elementos de acuerdo con la práctica usual en el circuito equivalente

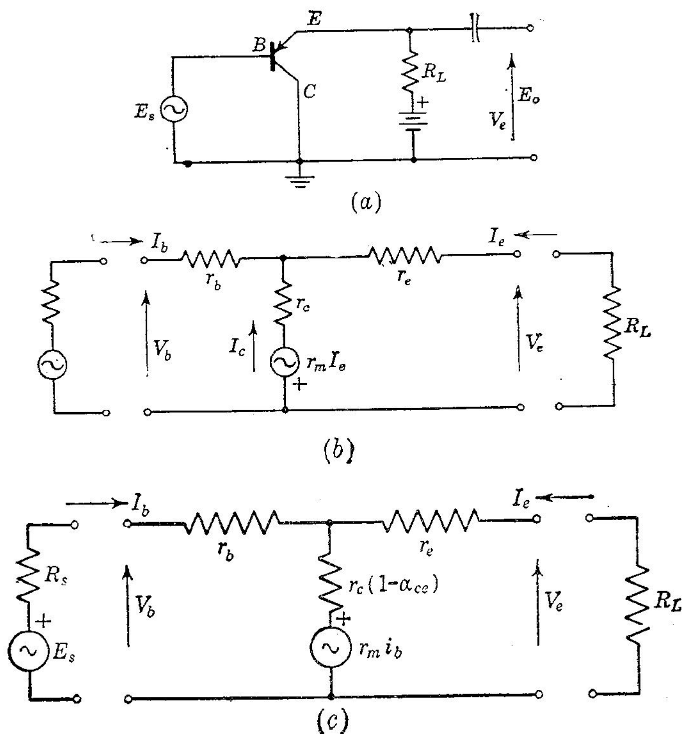


FIG. 12-24. (*a*) Amplificador con colector común. (*b*) Circuito equivalente del (*a*). (*c*) Una forma más usual.

con base común. Las variables independientes son $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_e$. A bajas frecuencias, las relaciones básicas del cuadripolo son

$$\mathbf{V}_b = r_{11}\mathbf{I}_b + r_{12}\mathbf{I}_e \tag{12-60}$$
$$\mathbf{V}_e = r_{21}\mathbf{I}_b + r_{22}\mathbf{I}_e \tag{12-61}$$

Las ecuaciones del circuito pueden escribirse por simple inspección del circuito equivalente de la Fig. 12-24*b*,

$$\mathbf{V}_b = r_b\mathbf{I}_b - r_c\mathbf{I}_c - r_m\mathbf{I}_e$$
$$\mathbf{V}_e = r_e\mathbf{I}_e - r_c\mathbf{I}_c - r_m\mathbf{I}_e$$

Puede obtenerse una forma más conveniente de circuito equivalente si $r_m\mathbf{I}_b$ se suma y se resta en cada una de las ecuaciones anteriores. Teniendo en cuenta que $\mathbf{I}_c = -(\mathbf{I}_b + \mathbf{I}_e)$, dichas ecuaciones quedan reducidas a

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_b &= (r_b + r_c - r_m)\mathbf{I}_b + r_m\mathbf{I}_b + (r_c - r_m)\mathbf{I}_e = \\ &= [r_b + r_c(1 - \alpha_{ce})]\mathbf{I}_b + r_m\mathbf{I}_b + r_c(1 - \alpha_{ce})\mathbf{I}_e \end{aligned} \tag{12-62}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_e &= (r_c - r_m)\mathbf{I}_b + r_m\mathbf{I}_b + (r_e + r_c - r_m)\mathbf{I}_e = \\ &= r_c(1 - \alpha_{ce})\mathbf{I}_b + r_m\mathbf{I}_b + [r_e + r_c(1 - \alpha_{ce})]\mathbf{I}_e \end{aligned} \tag{12-63}$$

Estas últimas ecuaciones nos llevan al circuito de la Fig. 12-24*c* que es el normalmente usado en el caso de colector común. Nótese, de nuevo, que como punto de partida se ha empleado el circuito con base común, para adaptarlo a la configuración actual y que el nuevo circuito equivalente se ha deducido por medio de transformaciones algebraicas de las ecuaciones representativas. Así, el procedimiento es análogo al empleado en el triodo, donde un único circuito equivalente se disponía de modo que se adaptase a las tres formas básicas de montaje. El resultado es más complicado en el transistor y conduce a tres circuitos equivalentes distintos, pero que emplean todos los mismos parámetros para el transistor. La mayor complicación procede de que el transistor es un elemento más complejo con impedancia de entrada finita.

Comparando otra vez término a término con las relaciones generales de las Ecs. (12-60) y (12-61) se ve que los parámetros del circuito general pueden definirse, para el circuito con colector común, como

$$r_{11} = r_b + r_c \qquad r_{21} = r$$
$$r_{12} = r_c(1 - \alpha_{ce}) \qquad r_{22} = r_e + r_c(1 - \alpha_{ce})$$

Estos últimos parámetros pueden obtenerse por medio de las definiciones de la Ec. (12-8), y las Ecs. (12-62) y (12-63). Como antes, los parámetros del transistor son los empleados en los circuitos con base y emisor comunes.

El comportamiento del transistor en el circuito con colector común puede deducirse de las relaciones generales [Ecs. (12-21) a (12-24)], dando los siguientes resultados:

Resistencia de entrada:

$$R_{11} = r_b + \frac{r_c(r_e + R_L)}{r_e + r_c(1 - \alpha_{ce}) + R_L} \tag{12-64}$$

Si $r_b \ll r_c$ y $r_e \ll R_L \ll r_c(1 - \alpha_{ce})$, la expresión anterior se reduce a

$$R_{11} \sim \frac{R_L}{1 - \alpha_{ce}} \tag{12-65}$$

para el transistor de unión, con α_{ce} menor pero próximo a la unidad, la resistencia de entrada puede ser bastante grande. No obstante,

para α_{ce} próximo a la unidad, la hipótesis de que $R_L \ll r_c(1 - \alpha_{ce})$ puede no cumplirse. En ese caso hay que emplear la Ec. (12-64).

Resistencia de salida:

$$R_{22} = r_e + \frac{r_c(1 - \alpha_{ce})(r_b + R_s)}{r_b + r_c + R_s} \tag{12-66}$$

Para r_c grande

$$R_{22} \sim r_e + (1 - \alpha_{ce})(r_b + R_s) \tag{12-67}$$

que no es muy grande, no excediendo mucho de r_e.

Ganancia de corriente $\mathbf{A}_i$:

$$\mathbf{A}_i = \frac{-r_{21}}{r_{22} + R_L} = \frac{-r_c}{r_e + r_c(1 - \alpha_{ce}) + R_L} = \frac{-1}{1 + \dfrac{r_e - r_m + R_L}{r_c}} \tag{12-68}$$

Para r_e y R_L pequeñas con relación a r_m

$$\mathbf{A}_i \sim \frac{-1}{1 - \alpha_{ce}} \tag{12-69}$$

Ganancia de tensión $\mathbf{A}_v$:

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_e}{\mathbf{V}_b} = \frac{-R_L I_e}{R_{11} I_b} = \frac{r_c R_L}{r_b(r_c - r_m + r_e + R_L) + r_c(r_e + R_L)} \tag{12-70}$$

Haciendo las simplificaciones relativas a r_b y r_e con respecto a r_c y R_L, se obtiene

$$\mathbf{A}_v \simeq \frac{1}{1 + [r_b(1 - \alpha_{ce})/R_L]} \tag{12-71}$$

que tiende a la unidad. El signo positivo indica que no se invierte la fase.
Ganancia de potencia:

$$A_v A_i = \frac{1}{(1 - \alpha_{ce})\left[1 + \dfrac{r_b(1 - \alpha_{ce})}{R_L}\right]} \sim \frac{1}{1 - \alpha_{ce}} \tag{12-72}$$

usando las relaciones aproximadas.

Ejemplo. Con los valores del transistor de unión *N-P-N* dados en la Sec. 12-9, calcular R_{11}, R_{22}, A_i, A_v y la ganancia de potencia en un circuito con colector común, siendo $R_s = 500\ \Omega$ y $R_L = 10.000\ \Omega$. Se obtienen los siguientes resultados:

R_{11}	$= 328.000\ \Omega$	por la Ec. (12-64)
	$\simeq 333.000\ \Omega$	aproximado, por la Ec. (12-65)
R_{22}	$= 53\ \Omega$	por la Ec. (12-66)
	$\sim 53\ \Omega$	aproximado, por la Ec. (12-67)
A_i	$= -29,4$	por la Ec. (12-68)
	$\simeq -33,3$	aproximado, por la Ec. (12-69)
A_v	$= 0,9996$	por la Ec. (12-70)
	$\simeq 0,9997$	aproximado, por la Ec. (12-71)
Ganancia de potencia	$= 29,39$	por la Ec. (12-72)
	$= 14,7$ db	

12-12. Resumen de las características de los amplificadores con transistores. El amplificador con base común se caracteriza por su baja impedancia de entrada y alta impedancia de salida y por no invertir la fase. Da ganancias de tensión y potencia y es apropiado para circuitos acoplados en continua y para adaptación de impedancias.

El circuito con emisor común es el más flexible y generalmente usado de los tres. Su resistencia de entrada es mayor que la del circuito con base común y tiene menor resistencia de salida. Da las mayores

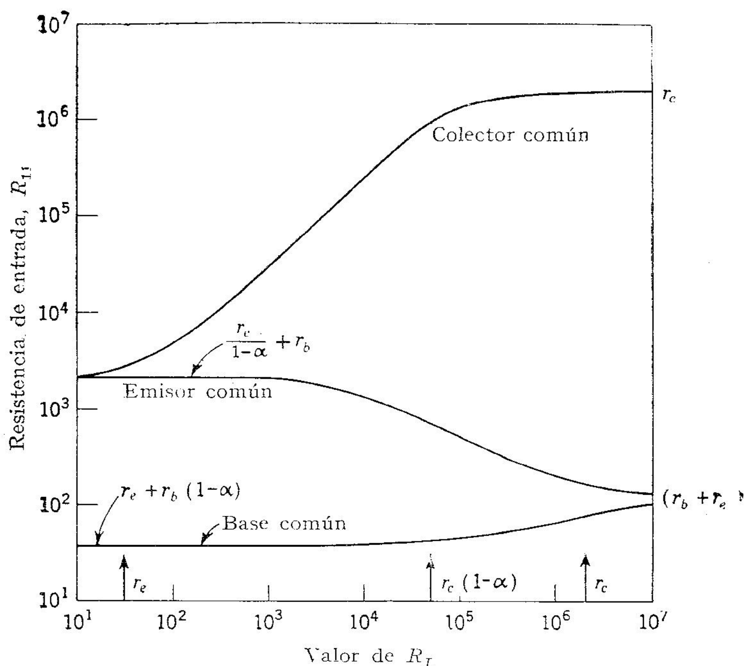


FIG. 12-25. Variación de R_{11} con R_L para el transistor empleado en varios ejemplos.

ganancias de tensión y de potencia con un transistor dado. Para valores pequeños de R_L, menores que $r_c(1-\alpha_{ce})$, las resistencias de entrada de los circuitos con base común y con emisor común son pequeñas e independientes de la carga. Para valores intermedios de R_L, que se acerquen a r_c, la resistencia de entrada se aproxima a r_b+r_e, como muestra la Fig. 12-25. Estas variaciones hacen al transistor más flexible que el tubo de vacío, pero complican el proyecto de circuitos con transistores.

El circuito con colector común tiene una ganancia de tensión próxima, pero menor, a la unidad. Tiene baja resistencia de salida, gran resistencia de entrada, que es función de R_L, y no invierte la fase. Se emplea mucho para adaptar impedancias como amplificador.

TABLA 26. RESUMEN DE CARACTERÍSTICAS APROXIMADAS (*)

Parámetro	Base común	Emisor común	Colector común
R_{11}	$r_e + r_b(1-\alpha_{ce})$	$\dfrac{r_e + r_b(1-\alpha_{ce})}{1-\alpha_{ce}}$	$\dfrac{R_L}{1-\alpha_{ce}}$
R_{22}	r_c	$r_c(1-\alpha_{ce}) + \dfrac{r_e r_m}{r_b + r_e + R_s}$	$r_e + (1-\alpha_{ce})(r_b + R_s)$
A_i	$-\alpha_{ce}$	$\dfrac{\alpha_{ce}}{1-\alpha_{ce}}$	$\dfrac{-1}{1-\alpha_{ce}}$
A_v	$\dfrac{\alpha_{ce} R_L}{r_e + r_b(1-\alpha_{ce})}$	$\dfrac{-\alpha_{ce} R_L}{r_e + r_b(1-\alpha_{ce})}$	1
Ganancia de potencia	$\dfrac{\alpha_{ce}^2 R_L}{r_e + r_b(1-\alpha_{ce})}$	$\dfrac{\alpha_{ce}^2 R_L}{(1-\alpha_{ce})[r_e + r_b(1-\alpha_{ce})]}$	$\dfrac{1}{1-\alpha_{ce}}$

(*) Se supone que $r_e + r_b \ll R_L \ll r_c(1-\alpha_{ce})$.

La capacidad de los transistores para trabajar con grandes potencias está limitada por el aumento de temperatura y por la temperatura ambiente permisibles para evitar la conducción intrínseca del semiconductor. La tensión máxima de colector es función de la tensión Zener del material. Mientras la potencia de salida está limitada por el aumento de temperatura, puede obtenerse una potencia de salida razonable, debido al gran rendimiento interno del transistor que llega hasta el 49 por 100 funcionando en Clase A.

La tensión mínima y las corrientes límite son mucho menores que en tubo de vacío, como puede apreciarse observando la linealidad de la familia de curvas de colector a tensiones muy bajas.

TABLA 27. VALORES USUALES DE FUNCIONAMIENTO DE LOS TRANSISTORES DE UNIÓN

Circuito	R_{11}, Ω	R_{22}, Ω	Ganancia de potencia, db	Inversión de fase
Base común	30-1.000	100.000-2.000.000	15-30	No
Emisor común	300-1.500	5.000-100.000	30-40	Sí
Colector común	100.000-500.000	100-20.000	12-16	No

12-13. Análisis gráfico del funcionamiento del transistor con gran señal. El análisis gráfico del funcionamiento del transistor con grandes señales es una aplicación directa de los métodos empleados con el tubo de vacío, por lo cual los trataremos aquí brevemente. Los transistores se especifican normalmente con arreglo a la corriente y a la tensión

máximas de colector, a la corriente máxima de emisor o base y a la disipación de potencia admisible a una temperatura ambiente dada. Se puede dibujar una línea límite sobre una familia de curvas características de colector, como en la Fig. 12-26, calculando los puntos por la relación hiperbólica

$$E_c I_c = \text{máxima disipación, vatios}$$

El punto de funcionamiento no debe sobrepasar esta curva límite en ningún instante. Esto es de especial importancia con cargas reactivas en que la línea de carga es una elipse. En este caso, aunque el

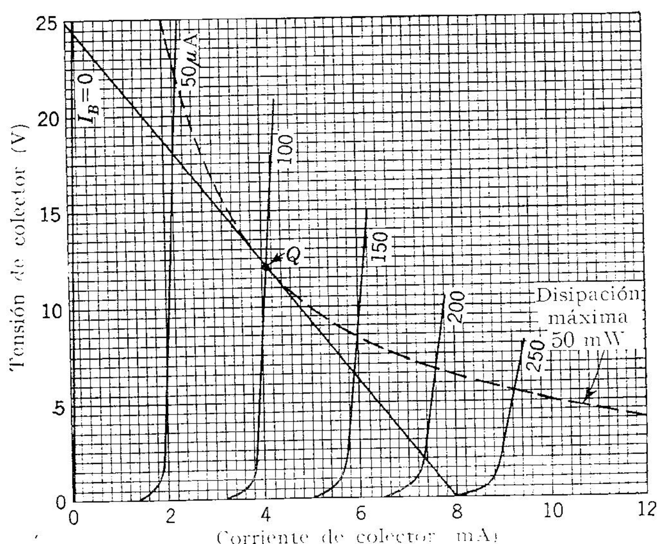


FIG. 12-26. Solución gráfica de las condiciones de funcionamiento del transistor.

punto Q está por debajo de la hipérbola de máxima disipación, una parte de la elipse puede rebasar dicha curva crítica. La disipación subirá entonces por encima del valor máximo permitido y puede resultar dañado el transistor.

En la figura se ha supuesto que la disipación admisible es 50 mW, la tensión de alimentación de colector $E_{cc} = 25$ voltios y la máxima corriente de base $I_b = 250$ μA. Usando el valor dado de E_{cc}, puede trazarse una línea de carga tangente a la línea de máxima disipación, dando una pendiente correspondiente a una carga $R_L = 3.200$ ohmios. La variación de I_b para pequeña distorsión puede ser de 0 a 200 μA, con el punto Q situado a $I_b = 100$ μA. Para los transistores de unión corrientemente usados, las curvas son lineales para tensiones de colector bajas y el funcionamiento es posible hasta 1 ó 2 voltios. Están estudiándose transistores con potencias de salida nominales de 65 a 100 vatios,

que suponen un excelente poder de disipación de calor o una refrigeración forzada.

El cálculo del funcionamiento se deduce directamente de la línea de carga, como en el tubo de vacío. Para tener en cuenta un acoplamiento por transformador o bobina debe dibujarse la línea de carga en continua antes de situar el punto Q y de trazar la línea de carga en alterna.

12-14. Polarización y estabilización. El punto Q para un transistor está determinado por varias corrientes y, para que su situación sea correcta, deben mantenerse constantes estas corrientes. Sin embargo, la mayoría de las fuentes de alimentación son del tipo de tensión constante, por lo que no aseguran un suministro de corriente constante por sí mismas; esto se remedia casi empleando una gran resistencia en serie con una fuente de alta tensión. Además, los transistores difieren unos de otros y su sustitución puede hacer que varíen las corrientes que se extraen de las fuentes de tensión constante, desplazando el punto Q a una zona de funcionamiento indeseable.

Otro problema importante relacionado con el funcionamiento del transistor es la variación de sus parámetros con la temperatura. La corriente de saturación I_{co} que circula con corriente de emisor nula es particularmente sensible a la temperatura. Un aumento en I_{co} hace crecer la disipación y la temperatura que, a su vez, hace aumentar I_{co}, pudiendo llegarse finalmente a quemar el transistor.

El funcionamiento con corriente de polarización fija puede obtenerse en el circuito de la Fig. 12-27*a*, en el que I_B puede establecerse haciendo

$$R_1 = \frac{E_{CC}}{I_B} \tag{12-73}$$

suponiendo que la resistencia emisor-base $r_e + r_b$ es pequeña comparada con R_1, que es lo normal si E_{cc} es grande. Si $I_B = 400$ μA en el punto Q deseado, con $E_{CC} = 20$ voltios, resulta que $R_1 = 50.000$ ohmios.

El circuito de la Fig. 12-27*a*, al obtener todas sus tensiones de una sola fuente, es muy sensible a los cambios en I_{co} debidos a la temperatura. Para estabilizar el punto de funcionamiento, el circuito necesita degeneración a frecuencia cero, como la proporcionada por una resistencia de cátodo en un circuito con tubo de vacío.

El circuito de la Fig. 12-27*b* suministra esta realimentación de colector a base para la corriente de polarización y para la señal. La resistencia de realimentación R_1 debe tener un valor

$$R_1 = \frac{V_C - V_B}{I_B}$$

donde V_C, V_B e I_B son los valores correspondientes al punto Q deseado. Si la tensión de colector tiende a disminuir, la corriente de polarización de base se reducirá, tendiendo a restaurar la tensión de colector deseada.

Una gran tensión de colector dará lugar a una gran corriente de base, haciendo que el punto Q descienda por la línea de carga hacia el sitio deseado.

El circuito de la Fig. 12-27c tiene el emisor a masa sólo para corrientes alternas, dando realimentación negativa y consiguiendo la estabilización del punto Q para corrientes continuas. Para R_e será corrientemente suficiente un valor entre 100 y 500 Ω, que no perjudicará la ganancia en alterna si se deriva adecuadamente para la gama de frecuencias de funcionamiento.

En la Fig. 12-27d se muestra una combinación de corriente de polarización fija con resistencia de emisor R_e sin derivar. Puede elegirse R_1

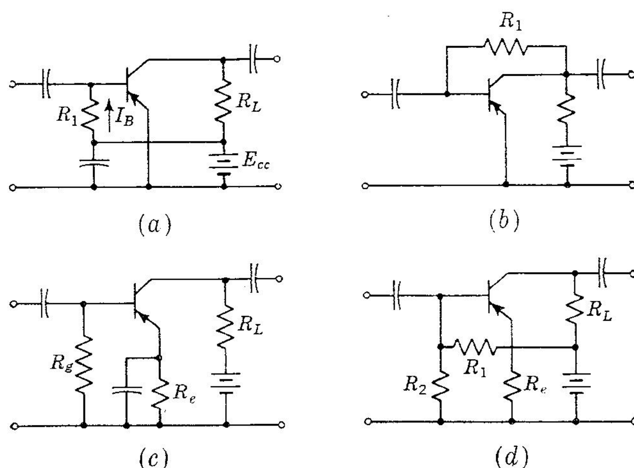


FIG. 12-27. Circuitos de polarización.

para obtener la corriente de base deseada. El efecto de R_e es introducir una realimentación negativa en ambas clases de funcionamiento (en continua y en alterna) y mantener constante I_C ante las variaciones de la temperatura o de α_{ce}. Al analizar el circuito, el valor de R_e debe sumarse al r_e del transistor en las ecuaciones de funcionamiento. En la Tabla 26 puede verse que el aumento de la resistencia de emisor hará disminuir A_v y la ganancia de potencia. Otro efecto importante es aumentar la resistencia de entrada de los circuitos con base común y con emisor común. En este último, para el transistor usado en el ejemplo de la Sec. 12-9, una resistencia R_e de 300 Ω hace aumentar la resistencia de entrada de 1.105 a 11.300 ohmios. La ganancia de tensión se reduce de -255 a -29; de todos modos, la mejoría en las condiciones de carga para el paso precedente pueden hacer que la inclusión de R_e valga la pena, además de la estabilización del punto Q.

12-15. Amplificadores en cascada. El circuito con emisor común se emplea frecuentemente en los amplificadores en cascada, como indica

la Fig. 12-28. En la Fig. 12-28*a* se usa un acoplamiento por transformador para permitir la adaptación de impedancias entre la salida y la entrada de pasos sucesivos, y valores bajos de la tensión de alimentación pueden ser suficientes para todos los pasos, excepto los de potencia. Para la estabilización del punto *Q* se emplea resistencia de emisor, derivada para corriente alterna.

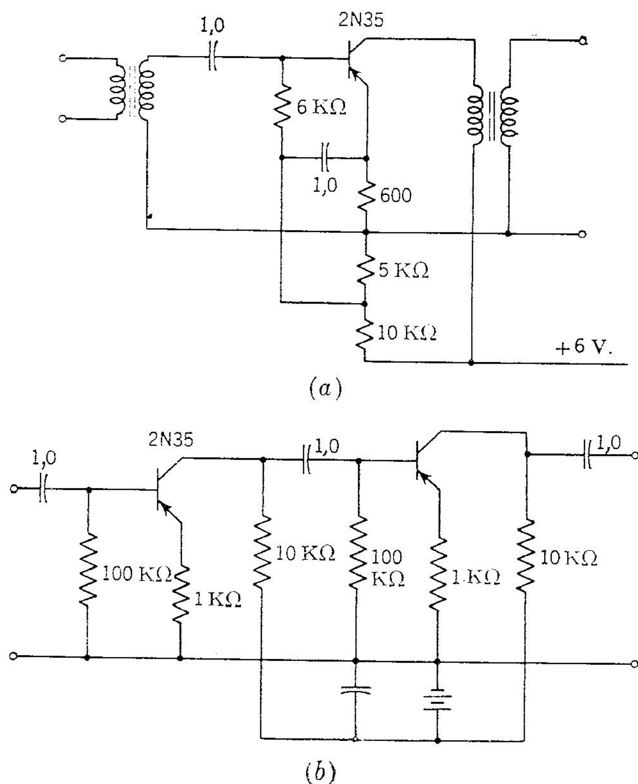


FIG. 12-28. (*a*) Amplificador de acoplamiento por transformador. (*b*) Acoplamiento *RC* para audiofrecuencias.

La Fig. 12-28*b* muestra dos amplificadores con emisor común en cascada con acoplamiento *RC*, en los que se tolera el desacuerdo de impedancias en beneficio del menor tamaño obtenible al no emplear transformador.La degeneración producida por la resistencia de emisor de 1.000 Ω aumenta la resistencia de entrada para una mejor adaptación con la impedancia de salida y mejora considerablemente la estabilidad. La fuente de alimentación puede ser de 20 a 25 voltios y los valores de los elementos mostrados permitirán que se cubra satisfactoriamente la banda de audiofrecuencias.

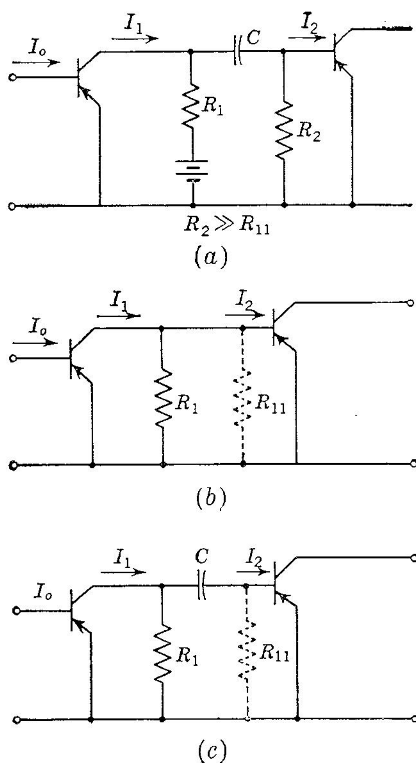


FIG. 12-29. (a) Acoplamiento RC. (b) Circuito equivalente a frecuencias medias. (c) Circuito equivalente a bajas frecuencias.

12-16. Respuesta en frecuencia del amplificador RC. Para el análisis de la respuesta del amplificador con acoplamiento RC en las frecuencias medias y bajas, se considera un paso, como muestra la Fig. 12-29a. Con $r_e \ll r_m$, se puede modificar la Ec. (12-55) para la ganancia de corriente del amplificador con emisor común, obteniendo la corriente de salida $\mathbf{I}_1$

$$\mathbf{I}_1 \simeq \mathbf{I}_o \frac{\alpha_{ce} r_c}{r_c(1 - \alpha_{ce}) + R_L} \tag{12-74}$$

donde R_L es la carga total en alterna del transistor. Si $R_2 \gg R_{11}$, siendo R_{11} la resistencia de entrada al segundo paso (Fig. 12-29b), se tiene

$$R_L = \frac{R_1 R_{11}}{R_1 + R_{11}}$$

a frecuencias medias, en las que puede despreciarse la reactancia de C frente a R_{11}.

La ganancia total de corriente I_2/I_o en la zona de frecuencias medias puede calcularse como

$$\text{Frecuencias medias:} \quad \mathbf{A}_i = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_o} \sim \frac{\alpha_{ce} r_c}{r_c(1 - \alpha_{ce}) + R_L} \frac{R_1}{R_1 + R_{11}} \tag{12-75}$$

El término $R_1/(R_1 + R_{11})$ aparece aquí como divisor de corriente, ya que la corriente de salida $\mathbf{I}_1$ del primer transistor se divide entre R_1 y R_{11} del segundo transistor.

La expresión anterior puede reducirse a

$$\mathbf{A}_i \sim \frac{\alpha_{ce}}{1 - \alpha_{ce}} \frac{1}{1 + \dfrac{R_L}{r_c(1 - \alpha_{ce})}} \frac{R_1}{R_1 + R_{11}} \tag{12-76}$$

que pone de manifiesto el término de ganancia de corriente en cortocircuito $\alpha_{ce}/(1 - \alpha_{ce}) = \alpha_{cb}$ del circuito con emisor común.

A bajas frecuencias la reactancia de C resulta muy grande con respecto a R_{11}, con lo cual la ganancia total de corriente es

Frecuencias bajas:

$$\mathrm{A}_i \simeq \frac{\alpha_{ce} r_c}{r_c(1-\alpha_{ce}) + \dfrac{R_1}{1+j\omega C R_1}} \frac{R_1}{R_1 + \dfrac{1}{j\omega C}} \tag{12-77}$$

para el circuito de bajas frecuencias de la Fig. 12-29*c*. Esta ecuación puede reducirse a

$$\mathrm{A}_i = \frac{\alpha_{ce}}{1-\alpha_{ce}} \frac{1}{1 - \dfrac{j}{\omega C}\left[\dfrac{1}{r_c(1-\alpha_{ce})} + \dfrac{1}{R_1}\right]} \tag{12-78}$$

que muestra el efecto de la reactancia de C.

Se ve que

$$f_1 = \frac{1}{2\pi C}\left[\frac{1}{r_c(1-\alpha_{ce})} + \frac{1}{R_1}\right] \tag{12-79}$$

la ganancia de corriente se reducirá a 3 db y la desviación de fase será de $+45^0$ y la ganancia caerá 6 db por octava a frecuencias inferiores a ésa.

La ganancia de corriente a bajas frecuencias puede escribirse también así:

$$\mathrm{A}_i = \frac{\alpha_{ce}}{1-\alpha_{ce}} \frac{1}{1 - jf_1/f} \tag{12-80}$$

y la desviación de fase es

$$\phi = \mathrm{tg}^{-1}\frac{f_1}{f} \tag{12-81}$$

Estas expresiones son análogas a las correspondientes para el amplificador con tubo de vacío con acoplamiento RC.

La respuesta del transistor a altas frecuencias se complica por las reactancias internas y los tiempos de difusión, por lo que no puede dibujarse fácilmente un circuito equivalente exacto. En primera aproximación, se supone corrientemente que las reactancias capacitivas están en paralelo con las resistencias r_e y r_c del circuito equivalente a bajas frecuencias. Puesto que la capacidad de emisor C_e está en paralelo con el pequeño valor de r_e, se puede normalmente despreciar C_e, aunque puede llegar a valer de 100 a 150 $\mu\mu$F. La capacidad de colector C_c, al estar en paralelo con r_c, de gran valor, puede tener gran influencia en la reducción de la respuesta a altas frecuencias y de la impedancia de salida, llegando en algunos circuitos a dejarse notar a partir de 1 Kc.

Un circuito equivalente aproximado para altas frecuencias, en el caso de base común, es el mostrado en la Fig. 12-30, siendo posible obtener

a partir de él circuitos equivalentes para las otras formas de amplificador. Debe señalarse también que tanto r_c como C_c pueden ser funciones de la frecuencia, disminuyendo al crecer esta última.

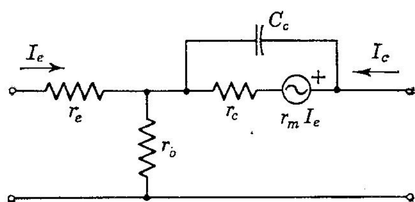


FIG. 12-30. Circuito equivalente a frecuencias altas para la forma sencilla del circuito con base común.

Se ha encontrado también que, debido a la difusión de los huecos y de los electrones en el cristal, el valor de α_{ce} es función de la frecuencia y que, cuando ésta es muy alta, α_{ce} será una magnitud compleja.

Debido a esta naturaleza compleja de los fenómenos internos en un transistor a altas frecuencias, es costumbre definir una frecuencia de esquina, para la curva α_{ce}-frecuencia, en función de una frecuencia de corte f_c, a la cual el valor de α_{ce} es del 70,7 por 100 (3 db por debajo de su valor α_o a bajas frecuencias).

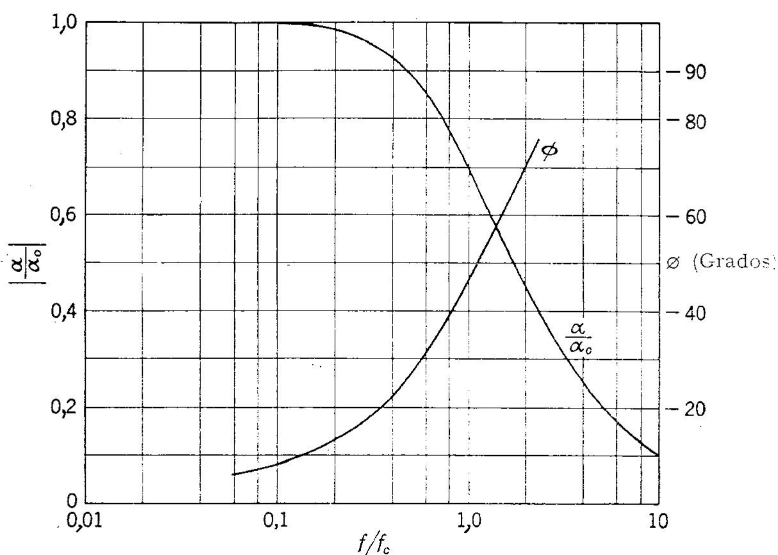


FIG. 12-31. Variación de α con la frecuencia.

Con esta definición se halla que, en una banda razonable de frecuencias, α_{ce} obedece con bastante aproximación a la expresión

$$\frac{\alpha_{ce}}{\alpha_o} = \frac{1}{1 + jf/f_c} \tag{12-82}$$

En la Fig. 12-31 se ha representado la variación de α_{ce} de acuerdo con la Ec. (12-82). La especificación de f_c para un transistor permite una

previsión razonable de su comportamiento a altas frecuencias. Se dispone de transistores de unión con valores de f_c de hasta varios megaciclos. El funcionamiento del circuito asociado puede calcularse y tenerse en cuenta en la respuesta por adición o sustracción directa de la curva de respuesta hallada para el transistor, empleando f_c como frecuencia de esquina.

Para mayor precisión en la predicción de las características a altas frecuencias, es necesario tener en cuenta la naturaleza distribuida de los portadores de carga y sus trayectorias en el transistor, utilizando ecuaciones basadas en la resistencia y capacidad distribuidas dentro del transistor y considerando las movilidades de los portadores de carga.

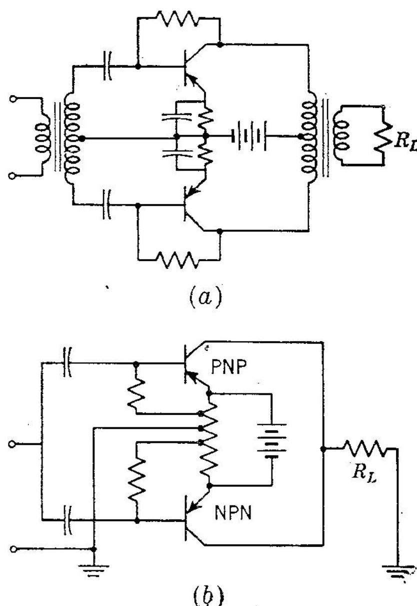


FIG. 12-32. (*a*) Circuito contrafase, clase A o B, con emisor común. (*b*) Amplificador de simetría complementaria, clase B.

12-17. Circuitos contrafase y otros circuitos de simetría complementaria.

En los pasos de salida de potencia es posible emplear transistores en aquellos circuitos contrafase que se aproximan a las formas tradicionales, ya sea con funcionamiento en Clase A o B. Se obtienen así rendimientos de hasta el 49 por 100 en Clase A y el 75 por 100 en Clase B.

La potencia de salida está limitada por la disipación y el valor $V_{c,\text{máx}}$ de colector. La tensión de colector máxima está limitada por la tensión Zener del material (tensión a la cual se produce la descarga del campo eléctrico en sentido inverso o de gran resistividad). Los transistores para alta tensión deben ser de materiales de gran resistividad o gran pureza, y entonces la respuesta a altas frecuencias puede ser mala. Además, a altas frecuencias es preciso evitar el recalentamiento del material; en caso contrario puede llegarse a la inestabilidad térmica e, incluso, al deterioro del elemento. El análisis del funcionamiento sigue los métodos gráficos desarrollados para el tubo de vacío.

Los circuitos contrafase que emplean transistores de tipos opuestos de conductividad (*N-P-N*, *P-N-P*) son particularmente útiles para el funcionamiento en Clase B, puesto que una señal de cierta polaridad llevará simultáneamente a la base de un transistor a conducir y a la del otro al corte. Por tanto, las señales de entrada pueden estar en fase y no se necesita inversor de fase. En la Fig. 12-32*b* se muestra un ejemplo de este circuito. El circuito de salida recibe la señal de los dos transis-

tores en paralelo. Las ventajas de la simetría complementaria incluyen la eliminación de los transformadores de entrada y suprimen las variaciones de corriente de colector. El transformador de salida puede también evitarse si se consigue la adaptación con la carga.

Es preciso que los cambios en la corriente de colector sean idénticos en los dos transistores, por lo que a veces es difícil encontrar una pareja apropiada.

12-18. Inestabilidad en los circuitos con transistor de contacto puntual. En la Fig. 12-33 se muestra un conjunto de características típicas de transistor de contacto puntual. Son mucho menos lineales que las de los transistores de unión, viéndose que el valor de r_{22}, medido por la pendiente de las curvas de la Fig. 12-33*a*, es mucho menor que

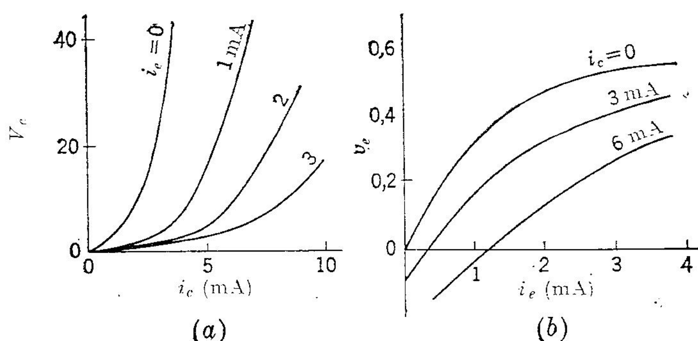


FIG. 12-33. Curvas características del transistor de contacto puntual.

en los transistores de unión. Otra diferencia muy importante, que ya ha sido tratada, es que α_{ce} es mayor que la unidad. Es evidente que el término

$$r_c - r_m = r_c(1 - \alpha_{ce})$$

que aparece frecuentemente en las relaciones previamente halladas para los transistores, será negativo, lo que conducirá a ciertos parámetros negativos. El circuito equivalente, sin embargo, no diferirá del obtenido para el transistor de unión y se representa en la Fig. 12-34 para el circuito con base común.

Por la Ec. (12-38), la resistencia de entrada del circuito con base común es

$$R_{11} = r_e + r_b(1 - \alpha_{ce})$$

donde puede verse que, para valores lo bastante grandes de r_b y con $\alpha_{ce} > 1$, puede ser negativa. Por ejemplo, con $r_e = 35\ \Omega$, $r_b = 100\ \Omega$ y $\alpha_{ce} = 2{,}5$, la resistencia de entrada será -115 ohmios. El signo negativo es una consecuencia de la realimentación positiva resultante del acoplamiento a través de la resistencia de base y, si la realimentación es suficiente, puede conducir a la inestabilidad de la corriente. En este

caso, la corriente de emisor aumenta espontáneamente, permitiendo a la corriente de colector aumentar hasta el límite que le marquen las resistencias del circuito o la destrucción del transistor. Debe tenerse cuidado al fijar la resistencia del circuito de base para evitar esta peligrosa propiedad de la inestabilidad de cortocircuito de los transistores de contacto puntual.

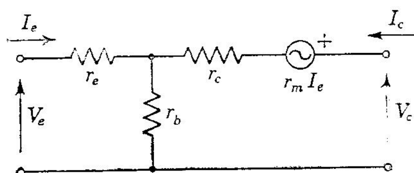


FIG. 12-34. Circuito equivalente del amplificador con base común.

Debido a que el circuito con base común es el que mejor se mantiene a sí mismo con resistencia de base baja, se emplea generalmente cuando se usan transistores de contacto puntual para amplificación. El análisis de su funcionamiento se ajusta a los métodos previamente desarrollados. Otros circuitos para osciladores o conmutadores se fundan en la inestabilidad de corriente y pueden utilizar las formas con emisor común o con colector común con resistencia de base intencionalmente aumentada.

12-19. Osciladores por realimentación con transistores. Como cualquier otro sistema amplificador, el transistor puede entrar en oscilación

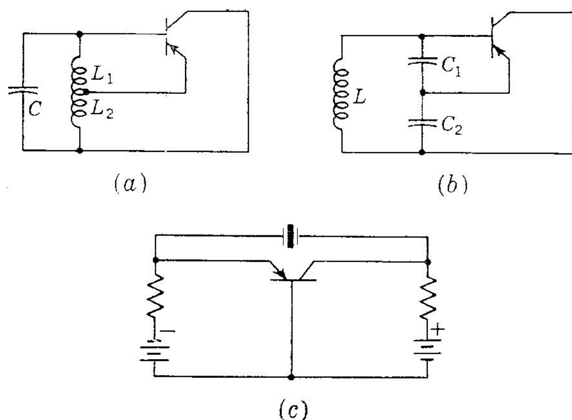


FIG. 12-35. Circuitos básicos de osciladores con realimentación de transistores. (a) Hartley; (b) Colpitts; (c) de cristal.

satisfaciendo las oportunas exigencias de frecuencia y realimentación. En su aspecto, los circuitos osciladores por realimentación con transistores generalmente empleados (Fig. 12-35) se parecen mucho a sus análogos con tubos de vacío. La carga del circuito es más fuerte debido a las bajas resistencias de entrada y salida de los transistores. Son convenientes mayores relaciones C/L en los circuitos sintonizados y prever algún método para aislar al transistor del circuito que determina la frecuencia, para conseguir una buena estabilidad de esta última. En

estos circuitos con realimentación se pueden emplear transistores de unión o de contacto puntual.

La influencia de los parámetros del transistor en la frecuencia de oscilación y el grado crítico de realimentación pueden hallarse estudiando el oscilador Colpitts, por ejemplo, que se ha dibujado en la Fig. 12-36, estando el transistor sustituido por su circuito equivalente. Haciendo $C_s = C_1C_2/(C_1 + C_2)$ se pueden escribir las ecuaciones

$$j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_s}\right)\mathbf{I}_1 - \frac{j}{\omega C_1}\mathbf{I}_b + \frac{j}{\omega C_2}\mathbf{I}_c = 0 \qquad (12\text{-}83)$$

$$-\frac{j}{\omega C_1}\mathbf{I}_1 + \left(r_b + r_e - \frac{j}{\omega C_1}\right)\mathbf{I}_b + r_e\mathbf{I}_c = 0 \qquad (12\text{-}84)$$

$$\frac{j}{\omega C_2}\mathbf{I}_1 + (r_e - r_m)\mathbf{I}_b + \left(r_c + r_e - r_m - \frac{j}{\omega C_2}\right)\mathbf{I}_c = 0 \qquad (12\text{-}85)$$

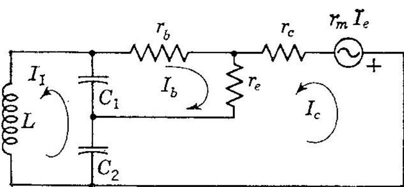


FIG. 12-36. Circuito equivalente del oscilador Colpitts.

Se sabe que, para que se produzcan oscilaciones, el determinante de las ecuaciones anteriores debe ser nulo, e igualando a cero los términos reales del determinante por una parte y los términos reactivos por otra, se obtienen dos ecuaciones que nos permiten hallar la condición de estabilidad o realimentación y la frecuencia de funcionamiento.

Los términos reales del determinante igualados a cero nos dan

$$\frac{r_c + r_e - r_m}{\omega^2 C_1^2} + \frac{2r_e - r_m}{\omega^2 C_1 C_2} + \frac{r_b + r_e}{\omega^2 C_2^2} + \\ + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_s}\right)\left(\frac{r_c + r_e - r_m}{\omega C_1} + \frac{r_b + r_e}{\omega C_2}\right) = 0$$

La frecuencia a que se inician las oscilaciones estará muy cerca de la frecuencia de resonancia del circuito resonante, para la cual $\omega L - 1/\omega C_s = 0$. También puede suponerse que $r_e \ll r_m$. Resolviendo la ecuación anterior se llega a

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_m \pm \sqrt{r_m^2 - 4(r_c - r_m)(r_b + r_e)}}{2(r_b + r_e)} \qquad (12\text{-}86)$$

En los transistores usuales, el segundo término del radicando será pequeño respecto al primero y, por consiguiente, para que las oscilaciones se inicien y se mantengan en el circuito, ha de ser

$$\frac{C_1}{C_2} \geq \frac{r_m}{r_b + r_e} \qquad (12\text{-}87)$$

Igualando a cero los términos reactivos del determinante, tenemos

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_s}\right)\left(r_b r_c + r_b r_e + r_e r_c - r_b r_m - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}\right) - \\ - \frac{1}{\omega^3}\left(\frac{1}{C_1^2 C_2} + \frac{1}{C_2^2 C_1}\right) = 0$$

Haciendo $A = r_b r_c + r_b r_e + r_e r_c - r_b r_m$, la expresión anterior se reduce a

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC_s} + \frac{1}{AC_1C_2}} \tag{12-88}$$

como frecuencia de oscilación. El transistor puede modificar la frecuencia de resonancia de L y C_s a través del factor A, función de todos los parámetros del transistor, quedando afectada la estabilidad de la frecuencia por los cambios en esos parámetros.

En el oscilador Hartley es preciso que

$$\frac{L_2 + M}{L_1 + M} \geq \frac{r_m}{r_b + r_e} \tag{12-89}$$

como condición de realimentación para la oscilación. La frecuencia de oscilación es

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2 + 2M) - (L_1L_2 - M^2)/A}} \tag{12-90}$$

siendo M el coeficiente de inducción mutua entre L_1 y L_2.

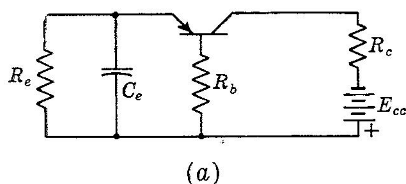
12-20. Osciladores y multivibradores con resistencia negativa. La inestabilidad del transistor de contacto puntual, con $\alpha_{ce} > 1$ y con una gran resistencia de base, es de aplicación a cierto número de circuitos que emplean resistencia negativa. En la Fig. 12-37*a* se muestra un oscilador de relajación sencillo, en el que R_e, R_b y R_c son las resistencias exteriores; R_e sirve para situar adecuadamente la zona de funcionamiento; R_b se emplea para aumentar la resistencia de base y acentuar la inestabilidad, y R_c tiene por objeto limitar la corriente de colector a un valor aceptable. El funcionamiento se explica por medio de las características ideales de emisor representadas en la Fig. 12-37*b*.

La región *A-B* es de corriente de emisor muy pequeña o de corte; *B-D* es de resistencia negativa e inestabilidad; *C-D* es una región de gran I_c y resistencia de entrada positiva. Supongamos que a $t = t_0$ el condensador C_e tiene una tensión negativa $-V_1$ que lleva al emisor al corte, con lo cual $i_c = 0$ y el funcionamiento corresponde al punto A de la característica. Ya que la corriente de emisor es tan pequeña, el condensador C_e se descarga a través de R_e con una constante de tiempo $T_1 = C_eR_e$. A $t = t_1$ la tensión de emisor ha subido hasta $-V_2$ (pun-

to B). El emisor sobrepasa el valor de corte, empieza a circular corriente de colector y, debido a la realimentación positiva cuando $\alpha_{ce} > 1$, la corriente de emisor crece espontáneamente hasta el punto C, permaneciendo la tensión de emisor en $-V_2$, puesto que la tensión en bornes de un condensador no puede variar instantáneamente. En C la corriente de colector tiene aproximadamente su valor de saturación directa total E_{cc}/R_c y la oscilación ha alcanzado uno de sus límites. La tensión en C_e empieza entonces a aumentar negativamente hacia su valor inicial $-V_1$, cargándose a través de la combinación en paralelo de R_b y R_c con una constante de tiempo

$$T_2 = C_e R_b R_c/(R_b + R_c)$$

Cuando, a $t = t_2$, llega al valor $-V_1$, el punto de funcionamiento está en D y las corrientes de emisor y colector caen espontáneamente de D a A a valores de corte a partir de los cuales se inicia la repetición del ciclo. Las ondas de corriente y tensión se muestran en la Fig. 12-38.



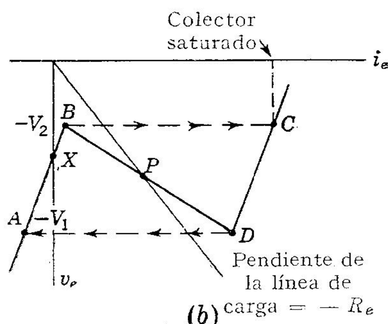


FIG. 12-37. (a) Oscilador de relajación que emplea un transistor de contacto puntual tipo N. (b) Característica de resistencia negativa de emisor.

Puesto que el tiempo de funcionamiento está determinado por las dos constantes de tiempo, la frecuencia de funcionamiento puede ser establecida como

$$f = \frac{1}{C_e[R_e + R_b R_c/(R_b + R_c)]} \qquad (12\text{-}91)$$

Si T_2 es pequeña, el impulso de corriente resulta muy corto y la onda de tensión de emisor se acerca a una en diente de sierra. Por variaciones de C_e y R_c se puede controlar la anchura del impulso de corriente, para generación de impulsos.

Sustituyendo C_e por un circuito serie LC puede obtenerse una

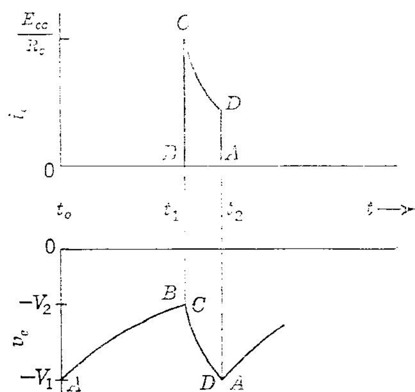
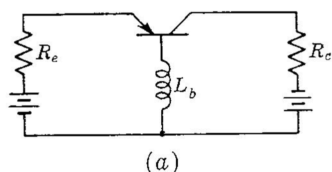
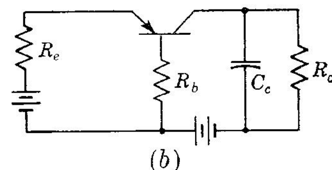


FIG. 12-38. Formas de onda de corriente y tensión en el oscilador de relajación.

salida más próxima a la sinusoide a su frecuencia de resonancia aproximadamente. En la Fig. 12-39 se muestran otras formas de osciladores.

El transistor es inestable mientras el punto de funcionamiento está en la región *B-D*. Para situarlo inicialmente ahí y empezar la oscilación, debe elegirse la resistencia R_e de modo que la intersección de la línea de carga de $-R_e$ y la curva característica de emisor se produzca en esa región, como en el caso del punto *P* de la Fig. 12-37*b*. Situando el punto de funcionamiento en *X* (en una región estable) eliminado R_e del circuito, como en la Fig. 12-40*a*, éste se convierte en un *multivibrador monostable*. Poi polarización del emisor se crean tres puntos de funcionamiento, como X_1, X_2 y X_3, y el resultado es un *circuito multivibrador bistable* como el de la Fig. 12-41.





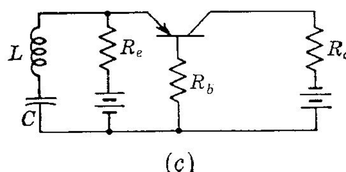


FIG. 12-39. Formas de osciladores de resistencia negativa. (*a*) De base controlada; (*b*) de colector controlado; (*c*) sinusoidal.

En la Fig. 12-40*a*, la supresión de R_e hace que la corriente de polarización de emisor sea cero y sitúa al punto de funcionamiento *X* sobre el eje $-v_e$. Este está en la región estable *A-B*, quedando el circuito polarizado en la región de corte. Si se aplica ahora al emisor un impulso de corriente de suficiente amplitud ($> i_p$), el punto de funcionamiento pasa a *B* en la región de resistencia negativa. Debido a la acción acumulativa, la corriente salta a *D*, circulando la corriente de saturación i_c. La ten-

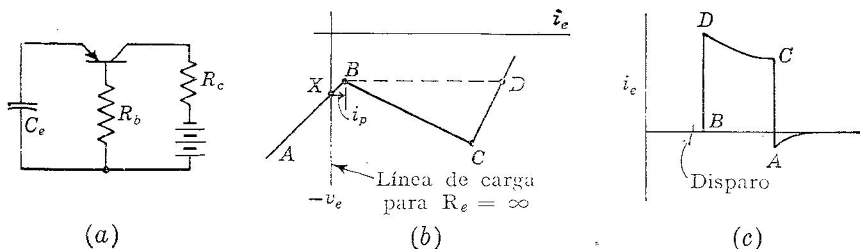


FIG. 12-40. (*a*) Circuito monostable. (*b*) Característica de emisor. (*c*) Forma de onda de la corriente de emisor.

sión negativa en C_e empieza a crecer y el punto de funcionamiento baja hasta *C* en la región inestable *B-C*, y el punto de funcionamiento salta a *A*. El condensador C_e se descarga por el circuito emisor-base, $r_e + r_b + R_b$, hasta que el punto de funcionamiento vuelve a *X* y

queda preparado para ser excitado por un nuevo impulso de disparo. La constante de tiempo $C_e(r_e + r_b + R_b)$ es grande a causa de r_e (emisor al corte) y este factor limita la posible frecuencia de repetición.

En la forma bistable de la Fig. 12-41, el emisor debe polarizarse con tensión, de tal modo que la línea de carga corte a la curva característica en tres puntos: X_1 y X_3 en una región estable y X_2 en la región inestable. El funcionamiento puede empezar en situación de corte en X_1, siendo la corriente pequeña. Al aplicar un impulso positivo de corriente de amplitud suficiente para hacer que el punto de funcionamiento pase a B, el circuito entra en la región inestable y el funcionamiento salta a X_3 (pasando por X_2), donde el circuito es otra vez estable, circula una corriente i_c de gran valor y el circuito está en estado de conducción. Para volverlo al estado de corte se requiere un impulso negativo de corriente i_p que sea, al menos, suficiente para hacer que el punto de funcionamiento

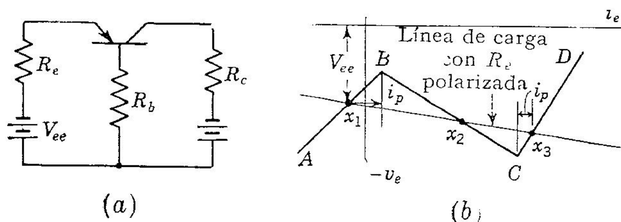


FIG. 12-41. (a) Circuito bistable. (b) Característica de emisor.

pase a C en la región inestable, desde donde salta hacia atrás al punto X_1 del estado de corte estable.

La sensibilidad del funcionamiento está determinada por la proximidad de X_1 a B o por el valor de V_{ee}. Un gran valor de V_{ee} disminuye la sensibilidad, pero reduce las posibilidades de un disparo imprevisto. El punto X_3 puede llevarse tan cerca de C como se desee variando R_c, estando su elección dictada por la seguridad de funcionamiento deseada.

Las ondas de salida no son realmente tan perfectas como serían de desear para impulsos cortos, debido a las propiedades del transistor. Puede presentarse un retardo a causa del tiempo finito que invierten los huecos (material tipo N) en pasar del emisor al colector. Además, puesto que las trayectorias de los huecos pueden ser diferentes, no todos los huecos llegan al colector al mismo tiempo, dando como consecuencia un tiempo de subida mayor. Un hecho similar retarda la caída del impulso y produce un borde menos brusco. A esto contribuye también la presencia de huecos en porciones alejadas del cristal, mientras el circuito está al nivel de saturación, con tensión aplicada baja. La cantidad de estos huecos alejados es función de la corriente de entrada y del tiempo que el transistor está en estado de saturación.

12-21. El transistor tetrodo. El transistor de unión tetrodo es un elemento proyectado para obtener un mejor funcionamiento a altas frecuencias. En la Fig. 12-42 se ha añadido un cuarto conductor a la

base, situado al lado contrario del terminal normal de base, con polarización negativa. Esta polarización V_{bb} se hace más negativa que la de emisor V_{ee} en un transistor N-P-N.

Debido a la caída transversal de tensión entre los conductores de base, sólo en la parte baja de ésta será más positiva que el emisor, condición necesaria para el adecuado funcionamiento del transistor N-P-N. Por consiguiente, las corrientes de emisor y colector quedan limitadas a una pequeña zona próxima al terminal inferior de base.

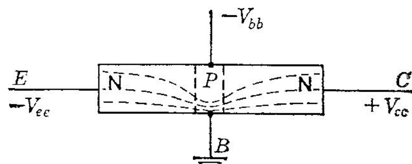


FIG. 12-42. El transistor de unión tetrodo.

El resultado es una capacidad interna menor y una respuesta de alta frecuencia mejorada, aunque α también queda reducida.

12-22. Rectificadores de gran sección. Antes de conocerse las propiedades semiconductoras del germanio y del silicio se fabricaron algunos rectificadores que hacían uso de las propiedades del selenio, sulfuro de cobre y óxido de cobre como semiconductores. Consisten en una lámina de semiconductor unida a un metal base. Son normalmente del tipo P, siendo el sentido directo, o de baja resistencia, el que hace positivo al semiconductor.

En el elemento cobre-óxido de cobre hecho por Grondahl en 1926, el óxido de cobre se forma en una arandela de cobre mediante oxidación controlada a altas temperaturas. Estas arandelas se montan sobre un tornillo aislado separadas por arandelas de plomo para obtener un contacto seguro de gran superficie entre las arandelas. El límite para cada disco es de 8 a 10 voltios en sentido inverso, de forma que para tensiones superiores se agrupan en serie, como en la Fig. 12-43. La tensión inversa disminuye al crecer la temperatura, siendo el límite superior para cobre-óxido de cobre de unos 45°C. La carga admisible es proporcional al área y al enfriamiento.

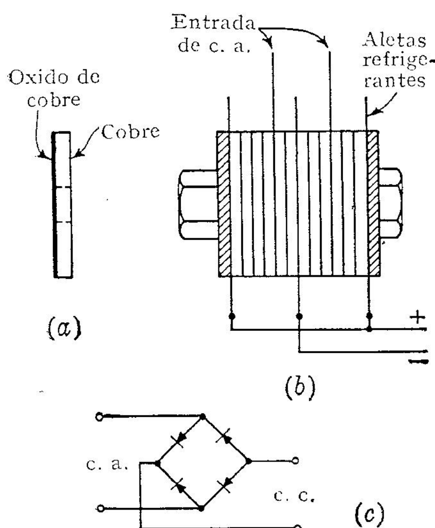


FIG. 12-43. (a) Disco sencillo de cobre-óxido de cobre. (b) Rectificador puente que tiene tres discos en serie en cada rama. (c) Circuito puente para rectificadores de instrumentos.

El rectificador de selenio, usado en muchos sistemas electrónicos, es semejante al anterior, haciendo el depósito del selenio sobre hierro o aluminio. Estos

discos soportan hasta 26 voltios cada uno en sentido inverso y pueden funcionar a temperaturas de hasta 85°C. En la Fig. 12-44 se muestra una curva característica para selenio. Con selenio es posible obtener tamaños y pesos menores que con óxido de cobre. En la Fig. 12-45

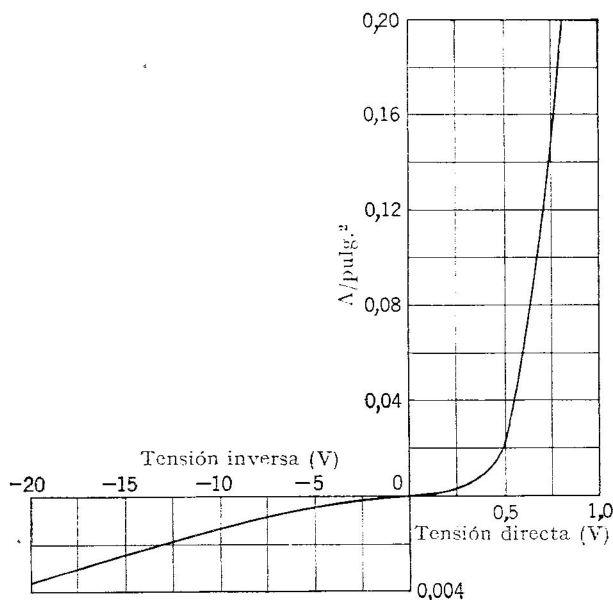


FIG. 12-44. Curva corriente-tensión para un solo disco de selenio.

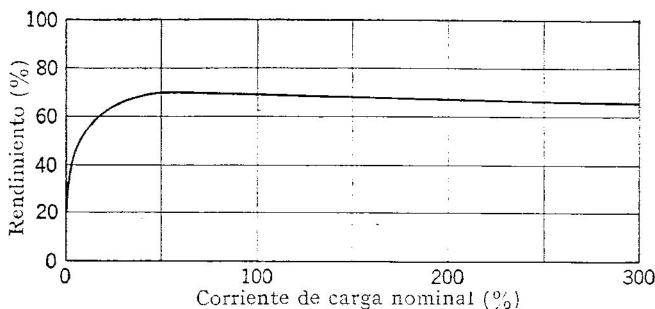


FIG. 12-45. Rendimiento de un rectificador puente de selenio.

se representa el rendimiento en función de la carga para el rectificador de selenio.

Las características de los distintos tipos de rectificadores se dan en la Tabla 28, para el caso de unidades completas en cierto modo comparables.

TABLA 28. CARACTERÍSTICAS DE LOS RECTIFICADORES

	Silicio (unión)	Germanio (unión)	Selenio (grupo)	Diodo (vacío)
Tensión inversa de cresta (V)............	600	300	350	1.500
Corriente continua (mA)................	300	75	150	270
Caída de tensión (a plena carga) (V).......	1,0	0,5	6	45
Temperatura máx. de funcionamiento (°C).	150	85	85	250

12-23. Termistores. La variación rápida de la resistencia con la temperatura en ciertos semiconductores se emplea en la resistencia termosensible, o *termistor*, para medir la temperatura. Combinando varios óxidos metálicos se obtienen unidades con variaciones de resistencia útiles en las gamas de temperaturas deseadas. En un cierto tipo, la resistencia varía alrededor del 4 por 100 por °C, a temperatura ambiente, y con un factor de 10^3 en una zona de 300°C.

Los termistores se fabrican en forma de pequeñas cuentas o barras con conductores de conexión, siendo los diámetros de las cuentas de hasta 0,015 cm (0,006 pulgadas) como límite inferior. Se ha hallado que muchos de estos elementos siguen una ley exponencial de la forma

$$\rho = \rho_o \epsilon^{(B/T - B/T_o)} \qquad (12\text{-}92)$$

donde T = temperatura, °C.
ρ_o = ρ, ohmios-cm, cuando la temperatura es T_o.
B = constante con dimensiones de temperatura.

El termistor puede ser usado en circuitos puente clásicos para medida de resistencias, mostrando corrientemente una mayor sensibilidad de la obtenible con los termómetros de resistencia metálicos. Su sensibilidad y su tamaño reducido le hacen útil para numerosos trabajos de investigación, particularmente en medicina. En los puentes de resistencias con termistores que funcionan con corriente alterna, puede amplificarse la salida por medio de amplificadores de tubo de vacío, eliminando los galvanómetros u otros instrumentos delicados.

PROBLEMAS

12-1. Hallar los valores de los parámetros **h** de las Ecs. (12-16) y (12-17) en función de los **z** de las Ecs. (12-11) y (12-12).

12-2. Hallar un circuito equivalente con generador de corriente constante para el amplificador con emisor común. Repetir para el amplificador con colector común.

12-3. Proyectar y dibujar circuitos para la medida de α_{ce}, r_{11}, r_{22}, r_{12} y r_{21}.

12-4. Calcular, usando las expresiones exactas, la resistencia de entrada, la resistencia de salida, la amplificación de corriente y la ganancia de potencia de un amplificador que emplea transistor con emisor común, siendo $r_e = 25$ ohmios, $r_b = 500$ ohmios, $r_c = 500.000$ ohmios, $\alpha_{ce} = 0,96$, $R_L = 25.000$ ohmios y $R_s = 100$ ohmios.

12-5. Con $R_s = 1.000$ ohmios y $R_L = 5.000$ ohmios, hallar la ganancia de tensión del transistor del Prob. 12-4 en los circuitos: con base común, con emisor común y con colector común.

12-6. Un transistor de unión que tiene $r_e = 25$ ohmios, $r_b = 350$ ohmios, $r_c = 2$ megaohmios y $\alpha_{ce} = 0{,}98$ ha de dar una salida de 4 voltios con una carga de 12.000 ohmios. Hallar la corriente de entrada necesaria.

12-7. Para $r_e = 30$ ohmios, $r_b = 500$ ohmios, $r_c = 2$ megaohmios y $\alpha_{ce} = 0{,}98$ representar gráficamente la ganancia de corriente, la ganancia de tensión, R_{11} y la ganancia de potencia en función de R_L entre 0 y 10^6 ohmios. Determinar el valor de R_L para ganancia de potencia máxima en el circuito con emisor común.

12-8. Repetir el Prob. 12-7 para el circuito con base común.

12-9. Repetir el Prob. 12-7 para el circuito con colector común.

12-10. Deducir una expresión para la carga R_L que da ganancia de potencia máxima en el circuito con emisor común. ¿Qué carga habrá que usar para obtener ganancia de potencia máxima con un transistor de características: $r_e = 30$ ohmios, $r_b = 250$ ohmios, $r_c = 750.000$ ohmios, $R_s = 1.000$ ohmios y $\alpha_{ce} = 0{,}97$?

12-11. Para el transistor de la Fig. 12-26, calcular el rendimiento en la potencia de salida, la distorsión del segundo armónico y las potencias de disipación media y de pico, con una carga de 2.000 ohmios, $E_{cc} = 20$ voltios e $I_{b,\,\text{máx}} = 200\ \mu$A.

12-12. Las constantes de un transistor de unión en un circuito con base común, a la frecuencia de 1 Kc, son: $\alpha_{ce} = 0{,}96$, $r_c = 870.000$ ohmios, $r_b = 400$ ohmios, $r_e = 35$ ohmios, $f_c = 220$ Kc y $C_c = 20\ \mu\mu$F. Hallar el valor complejo de α_{ce} a 400 Kc.

12-13. Un amplificador *RC* consta de dos transistores de unión idénticos en circuitos con emisor común. La fuente de alimentación común es una batería de 12 voltios y el valor de R_L es 12.000 ohmios en cada paso. Con $\alpha_{CB} = 50$, $r_c = 2 \times 10^6$ ohmios, $r_b = 500$ ohmios y $r_e = 35$ ohmios, hallar (*a*) la ganancia de corriente total, (*b*) la impedancia de entrada del primer paso y (*c*) la ganancia de potencia en decibelios con R_s adaptada a R_{11} del primer paso y R_L para ambos pasos, como se ha dicho.

12-14. Calcular el valor del condensador de acoplamiento entre los pasos del Prob. 12-13, para una respuesta de hasta 1 db, como límite inferior, a 30 ciclos.

12-15. Calcular la ganancia de corriente a 1.000 ciclos del circuito de la figura 12-28*b*, siendo las características del transistor 2N35 las siguientes: $r_e = 40$ ohmios, $r_b = 400$ ohmios, $r_c = 1{,}5 \times 10^6$ ohmios y $\alpha_{CE} = 0{,}98$.

12-16. Cierto transistor tiene $f_c = 0{,}6$ Mc con $\alpha_o = 0{,}96$. Hallar el valor de α_{CE} a 0,1 Mc.

12-17. A partir del circuito equivalente de la Fig. 12-46, hallar la condición para la cual el transistor de contacto puntual es estable (determinante de impedancias positivo) en las condiciones señaladas en el circuito.

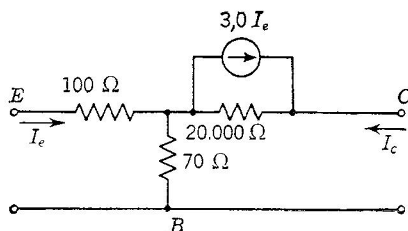


FIG. 12-46.

12-18. Para el circuito de la Fig. 12-46, dibujar la variación de R_{11} en función de R_L entre cero y 500.000 ohmios.

12-19. Deducir las condiciones iniciales para un oscilador de resistencia negativa con transistor de contacto puntual y con un circuito resonante serie, en paralelo con R_E, en el circuito con base común.

12-20. Demostrar que la condición de resistencia de entrada positiva de cualquier configuración de una red es la de que el determinante de impedancias sea mayor que cero.

12-21. Hallar un circuito equivalente con un generador empleando los parámetros **h** de las Ecs. (12-16) y (12-17).

12-22. Hallar un circuito equivalente con un generador empleando los parámetros **y** de las Ecs. (12-14) y (12-15).

BIBLIOGRAFIA

1. Seitz, F.: «The Modern Theory of Solids», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1940.
2. Cornelius, E. C.: Germanium Crystal Diodes, *Electronics*, **19** : 118 (Febrero 1946).
3. Torrey, H. C., y C. A. Whitmer: «Crystal Rectifiers», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.
4. Bardeen, J., y W. H. Brattain: The Transistor, a Semiconductor Triode, *Phys. Rev.*, **74** : 230 (1948).
5. Ryder, R. M., y R. J. Kirchner: Some Circuit Aspects of the Transistor, *Bell System Tech. J.*, **28** : 367 (1949).
6. Bardeen, J., y W. H. Brattain: Conductivity of Germanium, *Phys. Rev.*, **75** : 1216 (1949).
7. Shockley, W.: «Electrons and Holes in Semiconductors», D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1950.
8. Shockley, W.: The Theory of *P-N* Junctions in Semiconductors and *P-N* Junction Transistors, *Bell System Tech. J.*, **29** : 435 (1949).
9. *Proceedings of the IRE*, Special Issue on Transistors, **40** : 1283-1632 (1952).
10. Sziklai, G. C.: Symmetrical Properties of Transistors and Their Applications, *Proc. IRE*, **41** : 71 (1953).
11. Shea, R. F.: «Principles of Transistor Circuits», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1953.
12. Coblenz, A., y H. L. Owens: «Transistors: Theory and Applications», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1955.
13. Ramsey, G.: The Selenium Rectifier, *Elec. Eng.*, **63** : 425 (1944).
14. *Proceedings of the IRE*, Special Issue on Solid-state Materials, **43** : 1701-2000 (1955).

CAPÍTULO 13

ELEMENTOS FOTOELECTRICOS Y SUS APLICACIONES

La emisión fotoeléctrica de electrones, o conducción por la acción de la luz, que se estudió en el capítulo 2, se utiliza en cuatro tipos fundamentales de elementos. Estos son:

Células fotoemisoras, o fototubos, basadas en el fenómeno de la emisión de electrones cuando la luz llega a un cátodo de un material de baja función de trabajo. La superficie sensible se encierra en una envuelta de vidrio o cuarzo donde se ha hecho el vacío o se ha llenado con gas. Los electrones son captados por un ánodo positivo.

Células fotovoltaicas, en las cuales la energía radiante que excita a la superficie sensible es causa de la generación de una fuerza electromotriz. Proyectadas en forma adecuada, la corriente de cortocircuito puede resultar una función casi lineal del flujo de luz incidente.

Células fotoconductoras, en las que su resistencia eléctrica varía desde un gran valor en la oscuridad hasta un valor pequeño cuando están expuestas a la luz. Consisten en una placa de vidrio sobre la que hay una pequeña capa de selenio. Constituyen un tipo usado inicialmente, pero que hoy apenas se emplea, por lo que no será tratado aquí.

Fototransistores, en los que las propiedades semiconductoras del germanio o del silicio varían de acuerdo con la luz incidente.

13-1. Luz. *Luz* es el nombre dado a la energía electromagnética radiante, cuya longitud de onda está aproximadamente comprendida entre 0,01 y 100 micras, siendo 1 *micra* $= 10^{-6}$ m, que se representa por el símbolo μ. La longitud de onda puede expresarse también en *unidades angstrom* $=$ Å $= 10^{-10}$ m o en *milimicras* $= \mathrm{m}\mu = 10^{-9}$ m.

La frecuencia de la luz puede calcularse a partir de la longitud de onda y de la velocidad de la luz $= c = 2{,}99776 \times 10^8$ m/seg $\simeq 3 \times 10^8$ m/seg, empleando la relación

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

donde λ es la longitud de onda.

Los extremos de la banda de longitudes de onda antes indicados corresponden a la radiación infrarroja larga y a la ultravioleta corta. Dentro de estos límites queda el *espectro visible* que sólo se extiende aproximadamente desde 0,4 μ en el violeta hasta 0,7 μ en el rojo. El

flujo de luz luminoso es la porción de energía radiante que produce una sensación visual en el ojo humano. Puesto que la sensibilidad del ojo humano no es uniforme para todos los colores del espectro, estando su máxima sensibilidad en la zona azul-verde (aproximadamente 0,53 μ), no puede ser usado como Norma para la medida de la intensidad.

La salida de una célula fotoeléctrica puede definirse como la corriente de salida por unidad de *potencia radiante total*, que llega a la su-

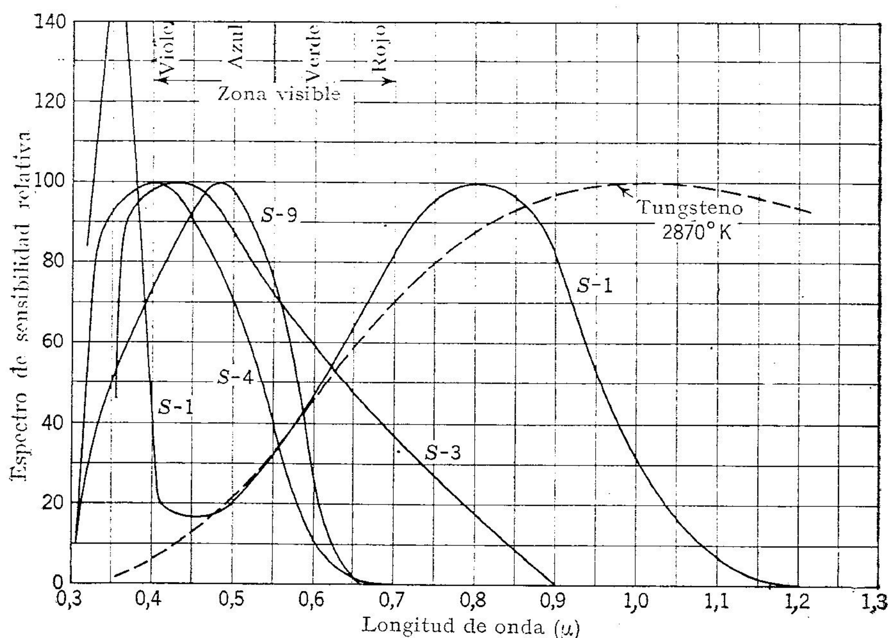


FIG. 13-1. Espectros de sensibilidad relativa de varias superficies. Las sensibilidades reales no son iguales a 100.

perficie de la célula. Se da frecuentemente en microamperios por microvatio de la potencia incidente en una banda de color, o de longitud de onda, o de una fuente dada. La banda de color, o de longitud de onda, o la fuente debe ser especificada, puesto que el rendimiento de conversión de varios cátodos fotoeléctricos varía radicalmente con la longitud de onda incidente. Como comparación se usa frecuentemente una fuente Normal constituida por una lámpara de tungsteno que funciona a una temperatura tal que su espectro de energía radiante es el de un cuerpo negro a 2.870°K. La distribución relativa de la energía a las distintas longitudes de onda para un filamento de tungsteno a su *temperatura de color* se muestra en la Fig. 13-1.

La sensibilidad puede expresarse también en función de la luz visible solamente, lo que recibe el nombre de *sensibilidad luminosa*, o microamperios por lumen de luz visible. Es necesario aun especificar la

fuente empleada. En esta definición, el *lumen* se usa como unidad de flujo luminoso o de luz visible.

La *candela* es la unidad de flujo luminoso producido por una bujía Normal que arde en determinadas condiciones. Esta bujía emite luz en todas direcciones y da un flujo total de luz de 4π lúmenes. Puesto que el ángulo sólido total que rodea a un punto es 4π estereorradianes, el *lumen* es el flujo luminoso emitido por unidad de ángulo sólido por una bujía Normal.

El *pie-candela* es la iluminación producida en una superficie esférica por una bujía Normal colocada en el centro de la esfera quet iene un pie de radio. Ya que el área de la superficie esférica es 4π pies cuadrados y la candela emite 4π lúmenes, se deduce que un pie-candela es igual a un lumen por pie cuadrado.

Mientras los lúmenes por unidad de ángulo sólido emitidos por una fuente puntual permanecen constantes, el flujo incidente por unidad de superficie disminuye en razón inversa al cuadrado de la distancia. Para convertir en lúmenes la potencia en candelas de una fuente puntual puede emplearse la siguiente relación:

$$L = \frac{CA}{d^2} \tag{13-1}$$

siendo L la iluminación en lúmenes sobre A pies cuadrados a la distancia de d pies de una fuente puntual, cuya potencia es de C candelas.

13-2. Materiales de los cátodos. En el capítulo 2 se señaló que la emisión fotoeléctrica de electrones estaba regida por la ecuación de Einstein

$$hf = eE_w + \frac{mv^2}{2} \tag{13-2}$$

siendo h = constante de Planck = $6{,}57 \times 10^{-34}$ julios-seg. Puesto que la energía de un fotón es hf, la ecuación establece que la energía de un fotón es absorbida para vencer la energía de la función de trabajo, eE_w, y para comunicar la energía cinética de emisión $mv^2/2$.

Un fotón debe tener energía suficiente para, al menos, suministrar la energía de la función de trabajo correspondiente a una frecuencia f_o, por debajo de la cual no es posible la emisión y cuyo valor será, por tanto,

$$f_o = \frac{eE_w}{h} \tag{13-3}$$

Tan sólo algunos materiales tienen funciones de trabajo tan pequeñas que permitan la emisión por medio de fotones de luz visible. Estos materiales pertenecen al grupo de los metales alcalinos: litio, sodio, potasio, rubidio y cesio. Este último, preparado en una capa monomolecular de óxido de cesio sobre una base de plata, da lugar a una superficie con sensibilidad considerable en la zona de infrarrojos y corres-

ponde a la curva S-1 de la Fig. 13-1. Esta sensibilidad para las grandes longitudes de onda es útil cuando se emplean fuentes de incandescencia, como la indicada por la curva de radiación del tungsteno en la figura. El corte a unas 0,3 μ es debido a la incapacidad del vidrio para transmitir la luz ultravioleta. Cuando el límite hay que llevarlo a esta zona es preciso emplear ampolla de cuarzo.

A la vista de la diferencia en las respuestas de las superficies disponibles, a los distintos colores, hay que considerar con cuidado la distribución espectral de la fuente luminosa a usar con un fototubo dado.

13-3. La célula fotoemisora de vacío (fototubo). El fototubo de vacío consiste en una superficie catódica tratada con cesio u otro material de baja función de trabajo y un hilo fino que actúa como ánodo y que se hace de tamaño reducido para que no produzca sombra sobre el cátodo. Las tensiones de placa se hacen lo bastante grandes como para que los electrones emitidos sean atraídos por el ánodo o que se produzca saturación de corriente; en la mayoría de los tubos esto ocurre cuando e_b es mayor de unos 40 V. En la Fig. 13-2*a* se muestra una familia de curvas corriente-tensión que muestran la independencia entre la corriente y la tensión aplicada.

La semejanza entre estas curvas y las del pentodo sugiere el uso de un circuito equivalente con fuente de corriente para el foto-tubo de vacío. Las pendientes de las curvas características de la Fig. 13-2*a* muestran que r_p es de muchos megaohmios para $e_b > 40$ V, por lo que el circuito equivalente se simplifica en la forma dada en la Fig. 13-3*a* en la que el tubo se ha sustituido por un generador de corriente mF, siendo F el flujo. La pendiente suave de las curvas características se debe al efecto Schottky, que favorece la emisión de electrones, ya que el campo en la superficie del cátodo ha aumentado por haber crecido la tensión de ánodo.

La constante de proporcionalidad m, en microamperios por lumen, se da normalmente como dato de la fotocélula o puede hallarse a partir de la pendiente de la Fig. 13-2*b*.

Se puede obtener una tensión de salida práctica conectando una carga en la salida de la célula, como en la Fig. 13-3*b*, donde e_o es un aumento en la tensión sobre el nivel de masa, o

$$e_o = -iR_L = -mFR_L \tag{13-4}$$

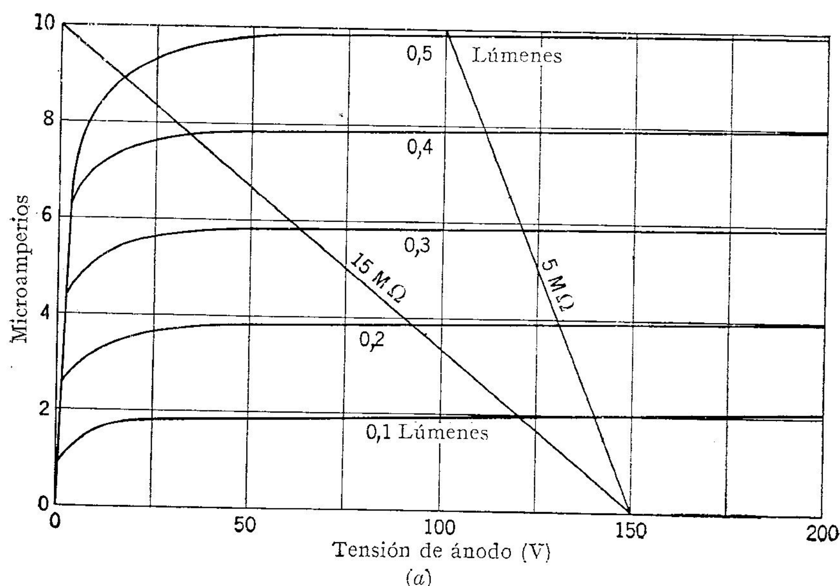
Para una variación ΔF en el flujo luminoso

$$e_o = -m\,\Delta F\,R_L$$

pudiendo considerarse ΔF como la variación cresta-cresta si se trata de una fuente de luz sinusoidal.

Se puede también hacer el estudio por medio de las rectas de carga, como muestra la Fig. 13-2*a*. Puede verse que, para altas tensiones de salida lineales, es conveniente que R_L y E_{bb} sean grandes. De hecho,

puesto que e_o es proporcional a R_L, es conveniente que R_L se haga de muchos megaohmios. Existe, no obstante, un límite práctico debido a la imposibilidad de mantener el aislamiento en el zócalo del tubo y en



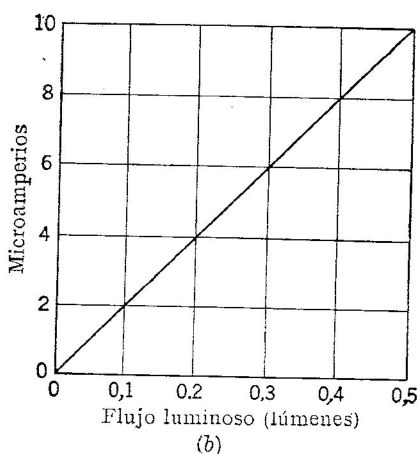


FIG. 13-2. (*a*) Característica de la fotocélula de vacío (tipo 925). (*b*) Linealidad de la fotocélula tipo 925 indicada.

otros puntos del circuito. Por ello, las inevitables pérdidas limitan el valor práctico de R_L a 5-20 megaohmios, si no se toman extremadas precauciones, sólo posibles en trabajos de laboratorio.

Ejemplo. Un fototubo de vacío, como el de la Fig. 13-2*a*, tiene una sensibilidad de 20 μA por lumen y se usa con una lámpara de incandescencia como fuente luminosa. Si $\Delta F = 0{,}2$ lúmenes, hallar la resistencia de carga necesaria para obtener una variación en la salida de 50 V, siendo $E_{bb} = 200$ V.

Puesto que

$$\Delta e_o = m\,\Delta F\,R_L$$

$$R_L = \frac{\Delta e_o}{m\,\Delta F} = \frac{50}{20 \times 10^{-6} \times 0{,}2} = 12{,}5\ \text{M}\Omega$$

Este resultado puede hallarse también gráficamente a partir de la Fig. 13-2*a*. La recta de carga necesaria empezará en $E_{bb} = 200$ V y subirá hasta cortar a la línea de 0,2 lúmenes a 150 V y 3,95 μA. La inversa de su pendiente nos da

$$R_L = \frac{50}{3{,}95 \times 10^{-6}} = 12{,}5\ \text{M}\Omega$$

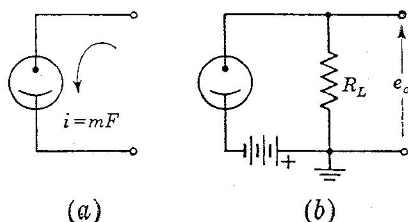


FIG. 13-3. (*a*) Circuito equivalente de la fotocélula de vacío. (*b*) Con el circuito de carga.

Un fototubo de vacío es lineal con relación a la intensidad luminosa y su salida es bastante estable con el tiempo. Su funcionamiento es independiente de la tensión aplicada por encima de 30 ó 40 voltios y es esencialmente instantáneo, ya que la emisión tiene lugar dentro de los 10^{-9} seg después de incidir la luz. Muchas de estas células no deben funcionar a temperaturas superiores a los 50°C para evitar posibles daños a la superficie emisora.

13-4. El fototubo de gas. La corriente que circula por un fototubo de vacío es muy pequeña, de sólo algunos microamperios. Este valor

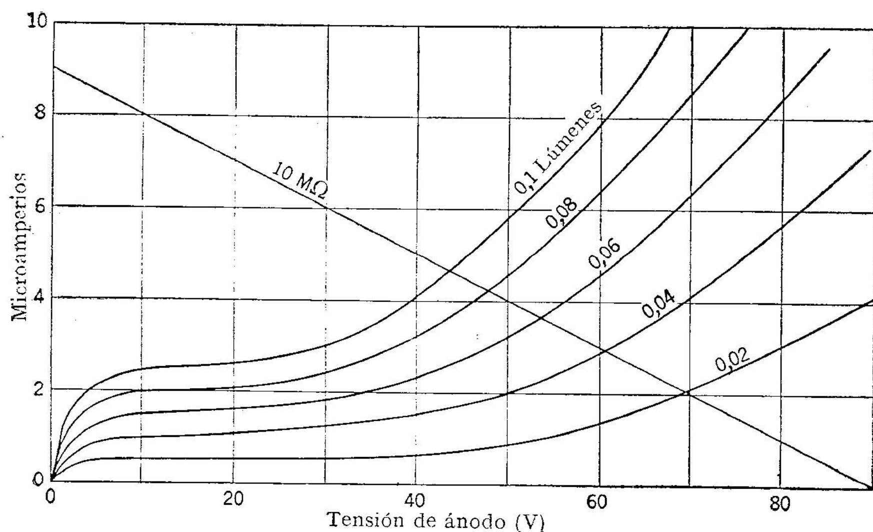


FIG. 13-4. Curvas características de la célula fotoemisora de gas (tipo 930).

puede hacerse mayor introduciendo en el tubo un gas a baja presión, corrientemente argón, obteniéndose unas características como las de la Fig. 13-4. Con un flujo luminoso dado, pero con tensión de ánodo muy baja, la corriente está limitada por la carga espacial y aumenta con la tensión de ánodo. Una vez alcanzada la tensión de saturación, a unos 10 V, la corriente se hace independiente de la tensión de ánodo. A estas tensiones bajas, los electrones, al pasar desde el cátodo al ánodo, no tienen suficiente energía para ionizar los átomos de gas, lo que se va consiguiendo a medida que se aumenta la tensión de ánodo. Esta ionización hace que algunos electrones e iones lleguen a los electrodos, aumentando el valor de la corriente. Este aumento, en función de la tensión, queda indicado por las curvas de la citada figura.

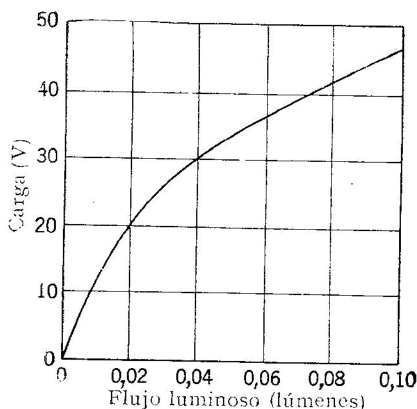


FIG. 13-5. Salida en función del flujo luminoso para la fotocélula de gas 930; $R_L = 10$ megaohmios.

Sin embargo, el proceso queda limitado a una tensión que no sea capaz de producir emisión secundaria en el cátodo, debida al bombardeo de los iones positivos, puesto que esto traería como consecuencia la destrucción de la superficie monomolecular y, además, haría a la descarga autoentretenida, quedando fuera del control de la luz incidente, lo que no es conveniente.

El límite práctico se fija corrientemente en unos 90 V, que puede tener que reducirse cuando la luz incidente es muy intensa. El aumento de corriente debido a la presencia del gas es del orden de 7 a 10 veces el de un fototubo de vacío. Esta relación de aumento de corriente en un fototubo de gas recibe el nombre de *factor de amplificación del gas*.

Los fototubos de gas no tienen una relación lineal entre el flujo de gas y la corriente de salida y no son adecuados para su uso con luz modulada por encima de 2.000 ciclos, puesto que el tiempo necesario para alcanzar el régimen permanente en el proceso de ionización del gas es apreciable y puede dar lugar a distorsiones. En la Fig. 13-5 se muestra la característica no lineal.

El estudio de los circuitos con fotocélula de gas puede llevarse a cabo por medio de las rectas de carga, como indica la Fig. 13-4. Este método conduce a resultados precisos en las aplicaciones normales de tubos de gas para el control del tipo encendido-apagado con luz débil.

Ejemplo. Un fototubo de gas como el de la Fig. 13-4 funciona a $E_{bb} = 90$ V, con $R_L = 10$ megaohmios. Dibujar la curva de la tensión de salida en función de la luz de entrada.

La recta de carga corta a los ejes en los puntos $E_{bb} = 90$ V e $I = 90/(10 \times 10^6) = 9$ μA. Pueden obtenerse, pues, los valores para la curva de la Fig. 13-5.

13-5. Relés de fototubo. Puesto que el fototubo tiene una gran impedancia de salida (varios megaohmios) puede usarse en el circuito de rejilla de un tubo de vacío, proporcionando éste una ganancia de potencia y un escalón de impedancia para su empleo en un nivel más útil. Las aplicaciones típicas del funcionamiento con relés se muestran

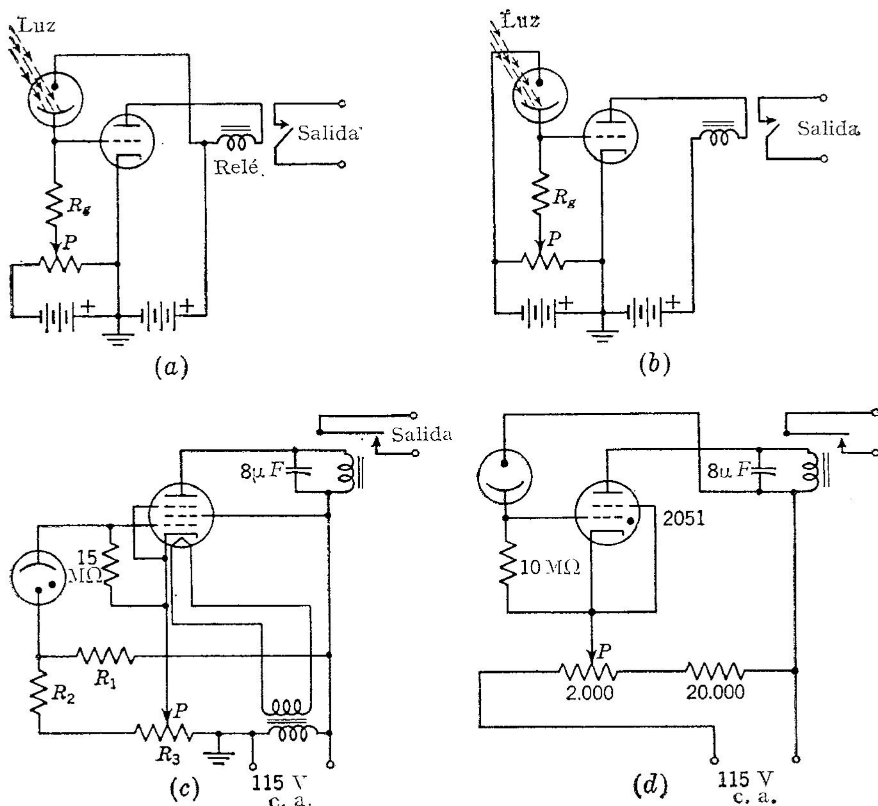


FIG. 13-6. (*a*) Relé que se cierra por la incidencia de la luz. (*b*) Relé que se abre por la incidencia de la luz. (*c*) Relé accionado por corriente alterna con fototubo de gas. (*d*) Accionado por corriente alterna con tiratrón.

en la Fig. 13-6. El divisor de tensión P determina la luz necesaria para hacer que el relé se active o no. La sensibilidad del circuito (variación de luz entre ambos estados del relé) es función de R_g y de la ganancia del amplificador. Para hacer que la ganancia tenga un valor razonable deben emplearse relés de gran resistencia, siendo normales los valores de hasta 10.000 ohmios.

La polaridad de conexión del fototubo y su tensión aplicada determina si el relé se activa o se desactiva con la incidencia de la luz.

Ejemplo. Un triodo de $\mu = 20$ y $r_p = 8.000$ ohmios tiene en su circuito de placa un relé de 10.000 ohmios. Este relé se activa a 4,0 A y se desactiva a 2,4 mA. Supo-

niendo una sensibilidad de la fotocélula de vacío de 20 μA por lumen y que el funcionamiento del triodo es lineal, determinar el valor de la resistencia de carga de la fotocélula para activar al relé con un cambio en la luz de 0,05 lúmenes.

Para funcionamiento lineal, el circuito equivalente del triodo da

$$\Delta I_p = \frac{\mu \, \Delta E_g}{r_p + R}$$

donde R es la resistencia del relé = 10.000 ohmios. La variación $\Delta I_p = 4{,}0 - 2{,}4 = 1{,}6$ mA. Así, pues,

$$\Delta E_g = \frac{\Delta I_p (r_p + R)}{\mu} = \frac{1{,}6 \times 10^{-3} \times 18.000}{20} = 14{,}4 \text{ V}$$

y, puesto que $\Delta F = 0{,}05$ lúmenes, se tiene

$$\Delta e_o = 14{,}4 = m \, \Delta F \, R_L = 20 \times 10^{-6} \times 0{,}05 \times R_L$$

$$R_L = \frac{14{,}4}{10^{-6}} = 14{,}4 \text{ M}\Omega$$

La Fig. 13-6*c* muestra un relé activado por corriente alterna que emplea un fototubo de gas y un pentodo amplificador. Las resistencias R_1 y R_2 sirven para limitar la tensión en bornes del fototubo para que no exceda del valor fijado de 90 V. La resistencia R_3 permite el ajuste del nivel luminoso de funcionamiento. La tensión alterna de funcionamiento se rectifica en el circuito de placa con funcionamiento solamente en los semiciclos positivos. El condensador en paralelo con el relé permite filtrar los pulsos de corriente rectificada evitando el mal funcionamiento del relé debido a la corriente intermitente.

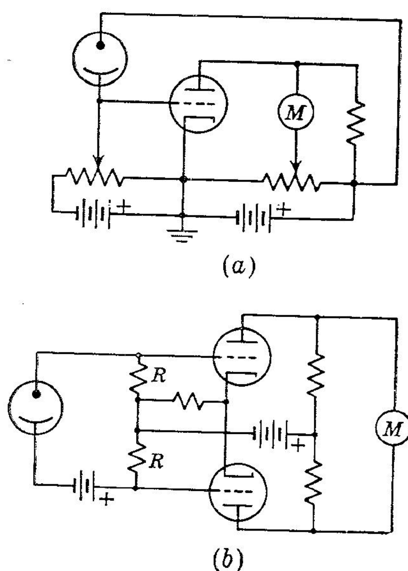


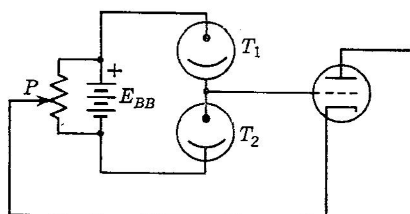
FIG. 13-7. (*a*) Circuito para equilibrio a corriente cero. (*b*) Amplificador diferencial con fotocélula de entrada.

El circuito de la Fig. 13-6*d* emplea un triodo de gas, o tiratrón (ver capítulo 15), como relé, obteniéndose una corriente de salida mayor que con la mayoría de los tubos de vacío. La resistencia variable permite ajustar la intensidad luminosa de activación. El condensador se emplea aquí también como filtro para la bobina del relé, a causa de la alimentación de alterna.

13-6. Circuitos con fototubos para medidas. Si se precisa una medida del flujo luminoso que llega al fototubo, pueden reemplazarse los relés de la Fig. 13-6*a* o *b* por un microamperímetro, pero a causa de

la falta de linealidad de la calibración y la necesidad de emplear tensiones de alimentación constantes, los circuitos no son muy útiles. En la mayoría de los instrumentos de medida de luz, como espectrofotómetros, medida de transmisión luminosa a través de líquidos turbios o imágenes fotográficas, etc., se hace uso de las técnicas del capítulo 8 para el empleo del fototubo en combinación con el amplificador de continua.

La Fig. 13-7*a* muestra la combinación de un fototubo y el sistema para equilibrar la corriente de luz cero del triodo. Este circuito puede funcionar en la región lineal del triodo, pero debe usar tensiones de alimentación reguladas. El amplificador diferencial de la Fig. 13-7*b* elimina en gran manera esta última dificultad usando tubos iguales. En ambos casos la sensibilidad y la luz dependen del valor de R_g, que puede emplearse como carga de la célula.



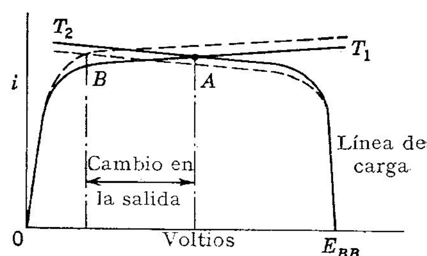


FIG. 13-8. (*a*) Circuito de alta sensibilidad. (*b*) Cálculo por la línea de carga de (*a*).

Un circuito básico de gran sensibilidad luminosa es el de la Fig. 13-8*a*, en el que R_g está sustituida por un segundo fototubo T_2. Puesto que la resistencia de T_2 puede ser muy grande, aumenta la tensión de salida de T_1, y puesto que la célula de envoltura de vidrio está bien aislada, este gran valor puede ser mantenido en la práctica, particularmente en trabajos de medida de laboratorio. El circuito se aprovecha del hecho de que las curvas corriente-tensión de los fototubos de vacío continúan subiendo muy ligeramente a tensiones de placa altas, debido al efecto Schottky. Puesto que T_2 actúa como carga de T_1, puede dibujarse la curva corriente-tensión de T_2 como línea de carga para una característica particular de T_1. En la Fig. 13-8*b* aparecen estas curvas dibujadas con línea continua.

Una pequeña diferencia en la iluminación, aumentando en T_1 y disminuyendo en T_2, da lugar a las características dibujadas de trazos en ambas células y una variación en la tensión de salida que pasa de *A* a *B*. Este cambio de tensión puede ser muy grande para una pequeña variación en la iluminación, proporcionando una gran sensibilidad al circuito.

La salida es relativamente independiente del valor absoluto de la iluminación, puesto que los fototubos dividen igualmente la tensión aplicada, para cualquier valor de la iluminación, que se equilibra entre

las células. El ajuste inicial se realiza por medio del divisor de tensión P.

13-7. Empleo de luz modulada. Para evitar el uso de un amplificador de continua se emplean muchos sistemas de luz modulada con amplificadores de alterna. Se usa también luz modulada en aquellos sistemas en que se desea evitar el funcionamiento accidental por luz parásita constante, como en sistemas de alarma contra ladrones; la luz modulada es la fuente excitatriz del tubo en las películas sonoras.

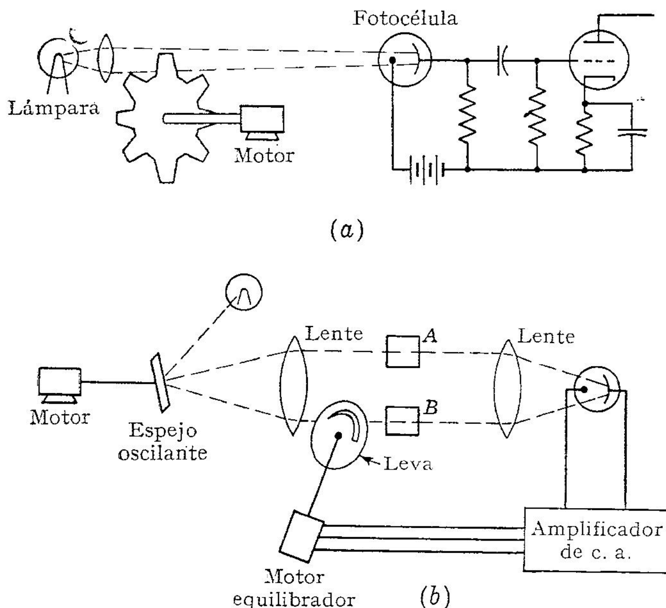


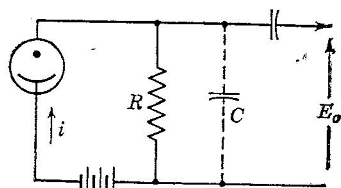
FIG. 13-9. (*a*) Vibrador luminoso para modular el rayo de luz. (*b*) Sistema de espejo oscilante para comparar las muestras A y B.

En la Fig. 13-9*a* se muestra un obturador giratorio para obtener una salida en la célula que pueda ser amplificada por medio de un amplificador RC clásico. La componente de alterna depende de la amplitud de la luz recibida correspondiente a las dos situaciones extremas: cuando un diente de la rueda intercepta el rayo luminoso y cuando éste pasa por un hueco de la rueda. Se establece un punto Q de funcionamiento de la célula para el valor medio de la iluminación durante la rotación del obturador. La frecuencia de salida y el proyecto del amplificador dependen del número de dientes de la rueda que atraviesan el haz luminoso por segundo. También se emplean otros sistemas mecánicos de modulación, como los tratados en el capítulo 8.

En la Fig. 13-9*b* se muestra otro sistema de luz modulada, adecuado para comparar la transmisión luminosa de una muestra A y la de un

patrón B. El espejo oscilante envía alternativamente el rayo de luz a A y a B. En la fotocélula se obtiene una salida permanente, o de continua, solamente si la transmisión en ambos elementos, A y B, es idéntica y esto dará salida cero en el amplificador de alterna. Si por un lado pasa más luz que por el otro, la salida del fototubo tendrá una componente de alterna cuyo valor dependerá de la diferencia en las características de transmisión y de la frecuencia, determinada ésta por la velocidad de giro del espejo en revoluciones por segundo. La fase de esta componente de alterna dependerá de si la muestra, o el patrón, transmite mejor la luz.

El amplificador de alterna emplea esta información (amplitud y fase de la señal) para controlar la velocidad y el sentido de giro del motor equilibrador para restaurar el equilibrio luminoso y obtener de nuevo salida cero en la fotocélula. Esto se consigue haciendo girar una leva o placa con una ranura de anchura variable interpuesta en el haz luminoso que pasa por el patrón B, disminuyendo o aumentando la transmisión en ese lado hasta que se equilibra con la del otro. Este es un tipo de sistema de equilibrio a cero y, por tanto, el mantenimiento de características constantes por parte de la fotocélula y del amplificador no es importante y puede usarse una célula de gas sin preocuparse de su falta de linealidad, puesto que actúa solamente como detectora del desequilibrio.



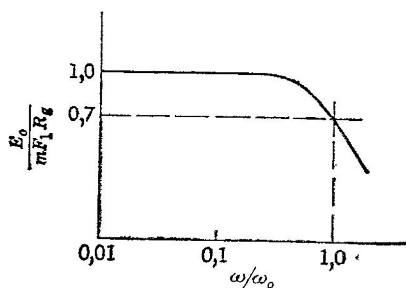


FIG. 13-10. (a) Circuito de salida para corriente alterna del fototubo. (b) Respuesta en función de ω/ω_o.

En cualquier sistema de luz modulada, y particularmente en aquéllos que recogen las señales de audiofrecuencia de las películas sonoras, el circuito de salida de la fotocélula y de entrada en el amplificador es como el representado en la Fig. 13-10*a*, donde C representa las capacidades internas de fototubo y amplificador. Este circuito puede ir seguido de un amplificador RC clásico.

El punto Q del fototubo se determina a partir de un valor medio de iluminación F_o, siendo el flujo luminoso total

$$F = F_o + F_1 \operatorname{sen} \omega t$$

La corriente de salida es

$$i = m(F_o + F_1 \operatorname{sen} \omega t)$$

Sólo la componente de alterna tendrá efecto en el amplificador siguiente y la tensión eficaz en bornes de R y C es

$$E_o = \frac{mF_1}{\sqrt{2}}\left(\frac{-jR/\omega C}{R - j/\omega C}\right)$$

que podemos poner en la forma

$$E_o = \frac{mF_1 R}{\sqrt{2}\sqrt{1 + (\omega/\omega_o)^2}} \underline{/\mathrm{tg}^{-1}(-\omega CR)}$$

donde $\omega_o = 2\pi/CR$. La salida relativa E_o/mF_1R está representada en la Fig. 13-10b en función de ω/ω_o. Mientras $\omega \ll \omega_o$, la salida es constante, $E_o = mF_1R/\sqrt{2}$. Puesto que C puede llegar a valer 100 $\mu\mu F$, puede ocurrir que ω_o corresponda a algunos kilociclos solamente, a menos que R se disminuya por debajo de los valores normales para las cargas de los fototubos y se evite la distorsión de frecuencia.

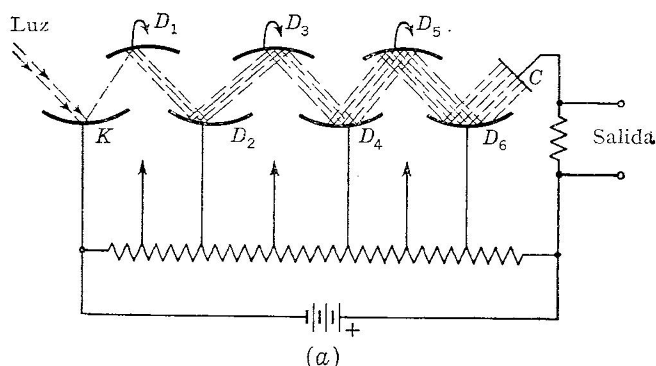
Los fototubos de gas no pueden corrientemente ser empleados en estos circuitos por encima de unos 2.000 ciclos sin que se produzca una caída adicional considerable en la respuesta a alta frecuencia, debida al retardo en la ionización. Esto puede compensarse en el proyecto del circuito RC y de los tubos de gas usados en las películas sonoras trabajando con señales pequeñas y, por consiguiente, en funcionamiento aproximadamente lineal.

13-8. Multiplicadores de electrones. Las corrientes emitidas por las superficies fotoeléctricas son muy pequeñas, especialmente con niveles luminosos bajos. Estas corrientes pueden amplificarse directamente en un elemento, conocido como *multiplicador de electrones*, que utiliza los principios de la emisión secundaria.

Los electrones emitidos por un cátodo fotoeléctrico K son atraídos por un electrodo positivo D_1, como en la Fig. 13-11. Estos electrones bombardean la superficie tratada de D_1, que tiene un coeficiente de emisión secundaria δ superior a la unidad. Por cada electrón que llega a D_1 son emitidos δ electrones, como valor medio. Estos pueden ser atraídos hacia otro electrodo positivo D_2 a mayor potencial que D_1. La superficie de D_2 puede también ser tratada para tener un coeficiente de emisión secundaria δ, similar al de D_1, de modo que sean emitidos δ^2 electrones en D_2 por cada uno de los que inicialmente abandonaron el cátodo K.

Este proceso puede repetirse n veces en n electrodos, o *dinodos* como se les llama, obteniéndose una ganancia total de δ^n. En la práctica, δ puede valer entre 5 y 10 y se usan hasta nueve dinodos en cascada para obtener ganancias de hasta 2.000.000. A los dinodos de la Fig.13-11a se les da la forma apropiada para producir campos eléctricos curvos que concentren los electrones emitidos sobre el dinodo siguiente, ya que, si

algunos no llegan, el valor de la ganancia quedará reducido. Esta concentración o enfoque puede conseguirse también por combinación de campos eléctricos y magnéticos, pero se emplea corrientemente el sistema de campo eléctrico por su mayor sencillez.



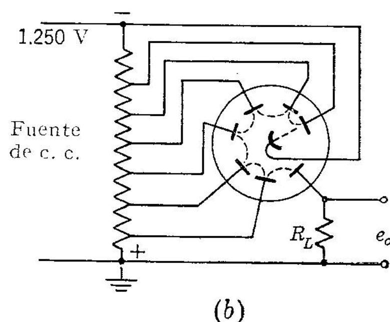


FIG. 13-11. (a) Multiplicador de electrodos curvos. (b) Circuito multiplicador.

La ganancia teórica de un multiplicador está limitada por la variación aleatoria o ruido en la corriente de salida. Con intensidades luminosas y corrientes muy pequeñas, la naturaleza cuántica de la emisión introduce una pequeña irregularidad o ruido en la salida del cátodo fotoeléctrico. Suponiendo que entre electrón y electrón hay alguna variación en δ, el ruido puede aumentar por la emisión secundaria del dinodo. Se halla, sin embargo, que si se aplican las leyes estadísticas normales, la presencia de pasos multiplicadores aumenta el ruido de la emisión fotoeléctrica original solamente en el factor

$$\sqrt{\frac{\delta - 1}{\delta}}$$

que es pequeño si δ es del orden de 9 ó 10. Por tanto, el ruido de salida no difiere apreciablemente del de la corriente fotoeléctrica original.

Hay otros dos factores que también contribuyen a limitar la ganancia útil de un multiplicador. Estos provienen de los iones positivos de gas, debidos al vacío imperfecto y a la emisión termoiónica de los dinodos. A causa de la baja función de trabajo, la emisión termoiónica puede ser apreciable en los dinodos, incluso a temperatura ambiente.

Las características de un fotomultiplicador dependen de la tensión por dinodo y de la diferencia de potencial entre el último dinodo y el ánodo colector. La tensión por dinodo es corrientemente del orden de 75 a 100 voltios, ya que así se obtiene una sensibilidad satisfactoria.

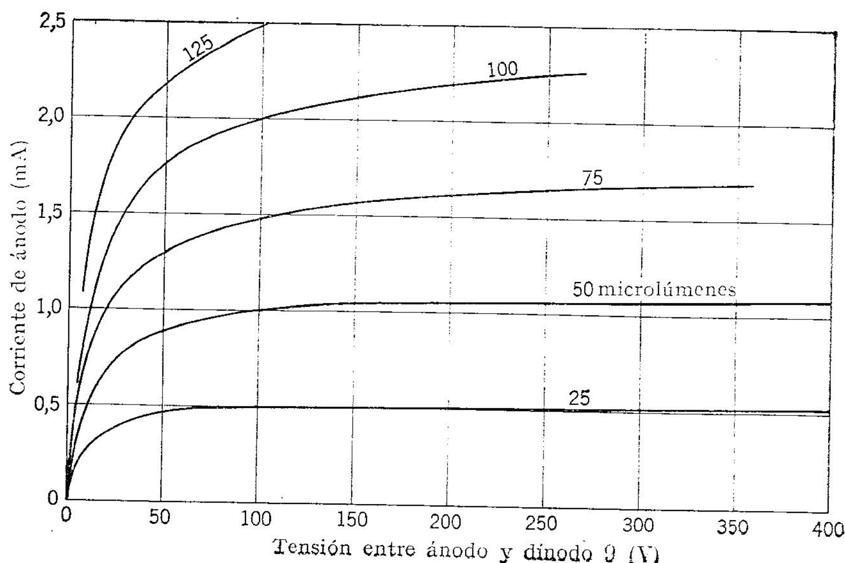


FIG. 13-12. Curvas características del fotomultiplicador tipo 931-A. Voltios por dinodo = 100.

En la Fig. 13-12 se muestra la influencia de la diferencia de potencial entre el último dinodo y el colector. Comparando esta figura con la 13-2*a*, se ve que el multiplicador da una salida en miliamperios para iluminaciones en microlúmenes, mientras que la fotocélula de vacío normal da salidas de microamperios para valores de iluminación del orden de lúmenes.

13-9. La célula fotovoltaica. La *célula fotovoltaica* genera una f.e.m. bajo la acción de la luz incidente. Tales células consisten en una capa de semiconductor sobre una capa de metal base y son de dos tipos: óxido de cobre sobre cobre y seleniuro de hierro sobre hierro. El semiconductor puede estar cubierto por una película fina de una laca conductora transparente. Las conexiones del circuito se hacen a la base y a un contacto elástico hecho en la periferia de la zona recubierta de laca, como indica la Fig. 13-13.

Al incidir la luz, los electrones reciben la suficiente energía para atravesar el intervalo prohibido, y si el semiconductor se coloca sobre un metal base, estos electrones de gran energía pueden pasar al metal. Mientras dura la iluminación hay un suministro de estos electrones en la banda de conducción y la corriente continúa.

La tensión generada es del orden de algunos cientos de milivoltios con luz intensa y no es función lineal del flujo luminoso. La resistencia de la célula es pequeña y, con luz solar, pueden circular corrientes de algunos miliamperios. Se ha encontrado que la corriente de cortocircuito es una función lineal del flujo luminoso, como muestra la Fig. 13-14, y que es proporcional al flujo luminoso total o número de fotones recibidos, como era de esperar por la teoría de la conducción.

Si se emplea como carga una pequeña resistencia, como la de un microamperímetro, la respuesta es aproximadamente lineal respecto a la luz, y el instrumento puede calibrarse en función de la iluminación incidente. Esto tiene aplicación en los exposímetros fotográficos. La corriente puede también usarse directamente para accionar relés de control de iluminación como los empleados en aulas escolares. Puesto que el espectro de la respuesta puede ser muy parecido al del ojo humano, esta es una aplicación de control muy útil.

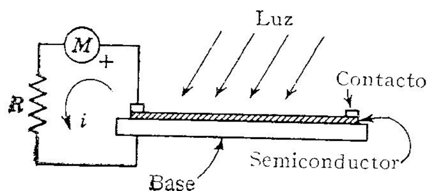


FIG. 13-13. Montaje de la célula fotovoltaica.

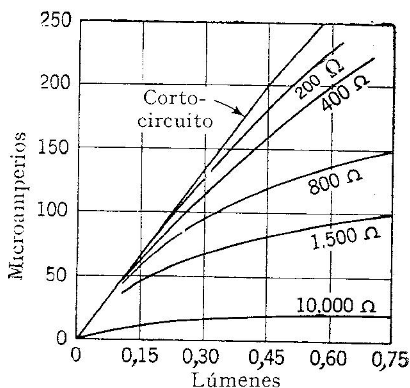


FIG. 13-14. Salida en función de la iluminación para una célula fotovoltaica con diferentes cargas. Area = 1,1 pulgadas cuadradas.

Las células de esta clase son sensibles a las altas temperaturas, y la de seleniuro puede resultar dañada si funciona por encima de 55°C. Afortunadamente se ha hallado que tanto la f.e.m. como la resistencia interna dependen de la temperatura, por lo que la corriente de cortocircuito es casi independiente de los cambios en la temperatura ambiente.

Puesto que la célula fotovoltaica produce una tensión continua tan pequeña, no es adecuada su amplificación directamente excepto si se emplea un amplificador de vibrador. El uso con luz modulada debe limitarse también a muy bajas frecuencias debido a la gran capacidad existente entre el semiconductor y la base. La capa de semiconductor es tan delgada y la capacidad tan grande, que la salida puede quedar reducida a la mitad, incluso a 60 ciclos.

Las células fotovoltaicas pueden conectarse en paralelo para aumentar el área total y el flujo luminoso total recibido y la corriente de salida. También pueden conectarse en serie para alimentar grandes cargas.

13-10. El fototransistor. Mientras las primeras células fotoconductoras empleaban selenio como semiconductor cuya resistencia decrecía con la luz, los elementos modernos usan germanio o silicio con formas similares a los diodos o transistores de contacto puntual o de unión.

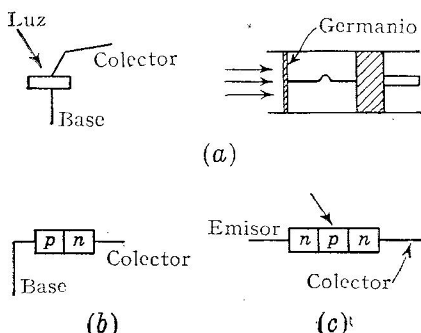
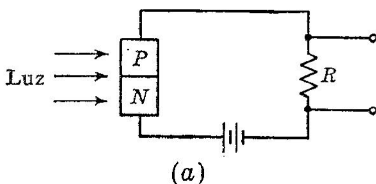


FIG. 13-15. Formas de fototransistor. (*a*) De contacto puntual; (*b*) De unión *P-N*; (*c*) De unión *N-P-N*.

La energía radiante se absorbe para llevar un electrón desde la parte superior de la banda de valencia, a través del intervalo prohibido, hasta la banda de conducción. Queda así en la primera un hueco que puede viajar, como se vio en el Cap. 12. Tanto el elec-



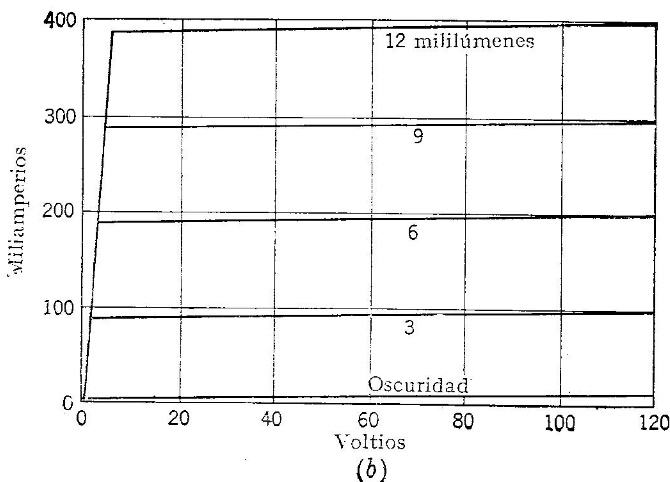


FIG. 13-16. (*a*) Circuito de unión *P-N*. (*b*) Curvas características aproximadas.

trón como el hueco son capaces de contribuir a la corriente fotoeléctrica.

Los tipos de contacto puntual y de unión de la Fig. 13-15*a* y *b* funcionan con polarización inversa, es decir, con tensión positiva aplicada al colector y negativa al lado *P*. La luz que incide cerca del punto de contacto o de la unión libera los portadores de carga antes mencionados que se difunden hacia los electrodos constituyendo una corriente. Los huecos forman una carga espacial positiva en las proximidades del colector, facilitando a los electrones libres el paso a través de la barrera; así se obtienen rendimientos algo mayores que el teórico de un par electrón-

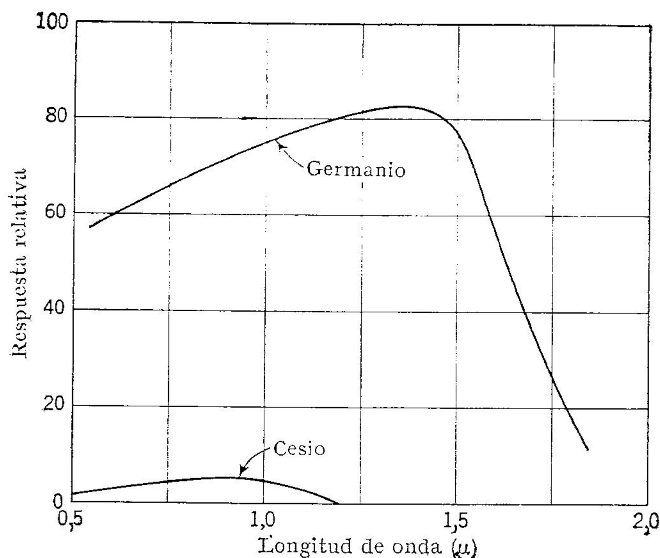


FIG. 13-17. Comparación de las fotorespuestas de germanio y cesio.

hueco por quantum de energía luminosa incidente, en los elementos de contacto puntual o *P-N*. Este rendimiento puede llegar hasta 100 pares por quantum en el caso del elemento *N-P-N* de la Fig. 13-15*c*, debido a la ganancia de corriente inherente a esta configuración del transistor.

A causa de los átomos de impureza, habrá algunos electrones en la banda de conducción a la temperatura ambiente. Estos producirán una *corriente en la oscuridad* de algunos microamperios. Mientras esta corriente sea pequeña no se interferirá con la fotocorriente.

El germanio y otros semiconductores dan respuesta con infrarrojos de longitud de onda mayor que en el caso de superficies fotoemisoras. La función de trabajo de la superficie fotoemisora de cesio normal es aproximadamente 1 eV, mientras que la anchura del intervalo prohibido de energía en el germanio es del orden de 0,7 eV. El quantum de luz necesario para producir fotoconductividad es menor que el reque-

rido para la fotoemisión, con una relación de 0,7 : 1,0. Tomando el intervalo de energía del germanio como 0,7 eV, el umbral, o máxima longitud de onda de excitación, para este semiconductor será

$$\lambda_o = \frac{hc}{eE} = \frac{6,55 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1,60 \times 10^{-19} \times 0,7} = 1,75\ \mu$$

Esta longitud de onda está en el infrarrojo. En la Fig. 13-17 se comparan sendas curvas de respuesta de germanio y cesio.

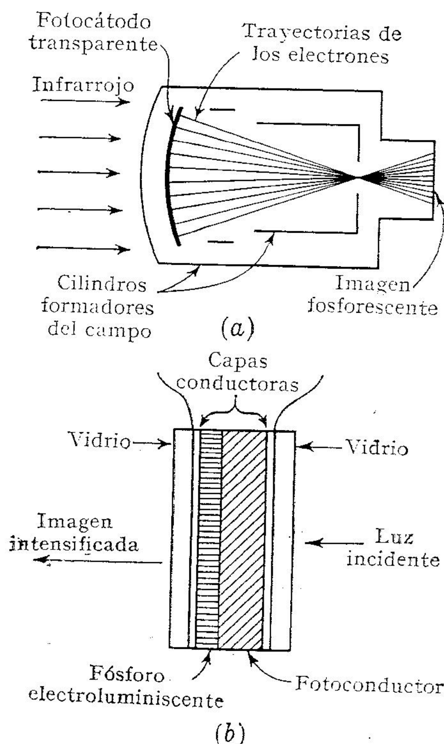


FIG. 13-18. (a) Intensificador de imagen. (b) Amplificador luminoso de estado sólido.

13-11. Amplificadores de luz. Otra aplicación de la sensibilidad luminosa de los semiconductores es el *amplificador de luz*, en el cual una imagen de pequeña intensidad se amplifica para producir una imagen semejante pero de mayor intensidad. Es, en cierto modo, similar al *conversor de imagen* o «snooperscopio», en el que la amplificación de la entrada se acoplaba con una conversión de frecuencia de luz infrarroja invisible en luz visible. Un elemento semejante se emplea también para convertir imágenes de rayos X en luz visible de mayor intensidad.

El conversor de imagen de la Fig. 13-18*a* emplea un fotocátodo transparente que recibe luz invisible por un lado y emite electrones por el otro. Estos electrones son dirigidos por medio de campos eléctricos a una superficie fosforescente en la que aparece la imagen visible amplificada.

El amplificador de luz directa de la Fig. 13-18*b* utiliza materiales semiconductores entre dos placas de vidrio y dos capas semiconductoras transparentes. La capa de fósforo electroluminiscente es excitada por la aplicación de una diferencia de potencial. En serie (eléctricamente) con la capa de fósforo hay una capa de fotoconductor de alta resistencia en la oscuridad. Se aplica una diferencia de potencial entre las capas conductoras y, en la oscuridad, esta tensión aparecerá principalmente en el fotoconductor.

Cuando se envía una imagen al fotoconductor, su resistencia volu-

métrica disminuye de un punto a otro de su superficie y la tensión en la capa electroluminiscente aumenta en correspondencia. Esta última capa emitirá luz en relación directa al campo eléctrico aplicado y, por consiguiente, en proporción a la iluminación incidente de un punto a otro en el fotoconductor. Se ha conseguido una ganancia en el brillo de la imagen de alrededor de 20, previéndose mayores ganancias a medida que la investigación progrese.

PROBLEMAS

13-1. Dibujar las curvas corriente-iluminación para un fototubo de gas 930, con cargas de 1,75 y 15 megaohmios, siendo $E_{bb} = 90$ voltios.

13-2. Una fotocélula de vacío tiene una sensibilidad de 16 microamperios por lumen. Es necesaria una variación de 7 V en la rejilla del triodo para accionar el relé que hay en el circuito de placa de la Fig. 13-6*a*. Hallar ΔF si R_g es 4 megaohmios.

13-3. Dos fototubos de vacío tienen superficies y características físicas idénticas, salvo que uno de ellos es un *S*-1 y el otro un *S*-3. Determinar la relación entre las corrientes obtenidas en ambas células cuando se iluminan con la luz procedente de un filamento de tungsteno a 2.870°K. Las escalas de sensibilidad son las dadas en la Fig. 13-1.

13-4. Una lámpara de automóvil con una potencia de 32 candelas (supuesta puntual) está situada a 6 pies de un fototubo de 1,5 pulgadas cuadradas de área sensible y una sensibilidad de 20 microamperios por lumen. Calcular la distancia focal de una lente de 1,5 pulgadas de diámetro que sería preciso colocar entre la fuente y el fototubo para obtener una salida en éste de 40 voltios, sobre una carga de 12 megaohmios.

13-5. Un fototubo de vacío, tipo 925, sufre una variación en su iluminación desde 0,12 hasta 0,27 lúmenes. Siendo $E_{bb} = 150$ V, determinar el cambio en la tensión de salida en una carga de 2 megaohmios.

13-6. El circuito de la Fig. 13-6*b* se usa para controlar la iluminación de un aula, con un fototubo de vacío tipo 925 y un triodo 6J5 que tiene $r_p = 8.000$ ohmios y $\mu = 20$. Recibiendo luz, se ajusta *P* para polarización de — 2 V y corriente de placa de 5,5, mA. Suponiendo que el triodo funciona en su zona lineal, hallar los valores de iluminación del aula para los cuales se encenderán y apagarán las luces, siendo $R_g = 10$ megaohmios y la resistencia del relé de 7.500 ohmios y sus corrientes de activación y desactivación de 4,0 mA y 2,3 mA, respectivamente.

13-7. Una fuente luminosa puntual consistente en una lámpara de 32 candelas se usa para iluminar una fotocélula de gas tipo 930 con 90 V aplicados a través de una carga de 8 megaohmios. La superficie de la célula es de 0,4 pulgadas cuadradas. ¿A qué distancia de la célula puede estar la lámpara para producir aun una corriente de 5 μA en la carga?

13-8. Determinar los valores de R_1 y R_2 en la Fig. 13-6*c* para evitar que la tensión en la fotocélula de gas exceda de 90 V en cualquier momento. La resistencia R_3 es de 2.000 ohmios.

13-9. Dos fotocélulas de vacío 925 se emplean en el circuito de la Fig. 13-8*a* como T_1 y T_2. La iluminación es de 0,2 lúmenes y $E_{bb} = 200$ V. Si la iluminación varía + 0,01 lumen sobre T_1 y — 0,01 lumen sobre T_2, determinar el cambio que experimenta la tensión de rejilla del triodo.

13-10. (*a*) Una superficie de emisión secundaria, en un multiplicador de electrones, tiene un coeficiente $\delta = 7$. Determinar el número de pasos necesarios para obtener una corriente de salida de 1 mA a partir de una corriente fotoeléctrica de 0,015 μA.

(*b*) El tubo anterior va seguido de un pentodo de $g_m = 5.000$ μmhos. Calcular la transconductancia total de la combinación.

13-11. Una célula de vacío 925 se usa con luz modulada a 2.000 ciclos y una carga $R = 4$ megaohmios en combinación con una capacidad de entrada (de fotocélula y amplificador) de 78 $\mu\mu$F. Si el triodo amplificador tiene una carga de 50.000 ohmios, $\mu = 30$ y $r_p = 45.000$ ohmios, determinar la variación en el flujo luminoso eficaz necesaria para obtener una salida en el amplificador de 50 V eficaces.

13-12. El fotomultiplicador 931-A de la Fig. 13-12 se emplea con una carga de 50.000 ohmios y una tensión de alimentación (entre ánodo y último dinodo) de 300 V. Cuando la luz de entrada varía sinusoidalmente,

$$L = 75 + 25 \text{ sen } \omega t$$

con L en microlúmenes, determinar la tensión eficaz de salida en la carga.

13-13. Una cierta fotocélula con superficie S-3 da una corriente de 5,7 μA cuando se ilumina con una fuente de tungsteno a 2.870°K. Suponiendo iguales sensibilidades de cresta, calcular la corriente relativa cuando la misma fuente se usa con un fototubo de superficie S-4.

13-14. Una placa de metal acanalada se monta a 3 pulgadas de distancia del filamento de una lámpara puntual de 32 candelas. La ranura es de $^1/_2 \times {}^1/_{32}$ pulgadas. Un fototubo 925 recibe toda la luz que pasa por la ranura. La carga del fototubo es de 10 megaohmios y $E_{bb} = 150$ voltios. Calcular la diferencia de tensiones en la carga cuando la ranura está abierta y cerrada.

13-15. Las características de un fototubo de gas 930 se dan en la Fig. 13-4. Este tubo tiene un ánodo cuya área es de 1,1 pulgadas cuadradas y funciona con $E_{bb} = 90$ V. Se coloca una lámpara de 50 candelas a 12 pulgadas de la célula y se aleja a saltos de 2 pulgadas hasta una distancia de 36 pulgadas. Representar la tensión de salida sobre una carga de 5 megaohmios.

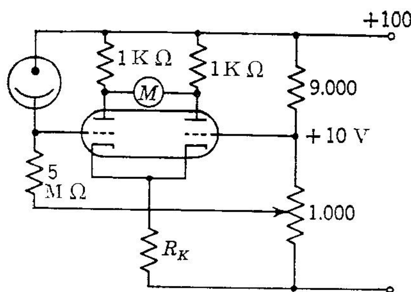


FIG. 13-19.

13-16. El circuito de la Fig. 13-19 se usa con una célula 925 y un doble triodo 12AT7. (*a*) Especificar la resistencia de cátodo si la corriente de equilibrio (valor cero del instrumento de medida) ha de ser de 2,5 mA. (*b*) Si la escala del instrumento llega hasta 200 μA (resistencia de 500 ohmios), calcular el cambio de flujo luminoso necesario para obtener la lectura máxima de la escala.

BIBLIOGRAFIA

1. Metcalf, G. F.: Operating Characteristics of Photoelectric Tubes, *Proc. IRE*, **17** : 2064 (1929).
2. Richter, W.: «Fundamentals of Industrial Electronic Circuits», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947.
3. Shepard, F. H.: Some Unconventional Vacuum Tube Applications, *RCA Rev.*, **2**: 149 (1937).
4. Zworykin, V. K., G. A. Morton, y L. Malter: The Secondary-emission Multiplier, *Proc. IRE*, **24** : 351 (1936).
5. Pierce, J. R.: Electron-multiplier Design, *Bell Labs. Record*, **16** : 305 (1933).
6. Henney, Keith, y J. D. Fahnestock: «Electron Tubes in Industry», 3.ª ed., McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1952.
7. Sweet, M. H.: Logarithmic Photometer, *Electronics*, vol. 105, noviembre 1946.
8. Ryder, J. D.: «Electronic Engineering Principles», 2.ª ed., Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1952.
9. Hughes, A. L., y L. A. DuBridge: «Photoelectric Phenomena», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1932.

CAPÍTULO 14

RECTIFICACION DE POTENCIA

Para obtener grandes cantidades de corriente continua en la industria, es normal emplear como rectificadores los diodos de vapor de mercurio o de gas. El diodo de gas se adapta bien a las aplicaciones industriales debido a su gran capacidad de corriente y a su alto rendimiento en potencia.

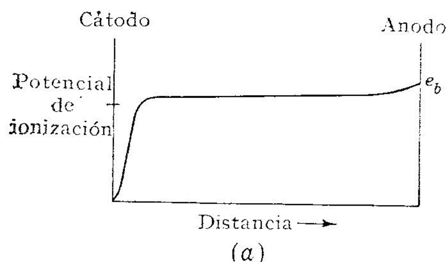
Por sus especiales características, debidas al gas presente en su interior y por el hecho de que la energía eléctrica normalmente es de tres o cuatro fases, las características de funcionamiento y los circuitos difieren de los del Cap. 10 en el que se han estudiado rectificadores monofásicos de baja corriente para alimentación de amplificadores electrónicos. En aplicaciones industriales, raras veces se precisa un circuito filtro, debido a las amplias tolerancias admitidas en la tensión de rizado y, si se emplea, puede ser más simple que los estudiados previamente, debido a que las frecuencias de rizado son más altas al partir de tensiones polifásicas.

14-1. Descarga de arco. La descarga de arco en un gas tiene lugar entre un ánodo y un cátodo situados en una envuelta que contiene un gas inerte a presiones que van desde algunas micras hasta algunos milímetros de mercurio. El ánodo puede ser una placa metálica o un bloque de grafito, siendo el cátodo del tipo de revestimiento con óxido y con caldeo o un pequeño recipiente de mercurio líquido. Los gases normalmente empleados son vapor de mercurio para grandes potencias y argón, xenón o hidrógeno para aplicaciones especiales en que las características no resultan afectadas por la temperatura.

Con diferencias de potencial entre ánodo y cátodo mucho menores que el potencial de ionización del gas, únicamente circulan pequeñas corrientes limitadas por la carga espacial negativa. A potenciales ligeramente superiores al de ionización del gas empleado, según se ha descrito en la Sec. 2-13, unos cuantos electrones poseerán energía suficiente para producir la ionización al entrar en colisión con un átomo del gas, dando como resultado la formación de iones positivos y más electrones libres. Los iones positivos sirven para neutralizar parte de la carga espacial negativa debido a su baja movilidad y al tiempo que se encuentran en ella. Como consecuencia, más electrones adquirirán la energía ionizante; estos electrones producen más iones que a su vez reducen todavía más la carga espacial negativa con efecto acumulativo.

El proceso determina la formación de una *descarga de arco* en el gas, con la completa neutralización de la carga espacial negativa por los lentos iones positivos, la circulación de una gran corriente y una pequeña caída de tensión. El tiempo transcurrido desde la primera colisión entre los electrones y los átomos hasta la completa formación de la descarga de arco puede ser de 10 μseg o menos.

Los iones positivos son atraídos por el cátodo negativo y forman una carga espacial de iones positivos, o *pantalla,* alrededor del cátodo. Las líneas del campo eléctrico terminan principalmente en estas próximas cargas positivas y solamente algunas de ellas llegan hasta el ánodo. Esto determina la aparición de un intenso campo eléctrico, acelerador de los electrones, en una estrecha región alrededor del cátodo. Dado que, al pasar a través de esta pantalla, los electrones, como valor medio, deben poder adquirir la energía de ionización para mantener la descarga, la caída de tensión desde la pantalla del cátodo debe ser próxima al potencial de ionización del gas.



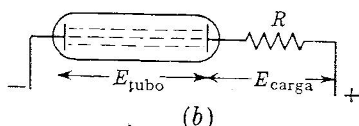


FIG. 14-1. (*a*) Distribución de potencial en los tubos del circuito (*b*).

No puede existir campo eléctrico entre las cargas positivas y, por tanto, habrá allí un campo relativamente pequeño con lo que, como consecuencia, habrá una pequeña caída de tensión desde el ánodo hasta la pantalla de iones. Esta región, denominada *plasma,* contiene aproximadamente igual número de iones positivos que de electrones negativos, moviéndose todos ellos aleatoriamente, con una pequeña componente de desplazamiento hacia los electrodos, debida al bajo valor de la intensidad del campo eléctrico. Solamente aparece un pequeño potencial adicional a través del plasma, de tal modo que la caída de tensión total en el tubo es esencialmente igual al potencial de ionización. En la Fig. 14-1*a* se indica la distribución de los potenciales en un tubo de gas típico.

Si la tensión del tubo tiende a disminuir, la producción de iones y la corriente caen, reduciendo E_{carga} y elevando E_{tubo} en la Fig. 14-1*b*. Este aumento en la tensión del tubo eleva la producción de iones, reduce la carga espacial negativa, eleva la corriente y lleva la tensión del tubo de nuevo a su valor normal. Este fenómeno es muy sensible y los cambios de tensión con los cambios de corriente no son grandes, siendo el potencial del tubo esencialmente independiente de la corriente en las regiones de funcionamiento normal.

Dado que inicialmente no están presentes los iones positivos, la tensión se eleva hasta un *potencial disruptivo* inicial, posiblemente

doble del valor de ionización, y posteriormente cae bruscamente hasta un valor más bajo una vez que se ha establecido la ionización. En vapor de mercurio, con un potencial de ionización de 10,39 V, el valor del potencial disruptivo puede acercarse a 15-25 V, con caídas de tensión en funcionamiento que usualmente se encuentran entre 10 y 20 V, según el tipo de cátodo empleado y lo rectilíneas que sean las trayectorias de los electrones e iones. En algunos casos en que la ionización se produce por impactos repetidos y los escalones entre niveles sucesivos o estados metastables del átomo son pequeños, pueden encontrarse tensiones ligeramente menores.

14-2. Cátodos termoiónicos en las descargas gaseosas. El arco en una descarga gaseosa puede mantenerse solamente mediante una fuente continua de electrones. Estos electrones pueden producirse por emisión termoiónica, secundaria o por campo eléctrico.

La mayor parte de los cátodos empleados en los tubos de gas son del tipo de revestimiento de óxido, debido a su relativamente alto rendimiento de emisión. Cuando se usa en una descarga gaseosa, el cátodo está sometido al bombardeo de los pesados iones positivos gaseosos. Si la caída de tensión en el tubo es grande, la energía de los iones puede llegar a ser suficientemente grande como para dañar mecánicamente al revestimiento de óxido y, en casos extremos, este revestimiento puede desprenderse del metal base en unos cuantos segundos, destruyendo la capacidad de emisión del cátodo.

Se ha encontrado que la velocidad de destrucción puede reducirse y obtenerse una vida razonable para el revestimiento de óxido, si las energías de los iones positivos, determinadas por la tensión del tubo, pueden mantenerse por debajo de cierto valor límite. Este valor límite para los iones de mercurio es de aproximadamente 24 V. Dado que el potencial de ionización del mercurio es de 10,39 V y las tensiones normales del tubo se aproximan a este valor, para valores normales de presión y temperatura del gas, los tubos de vapor de mercurio con cátodos de recubrimiento de óxido tendrán un razonable factor de seguridad y una vida de algunos cientos de horas. Otros gases de menor peso atómico pueden tolerar mayores tensiones de funcionamiento sin que se produzcan daños destructivos.

Si las tensiones del tubo se encuentran por debajo del límite destructivo, las energías de los iones estarán también por debajo del valor a que puede producirse una apreciable emisión secundaria en el cátodo debida al bombardeo de los iones, y no podrá contarse con la emisión secundaria como fuente adicional de emisión de electrones. De hecho, si se obtienen electrones secundarios, probablemente se producirán daños en el cátodo. Los cátodos deben proyectarse con un área de emisión suficiente para suministrar la máxima corriente fijada para el tubo a la temperatura de funcionamiento del cátodo.

Si, debido a una reducción accidental de la resistencia de carga del ánodo, la corriente absorbida se hace mayor que el valor de emisión, la tensión del tubo se elevará hasta que se obtenga suficiente emisión

adicional secundaria producida por el bombardeo de los iones positivos. No obstante, al mismo tiempo, este bombardeo puede desprender parte del revestimiento del cátodo.

Si se aplican simultáneamente la tensión de ánodo y la de caldeo de cátodo, la corriente exigida por el circuito exterior será mayor que el valor de emisión durante parte del período de caldeo del cátodo. Esto puede determinar un serio bombardeo del cátodo con los daños correspondientes, que pueden resultar visibles al producirse chispas en el desprendimiento de la superficie catódica. Para evitar estos daños, los tubos de gas de cátodo caldeado deben disponer de tiempo suficiente para el calentamiento del cátodo antes de que se aplique la tensión de placa.

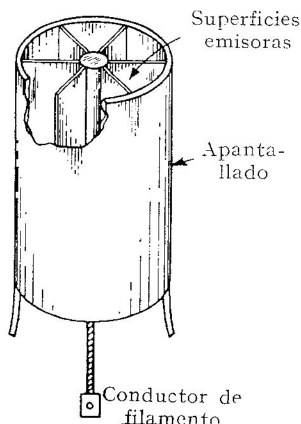


FIG. 14-2. Cátodo apantallado contra pérdidas de calor, parcialmente cortado para mostrar su constitución interna.

Una baja temperatura ambiente determinará una baja presión de vapor del mercurio y un número reducido de iones en el espacio, debido al menor número de átomos de gas disponibles para colisión. Si existe un número insuficiente de iones para neutralizar la carga espacial, la tensión del tubo se elevará y los electrones adquirirán mayor energía, haciendo más probable la ionización. Los iones positivos adquirirán entonces energía suficiente para dañar el cátodo, por lo que debe evitarse el funcionamiento de los tubos de vapor de mercurio de cátodo caldeado a temperaturas ambiente bajas, siendo preciso en estos casos recurrir incluso a calefacción eléctrica en algunas aplicaciones. Los tubos que contienen otros gases no están radicalmente afectados, ya que la presión interna del gas está determinada por la ley de Charles, en vez de por la presión de vapor de un líquido.

El rendimiento de la emisión relativa se ha definido en el Cap. 2 como los miliamperios emitidos por vatio de energía de caldeo. Si puede reducirse la pérdida por calor de radiación del cátodo, puede reducirse también el calor preciso para alcanzar una temperatura dada y aumentarse el rendimiento de la emisión relativa. El apantallado contra el calor o la radiación alrededor del cátodo aumentará así el rendimiento.

Este apantallado no es posible en tubos de vacío, ya que cualquier espacio cerrado tiende a formar altas cargas espaciales negativas y a reducir por tanto la emisión. En cambio, en un tubo de gas están presentes los iones positivos para neutralizar la carga espacial y se produce, por tanto, la limitación de la corriente. Normalmente las pantallas son de níquel pulido y pueden tener la forma de la Fig. 14-2 en que rodean a un cátodo de caldeo indirecto. Las pantallas pueden también usarse alrededor de cátodos de filamento de caldeo directo y pueden reducir la energía de caldeo del cátodo según un factor comprendido entre 10 y 20.

14-3. Cátodos de depósito de mercurio. Un tipo antiguo de rectificador de mercurio empleaba un depósito de este metal como cátodo con un brazo lateral en forma de bulbo, como indica la Fig. 14-3. La emisión de electrones desde el depósito de mercurio resulta posible cuando se forma un *cátodo puntual* en la superficie del depósito catódico. El cátodo puntual aparece como un punto brillante de luz que se mueve sobre la superficie del mercurio, siendo iniciado por una pequeña chispa. Esta chispa produce los primeros electrones e iones positivos; si uno de los ánodos es positivo, los electrones son atraídos y producen iones adicionales que neutralizan cualquier carga espacial negativa y se establece un arco.

La teoría exacta de formación del cátodo puntual y de la emisión no se conoce, pero Langmuir ha sugerido que es una forma de emisión por campo eléctrico. La capa de iones positivos catódicos es muy delgada, de modo que la intensidad del campo eléctrico en él puede alcanzar el valor necesario para que se produzca la emisión por campo eléctrico. Consideraciones relativas a las velocidades de evaporación del mercurio en el cátodo puntual indican que en él las temperaturas son del orden de 250 a 350°C, demasiado bajas para una emisión de naturaleza termoiónica. Las densidades de corriente son muy altas y no puede probarse de modo concluyente que sean correctas las teorías actuales sobre esta emisión.

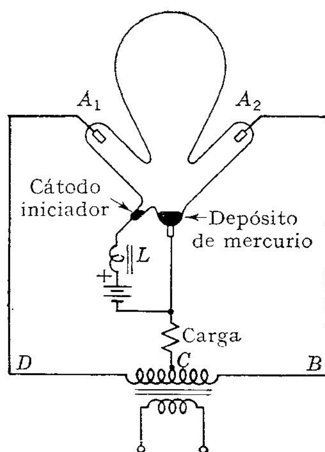


FIG. 14-3. Rectificador de depósito de mercurio tipo antiguo.

La chispa iniciadora de la descarga puede producirse de varias formas. En el tipo antiguo de la Fig. 14-3 se obtenía golpeando ligeramente el tubo hasta que el mercurio del depósito principal y el del depósito pequeño se juntaban. Al enderezarse el tubo, el circuito inductivo quedaba abierto cuando se separaba el mercurio de ambos depósitos, con lo que saltaba una chispa entre ellos formando el cátodo puntual. El pequeño depósito de mercurio se ha reemplazado ahora por una varilla de acero accionada por un electroimán exterior que se sumerge en el mercurio del depósito principal; el circuito inductivo se rompe cuando deja de actuar el electroimán, obteniéndose así la primera chispa.

Este dispositivo mecánico es lento y, si la chispa no se inicia a cada medio ciclo de la tensión de entrada, el arco no se mantendrá y cesará la conducción, ya que los iones positivos se difundirán hacia el ánodo y las paredes durante el período de no conducción y se recombinarán, formando átomos neutros, con lo que el espacio resultará *desionizado.*

En los tipos modernos se forma el cátodo puntual sumergiendo magnéticamente el electrodo iniciador en el depósito de mercurio, después de lo cual, un ánodo auxiliar alimentado constantemente

con corriente continua forma un arco de unos cuantos amperios, manteniendo un cátodo puntual y la ionización del espacio. El arco principal se forma a partir de este cátodo puntual, al fluir la corriente al ánodo

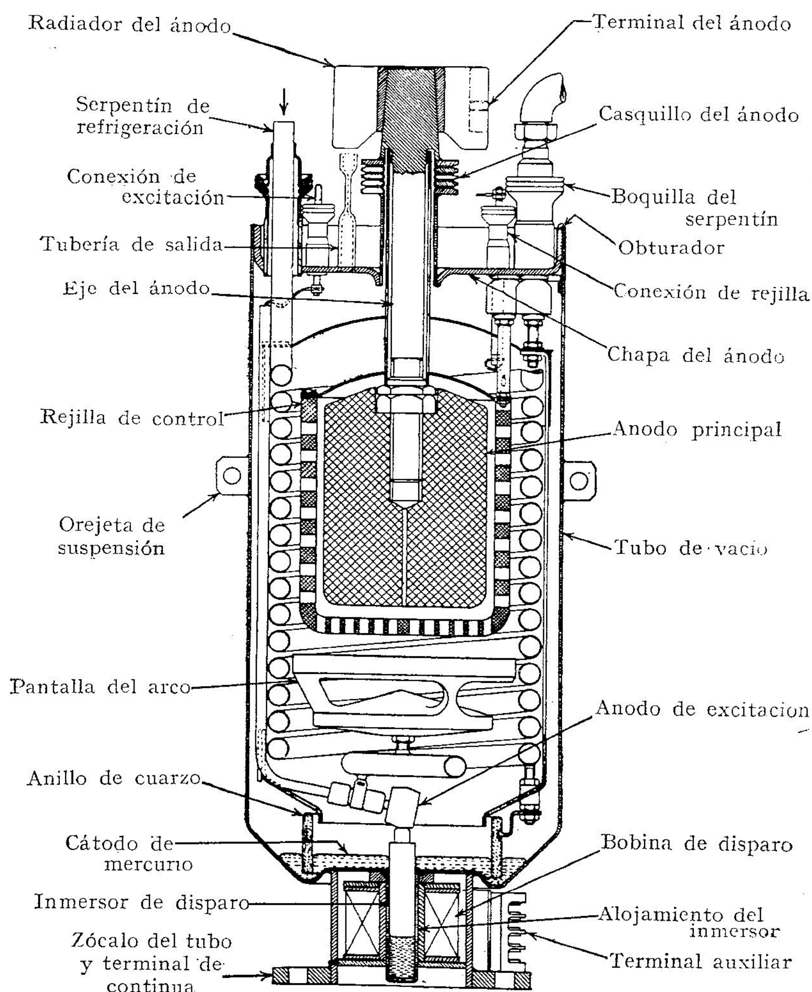


FIG. 14-4. Sección recta de un rectificador excitrón.

que es más positivo. Este tubo, denominado *excitrón,* se indica en la Fig. 14-4. Otro tipo de tubo, que utiliza un iniciador eléctrico, se discutirá en el Cap. 15.

La caída de tensión en el tubo es normalmente mayor con un cátodo de depósito de mercurio que con un cátodo termoiónico, ya que la energía de funcionamiento es suministrada por el arco en vez de por un circuito exterior de caldeo. El bombardeo de un cátodo de depósito

de mercurio no puede producir daño alguno, ya que resultan disponibles más átomos de mercurio, condensándose el evaporado en el punto más frío de la pared del tubo. Por otra parte, las corrientes de cresta no están limitadas por la emisión catódica sino por el calentamiento y las fuerzas magnéticas instantáneas a que están sometidos los conductores debido a las altas corrientes. Con un cátodo de depósito de mercurio pueden emplearse corrientes más intensas y, por lo tanto, puede utilizarse este tipo de tubo en servicios más duros que el de cátodo caldeado.

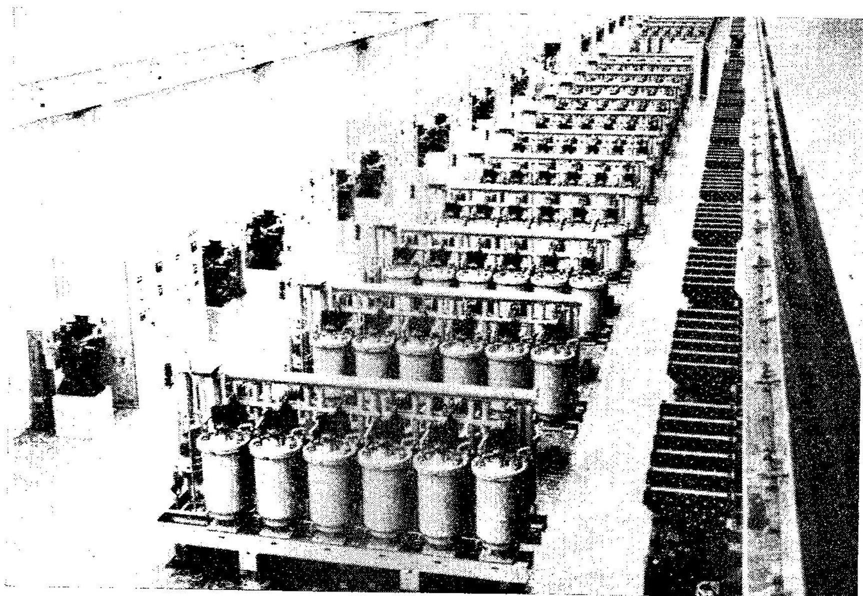


FIG. 14-5. Sala de rectificación de una planta de reducción de aluminio que contiene veinticuatro conjuntos de rectificadores de 6.000 amperios, 750 voltios de continua, y la sección de control. *(Cortesía de Allis-Chalmers Mfg. Company.)*

El tubo de ampolla de vidrio con múltiples brazos laterales de la Fig. 14-3 ha sido reemplazado por un tanque de acero, en el que se hace el vacío, con 6, 12 ó 18 ánodos para funcionamiento polifásico. Los tipos modernos, como el de la Fig. 14-4, emplean un recipiente individual para cada ánodo y depósito catódico, debido a las menores pérdidas resultantes, fabricación más sencilla y funcionamiento y mantenimiento más flexibles. Estos tubos se emplean en bancos múltiples, como en la Fig. 14-5, para funcionamiento polifásico y grandes salidas de continua. El tipo de tanque de acero se utiliza todavía frecuentemente en Europa.

14-4. Características y especificaciones de los tubos de vapor de mercurio. Puede usarse cualquiera de los gases inertes, pero por su facilidad de manejo y su bajo potencial de ionización, el gas más fre-

cuentemente empleado es el vapor de mercurio obtenido destilando mercurio en el tubo durante la realización del vacío. Desgraciadamente, la presión de vapor del mercurio será entonces función de la temperatura, como se indica en la Fig. 14-6, determinando que algunas de las características del tubo varíen con la temperatura en el punto de condensación del mercurio en el tubo.

La temperatura normal de funcionamiento del tubo está entre 20

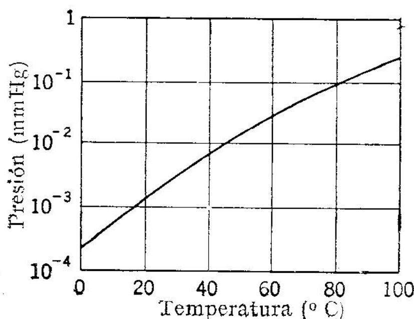


FIG. 14-6. Variación de la presión de vapor del mercurio en función de la temperatura.

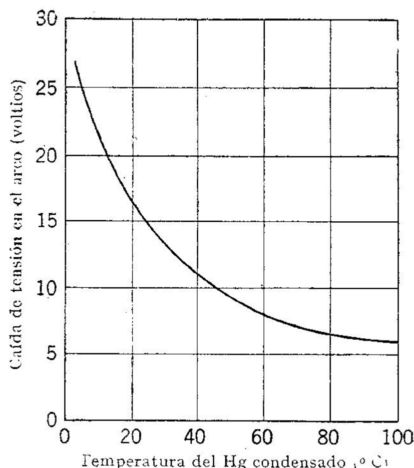


FIG. 14-7. Variación de la caída de tensión en el arco con la temperatura en un diodo de vapor de mercurio.

y 60°C, a temperatura ambiente, ó 30 a 80°C de temperatura de condensación del mercurio, determinando presiones de vapor de 0,001 a 0,1 mm Hg y caídas de tensión en el tubo de 10 a 15 V. El límite inferior de temperatura corresponde a un funcionamiento con pocos átomos de mercurio en el espacio y una alta caída de tensión en el tubo, posiblemente por encima del valor de desintegración del cátodo. El límite superior de temperatura queda fijado por la frecuencia del arco inverso, fenómeno que se discute en la Sec. 14-5. En la Fig. 14-7 se indica la variación de la caída de tensión del arco en función de la temperatura; las tensiones de desintegración del cátodo se alcanzan por debajo de unos 10°C.

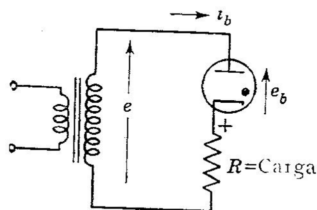


FIG. 14-8. Circuito básico de un diodo de gas de cátodo caldeado. El punto en el símbolo del tubo indica que se trata de un tubo de gas.

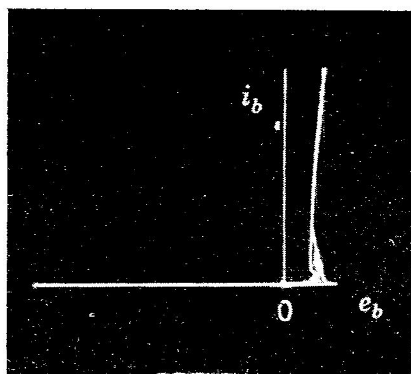
La ecuación que describe el funcionamiento del circuito de la Fig. 14-8 durante el intervalo en que el ánodo es positivo, o intervalo de conducción, es

$$e = e_b + i_b R$$

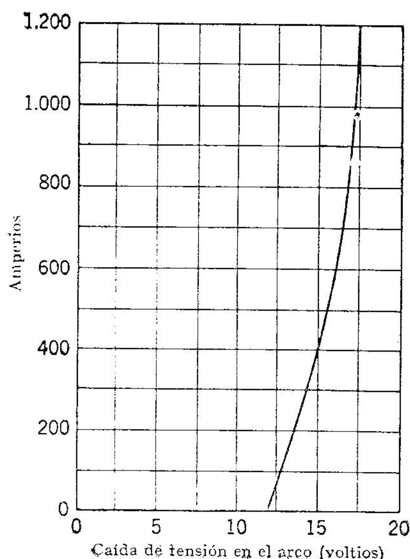
Dado que e_b es relativamente constante, la corriente i_b debe aumentar

cuando se reduce R. Si R fuese cero, la corriente aumentaría hasta un valor muy alto al que el tubo quedaría inutilizado. Por esto, *los tubos de descarga de arco deben funcionar siempre en serie con una resistencia de carga suficiente para limitar la corriente a valores seguros.*

Se verá posteriormente que las pérdidas de calor en el interior del tubo son proporcionales a la corriente media más bien que a la eficaz, siendo la *corriente media de régimen* aquélla que puede mantenerse sin un calentamiento excesivo. Puesto que pueden emplearse formas de onda y ciclos irregulares, es normal que el fabricante especifique el tiempo sobre el que debe tomarse la corriente media. Este tiempo depende del tamaño y de la capacidad de almacenamiento de calor del tubo y puede variar entre 15 y 60 segundos o más.



(*a*)



(*b*)

FIG. 14-9. (*a*) Variación de la caída de tensión en el arco en función de la corriente en el rectificador de cátodo caldeado tipo 866. Corriente de cresta = 1,2 amperios. (*b*) Caída de tensión en el tubo en función de la corriente en el rectificador de depósito de mercurio tipo 5555. Corriente de cresta admisible = 1.200 amperios.

La *corriente instantánea de cresta* es también un factor de funcionamiento importante. Aunque 100 A durante 1 seg y 10 A durante 10 seg tengan el mismo valor medio, el valor de cresta de 100 A puede estar muy por encima de la capacidad de emisión de un cátodo termoiónico o de la capacidad de conducción de corriente de los conductores de un tubo de depósito de mercurio, pudiendo producirse daños. Esta corriente de cresta es el valor instantáneo máximo admisible.

La *caída de tensión en el tubo, o del arco,* es la tensión entre los electrodos del tubo mientras está conduciendo. El análisis del circuito se simplifica normalmente suponiendo que la caída de tensión en el tubo es constante o independiente de la corriente de carga, como justifica la Fig. 14-9.

La tensión máxima aplicada al tubo durante el tiempo en que el

ánodo es negativo respecto al cátodo se denomina *tensión inversa de cresta*. El ánodo no posee una fuente de electrones, de tal modo que el tubo no puede conducir a menos que se produzca una descarga disruptiva en el gas. La tensión inversa de cresta no debe rebasar el potencial de arco del gas a la mayor presión que quepa esperar.

Los límites de temperatura de los tubos de vapor de mercurio, que se encuentran normalmente en el intervalo de 20 a 60°C ya han sido discutidos. A bajas temperaturas, la caída de tensión en el tubo aumenta y pueden producirse daños en el cátodo, y a altas temperaturas puede producirse el arco inverso con la posibilidad de daños en el tubo.

14-5. Arco inverso. En la Fig. 14-3, la tensión total del secundario del transformador se aplica a los ánodos A_1 y A_2. Debido a que estos ánodos son de material de emisión de baja calidad y funcionan a baja temperatura, no hay normalmente emisión de electrones en ninguno de ellos. Sin embargo, si apareciese una fuente de emisión en el ánodo que es negativo o surgiese una descarga disruptiva entre los electrodos, aparecería un cortocircuito entre los ánodos A_1 y A_2 que resultaría aplicado al transformador. La única impedancia presente en el circuito sería la correspondiente a la reactancia y a la resistencia del transformador, ya que la caída de tensión del tubo continuaría siendo pequeña frente a la tensión del transformador y, por tanto, podrían circular corrientes del orden de varios miles por ciento del valor normal.

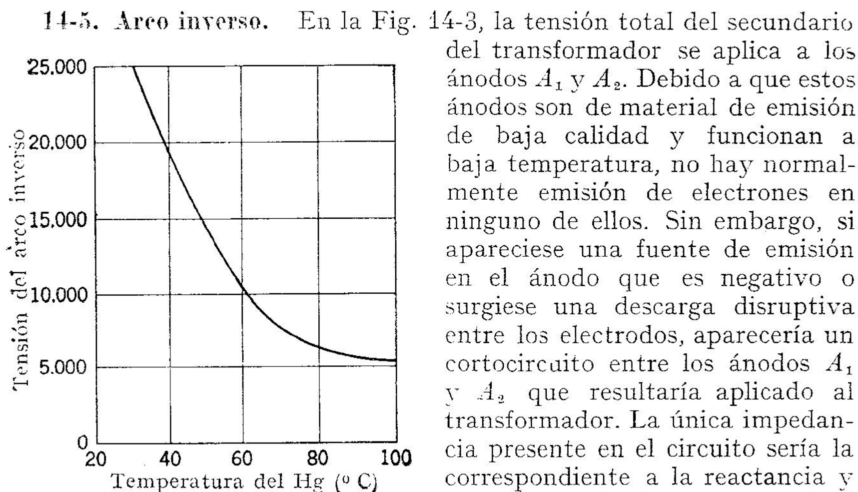


FIG. 14-10. Variación de la tensión del arco inverso con la temperatura del mercurio.

Una descarga inversa accidental de esta naturaleza se denomina *arco inverso*. Estas descargas se producen de modo aleatorio y no constituyen una indicación de que el rectificador es defectuoso, a menos que continúen a intervalos frecuentes. La frecuencia del arco inverso puede resultar aumentada por altas temperaturas de funcionamiento, ya que esto reduce el potencial de descarga en el gas, como se indica en la Fig. 14-10 para un tubo particular, o por salpicaduras de mercurio en la superficie anódica al formarse en ella un cátodo puntual momentáneo. Puede también provocarse momentáneamente la evaporación de mercurio por el bombardeo de iones positivos mientras el ánodo es negativo y esto aumenta la posibilidad de que se produzca el arco inverso. En tubos de cátodo caldeado el material del cátodo puede ser proyectado sobre un ánodo, determinando la aparición de una fuente de emisión anódica.

Si el arco inverso no se interrumpe rápidamente, puede calentar y destruir el rectificador. Mientras existe un arco inverso la corriente circula en sentido contrario por la unidad defectuosa y esta corriente inversa puede utilizarse para disparar un interruptor monopolar de alta velocidad intercalado en el circuito anódico, limitando así la duración de la corriente inversa. De este modo no es necesario abrir el interruptor principal y solamente se produce un ligero descenso de la tensión mientras se vuelve a poner en servicio el ánodo defectuoso.

14-6. Rectificador básico de media onda de diodo de gas. Como se indica en la Fig. 14-9*a* y *b*, la caída de tensión del arco varía sólo ligeramente en el margen de funcionamiento de la corriente de un diodo de gas.

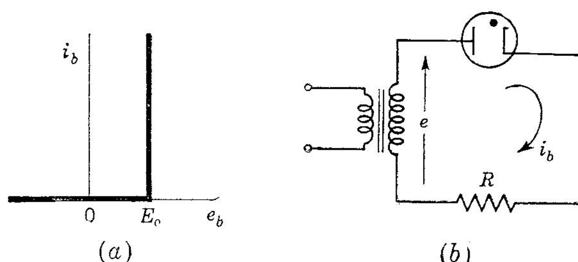


FIG. 14-11. (*a*) Curva corriente-tensión ideal de un diodo de gas. (*b*) Circuito de media onda.

Es normal considerar constante la caída de tensión del arco en el valor E_o voltios para simplificar el análisis del circuito. Así mismo, dado que la tensión disruptiva o inicial es normalmente sólo unos cuantos voltios más alta que la caída de tensión del tubo, no se comete gran error al suponer que ambas son iguales, si la tensión alterna aplicada es grande frente a la caída de tensión del tubo. Estas hipótesis determinan que la curva de la corriente en función de la tensión tome la forma ideal que indica la Fig. 14-11*a*.

La ecuación correspondiente al funcionamiento del circuito de la Fig. 14-11*b* *durante el intervalo de conducción* es

$$e = i_b R + E_o \qquad (14\text{-}1)$$

Si la tensión de entrada es $e = E_m \operatorname{sen} \omega t$, la corriente será

$$i_b = \frac{E_m \operatorname{sen} \omega t - E_o}{R} \qquad (14\text{-}2)$$

Una corriente inversa o negativa no es posible; por lo tanto, i_b debe ser cero para todos los valores negativos del numerador. La conducción

se iniciará y terminará cuando el numerador sea igual a cero, con lo que el ángulo correspondiente a la iniciación de la conducción será

$$\alpha_1 = \operatorname{sen}^{-1} \frac{E_o}{E_m} \tag{14-3}$$

y la conducción cesará para un ángulo α_2 que viene dado por

$$\alpha_2 = \pi - \operatorname{sen}^{-1} \frac{E_o}{E_m} \tag{14-4}$$

El ángulo total de conducción es, en estas circunstancias, $\pi - 2\alpha_1$. Estos ángulos se indican en la Fig. 14-12. De la observación de la

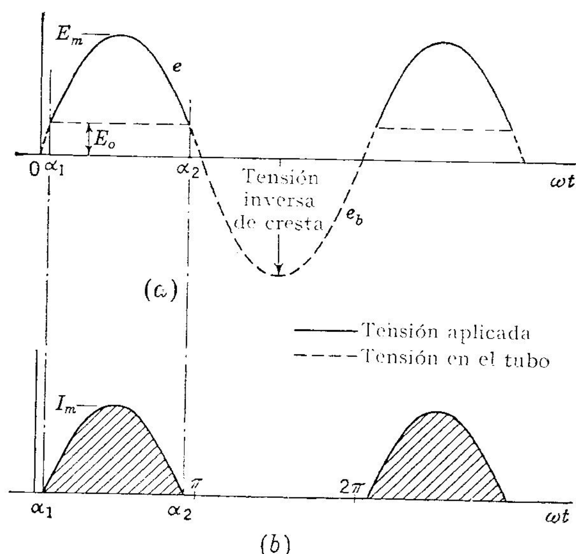


FIG. 14-12. (a) Forma de onda de la tensión. (b) Forma de onda de la corriente.

Ec. (14-2) o de la forma de la onda de la Fig. 14-12*b*, se deduce que la onda de corriente es la parte superior de una sinusoide en la que se han sustraído E_o/R unidades desde su base. Esta forma de onda es típica de un diodo de gas, como era de esperar de un dispositivo que responde a la curva idealizada corriente-tensión de la Fig. 14-11*a*. La Fig. 14-13 indica que la práctica confirma estos resultados obtenidos con $E_m =$ $= 30$ V. Pueden apreciarse en ella la constancia de E_o y el ligero efecto de ignorar la cresta correspondiente a la tensión disruptiva. La curva de trazos de la Fig. 14-12*a* es la tensión que aparece en el tubo durante el resto del ciclo. La tensión se eleva hasta que se inicia la ionización;

entonces cae ligeramente hasta el valor casi constante E_o, que se aproxima a 11 V. Para $\omega t = \alpha_2$ la tensión aplicada es menor que E_o, el numerador de la Ec. (14-2) pasa a ser negativo y, por tanto, la conducción cesa. El tubo entonces equivale a un cortocircuito y la tensión total aplicada aparece en el tubo, hasta que la tensión se eleva de nuevo positivamente y rebasa el valor de arranque, con lo que se inicia el ciclo siguiente.

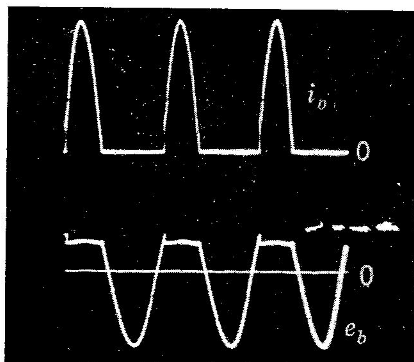


FIG. 14-13. Formas de onda de corriente y tensión en el tubo en un diodo de gas de cátodo caldeado tipo 872. Obsérvese el pequeño pico correspondiente a la ruptura; E_m = 30 voltios.

Un diodo de gas se emplea normalmente para rectificar la corriente alterna transformándola en una salida de continua. La componente de la salida que interesa es, por tanto, I_{dc}, valor medio de i_b a lo largo de un ciclo. Expresando la corriente en la forma

$$i_b = \frac{E_m \operatorname{sen} \omega t - E_o}{R} \qquad \alpha_1 < \omega t < \alpha_2 \tag{14-5}$$

$$i_b = 0 \qquad \alpha_2 < \omega t < 2\pi + \alpha_1 \tag{14-6}$$

el valor medio se obtiene en la forma siguiente

$$I_{dc} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i_b \, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{E_m \operatorname{sen} \omega t - E_o}{R} \, d\omega t$$

Teniendo en cuenta los valores de α_1 y α_2 se obtiene

$$I_{dc} = \frac{E_m}{\pi R}\left[\sqrt{1 - \left(\frac{E_o}{E_m}\right)^2} - \frac{E_o}{E_m}\cos^{-1}\frac{E_o}{E_m}\right] \tag{14-7}$$

La tensión continua de salida en la carga es $E_{dc} = I_{dc}R$.

Puede verse que, a medida que aumenta la tensión aplicada, E_m resulta considerablemente mayor que E_o, cuyo valor oscila entre 10 y 15 V, E_o/E_m se hace pequeño, y el ángulo de conducción se aproxima a 180°. I_{dc} y E_{dc} se elevan y se aproximan a los valores límites de

$$I_{dc} = \frac{E_m}{\pi R} \qquad E_{dc} = \frac{E_m}{\pi} \tag{14-8}$$

La razón E_{dc}/E_m tiene un límite superior de $1/\pi = 0{,}318$ para E_o/E_m muy pequeño. Para muchas aplicaciones con rectificadores de alta

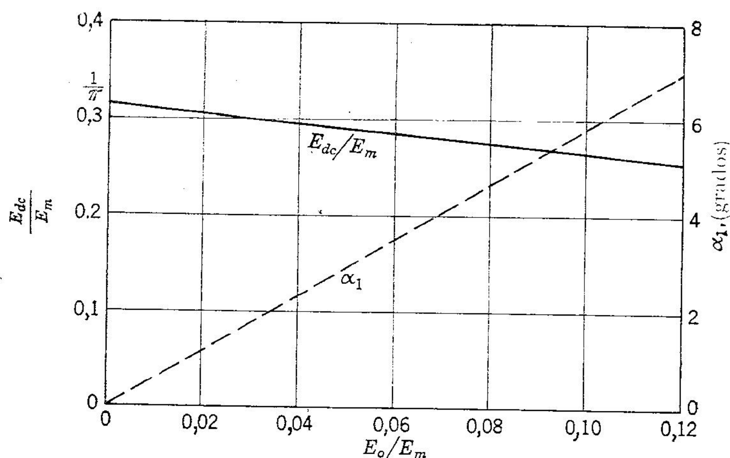


FIG. 14-14. E_{dc}/E_m y α_1 en función de E_o/E_m.

tensión, puede suponerse esta condición y $\alpha_1 = 0$ para simplificar el análisis. El efecto de esta hipótesis puede estimarse en la Fig. 14-14.

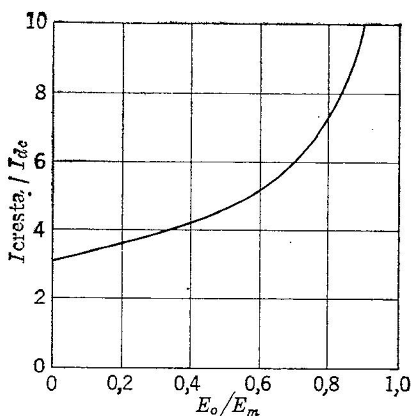


FIG. 14-15. Razón entre la corriente de cresta y la corriente media en función de E_o/E_m para el diodo de gas de media onda.

La corriente de cresta en un rectificador es un límite de funcionamiento fundamental y, para pequeños valores de E_m, el ángulo de conducción puede resultar pequeño, por lo que es preciso forzar la corriente de cresta para obtener una salida de continua dada. Para una carga resistiva, la corriente es máxima para $\omega t = \pi/2$. La razón de la corriente de cresta a la media es función de E_o/E_m; esta función se representa en la Fig. 14-15. En ella puede verse que pueden alcanzarse valores altos de la razón de la corriente de cresta a la media, para ángulos de conducción pequeños.

La potencia perdida en el rectificador debe ser radiada o absorbida por el agua de refrigeración. Esta potencia perdida viene dada por

$$P_p = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e_b i_b \, d\omega t = \frac{E_o}{2\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{E_m \operatorname{sen} \omega t - E_o}{R} \, d\omega t \qquad (14\text{-}9)$$

El factor $e_b = E_o$ se ha supuesto constante y puesto fuera de la integral,

la cual, como puede verse, es la misma que da la corriente media, por lo que

$$P_p = E_o I_{dc} \tag{14-10}$$

resultado que es independiente de la forma de la onda de corriente y del ángulo de conducción y es de considerable utilidad práctica. Por ejemplo, los voltímetros normales no pueden utilizarse para leer E_o en un rectificador en funcionamiento. Sin embargo, observando que

$$E_o = \frac{P_p}{I_{dc}} \tag{14-11}$$

es posible utilizar un vatímetro conectado para leer la pérdida en el tubo, para deducir de ella la caída de tensión en el arco en los rectificadores en funcionamiento. Otro método está basado en promediar medidas tomadas en oscilogramas, pero carece de la rapidez del método anterior.

El valor medio de la potencia de entrada al rectificador puede calcularse a partir de la expresión básica de la potencia, en la forma siguiente

$$P_{ca} = \frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi} e i_b \, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} E_m \operatorname{sen} \omega t \, \frac{E_m \operatorname{sen} \omega t - E_o}{R} \, d\omega t$$

Una vez hecha la integración, haciendo uso de ciertas identidades trigonométricas, se obtiene

$$P_{ca} = \frac{E_m^2}{2\pi R}\left[\cos^{-1}\frac{E_o}{E_m} - \frac{E_o}{E_m}\sqrt{1 - \left(\frac{E_o}{E_m}\right)^2}\right] \tag{14-12}$$

Para rectificadores de alta tensión, en que $E_o/E_m \equiv 0$, la potencia de entrada es

$$P_{ca} \cong \frac{E_m^2}{4R}$$

El rendimiento con que el rectificador convierte la potencia alterna en continua se denomina rendimiento de la rectificación y, teniendo en cuenta las Ecs. (14-7) y (14-12), es

$$\eta_R = \frac{P_{dc}}{P_{ca}} = \frac{2[\sqrt{1 - (E_o/E_m)^2} - (E_o/E_m)\cos^{-1}(E_o/E_m)]}{\pi[\cos^{-1}(E_o/E_m) - (E_o/E_m)\sqrt{1 - (E_o/E_m)^2}]} \times 100\ \% \tag{14-13}$$

El rendimiento de rectificación de un rectificador de media onda de tubo de gas con carga resistiva resulta independiente de la corriente en la carga, siendo solamente función de la relación E_o/E_m, aproximándose al valor de 40,6 por 100 cuando E_o/E_m es despreciable. El uso de

inductancias o capacidades como filtros altera la forma de onda de la corriente y el rendimiento.

Rectificadores de este tipo se usan frecuentemente para carga de baterías de acumuladores o en procesos electroquímicos en que la carga incluye una fuerza contraelectromotriz. Si se sigue el proceso fundamental del establecimiento de las ecuaciones del circuito y de la determinación de los ángulos α_1 y α_2 para los que la corriente es cero, pueden obtenerse ecuaciones que describan tal tipo de funcionamiento. En estos casos, la resistencia de la batería de acumuladores constituye parte de la carga R, y la fuerza contraelectromotriz se suma a la tensión E_0 del tubo.

La corriente continua en la carga circula también a través del secundario del transformador y puede producir la saturación del hierro. Debido al elevado coste de los transformadores especiales con entrehierros de aire, el circuito de media onda no se emplea normalmente en sistemas de potencia y si ha sido presentado aquí lo fue con el objeto de estudiar los métodos a aplicar en el análisis de circuitos más complejos.

14-7. Rectificadores de onda completa y rectificadores puente. Los métodos utilizados en la sección anterior pueden emplearse también en el análisis del *rectificador diametral de onda completa* de la Fig. 14-16*a*. En él, cada tubo conduce en correspondencia con un ángulo de $\pi - 2\alpha_1$, aproximadamente igual a 180°, y la corriente en la carga está constituida por una serie de impulsos como en el rectificador de media onda, pero presentando un segundo impulso en el intervalo π a 2π. El análisis de I_{dc} y E_{dc} da expresiones que son exactamente el doble de las correspondientes al circuito de media onda. Puede encontrarse además que la tensión inversa de cresta es igual a la tensión total de cresta en el secundario del transformador, $2E_m$, siendo $e = E_m$ sen ωt.

Puesto que las corrientes continuas de los tubos circulan por el secundario del transformador en sentido contrario, no se producirá la saturación del núcleo del transformador. Por las dos mitades del secundario del transformador no circulan corrientes sinusoidales y el transformador no resultará usado tan eficientemente como si estuviese suministrando continuamente corriente alterna; esto hace que para una potencia de salida dada se precise un transformador más grande.

El *rectificador puente* permite realizar una rectificación de onda completa mediante un transformador sin toma media. Durante el medio ciclo en que el terminal superior del transformador es positivo, los diodos T_1 y T_4 tienen sus ánodos positivos y conducen en serie como indican las flechas. Los tubos T_2 y T_3 tienen sus ánodos negativos y, por tanto, no conducen. En el medio ciclo siguiente los diodos T_2 y T_3 son los que conducen, determinando un nuevo impulso de la corriente en la carga que circula en el mismo sentido que en el medio ciclo anterior. El circuito es pues un rectificador de onda completa.

Como el circuito puente tiene una caída de tensión igual a la de los tubos, es más adecuado para altas tensiones en que la caída de ten-

sión en los tubos puede despreciarse. Permite asimismo el empleo de un transformador sin toma media, dando la tensión de continua exigida con solamente la mitad de las vueltas precisas en el circuito diametral de onda completa. Por el secundario circula constantemente corriente, con lo que el transformador sólo necesita ser los dos tercios del preciso

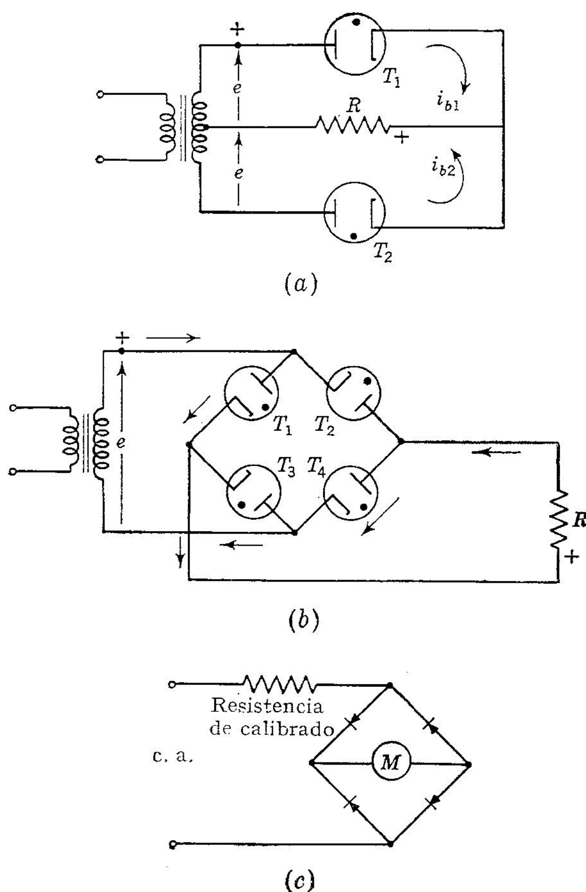


FIG. 14-16. (a) Circuito diametral de onda completa. (b) Rectificador puente. (c) Rectificador puente adaptado para su uso en un aparato de medida.

en el circuito de onda completa de la Fig. 14-16*a*. Además, el valor inverso de cresta de los tubos es suficiente que sea la mitad del valor preciso en el circuito de la Fig. 14-16*a*, a igual tensión continua de salida.

Los aparatos de medida de alterna del tipo de rectificador emplean normalmente el circuito puente con elementos rectificadores de cobre-óxido, como se indica en la Fig. 14-16*c*. La corriente continua resultante es indicada por un galvanómetro sensible o un microamperímetro del

tipo D'Arsonval. Estos aparatos resultan normalmente adecuados para medidas de hasta algunos cientos de ciclos. Dado que estos aparatos llevan sus escalas graduadas según el valor medio cuadrático de una onda sinusoidal, pero realmente miden el valor medio, sus indicaciones pueden ser erróneas si se utilizan con formas de onda que difieren de la sinusoidal.

14-8. Funcionamiento de diodos de gas en paralelo. La Fig. 14-17*a* representa las curvas corriente-tensión de dos diodos de gas con caídas de tensión E_{01} y E_{02}, respectivamente. Si estos tubos se conectan en paralelo, la tensión, al iniciarse un ciclo, se elevará hasta que alcance el valor inicial E_{01}, en cuyo momento el tubo conduce. La tensión de la combinación en paralelo no puede en ningún momento elevarse por

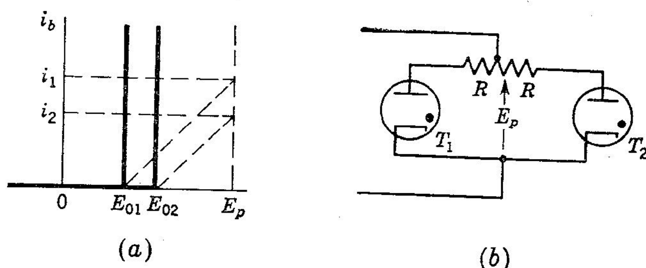


FIG. 14-17. (*a*) Curvas ideales corriente-tensión para dos diodos de gas en paralelo. (*b*) Circuito para el funcionamiento de diodos de gas en paralelo.

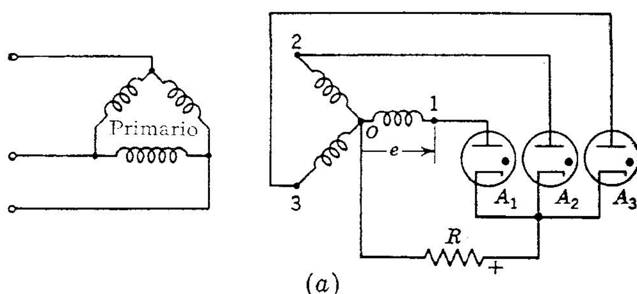
encima de E_{01} y el tubo T_2 no podrá conducir, con lo que el tubo a que corresponda la menor caída de tensión (realmente el de tensión de arranque menor) será el que soportará toda la carga.

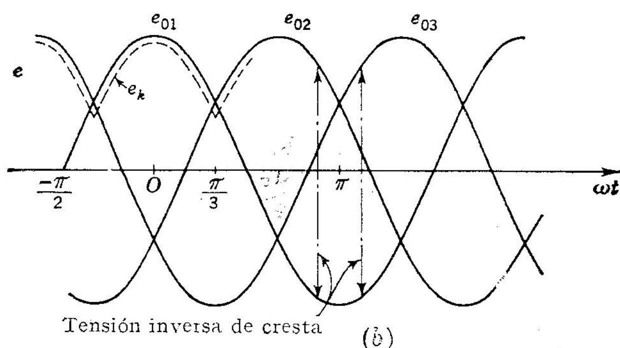
Si se conecta en serie con cada ánodo una pequeña resistencia R, como se indica en la Fig. 14-17*b*, cada curva característica corriente-tensión cambia convirtiéndose en la correspondiente línea inclinada dibujada de trazos en la Fig. 14-17*a*. Para cierta tensión E_p mayor que la tensión de arranque de cada tubo, el tubo T_2 empezará a conducir compartiendo la carga con el tubo T_1, absorbiendo ambos de la fuente común de alimentación las corrientes i_1 e i_2, respectivamente.

Las caídas de tensión pueden diferir hasta de 8 a 10 V entre tubos nuevos y tubos que ya han prestado un largo servicio, y si la resistencia R puede producir esta caída para la corriente en el tubo que se desea, el funcionamiento será satisfactorio. En vez de resistencia puede usarse una bobina de toma central. Normalmente es más económico comprar un tubo de gran capacidad que dos más pequeños, por lo que la combinación en paralelo no se considera conveniente.

14-9. Rectificador trifásico de media onda. La mayor parte de los rectificadores de potencia emplean, con alguna modificación, el tipo de secundario de transformador conectado en estrella, con un diodo

conectado a cada uno de los brazos del secundario. Normalmente los circuitos tienen una conexión catódica común y, por lo tanto, se prestan al uso de diodos individuales de cátodo termoiónico o de depósito de mer-





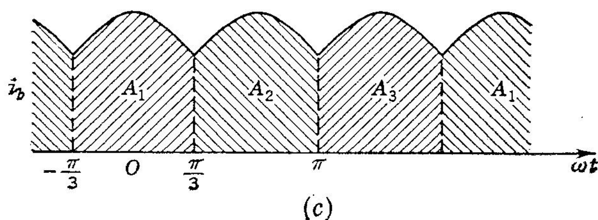


FIG. 14-18. (*a*) Rectificador trifásico de media onda. (*b*) Tensiones respecto al neutro. (*c*) Corriente en la carga.

curio o el tipo antiguo rectificador de tanque de acero que empleaba un cierto número de ánodos y un cátodo común de depósito de mercurio.

En la Fig. 14-18*a* se indica un circuito rectificador trifásico de media onda sencillo como ejemplo del tipo en estudio. La carga R se conecta entre el cátodo común y el neutro del transformador; es normal el empleo del neutro del transformador como tensión de referencia. Los efectos de la reactancia del transformador se desprecian en este estudio,

pues serán discutidos más adelante; se supone que las tensiones respecto al neutro son sinusoidales, como indica la Fig. 14-18*b*. Suponiendo que la resistencia y la reactancia del transformador son despreciables, la ecuación correspondiente a la fase 1 del rectificador durante su período de conducción será

$$e_{o1} - E_o - e_k = 0$$

siendo e_k la tensión instantánea de cátodo respecto al neutro. De aquí

$$e_k = e_{o1} - E_o \qquad (14\text{-}14)$$

de modo que el cátodo de A_1 está solamente a una tensión de 10 a 15 V menor que el ánodo de A_1, lo cual está indicado en la Fig. 14-18*b* por la línea de trazos. El ánodo de A_2 es negativo respecto al cátodo y, por tanto, no puede conducir mientras su tensión rebase a e_k en la cuantía de su caída de tensión. El ánodo de A_2 puede conducir cuando

$$e_{o2} - E_o \geq e_k = e_{o1} - E_o$$

Con caídas de tensión iguales en los tubos, esta expresión permite que el ánodo de A_2 conduzca cuando

$$e_{o2} \geq e_{o1} \qquad (14\text{-}15)$$

lo cual se produce a $\pi/3$ ó 60°, respecto a la representación de e_{o1} como una onda coseno. Esta elección del coseno se debe a la simetría que introducirá más tarde en los límites de integración.

Puesto que para $\pi/3$ la tensión e_{o1} está disminuyendo, el ánodo A_1 cesa de conducir y se dice que el arco ha sido transferido o *conmutado* a A_2. Para $\omega t = \pi$ el arco pasa de A_2 a A_3, conduciendo cada ánodo durante 120° de cada ciclo y circulando siempre la corriente por el ánodo que en cada instante es más positivo. La forma de la onda de corriente en cada ánodo se muestra esquemáticamente en la Fig. 14-18*c*. En la práctica, estos impulsos de corriente toman la forma de la figura 14-19, siendo debidas las pendientes de la primera y última porción de cada impulso de corriente a la reactancia del transformador que hemos despreciado.

El circuito trifásico de media onda puede analizarse ahora para obtener datos de funcionamiento. La ecuación en la malla 1 es

$$E_m \cos \omega t - E_o - i_b R = 0 \qquad (14\text{-}16)$$

Para simplificar el análisis se despreciará la caída de tensión en el tubo, así como la resistencia y la reactancia del transformador, ya que sus efectos son pequeños. La corriente anódica es entonces

$$i_b = \frac{E_m \cos \omega t}{R} \qquad -\frac{\pi}{3} < \omega t < \frac{\pi}{3} \qquad (14\text{-}17)$$

La corriente continua en la carga será tres veces mayor que el valor medio de un ánodo, es decir,

$$I_{dc} = \frac{3}{2\pi}\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{E_m \cos \omega t}{R}\, d\omega t = \frac{0{,}827\, E_m}{R} \qquad (14\text{-}18)$$

Escribiendo

$$E_{dc} = I_{dc}R = 0{,}827E_m = 1{,}17E_{ef}$$

disponemos de una relación entre la tensión continua de salida y la tensión alterna precisa en el transformador para producirla, sobre la base ideal de que la caída de tensión en los tubos y la reactancia del transformador son cero.

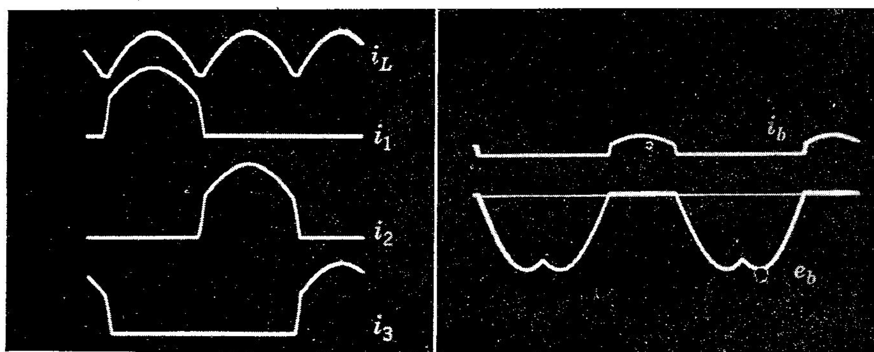


FIG. 14-19. Rectificador trifásico de media onda. (*a*) Corrientes en la carga y en cada tubo. (*b*) Ondas de corriente y tensión en los tubos.

El rizado será debido a los tres impulsos por ciclo y tendrá una frecuencia tres veces mayor que la de alimentación. La amplitud de la tensión de rizado puede hallarse mediante la Ec. (10-18), calculando I_{ef} mediante

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{3}{2\pi}\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{E_m^2 \cos^2 \omega t}{R^2}\, d\omega t} = \frac{0{,}838\, E_m}{R} \qquad (14\text{-}19)$$

El rizado será entonces

$$\text{Rizado} = 100\ \% \sqrt{\left(\frac{I_{ef}}{I_{dc}}\right)^2 - 1} = 100\ \% \sqrt{\left(\frac{0{,}838}{0{,}827}\right)^2 - 1} \doteq 17\ \%$$

La tensión inversa de cresta se presentará cuando aparezca la máxima tensión en un tubo mientras no conduce. Cuando A_1 no está

conduciendo la tensión en él es $e_{o1} - e_{o2}$ o bien $e_{o1} - e_{o3}$, considerando cada una respecto al neutro. Entonces

$$E_m \cos \omega t - E_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) = e_b \tag{14-20}$$

Tomando la derivada e igualando a cero

$$1{,}5 \text{ sen } \omega t_1 = 0{,}866 \cos \omega t_1$$

de donde

$$\frac{\text{sen } \omega t_1}{\cos \omega t_1} = \text{tg } \omega t_1 = 0{,}577$$

La tensión inversa máxima se presenta para

$$\omega t_1 = 60^\circ + \frac{n\pi}{2} \qquad n = \text{impar} \tag{14-21}$$

Por lo tanto, la tensión inversa de cresta se presenta a los 150°, o $5\pi/6$ del ciclo de e_{o1}, como se indica en las figuras 14-18*b* y 14-19*b*. El valor de la tensión inversa de cresta para el circuito trifásico de media onda es, pues,

$$\text{Tensión inversa de cresta} = \sqrt{3}\, E_m = 2{,}09\ E_{\text{dc}}$$

El circuito en estudio presenta la posibilidad de la saturación del núcleo por la corriente continua, ya que la componente de continua circula por cada secundario del transformador. Las modificaciones de este circuito que se estudian en la Sec. 14-16 son las más comúnmente empleadas. El estudio anterior ha demostrado ciertos principios fundamentales de los rectificadores polifásicos y puede adaptarse fácilmente a circuitos más complejos que se estudian más adelante, mediante la adecuada interpretación de las tensiones y corrientes por fase y devanado.

14-10. Rectificadores de *m* fases. En la práctica, se encuentra con frecuencia que las condiciones o costes óptimos de rectificación se obtienen con 6, 12, o más fases. Para un estudio general de los rectificadores polifásicos es conveniente utilizar un transformador en estrella de *m* fases conectadas a *m* ánodos, conduciendo cada ánodo durante un intervalo de $360°/m$, ó $2\pi/m$ radianes por ciclo. La forma de onda de la corriente en la carga para una carga resistiva será tal como indica la Fig. 14-20, utilizando una onda coseno debido a la simetría resultante. Debe observarse que la suposición de los ángulos de conducción elimina de este estudio al rectificador monofásico de media onda, ya que en él la circulación de la corriente en la carga no es continua.

Utilizando las hipótesis de caída de tensión en el tubo despreciable y reactancia y resistencia del transformador nulas, puede escribirse

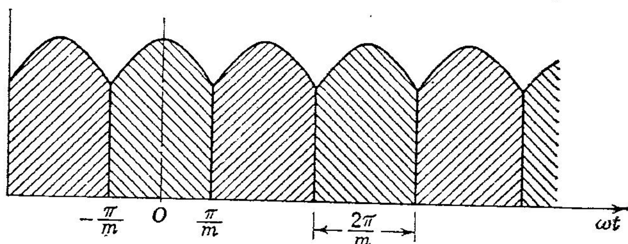


FIG. 14-20. Impulsos de corriente en la resistencia de carga del rectificador de m fases.

la expresión general para I_{dc} en una carga resistiva en la forma siguiente

$$I_{dc} = \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi/m}^{\pi/m} \frac{E_m \cos \omega t}{R} \, d\omega t = \frac{E_m}{R} \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} \tag{14-22}$$

donde E_m es la tensión de cresta entre un ánodo y el neutro del transformador. Dado que $E_{dc} = I_{dc}R$, tendremos

$$\frac{E_{dc}}{E_m} = \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} \tag{14-23}$$

y los valores de esta relación adimensional pueden calcularse en función de m, como indica la tabla, en la que puede verse que E_{dc} crece con el número de fases, aunque este crecimiento no es grande por encima de $m = 6$.

m	2	3	4	6	12	∞
$\frac{E_{dc}}{E_m}$	0,636	0,826	0,896	0,955	0,999	1,00

La corriente eficaz por diodo es

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/m}^{\pi/m} \frac{E_m^2 \cos^2 \omega t}{R^2} \, d\omega t} =$$

$$= \frac{E_m}{R} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi}{m} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} \cos \frac{\pi}{m} \right)} \tag{14-24}$$

y el valor eficaz de la corriente en la carga para m impulsos por ciclo es $\sqrt{m}$ veces el dado anteriormente.

El rizado de la corriente en la carga puede calcularse mediante la expresión

$$\text{Rizado} = \sqrt{\left(\frac{I_{ef}}{I_{dc}}\right)^2 - 1} \times 100\ \% =$$

$$= 100\ \% \sqrt{\frac{(m/2\pi)\left[(\pi/m) + \operatorname{sen}(\pi/m)\cos(\pi/m)\right]}{\left[(m/\pi)\operatorname{sen}(r/m)\right]^2} - 1} \qquad (14\text{-}25)$$

Los valores del rizado calculados mediante esta expresión son los de la siguiente tabla. El rizado disminuye rápidamente con el número de fases y esto, unido a ser de mayor frecuencia, hace que la salida de los

m	2	3	4	6	12	∞
Rizado	0,47	0,17	0,089	0,04	0,014	0
Frecuencia de rizado para una alimentación a 60 ciclos	120	180	240	360	720	∞

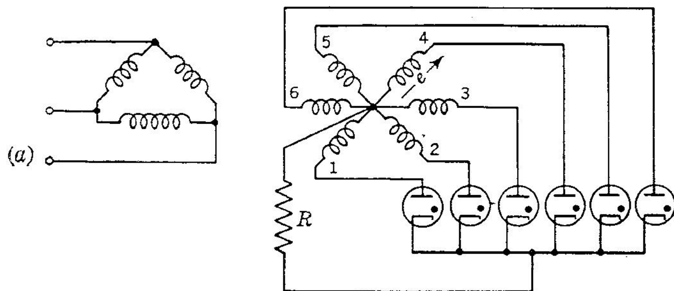
rectificadores de 6 ó más fases sea muy fácil de filtrar. La distorsión de la forma de onda de la corriente en el primario es también menor, y esto es importante ya que los armónicos introducidos en el primario pueden producir una interferencia en las líneas telefónicas adyacentes.

Debido a que el uso de un gran número de fases reduce el rizado, eleva la tensión de salida en continua y aumenta la corriente en la carga, los rectificadores de 12, 18, 24 ó más fases se emplean particularmente para alimentar procesos electrolíticos como los de la reducción del aluminio.

14-11. Factor de servicio del transformador. Por los devanados de los transformadores que alimentan los rectificadores normalmente no circulan corrientes alternas o, a lo sumo, pueden circular en algunos devanados solamente durante parte de un ciclo. Los armónicos de estas ondas deformadas contribuyen al calentamiento del transformador, pero no producen ninguna componente de continua útil en la salida. A causa de estos armónicos, debe emplearse un transformador de mayor potencia que la de salida precisa; es decir, las corrientes debidas a los armónicos aumentan los voltamperios sin añadir vatios a la salida.

El *factor de servicio* del transformador de un rectificador viene dado por la relación entre la potencia de salida en continua de los devanados y los voltamperios utilizados; el factor mide el rendimiento con que se usa un devanado dado. El factor de servicio es función de la forma de onda y de la razón entre la tensión eficaz y la media. Por ejemplo, el factor de servicio de un devanado secundario utilizado en un rectificador diametral monofásico es bajo debido a que la corriente que

circula por el secundario es media sinusoide. En este circuito tiene el valor de 0,574. En el circuito puente monofásico con corriente sinusoidal en el secundario el factor de servicio del secundario tiene el valor de 0,813 con carga resistiva.



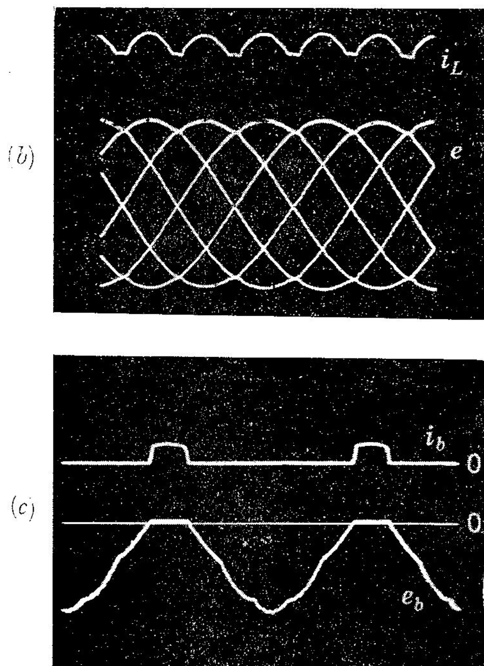


FIG. 14-21. (a) Rectificador hexafásico. (b) Corriente en la carga y tensiones respecto al neutro. (c) Corrientes y tensiones en cada tubo.

Es posible establecer las expresiones generales correspondientes a rectificadores de m fases para los factores de servicio de los devanados primario y secundario. Para un rectificador como el de seis fases, triángulo-estrella de la Fig. 14-21, los voltamperios (VA) por fase del

secundario se obtienen mediante la Ec. (14-24) y vienen dados por

$$\text{VA totales del secundario} = m \frac{E_m}{\sqrt{2}} \frac{E_m}{R} \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{m} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{m}\cos\frac{\pi}{m}\right)} \quad (14\text{-}26)$$

Utilizando ahora la Ec. (14-22), la potencia de continua de salida se obtiene como $I_{dc}^2 R$ y viene dada por

$$P_{dc} = \frac{E_m{}^2}{R}\left(\frac{m}{\pi}\right)^2 \operatorname{sen}^2\frac{\pi}{m} \quad (14\text{-}27)$$

con lo que el factor de servicio del secundario (FSS) es

$$\text{FSS} = \frac{2[(m/\pi)\operatorname{sen}^2(\pi/m)]}{\sqrt{\pi[(\pi/m) + \operatorname{sen}(\pi/m)\cos(\pi/m)]}} \quad (14\text{-}28)$$

El cálculo del factor de servicio del secundario en función de π/m, o del ángulo de media conducción, da, para el rectificador con carga resistiva, los valores de la tabla adjunta. El máximo corresponde a $2\pi/m = 120°$, es decir, a $m = 3$. Debido a esto, se usan con frecuencia

m	2	3	4	6	12	24
$2\pi/m$ (grados)	180	120	90	60	30	15
Factor de servicio del secundario	0,57	0,675	0,636	0,551	0,399	0,286

circuitos que emplean adaptaciones del circuito trifásico de media onda para obtener ángulos de conducción de 120°, pero con modificaciones para eliminar la posibilidad de saturación del núcleo del transformador. Estos circuitos son el zigzag trifásico, el doble Y trifásico y otros que serán estudiados más adelante. En circuitos conectados en estrella con la saturación en continua compensada, como el de la figura 14-21*a*, una fase primaria suministra dos fases secundarias. La corriente eficaz en el arrollamiento primario es el valor eficaz de dos impulsos de corriente, es decir,

$$I_{ef}\ \text{del primario} = \sqrt{2}\frac{E_m}{R}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{m} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{m}\cos\frac{\pi}{m}\right)} \quad (14\text{-}29)$$

suponiendo una relación de transformación 1 : 1. Si el circuito emplea p fases primarias y $E = E_m/\sqrt{2}$, los voltamperios del primario (VAP) serán

$$\text{VAP} = \frac{pE_m{}^2}{R}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{m} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{m}\cos\frac{\pi}{m}\right)} \quad (14\text{-}30)$$

El factor de servicio del primario (FSP) será entonces

$$\text{FSP} = \frac{(m/\pi)^2 \operatorname{sen}^2(\pi/m)}{p\sqrt{(1/2\pi)[(\pi/m) + \operatorname{sen}(\pi/m)\cos(\pi/m)]}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}\,m}{p}\left\{\frac{(m/\pi)\operatorname{sen}^2(\pi/m)}{\sqrt{\pi[\pi/m + \operatorname{sen}(\pi/m)\cos(\pi/m)]}}\right\} = \qquad (14\text{-}31)$$

$$= \frac{m}{\sqrt{2}\,p}\,\text{FSS} \qquad (14\text{-}32)$$

El factor $1/\sqrt{2}$ aparece debido al empleo de una fase primaria para suministrar dos fases secundarias, según un ángulo de 180°. Para los circuitos de la forma considerada, la Tabla 29 representa un resumen de datos de funcionamiento incluyendo los factores de servicio del primario y del secundario.

TABLA 29. RESUMEN DE DATOS DEL RECTIFICADOR CON CARGA RESISTIVA

	1 fase onda completa	3 fases media onda	3 fases puente	6 fases doble Y	6 fases media onda
m	2	3	6	6	6
I_{dc}	$0{,}636E_m/R$	$0{,}827E_m/R$	$1{,}65E_m/R$	$1{,}65E_m/R$	$0{,}955E_m/R$
Corriente de cresta	$1{,}57I_{dc}$	$1{,}21I_{dc}$	$1{,}21I_{dc}$	$0{,}60I_{dc}$	$1{,}05I_{dc}$
E_{dc}	$0{,}636E_m$	$0{,}827E_m$	$1{,}65E_m$	$1{,}65E_m$	$0{,}955E_m$
Rizado (%)	47	17	4	4	4
VAP/P_{dc}	1,23	1,23	1,05	1,05	1,28
FSP	0,81	0,83	0,95	0,95	0,78
VAS/P_{dc}	1,75	1,50	1,05	1,48	1,82
FSS	0,57	0,67	0,95	0,67	0,55
Rendimiento máximo teórico (%)	81,2	96,5	99,8	99,8	99,8
TIC	$3{,}14E_{dc}$	$2{,}09E_{dc}$	$1{,}05E_{dc}$	$2{,}09E_{dc}$	$2{,}09E_{dc}$

14-12. Rectificadores de m fases con filtros de inductancia. Para reducir el rizado, es práctica corriente conectar una inductancia en serie con la carga de continua como elemento de filtro. Debido a las altas frecuencias y pequeñas amplitudes del rizado en los rectificadores polifásicos, valores normales de esta inductancia dan un buen filtrado. El aplanamiento de la parte superior de los impulsos de corriente con una inductancia resulta aparente en la Fig. 14-22, en la que se indican todos los impulsos en la carga sobre el mismo eje cero. El solape de las ondas al final de la conducción del tubo se explicará en la Sección 14-13.

Puede verse que las corrientes en el tubo, con la inductancia presente, pueden considerarse constantes y de valor I_{dc} durante el intervalo de conducción, como se indica en la Fig. 14-23, despreciando la

reactancia del transformador. El ángulo de conducción por tubo será de nuevo $2\pi/m$ radianes por ciclo.

En el rectificador de m fases con carga inductiva puede verse que la tensión media será

$$E_{dc} = \frac{m}{2\pi}\int_{-\pi/m}^{\pi/m} E_m \cos \omega t\, d\omega t = E_m \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} \tag{14-33}$$

El valor instantáneo de la corriente en cualquier diodo es $i_b = I_{dc}$, de modo que la potencia de alterna de entrada, tomada de los secundarios del transformador es

$$P_{ca} = \frac{m}{2\pi}\int_{-\pi/m}^{\pi/m} I_{dc}E_m \cos \omega t\, d\omega t = I_{dc}E_m \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} \tag{14-34}$$

El rendimiento teórico de la rectificación puede obtenerse como

$$\eta_R = \frac{P_{dc}}{P_{ca}} = \frac{I_{dc}E_m(m/\pi) \operatorname{sen} (\pi/m)}{I_{dc}E_m(m/\pi) \operatorname{sen} (\pi/m)} \times 100\ \% = 100\ \% \tag{14-35}$$

La presencia de la inductancia ha elevado el posible rendimiento de la rectificación al 100 por 100. Esto no es sorprendente, ya que una

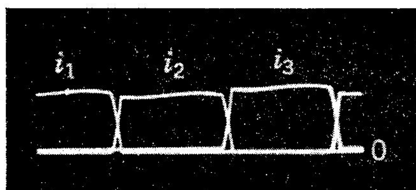


FIG. 14-22. Impulsos de corriente en la carga de un rectificador trifásico de media onda con una gran inductancia en serie.

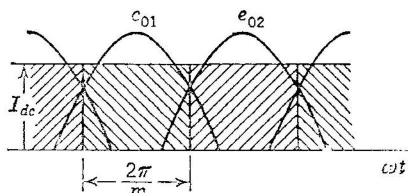


FIG. 14-23. Impulsos de corriente en un rectificador de m fases con carga inductiva.

corriente constante en la carga implica una pérdida nula por armónicos en la carga resistiva.

La corriente eficaz por diodo es

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/m}^{\pi/m} I_{dc}^2\, d\omega t} = \frac{I_{dc}}{\sqrt{m}} \tag{14-36}$$

El valor eficaz de la corriente en la carga puede obtenerse multiplicando por $\sqrt{m}$ la corriente en cada diodo. Esto indica que $I_{ef} = I_{dc}$, lo cual es correcto para la corriente permanente en la carga.

Los voltamperios de salida en alterna del secundario (VAS) son

$$\text{VAS} = \left(\frac{E_m}{\sqrt{2}}\frac{I_{dc}}{\sqrt{m}}\right) m = \sqrt{\frac{m}{2}}\, E_m I_{dc} \tag{14-37}$$

a partir de la cual puede calcularse el factor de servicio del secundario como

$$\text{FSS} = \frac{P_{dc}}{\text{VA}} = \frac{I_{dc}E_m(m/\pi)\ \text{sen}\ (\pi/m)}{\sqrt{\frac{m}{2}}\,E_m I_{dc}} = $$

$$= \frac{\sqrt{2m}}{\pi}\ \text{sen}\ \frac{\pi}{m} \tag{14-38}$$

Puede obtenerse fácilmente el máximo de esta expresión respecto a m, resultando que éste corresponde a $m = 2{,}7$, entre los valores correspondientes a las corrientes bifásicas y trifásicas. Por lo tanto, el funcionamiento trifásico, o *un circuito que proporcione un ángulo de conducción de corriente de 120°*, estará próximo a la óptima utilización de los arrollamientos secundarios del transformador.

Para los circuitos en que las componentes continuas se anulan en el secundario del transformador de modo que se evita la saturación de continua y en los que la corriente primaria por fase consta de dos impulsos, la corriente primaria por fase es

$$I_{ef}\ \text{Primaria} = \frac{\sqrt{2}I_{dc}}{\sqrt{m}} \tag{14-39}$$

suponiendo una relación de transformación de tensión 1 : 1. Los voltamperios totales del primario (VAP) se obtienen multiplicando los voltamperios de cada fase primaria por p, número de fases primarias. Entonces,

$$\text{VAP} = \frac{pE_m}{\sqrt{2}}\,\frac{\sqrt{2}\,I_{dc}}{\sqrt{m}} = \frac{p}{\sqrt{m}}\,E_m I_{dc} \tag{14-40}$$

y el factor de servicio del primario es

$$\text{FSP} = \frac{(m/\pi)\ \text{sen}\ (\pi/m)}{p/\sqrt{m}} = \frac{m\sqrt{m}}{\pi p}\ \text{sen}\ \frac{\pi}{m} \tag{14-41}$$

lo cual indica que el factor de servicio del primario está relacionado con el correspondiente del secundario por

$$\text{FSP} = \frac{m}{\sqrt{2}p}\ \text{FSS}$$

como en el caso del rectificador con carga resistiva.

Puede verse en las Tablas 29 y 30 que, para valores $m = 3$ o superiores, hay una diferencia despreciable en el funcionamiento y en las

TABLA 30. COMPARACIÓN DE FACTORES DE SERVICIO

	1 fase media onda	3 fases media onda	3 fases puente	6 fases doble Y	6 fases media onda
	m				
	2	3	3	6	6
FSP:					
Carga: R..........	0,81	0,83	0,95	0,95	0,78
Carga: L *........	0,90	0,83	0,95	0,95	0,78
FSS:					
Carga: R..........	0,57	0,67	0,95	0,67	0,55
Carga: L *........	0,64	0,67	0,95	0,67	0,55

(*) Inductancia teóricamente infinita.

características de los rectificadores con cargas resistivas e inductivas. Cuando $m = 3$ o más, la forma de onda de la corriente en la carga es próxima a la rectangular ideal sin añadir ninguna inductancia de filtro.

Debido a la forma rectangular de la corriente, es posible calcular el factor de servicio del primario para el circuito de media onda trifásico con carga inductiva. La corriente en el secundario I_{dc} de la Fig. 14-24*a* fluye durante 120° y la fase primaria correspondiente alimenta la carga, también durante 120°. El valor de la corriente en el primario mientras alimenta la carga es

$$I_1 = 2/3\, I_{dc}$$

suponiendo una relación de transformación 1 : 1. Durante los restantes dos tercios del ciclo, la corriente en el primario tiene el valor

$$I_1 = 1/3\, I_{dc}$$

FIG. 14-24. (*a*) Corriente en el secundario y (*b*) Corriente en el primario por fase en un rectificador de media onda trifásico con carga inductiva.

debido a que la corriente media en el primario debe ser cero.

La corriente eficaz en el primario es, pues,

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{2\pi/3}\left(\frac{2I_{dc}}{3}\right)^2 d\omega t + \int_{2\pi/3}^{2\pi}\left(\frac{I_{dc}}{3}\right)^2 d\omega t\right]} = \frac{\sqrt{2}\,I_{dc}}{3} \quad (14\text{-}42)$$

Los voltamperios primarios son

$$\text{VAP} = \frac{3E_m}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}I_{dc}}{3} = E_m I_{dc} \tag{14-43}$$

Según la Ec. (14-33), $E_m = 1{,}21\ E_{dc}$ para $m = 3$, de modo que

$$\text{VAP} = 1{,}21\ E_{dc}I_{dc}$$

El factor de servicio del primario es entonces $1/1{,}21 = 0{,}827$, para el circuito trifásico de media onda con carga inductiva. Este análisis ilustra la forma en que las ondas del primario pueden formarse a partir de las diferentes contribuciones de las fases secundarias y encontrarse el valor eficaz del primario.

14-13. Efecto de la reactancia del transformador. Hasta este momento se ha despreciado la reactancia de fugas del transformador y se ha supuesto que la corriente conmuta instantáneamente, es decir, que

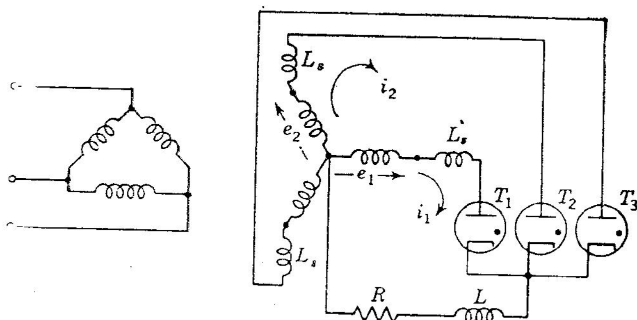


FIG. 14-25. Circuito que indica las inductancias equivalentes de fugas L_1 del transformador.

la corriente en un ánodo cesa al comenzar en otro. Debido a la presencia de las inductancias de fugas, L_s en la Fig. 14-25, la corriente se inicia en un segundo ánodo antes de que cese en el primero, a causa de la fuerza electromotriz inducida que aparece en L_s. La corriente total durante el intervalo de solape tenderá a permanecer constante, de tal modo que un tubo recoge la carga a medida que el otro la deja. Este solape se ilustra en el oscilograma de la Fig. 14-26.

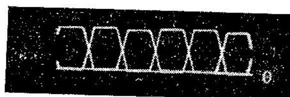


FIG. 14-26. Impulsos de corriente en la carga, presentando un ángulo de solape, de un rectificador hexafásico con carga inductiva.

Mientras se produce la conmutación de la corriente durante el intervalo de solape, la tensión en la reactancia de fugas se resta de la tensión del condensador, con lo que se obtiene una menor tensión media en la carga y se aumenta la regulación del rectificador. La figura 14-27 indica el so-

lape de corriente y su efecto sobre el valor de la tensión de alimentación.

En el supuesto de que el ánodo de T_2 ha resultado justamente positivo respecto al cátodo y ha empezado a conducir antes de que haya cesado la conducción de T_1, los recorridos desde el neutro al cátodo a través de las dos fases del transformador están en paralelo y, por lo tanto,

$$e_1 - L_s \frac{di_1}{dt} - e_{b1} = e_2 - L_s \frac{di_2}{dt} - e_{b2} = e_{\text{carga}} \qquad (14\text{-}44)$$

Despreciando la caída de tensión del tubo

$$e_1 - L_s \frac{di_1}{dt} = e_2 - L_s \frac{di_2}{dt} \qquad (14\text{-}45)$$

Como se ha establecido, la carga inductiva mantiene la corriente total aproximadamente constante, es decir

$$i_1 + i_2 \cong I_{\text{dc}}$$

durante el período de conmutación. Se deduce de esto que

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \cong 0 \qquad (14\text{-}46)$$

y, de la Ec. (14-44),

$$e_1 + e_2 - L_s \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right) = 2e_{\text{carga}}$$

Empleando la Ec. (14-46) se tendrá

$$e_{\text{carga}} = \frac{e_1 + e_2}{2} \qquad (14\text{-}47)$$

de modo que la tensión en la carga durante el período de conmutación es la media de las tensiones de alimentación de cada fase durante el intervalo. De este modo se determina la curva de tensión para el ángulo de solape θ de la Fig. 14-27.

De las Ecs. (14-45) y (14-46) se deduce

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{e_1 - e_2}{2L_s} \qquad (14\text{-}48)$$

Durante el ángulo de solape θ, las tensiones en las fases, basadas en considerar el tiempo cero en correspondencia con la iniciación del

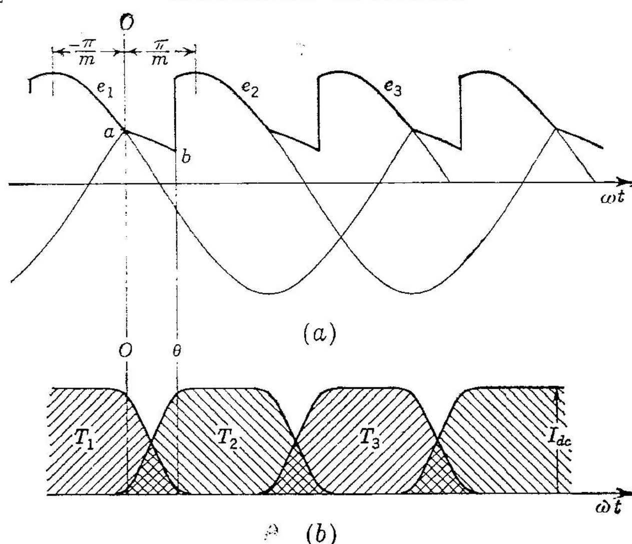


FIG. 14-27. (a) Onda de tensión de m fases indicando el efecto de la reactancia de fugas. (b) Onda de corriente indicando el solape.

período de solape, son

$$e_1 = E_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{m}\right)$$

$$e_2 = E_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{m}\right)$$

Desarrollando las expresiones anteriores y restándolas, se obtiene

$$e_1 - e_2 = -2E_m \operatorname{sen}\frac{\pi}{m} \operatorname{sen}\omega t \tag{14-49}$$

con lo que la Ec. (14-48) toma la forma

$$\frac{di_1}{dt} = -\frac{E_m}{L_s} \operatorname{sen}\frac{\pi}{m} \operatorname{sen}\omega t \tag{14-50}$$

Integrando la expresión anterior, se obtiene

$$i_1 = \frac{E_m}{\omega L_s} \operatorname{sen}\frac{\pi}{m} \cos\omega t + A$$

en la que ωL_s es la reactancia de fugas del transformador por fase a la frecuencia de alimentación. Dado que $i_1 = I_{\mathrm{dc}}$ para $t = 0$,

$$A = I_{\mathrm{dc}} - \frac{E_m}{\omega L_s} \operatorname{sen}\frac{\pi}{m} \tag{14-51}$$

y la corriente en T_1 durante el período de conmutación toma la forma

$$i_1 = I_{dc} - \frac{E_m}{\omega L_s} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} (1 - \cos \omega t) \tag{14-52}$$

Dado que $i_2 \cong I_{dc} - i_1$, puede obtenerse también la corriente en T_2 durante la conmutación.

La tensión media durante el período de conducción de T_2 (o cualquier otra porción recurrente del ciclo) se reduce, del valor

$$E_{dc} = E_m \left(\frac{m}{\pi}\right) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{m}\right)$$

para un ractificador ideal de m fases sin caída de tensión en la reactancia, a

$$E_{dc} = E_m \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} - \frac{m}{2\pi} \int_0^{\theta} (e_2 - e_{carga})\, d\omega t \tag{14-53}$$

El uso de las Ecs. (14-47) y (14-49) permite realizar la integración, obteniéndose

$$E_{dc} = E_m \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} + \frac{m}{2\pi} \int_0^{\theta} E_m \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} \operatorname{sen} \omega t\, d\omega t =$$

$$= E_m \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} \left(1 - \frac{1 - \cos \theta}{2}\right) \tag{14-54}$$

El ángulo de conmutación θ puede obtenerse observando que en la Ec. (14-52) para $t = \theta$, $i_1 = I_{dc}$, con lo que

$$1 - \cos \theta = \frac{\omega L_s I_{dc}}{E_m \operatorname{sen} (\pi/m)} \tag{14-55}$$

de donde

$$\theta = \cos^{-1} \left[1 - \frac{\omega L_s I_{dc}}{E_m \operatorname{sen} (\pi/m)}\right] \tag{14-56}$$

Utilizando las Ecs. (14-55) y (14-54) se obtiene

$$E_{dc} = E_m \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} \left[1 - \frac{\omega L_s I_{dc}}{2E_m \operatorname{sen} (\pi/m)}\right] =$$

$$= E_m \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} - \frac{m}{\pi} \frac{\omega L_s I_{dc}}{2} \tag{14-57}$$

Por lo tanto, la tensión continua de un rectificador ideal, dada por el primer término del segundo miembro, es reducida linealmente con la corriente por el segundo término, debido a la reactancia del trans-

formador. La Ec. (14-57) es una expresión de la regulación del transformador debida a su reactancia.

En la Fig. 14-28 puede verse que el ángulo de solape puede ser desde 10° hasta mayor de 30°. Para rectificadores de 12 fases, en que el ángulo de conducción es de 30°, esta curva indica que un tercer ánodo puede iniciar su conducción antes de que termine la del primero.

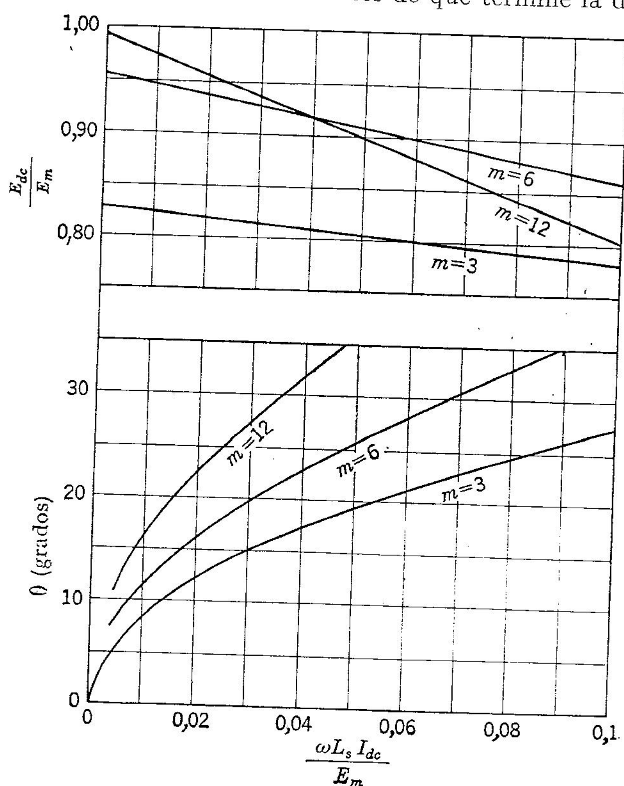


FIG. 14-28. Curva de regulación y ángulo de solape en función de la corriente en la carga.

Los resultados del análisis realizado en esta sección no son aplicables al caso en que conduzcan simultáneamente más de dos ánodos.

14-14. Circuito puente trifásico. El circuito de la Fig. 14-29 es una adaptación trifásica del circuito puente, pero también es conocido como circuito trifásico de onda completa. Por cada secundario del transformador circula corriente en los dos semiciclos y esto proporciona al circuito un factor de servicio del transformador muy alto. En los impulsos de corriente, indicados en la Fig. 14-29*b*, puede verse que cada tubo conduce según dos impulsos de 60° por ciclo en serie con otro tubo. Esto es, mientras la fase *a* es positiva, T_1 conduce según 120°, estando

durante los primeros 60° en serie con T_5 cuyo cátodo, conectado a la fase b, es el más negativo, y durante los segundos 60° en serie con T_6 cuyo cátodo, conectado a la fase c, es entonces el más negativo.

La forma de los impulsos de corriente en la carga es la de un rectificador hexafásico, por lo que se le pueden aplicar las relaciones generales con $m = 6$. No obstante, E_{dc} es $\sqrt{3}$ veces mayor que E_m, siendo E_m

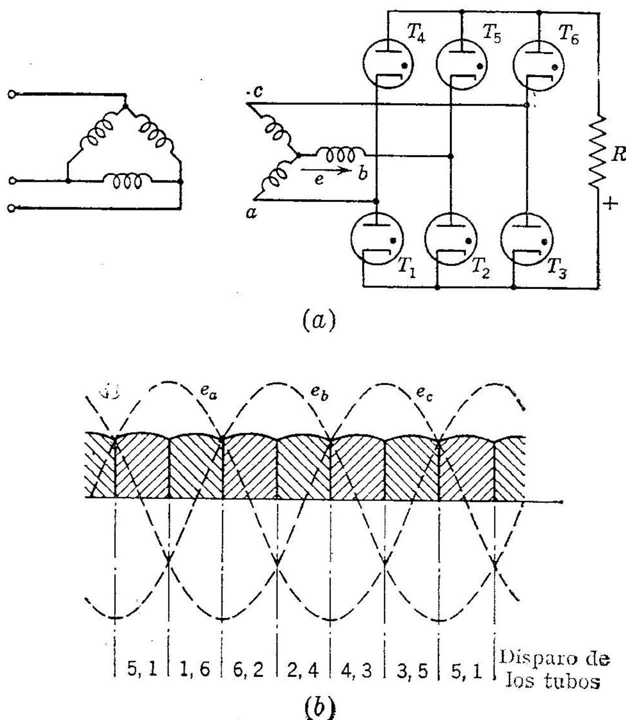


FIG. 14-29. (a) Circuito trifásico de onda completa o circuito puente. (b) Tensiones respecto al neutro y corriente en la carga.

la tensión entre una fase y neutro, ya que siempre están actuando dos tensiones defasadas 120°. Por lo tanto,

$$E_{dc} = 1,65E_m$$

La tensión inversa de cresta puede calcularse a partir de las ondas de tensión, encontrándose que es $1,732E_m$.

Este circuito se emplea normalmente en rectificadores de alta tensión en que las pérdidas debidas a la existencia de dos tubos en serie no son grandes. Dado que por los secundarios del transformador no circula ninguna componente continua, no se presenta el problema de la saturación del núcleo del transformador.

14-15. Rectificadores en doble estrella. El circuito de la Fig. 14-30*a* emplea dos circuitos trifásicos, defasados 60° y conectados en paralelo a los neutros mediante un transformador interfase. En cualquier momento hay dos ánodos conduciendo, uno por cada grupo, como indica la Fig. 14-30*b*. La adición de las dos corrientes en la carga determina una tensión hexafásica de rizado en la carga, como indica la Fig. 14-30*c*.

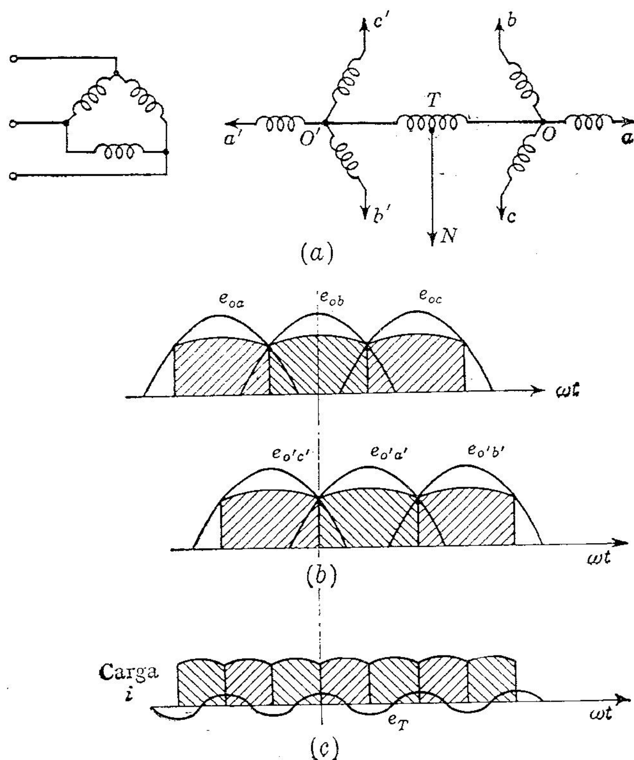


FIG. 14-30. (*a*) Circuito hexafásico en doble estrella. (*b*) Formas de onda de la corriente en los tubos. (*c*) Corriente en la carga y tensión interfase e_T.

A través del transformador de interfase, desde su punto medio al grupo en estrella al que corresponde la tensión instantánea más alta, circula una pequeña corriente de excitación. Cada grupo en estrella está a mayor tensión que el otro grupo tres veces por ciclo. La corriente de excitación del transformador tiene, por lo tanto, una frecuencia tres veces mayor que la de alimentación, como indica e_T en la Fig. 14-30*c*, e induce una tensión que se opone a la del grupo en estrella de tensión más alta y se añade al de tensión más baja. Las tensiones del transformador de interfase se comportan como lo haría un balancín que estuviese en equilibrio en el punto central. Los extremos subirían y bajarían a una frecuencia tres veces mayor que la de alimentación, de acuerdo

con las variaciones del neutro de cada grupo en estrella. Si no existiese el transformador de interfase, el circuito se comportaría como uno hexafásico conectado en estrella con intervalos de conducción de 60° por tubo. Si la corriente continua en la carga cae por debajo de la corriente de excitación del transformador de interfase, el sistema cambia respecto al funcionamiento hexafásico presentando una elevación de tensión del 15 por 100.

Con una inductancia en la carga por cada unidad del devanado de interfase circula la mitad de la corriente en la carga, de modo que la corriente eficaz en el devanado es

$$I_{\text{ef}} = 0{,}5 I_{\text{dc}}$$

La tensión en el transformador de interfase tendrá un valor igual a la diferencia de tensión entre los dos neutros, es decir,

$$E_{\text{cresta}} = 0{,}5 E_m$$

siendo E_m la de una fase. La Ec. (14-28) con $m = 6$ da

$$E_{\text{dc}} = 0{,}826 E_m$$

Los voltamperios correspondientes al transformador de interfase pueden, por tanto, obtenerse como

$$\text{VA} = \frac{E_{\text{cresta}} I_{\text{ef}}}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}5 E_m}{\sqrt{2}} \frac{I_{\text{dc}}}{2} = 0{,}214\, E_{\text{dc}} I_{\text{dc}}$$

Las componentes de continua se cancelan y en la tensión en bornes del transformador aparecen solamente componentes armónicos de alterna.

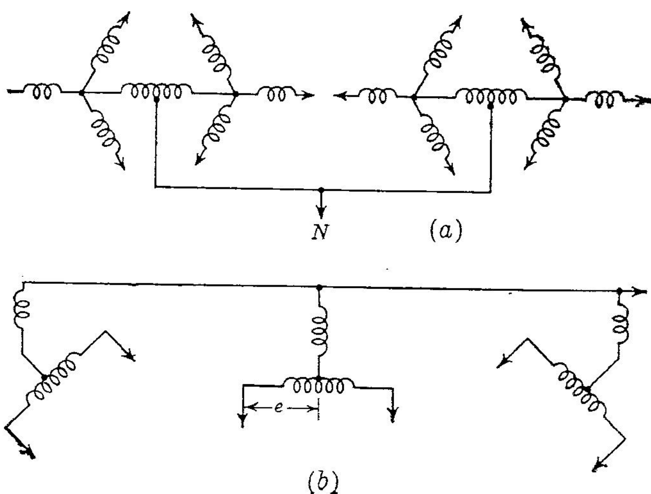


FIG. 14-31. (a) Conexión hexafásica de doble estrella en paralelo. b) Conexión hexafásica triple diametral para un ángulo de conducción de 180°.

En la Fig. 14-31*a* se ilustra una conexión hexafásica paralelo en doble estrella. Se emplean dos transformadores de interfase con sus neutros unidos. En la Fig. 14-31*b* se indica también una conexión triple diametral que emplea un transformador de interfase de tres devanados que fuerza a un ángulo de conducción por tubo de 180°. Este circuito exige un menor número de conmutaciones por ciclo, y así, la caída de tensión debida a la reactancia del transformador es solamente los cuatro novenos de la correspondiente al hexafásico en doble estrella y puede

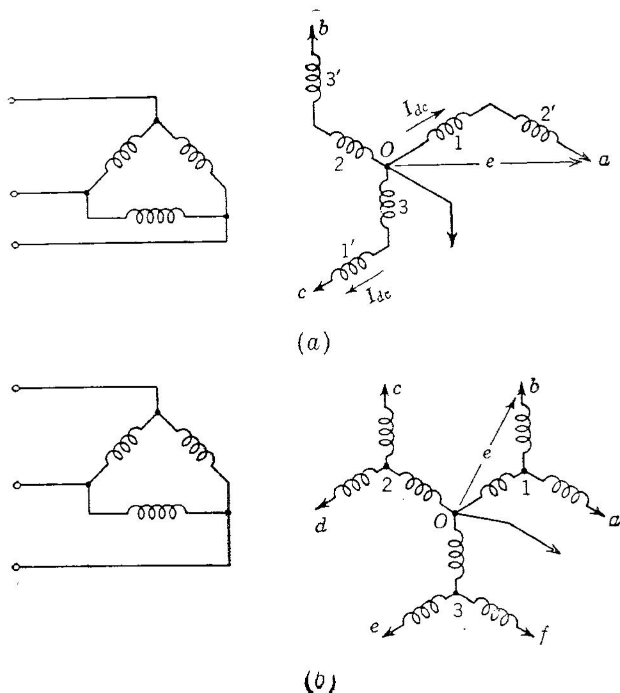


FIG. 14-32. (*a*) Conexión trifásica en zigzag. (*b*) Circuito hexafásico ramificado.

tolerar una reactancia en el transformador para la misma caída de tensión. La mayor reactancia reduce la corriente que circula si se produce el arco inverso y constituye una ventaja de este circuito, del mismo modo que la menor razón de cresta a valor medio precisa por los tubos.

La mayor parte de las grandes instalaciones de rectificación emplean alguna variante del sistema de conexión en doble estrella, debido a que mantiene los ángulos de conducción de los tubos cerca del valor óptimo para obtener un alto factor de servicio y reduce el número de conmutaciones por ciclo.

14-16. Conexiones polifásicas ramificadas. Se ha mencionado anteriormente que en el circuito trifásico de media onda se producía la saturación del núcleo por la corriente continua, y que era raramente

utilizado. En la Fig. 14-32*a* se indica una modificación que evita la saturación y que se denomina conexión trifásica en zigzag. Los arrollamientos devanados sobre el mismo núcleo se dibujan paralelos y se indican mediante números. En cada núcleo hay dos arrollamientos por los que circulan sendas componentes de continua I_{dc} con sentidos opuestos, como indica la figura, neutralizando la fuerza magnetomotriz directa. Dado que la tensión de ánodo e se obtiene de dos arrollamientos en que la tensión de cada uno es 0,575 e, se precisa un transformador mayor y especial y el factor de servicio disminuye. El hecho de evitar la saturación hace, sin embargo, que el circuito sea de utilidad.

Son comunes asimismo circuitos ramificados derivados del de la Fig. 14-32*b*. En este caso se obtiene una tensión hexafásica de una manera similar a la del circuito en zigzag. Tres arrollamientos secundarios obtienen potencia de una fase primaria; los secundarios 0-1, 3-*e* y 2-*d* están devanados sobre el mismo núcleo. Debe observarse que por el secundario 0-1 circulan dos impulsos de corriente de 60° por cada uno que circula por los 3-*e* y 2-*d*, por lo que los secundarios 0-1, 0-2 y 0-3 deben calcularse para un número de voltamperios 1,41 veces mayor que el correspondiente a los secundarios ramificados. Este sistema posee un mejor factor de servicio y permite el uso de un transformador más pequeño. Asimismo evita la magnetización de los núcleos por la corriente continua.

Pueden realizarse más conexiones ramificadas en *a*, *b*, *c*, *d*, *e* y *f* para obtener el número deseado de fases.

14-17. Rendimiento. Se ha estudiado el rendimiento teórico de la rectificación en varios circuitos como una propiedad inherente a cada circuito que depende de la forma de onda de la corriente en la carga. Cuando el rectificador tiene un gran número de fases o suficiente carga inductiva, el rendimiento teórico de la rectificación alcanza el 100 por 100. Las pérdidas prácticas de funcionamiento reducen esta cifra a su valor de operación, normalmente en una zona situada por encima del 90 por 100.

Incluidas en las pérdidas de funcionamiento están las pérdidas en el hierro y en el cobre del transformador, las pérdidas por la caída de tensión en el arco del rectificador y las debidas al equipo auxiliar preciso para el funcionamiento normal.

La curva de rendimiento de un rectificador, un caso típico de la cual se indica en la Fig. 14-33, es prácticamente plana desde un cuarto hasta plena carga. Para cargas pequeñas, las pérdidas en los tubos son también pequeñas, ya que varían proporcionalmente a la corriente en la carga. Las pérdidas en el cobre varían según el cuadrado de la corriente continua en la carga. Las pérdidas en el hierro del transformador son pequeñas y casi independientes de la carga.

Las pérdidas en el equipo auxiliar, la mayoría de las cuales son independientes de la carga, incluyen las pérdidas en el dispositivo de mantenimiento del arco, si se emplea, y la potencia precisa para el accionamiento de las bombas de vacío y de agua de refrigeración. Las

pérdidas en el agua de refrigeración no se incluyen, ya que aparecen en el cálculo como pérdidas por la caída de tensión en el arco. Dado que las pérdidas fijas en el hierro y en el equipo auxiliar son pequeñas, el rendimiento del rectificador a pequeña carga es todavía bueno. Las pérdidas variables, incluyendo las pérdidas en el cobre y las de caída de tensión en el arco, determinan que la curva de rendimiento caiga a cargas altas.

Las pérdidas por caída de tensión en el arco en una unidad de baja tensión constituyen un mayor porcentaje del número de kilovatios que en el caso de una unidad de alta tensión, ya que las pérdidas por caída de tensión en el arco son solamente proporcionales a la corriente. Así, la unidad de 250 V de la Fig. 14-33 tiene un rendimiento a plena carga del 91,5 por 100, mientras la unidad de 600 V tiene un rendi-

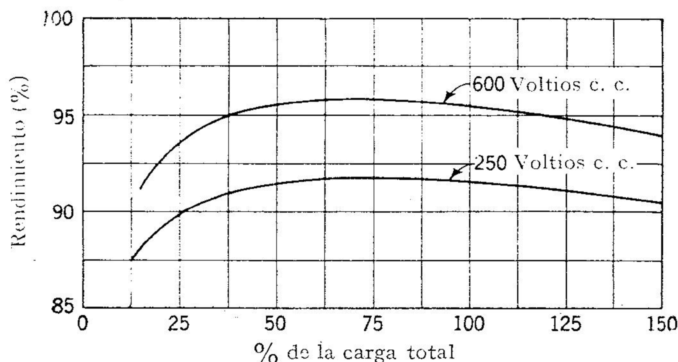


FIG. 14-33. Curvas típicas del rendimiento total de un rectificador.

miento a plena carga del 96 por 100. Una unidad que funcione a 3.000 V puede aproximarse a un rendimiento del 98 por 100.

El factor de potencia de un rectificador corresponde a un retardo debido a la excitación del transformador, a componentes armónicos en la carga y a la reactancia del transformador, siendo la última el elemento predominante a carga normal.

La regulación de tensión puede calcularse utilizando factores ya obtenidos para los diferentes circuitos. La caída total de tensión es debida a la caída de tensión en el cobre del transformador, a la caída de tensión en la reactancia, debida a la conmutación, y a la caída de tensión en el arco. Por ejemplo, la tensión de salida de un rectificador conectado en estrella puede obtenerse mediante la expresión

$$E_{\text{carga}} = E_m \frac{m}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{m} - \frac{m}{\pi} \frac{X I_{\text{dc}}}{2} - \frac{P_c}{I_{\text{dc}}} - E_o \qquad (14\text{-}58)$$

siendo X = reactancia de conmutación del transformador, en ohmios
P_c = pérdidas en el cobre del transformador, en vatios
E_o = caída de tensión en el arco del rectificador.

Las cifras de regulación normales de rectificadores están comprendidas entre el 5 y el 6 por 100 desde la plena carga hasta cargas pequeñas.

En el caso del rectificador hexafásico en doble estrella esto puede aumentarse hasta el punto en que la carga es insuficiente para excitar el transformador interfase. Para esta pequeña carga, la unidad pasa de ser un circuito hexafásico en doble estrella, en que $E_{dc} = E_m(m/\pi)$ sen $(\pi/m) = 0{,}827E_m$, a ser un rectificador hexafásico conectado en estrella, para el cual $E_{dc} = 0{,}955E_m$. Esta acción puede controlarse más fácilmente mediante una carga fija mínima en el rectificador.

PROBLEMAS

14-1. Un rectificador monofásico de onda completa tiene una forma de onda de corriente en la carga como la de la Fig. 14-34, debida a caídas de tensión desiguales en los tubos. (*a*) Calcular la corriente continua en la carga. (*b*) Encontrar la potencia total perdida en una carga resistiva de 25 ohmios.

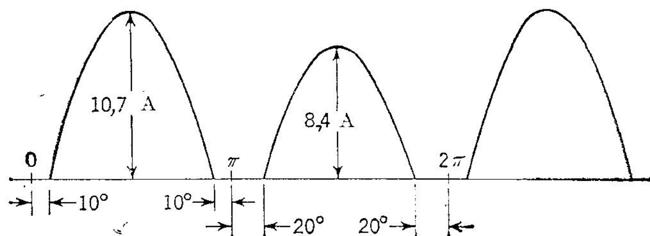


FIG. 14-34.

14-2. En un circuito monofásico de media onda se utiliza un diodo de gas para suministrar 50 V a 12 A de continua a una carga resistiva. Si la caída de tensión en el tubo es de 12 V, encontrar (*a*) la tensión eficaz precisa en el transformador, (*b*) la corriente de cresta anódica precisa, (*c*) la potencia de entrada obtenida del transformador, (*d*) el rendimiento de la rectificación. (*e*) Calcúlese la potencia total de entrada. (*f*) Represéntense a escala las formas de onda de la corriente anódica y de la tensión en los tubos.

14-3. Un circuito monofásico de onda completa utiliza un doble diodo de gas al que corresponde una corriente de cresta de 0,675 A y una corriente media por diodo de 0,225 A. Con una caída de tensión en el tubo de 15 V y una carga que precisa 300 mA a 600 V, encontrar (*a*) la tensión eficaz del transformador, (*b*) la potencia de entrada en alterna obtenida del transformador, (*c*) la pérdida total en los tubos, (*d*) la tensión inversa de cresta (TIC) correspondiente a cada diodo.

14-4. Un diodo de gas para 15 amperios de corriente de cresta y 5 amperios de corriente media de placa se utiliza en un circuito de media onda para cargar una batería de acumuladores de 12 voltios y una resistencia de 0,02 ohmios mediante una fuente de 24 voltios eficaces. (*a*) Determinar el máximo régimen de carga posible sin exceder ninguno de los valores de corriente dados para el diodo. (*b*) Suponiendo que se añade suficiente resistencia para evitar rebasar la corriente de cresta del tubo, ¿cuánto tiempo será preciso para dar una carga de 100 amperios-hora?

14-5. Por accidente se invierte la polaridad de la batería de acumuladores del Prob. 14-4*b*. Determínense las corrientes de cresta y media y el ángulo de conducción.

14-6. Un transformador para 1.000 V posee una toma central en el secundario. Calcúlese la razón entre la potencia de salida en continua en el circuito diametral de onda completa y la obtenible utilizando el mismo transformador en un circuito puente. Despréciense las caídas de tensión en los tubos.

14-7. Calcúlese el rendimiento teórico de la rectificación del circuito trifásico de media onda despreciando las caídas de tensión en los tubos y las pérdidas del transformador.

14-8. Un rectificador de seis fases con tubo de mercurio es alimentado mediante un transformador con un primario a 230 V conectado en triángulo y un secundario conectado en estrella para suministrar una corriente continua de 500 A a 600 V. Despréciese la reactancia del transformador, pero supóngase que la caída de tensión en el arco es de 20 V. Encontrar (*a*) la corriente y la tensión correspondiente a todos los devanados del transformador, (*b*) la potencia de alterna total de entrada del transformador, si su rendimiento es del 96,5 %.

14-9. Un rectificador trifásico de media onda utiliza un diodo de vapor de mercurio de 1.800 A de corriente de cresta, 200 A de corriente media y 900 V de TIC. (*a*) Despreciando la caída de tensión en el tubo y la reactancia del transformador, encontrar la corriente y tensión continuas máximas que pueden obtenerse de este rectificador con carga resistiva. (*b*) Establecer los voltamperios precisos en el primario y en el secundario del transformador.

14-10. Calcular la tensión inversa de cresta en los tubos del circuito de la Fig. 14-32*b* en función de E_m como cresta de tensión en un devanado.

14-11. Calcular la razón entre la tensión inversa de cresta y E_{dc} para el circuito hexafásico en estrella de la Fig. 14-21*a*.

14-12. Obténgase el máximo de la expresión de la Ec. (14-38) e indíquese el valor de m para el cual el factor de servicio es máximo.

14-13. Utilizando los principios de la Fig. 14-32*b*, desarróllese un circuito de doce fases. Calcúlese su tensión inversa de cresta.

14-14. Proyéctese un rectificador de 200 KW, 600 V de continua, utilizando el circuito trifásico en zigzag. Despreciando la caída de tensión en el tubo y la reactancia del transformador, especifíquese (*a*) la tensión correspondiente a todos los devanados del transformador, (*b*) el factor de servicio de los devanados del secundario, (*c*) los KVA correspondientes a los devanados primarios y secundarios.

14-15. Calcular los factores de servicio del primario y del secundario para el circuito de la Fig. 14-32*b* con carga inductiva.

14-16. Unos tubos de vapor de mercurio admiten una tensión inversa de cresta de 2.500 V, 100 A de corriente de cresta y 35 A de corriente media. Encontrar la potencia máxima en continua obtenible de tales tubos cuando se emplean en los circuitos diametral monofásico de onda completa, trifásico de media onda en zigzag y puente trifásico, despreciando las caídas de tensión en los tubos y la reactancia del transformador.

14-17. Calcúlese el factor de servicio del secundario del transformador de la Fig. 14-32*a* y compárese con el valor correspondiente al circuito trifásico de media onda de la Fig. 14-18, siendo E_{dc} la misma en ambos casos.

14-18. Un circuito hexafásico de media onda suministra 600 KW a 600 V de continua. La inductancia de carga es grande y la reactancia de fugas en serie con cada ánodo hace a $\omega L I_{dc}$ igual al 5 % de E_m. La caída de tensión en el arco es de 15 V. (*a*) Calcular la tensión eficaz de los devanados secundarios. (*b*) Calcular la regulación de tensión del circuito en función de la tensión sin carga y a plena carga. (*c*) Calcular los voltamperios del transformador.

14-19. Si las pérdidas en el cobre del transformador son de 10 KW a plena carga, las pérdidas en el hierro 7,5 KW y se utilizan 2,5 KW para las bombas, dibújese la curva del rendimiento total en función de la carga hasta el 150 % de la carga para el rectificador del Prob. 14-18.

14-20. El circuito de la Fig. 14-32*b* debe alimentar una carga altamente inductiva a 200 V y 1.000 A de corriente continua. Si la caída de tensión en los tubos es de 15 V, especifíquese la tensión y los voltamperios de todos los devanados del transformador, despreciando su reactancia.

BIBLIOGRAFIA

1. Hull, A. W.: Gas-filled Thermionic Tubes, *Trans. AIEE,* **47** : 753 (1928).
2. Marti, O. K., y H. Winograd: «Mercury Arc Power Rectifiers—Theory and Practice», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1930.
3. Cobine, J. D.: «Gaseous Conductors», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1941.
4. Winograd, H.: Development of the Excitron Rectifier, *Trans. AIEE,* **63** : 969 (1944).
5. Jolley, L. B. W.: «Alternating-current Rectification and Allied Problems», 3d ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1928.
6. Chin, P. T.: Gaseous Rectifier Circuits, *Electronics,* **18** : 138 (Abril 1945), 132 (Mayo 1945).

CAPÍTULO 15

CONTROL DE POTENCIA Y CONVERSION DE C.C. EN C.A.

Ha sido posible controlar el momento de la formación de la descarga por arco añadiendo una rejilla al diodo de gas de cátodo caldeado y, por tanto, incorporando un control electrostático a las ventajas de alta capacidad de corriente y alto rendimiento que ya poseía el citado dispositivo. El resultado de la adición de esta rejilla por Langmuir y Hull fue la aparición del *tiratrón* (que significa «tubo puerta»). Más tarde Slepian desarrolló un iniciador eléctrico para el tubo con cátodo de depósito de mercurio, eliminando los lentos iniciadores mecánicos en circuitos en que se deseaba realizar el control de la iniciación de la descarga del tubo. Este dispositivo se denominó *ignitrón*.

En el tiratrón siempre hay emisión, mientras que en el ignitrón el elemento iniciador proporciona la chispa inicial y los electrones. En el tiratrón la rejilla *impide* la formación del arco hasta el momento deseado, mientras que en el ignitrón se *inicia* el arco en el momento deseado.

Estos dos inventos han abierto un nuevo campo en el control, equivalente en muchos aspectos al creado por el tubo de vacío, pero a un nivel más alto de potencia y de rendimiento.

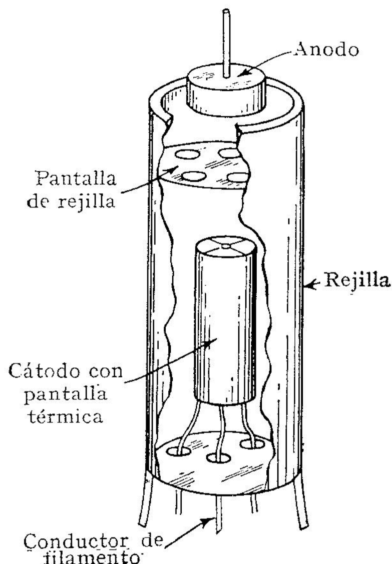


FIG. 15-1. Vista en corte de la estructura interna de un tiratrón.

15-1. El tiratrón. Para asegurar el control total de la corriente anódica, la estructura de la rejilla en un tiratrón determina la formación de un campo electrostático muy completo alrededor del cátodo. Debido al servicio de tipo industrial al que el tubo se dedica, esta estructura se hace asimismo mecánicamente robusta, como puede apreciarse en las figuras 15-1 y 15-2. Se emplea un cátodo con pantalla térmica con recubrimiento de óxido, viéndose los electrones forzados a pasar por

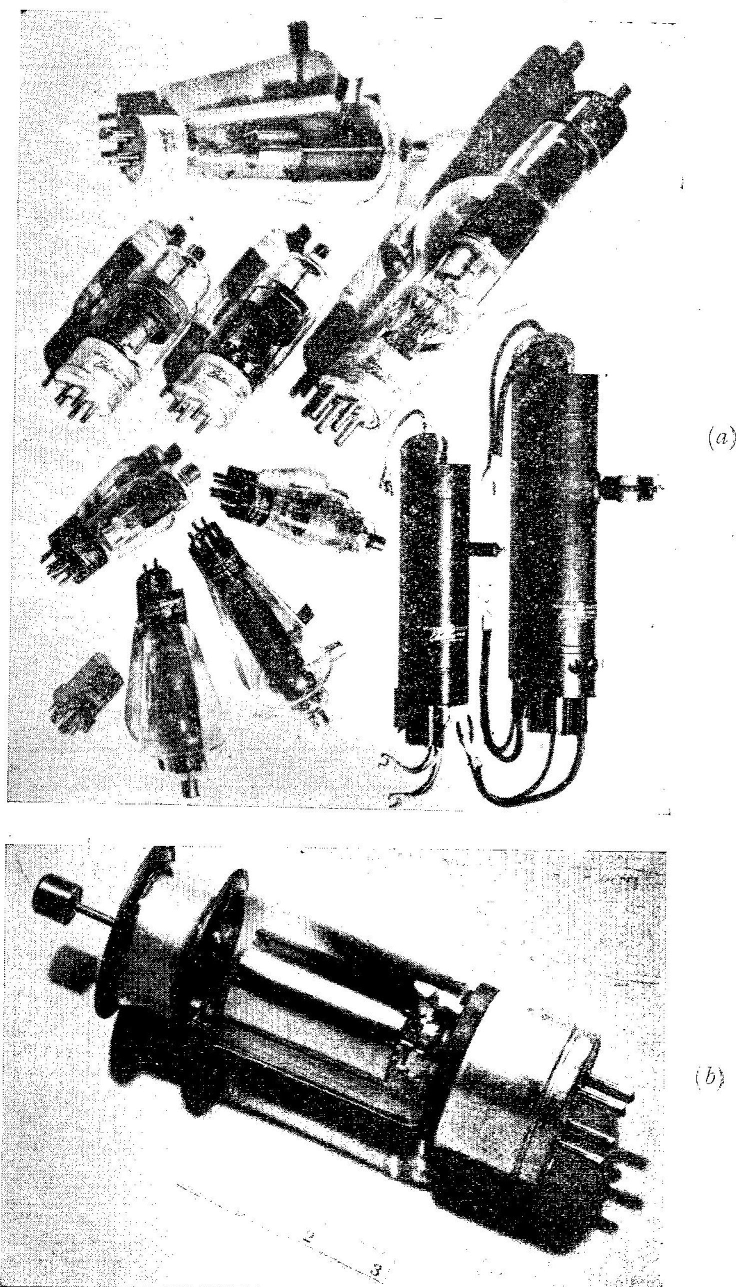


FIG. 15-2. (*a*) Grupo de tiratrones. (*b*) Tipo moderno de tiratrón, de designación GL-6087, de 6,4 A de corriente media máxima admisible. *(Cortesía de General Electric Company.)*

los orificios practicados en una pantalla de la rejilla situada entre el cátodo y el ánodo.

El efecto de la tensión del ánodo, con suficiente tensión negativa en la rejilla, es nulo en el cátodo y ningún electrón resulta acelerado hasta la energía de ionización. A una cierta tensión negativa de la rejilla, menor que la anterior, el campo anódico es ya capaz de atraer algunos electrones y acelerarlos hasta la velocidad de ionización. Los iones positivos formados neutralizan en parte el campo negativo creado por la rejilla en las proximidades de los orificios de la pantalla, permitiendo que pasen más electrones a su través y sean acelerados, siendo el proceso acumulativo hasta que se forma una descarga de arco entre el cátodo y el ánodo. Existe un valor crítico de la tensión de rejilla para provocar la iniciación del arco.

Una vez que la ionización ha comenzado, los iones positivos son atraídos hacia la estructura de la rejilla y forman una capa a su alrededor. Las líneas de flujo eléctrico que parten de la rejilla negativa llegan solamente hasta alguno de los iones que la rodean y, por tanto, la rejilla resulta completamente aislada de la descarga por su capa de iones positivos. Las variaciones de la tensión negativa de la rejilla determinan la variación del número de iones, es decir, el espesor de la capa, pero estos cambios no tienen efecto alguno sobre la corriente anódica que circula al otro lado de la capa de la rejilla. De este modo, después de la iniciación de la descarga *la rejilla no posee control sobre la intensidad de la corriente anódica ni puede cortar el arco*. La corriente anódica, una vez producido el disparo, es únicamente función de la resistencia o impedancia del circuito anódico y no es función de la tensión de la rejilla. El único modo de interrumpir el arco es desconectar la tensión positiva del ánodo.

En un tubo de vacío la corriente anódica está siempre bajo el control de la tensión de la rejilla, pero en el triodo de gas o tiratrón la rejilla únicamente puede iniciar el arco.

Con la rejilla negativa y antes de la iniciación del arco habrá un pequeño flujo de electrones hacia la rejilla debido a su bombardeo fortuito por electrones de alta energía. Una vez que se inicia la ionización, la corriente de rejilla se invierte, ya que entonces es debida al flujo de iones positivos hacia la rejilla negativa. Esta corriente de iones positivos puede ser muy grande y normalmente se limita mediante una resistencia o impedancia en el circuito de rejilla.

Si los orificios de la pantalla de rejilla son pequeños, el cátodo puede quedar tan apantallado del ánodo que sea precisa una pequeña tensión positiva en la rejilla para iniciar el arco. Este tipo de tubo se denomina *tubo de rejilla positiva*. Si los orificios de la pantalla son grandes, se precisará que la rejilla sea negativa para impedir la descarga, por lo que a estos tubos se les denomina *tubos de rejilla negativa*. La Fig. 15-1 muestra una disposición que probablemente determinaría una característica positiva de rejilla.

La curva que relaciona la tensión de ánodo y la tensión crítica de rejilla correspondiente que justamente impide la formación del arco se denomina *curva característica crítica de control de rejilla*. En las Figs. 15-3*a*

y *b* se presentan las curvas correspondientes a tubos de rejilla positiva y de rejilla negativa. En los tubos de vapor de mercurio la característica de control es función de la temperatura del mercurio condensado, mientras que para un tubo lleno de gas inerte la característica de control es una sola curva. Los circuitos que emplean tubos de vapor de mercurio deben proyectarse de modo que toleren este posible desplazamiento de su curva característica funcionando de modo correcto.

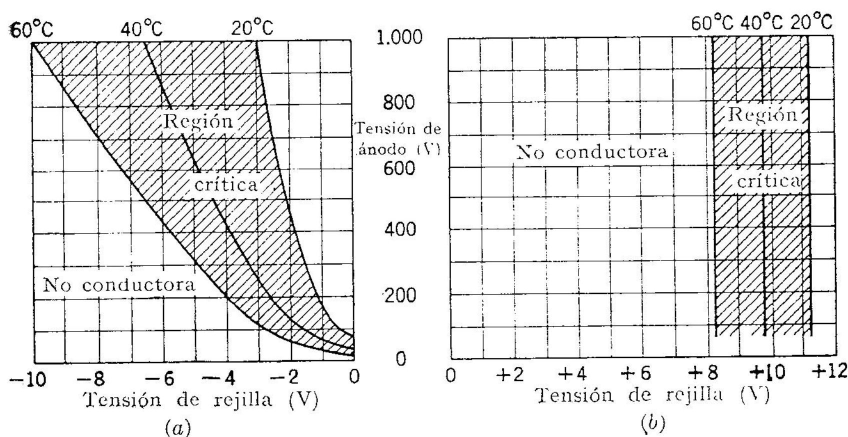


FIG. 15-3. Característica crítica de rejilla. (*a*) Tiratrón tipo 5559/FG-57 de rejilla negativa; (*b*) Tiratrón tipo 5720/FG-33 de rejilla positiva.

Debe observarse que para el tubo de rejilla negativa, la tensión de rejilla debe aplicarse para *impedir* la descarga. En el tubo de rejilla positiva la tensión de rejilla debe aplicarse para *iniciar* la descarga. El último tipo de tubo es útil cuando no debe producirse la descarga en el caso de que el circuito de rejilla se abra de modo fortuito.

Existe una gran variedad de tubos con curvas características diferentes y con diferentes valores máximos admisibles para tensión y corriente anódicas.

15-2. Tiempos de ionización y desionización. En un tiratrón, el fenómeno acumulativo previo a la formación del arco precisa un cierto tiempo. Este tiempo, que tiene gran importancia como retardo en algunas aplicaciones, es normalmente del orden de 0,1 a 10 μseg, según el camino a recorrer por los iones y el tipo y la presión del gas.

En la mayoría de las aplicaciones de los tiratrones es, sin embargo, de mayor importancia el *tiempo de desionización,* es decir, el tiempo que es preciso que transcurra para que todos los iones se recombinen y vuelva el gas a su condición de gas desionizado. Se desea, en general, que la rejilla recupere el control de la iniciación del arco durante cada medio ciclo o período de tensión negativa en el ánodo, y esto hace preciso que transcurra el tiempo necesario para que se disipe la carga iónica.

El tiempo de desionización varía con la estructura del tubo y la superficie de los electrodos, ya que la recombinación se produce fundamentalmente en las superficies que se encuentran a tensión negativa. También depende de la temperatura, ya que, a mayores presiones del gas, aumenta el tiempo de desionización. Las grandes tensiones negativas favorecen la reducción del tiempo de desionización, ya que conducen a los iones positivos al ánodo para que allí realicen su recombinación. El tiempo de desionización es normalmente del orden de 10 a 1.000 μseg en tubos de vapor de mercurio.

Se han desarrollado tiratrones llenos de hidrógeno para producir impulsos muy cortos de gran intensidad. Su tiempo de ionización se ha reducido a menos de 0,1 μseg, con un tiempo de desionización del orden de 5 μseg, siendo ambos tiempos consecuencia del menor peso del ion de hidrógeno.

Dado que el ánodo debe ser negativo durante un tiempo mayor que el de desionización, para que la rejilla recupere el control del disparo en el ciclo siguiente de la tensión alterna anódica, el tiempo de desionización debe ser menor que el semiperíodo de la tensión de ánodo. Este requisito fija una frecuencia límite superior en el funcionamiento del tiratrón.

15-3. Corriente de rejilla en los tiratrones. Como ya se ha indicado anteriormente, antes de producirse el disparo del tubo circula una pequeña corriente de rejilla constituida por electrones. En el instante del disparo esta corriente aumenta muy rápidamente y, una vez que se ha establecido la ionización, puede alcanzar un valor de muchos amperios, a menos que se la limite mediante una resistencia en serie. La acción de la corriente de rejilla antes y en el momento del disparo se indica en las curvas de la Fig. 15-4 y en el oscilograma de la Fig. 15-5. En particular, el último indica el aumento de la corriente negativa justamente antes del disparo, a medida que la tensión sinusoidal positiva del ánodo aumenta. Este aumento de la corriente con el aumento de la tensión de ánodo lo predicen las curvas de la Fig. 15-4 en la región de rejilla negativa. En el momento del disparo la corriente de rejilla se invierte, siendo debida al flujo de iones positivos. Al final del semiciclo positivo del ánodo, la corriente

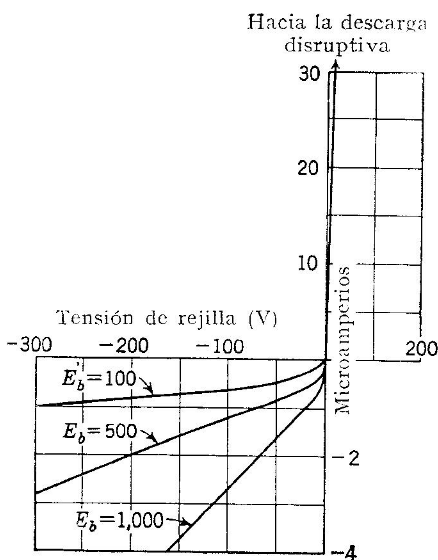


FIG. 15-4. Corriente de rejilla antes de la conducción.

de rejilla se convierte en errática u oscilatoria al volver a su valor original negativo.

Si existe una gran resistencia en el circuito de rejilla del tiratrón, el pequeño flujo de electrones puede polarizar la rejilla tan negativamente que no puede iniciarse la descarga, incluso al valor de cresta de la tensión anódica. Esto determina la existencia de un valor máximo admisible para la resistencia del circuito de rejilla del tiratrón. En el caso de dispositivos de muy alta resistencia, como fotocélulas de emisión, es preciso emplear tiratrones que presenten corrientes de rejilla anteriores a la descarga de un valor extremadamente pequeño. Estos tubos son normalmente del tipo de rejilla apantallada que se describe a continuación.

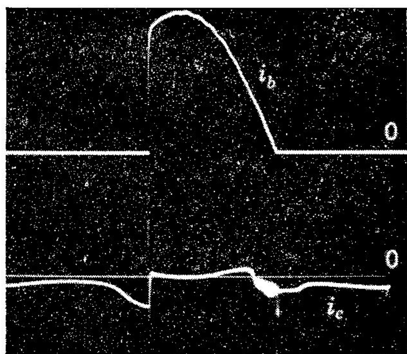


FIG. 15-5. Corrientes anódica y de rejilla en un tiratrón con disparo retardado.

Una vez que se inicia la conducción es normalmente necesario limitar la corriente de rejilla con una resistencia para evitar que se quemen los conductores de la rejilla del interior del tubo o se produzcan daños en otros puntos del circuito.

15-4. El tetrodo de gas o tiratrón con rejilla apantallada. Se ha visto que es posible reducir el flujo de corriente en el circuito de la rejilla de control antes de que se produzca el disparo, mejorando el apantallado de la estructura de la rejilla de control y reduciendo su área. La Fig. 15-6 indica un esquema de este tubo. La pantalla que rodea al conjunto está aislada de la rejilla de control y puede ir conectada al cátodo o ser polarizada positiva o negativamente según se desee. La rejilla de control es solamente un anillo o manguito interpuesto en el camino de los electrones hacia el ánodo. Los electrones que abandonan el cátodo antes de la conducción golpean contra la pantalla de la rejilla en vez de contra la pequeña superficie de la rejilla de control, reduciendo la corriente de ésta última. De este modo pueden tolerarse resistencias de hasta 100 megaohmios sin que aparezca una polarización excesiva.

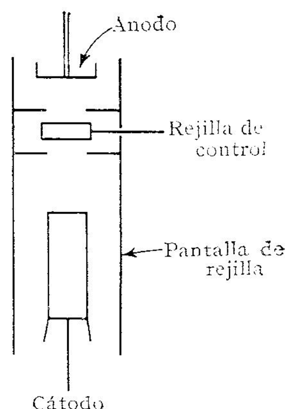


FIG. 15-6. Sección recta de un tiratrón de rejilla apantallada.

Si la pantalla de la rejilla se hace positiva, la curva característica de control es negativa y viceversa. La capacidad de entrada de un tetrodo de gas puede ser solamente una fracción

de un micromicrofaradio, y esto eleva la impedancia del circuito de rejilla y mejora la seguridad del disparo frente a impulsos de entrada de muy pequeña duración.

15-5. Control del valor medio de la corriente de polarización. Si se aplica al ánodo de un tiratrón una tensión alterna, el arco se extingue en cada semiciclo negativo y la rejilla recupera el control del disparo en cada semiciclo positivo. De este modo, aunque la rejilla no puede controlar la corriente anódica instantánea, como en un tubo de vacío, puede en cambio controlar la corriente continua o valor medio de los impulsos de corriente anódicos, retardando el disparo en cada semiciclo positivo del ánodo.

Si se representa la tensión de ánodo como en la Fig. 15-7*a*, leyendo simplemente la tensión crítica de rejilla que corresponde a cada valor de la tensión anódica en las curvas características del tubo, puede representarse también aquella tensión, con lo que se obtendrá el *lugar crítico de control* correspondiente a cada forma de onda particular de la tensión de ánodo. Si ahora se establece la tensión continua de rejilla en el valor $-E_1$, la tensión de rejilla será más positiva que la del lugar crítico para el ángulo θ_1, y en este momento se disparará el tubo.

Dado que en este momento la rejilla pierde el control, la conducción continuará hasta el ángulo θ_2 en que la tensión en el circuito cae por debajo de la caída de tensión en el tubo. Si la tensión de rejilla se hiciese más negativa que el valor más negativo del lugar crítico, el tubo no se dispararía en absoluto. En la Fig. 15-8 se indica el efecto de retrasar el ángulo de disparo a 70° del ciclo.

La corriente anódica puede escribirse en la forma siguiente:

$$i_b = \frac{E_m \operatorname{sen} \omega t - E_o}{R} \qquad (15\text{-}1)$$

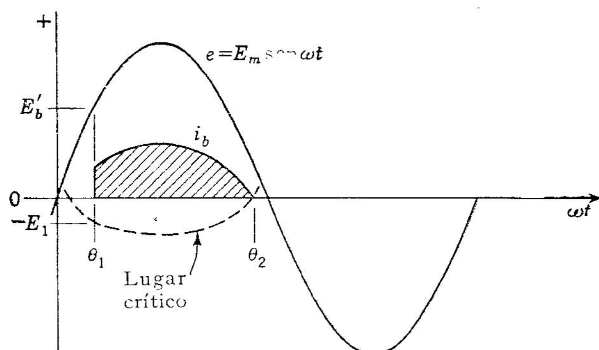
El ángulo de disparo puede encontrarse determinando, mediante la característica de control, como la de la Fig. 15-3, la tensión E'_b, que corresponde a la tensión de rejilla $-E_1$. Entonces,

$$\theta_1 = \operatorname{sen}^{-1} \frac{E'_b}{E_m} \qquad (15\text{-}2)$$

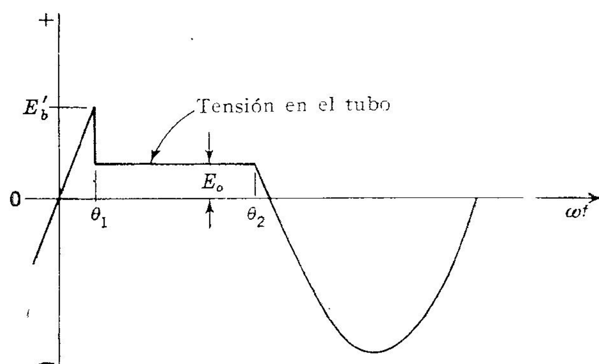
En θ_1 la tensión del tubo cae bruscamente a E_o, valor de la caída de tensión del arco y, si la carga no es inductiva, el exceso de tensión determina un escalón de corriente de valor $(E'_b - E_o)/R$.

Dado que la rejilla pierde el control en θ_1, el tubo se convierte en un diodo y la conducción continúa hasta el ángulo θ_2, para el que el numerador de la Ec. (15-1) se anula, es decir,

$$\theta_2 = \pi - \operatorname{sen}^{-1} \frac{E_o}{E_m} \qquad (15\text{-}3)$$



(a)



(b)

FIG. 15-7. (a) Lugar crítico de control correspondiente a una tensión aplicada sinusoidal, con ángulo de disparo igual a θ_1. (b) Tensión en el tubo.

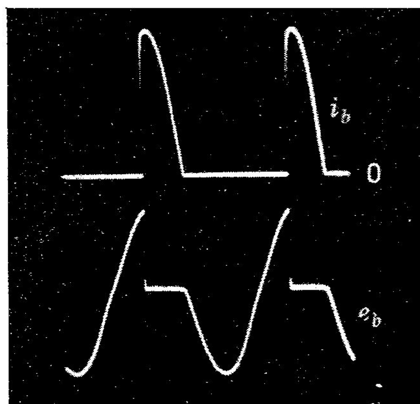


FIG. 15-8. Corriente y tensión en el tubo con ángulo de disparo retrasado 70°.

que corresponde al caso de carga resistiva. El caso de carga inductiva se estudiará en la Sec. 15-13.

La corriente continua producida por este tiempo de disparo puede calcularse por los métodos del capítulo 14, obteniéndose

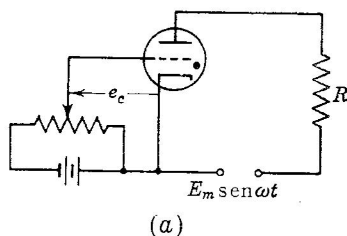
$$I_{dc} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i_b\, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{E_m \operatorname{sen} \omega t - E_o}{R}\, d\omega t =$$

$$= \frac{E_m}{2\pi R}\left[\sqrt{1 - \left(\frac{E_o}{E_m}\right)^2} + \cos\theta_1 - \frac{E_o}{E_m}(\theta_2 - \theta_1)\right] \quad (15\text{-}4)$$

Para circuitos en que la caída de tensión en el tubo E_o es pequeña frente a E_m,

$$I_{dc} \cong \frac{E_m}{\pi R}\,\frac{1 + \cos\theta_1}{2} \quad (15\text{-}5)$$

Aunque la rejilla pierde el control después del disparo, es posible controlar el valor *medio* de la corriente anódica retardando el momento del disparo del tiratrón. Los circuitos de control del tiratrón deben proyectarse, pues, para que pueda variarse el primer punto del ciclo para el que la tensión real de la rejilla rebasa el valor de la tensión correspondiente en el lugar crítico de control. Es posible proyectar circuitos de baja potencia que realicen esta variación y proporcionen un control suave, sin saltos y prácticamente sin pérdidas, del valor de la corriente media.



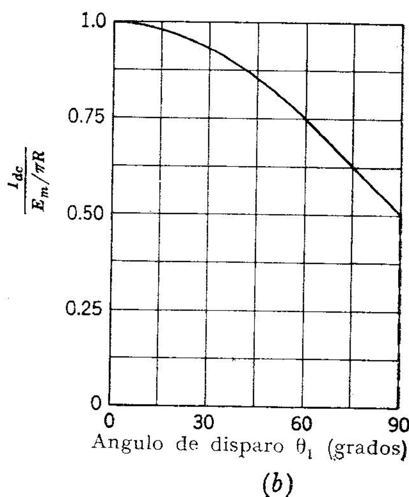


FIG. 15-9. (*a*) Control de la corriente media por polarización. (*b*) Variación de la corriente producida por (*a*), despreciando la caída de tensión en el tubo.

En la Fig. 15-9*a* se indica una forma sencilla pero no muy satisfactoria de *control por polarización*. Puede verse en la Fig. 15-7 que, si e_c se hace más negativa que todos los puntos del lugar crítico de control, el tubo no se disparará durante el ciclo. Si la rejilla se hace menos negativa, la primera intersección de la línea de la tensión de polarización y el lugar crítico se producirá a la izquierda de la tensión máxima del lugar crítico, es decir, para $\theta_1 < \pi/2$. Por tanto, el control de la polarización puede dar solamente una variación de la

corriente desde el máximo E_m/R hásta la mitad de este valor. La Fig. 15-9*b* indica esta variación para los ángulos de disparo θ_1 producidos por cambio de la polarización continua de la rejilla.

Es también evidente que si el lugar crítico de control se mueve hacia arriba o hacia abajo, a causa de las variaciones de temperatura, una tensión de rejilla dada puede disparar o no el tubo, con lo que existirá una gran inestabilidad, principalmente cerca de $\theta_1 = \pi/2$. Por tanto, el circuito no tiene precisión en el ángulo de disparo y presenta unos márgenes limitados de variación de la corriente, por lo que normalmente se emplea solamente con grandes variaciones de la polarización para realizar control del tipo encendido-apagado.

En las siguientes secciones se estudiarán otros circuitos más satisfactorios para variar el ángulo de disparo. El análisis de estos circuitos en lo que se refiere a los valores de funcionamiento del tubo, tales como corriente eficaz, pérdidas y potencia alterna de entrada, se realiza por los métodos generales del capítulo 14, teniendo en cuenta las definiciones de los ángulos θ_1 y θ_2.

15-6. Control por desviación de fase. Si la polarización continua de la sección anterior se reemplaza por una polarización alterna de fase

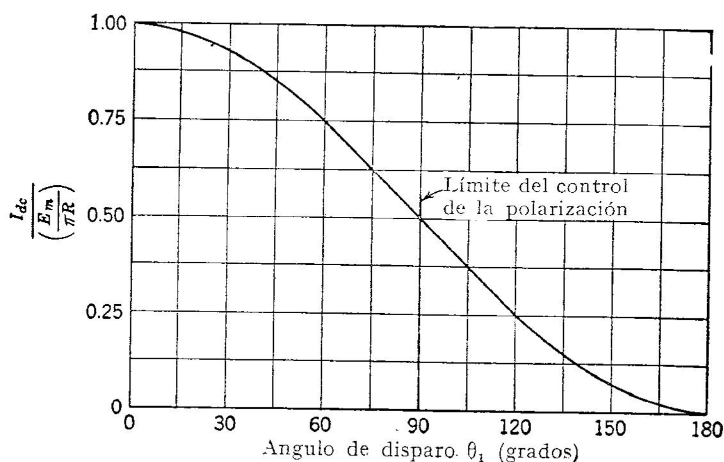


FIG. 15-10. Variación de la corriente anódica media con carga resistiva, según la ecuación (15-15). Se desprecia la caída de tensión en el tubo.

variable, es posible conseguir que la porción ascendente positiva de la onda de polarización corte a la curva del lugar crítico de rejilla en un punto correspondiente a cualquiera del semiciclo positivo de la tensión de ánodo y variar el valor medio de la corriente anódica desde el máximo a cero, de acuerdo con la Ec. (15-5) y según indica la Fig. 15-10 para carga resistiva. Es evidente que una tensión de rejilla con adelanto de fase siempre iniciará el arco para $\omega t = 0°$ de la onda anódica y, por

tanto, una tensión de rejilla con adelanto de fase no proporciona control alguno.

Si la amplitud de la tensión alterna de rejilla es grande respecto a cualquiera de las tensiones del lugar crítico, la onda de tensión de rejilla cruzará el lugar crítico con gran pendiente, y el ángulo de disparo θ_1 será casi igual a θ, ángulo según el cual la tensión de rejilla está defasada en retardo respecto a la tensión anódica, según puede verse en la Fig. 15-11. Esto equivale a decir que las tensiones del lugar crítico de control son nulas para todas las tensiones del ánodo y esta hipótesis es razonable para los valores normales de las tensiones anódicas.

Debido a la gran pendiente con que una onda alterna de polarización de gran amplitud corta al lugar crítico, cualquier variación que haga mover la curva de este lugar hacia arriba o hacia abajo, tal como la

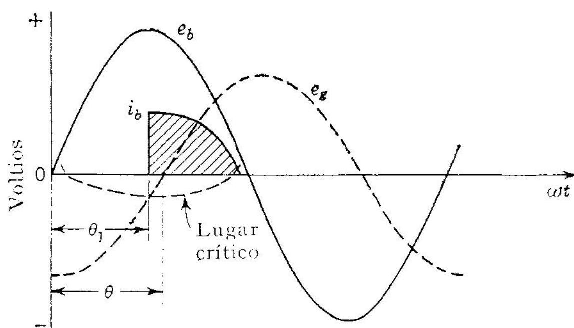


FIG. 15-11. Control por desviación de fase con la tensión alterna de rejilla retrasada un ángulo $\theta \cong 100°$.

variación de la temperatura del mercurio, tendrá solamente un efecto muy pequeño sobre el ángulo de disparo. Por tanto, el control por desviación de fase proporciona una mayor precisión en el ángulo de disparo que el control por simple polarización, además de realizar el control de la corriente entre los márgenes extremos de su posible variación.

Este tipo de control fue sugerido en 1928 por el ingeniero francés Toulon. Los circuitos necesarios para lograr la desviación de fase precisa se estudiarán más adelante.

15-7. Control mixto por fase y polarización. En algunos casos se desea controlar un tiratrón mediante la variación de una polarización continua, pero de tal modo que se obtenga un control de la corriente mayor del que puede conseguirse con el control por simple polarización. Esto puede lograrse por el *control por fase y polarización*, en que se combina una polarización continua variable con una tensión alterna defasada, pero con desviación de fase fija. La componente alterna se defasa aproximadamente 90°, como se indica en la Fig. 15-12*a*, mediante una resistencia R_T en serie con el primario del transformador de rejilla T, el cual recibe una corriente en retardo.

La Fig. 15-12*b* muestra que si, la polarización $-E_{cc}$ aumenta o disminuye, el eje cero de la componente alterna de rejilla sube o baja y la intersección de e_g y el lugar crítico de control, o el ángulo de disparo, puede defasarse desde 180° hacia tiempos anteriores en el ciclo, hasta considerablemente menos que 90°. Dado que la onda alterna normalmente tiene una gran pendiente en su punto de intersección con el lugar

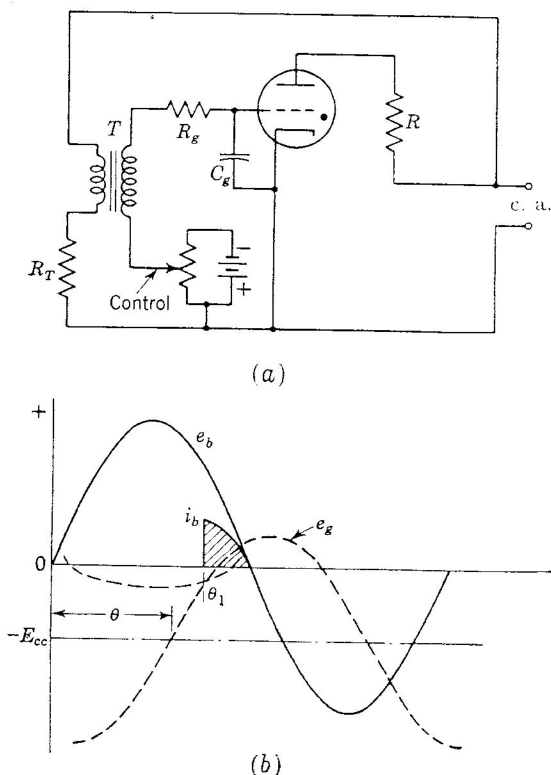


FIG. 15-12. (*a*) Control por polarización y fase. (*b*) Efecto del control por polarización y fase.

crítico, el ángulo de disparo es prácticamente independiente de la temperatura y otros factores del tubo, así como de la amplitud de la tensión de rejilla. En el análisis del circuito es también conveniente considerar el lugar crítico coincidente con el eje de tensión cero, es decir, suponer que el tubo se dispara cuando e_g cruza el eje de tensión cero.

El condensador C_g conectado entre la rejilla y el cátodo es conveniente en la mayoría de los circuitos que emplean tiratrones para evitar un disparo accidental debido a impulsos en la tensión anódica. Debido a la capacidad ánodo-rejilla, un impulso en la tensión de ánodo puede elevar la tensión de rejilla durante un instante por encima del nivel

de disparo. Para evitar esto se aumenta la capacidad rejilla-cátodo mediante C_g. Esto aumenta la capacidad rejilla-cátodo frente a la capacidad ánodo-rejilla y estabiliza la tensión de rejilla frente a impulsos bruscos. El valor de C_g es normalmente de unos 100 $\mu\mu F$.

Este circuito se presta al control de tiratrones mediante tubos de vacío, ya que la variación de la polarización continua es un tipo de salida adecuada para un tubo de vacío.

15-8. El puente de desviación de fase. Un circuito muy económico para producir el defase de una tensión alterna es el *puente de desviación de fase* de la Fig. 15-13*a*. Si la polarización del transformador es la in-

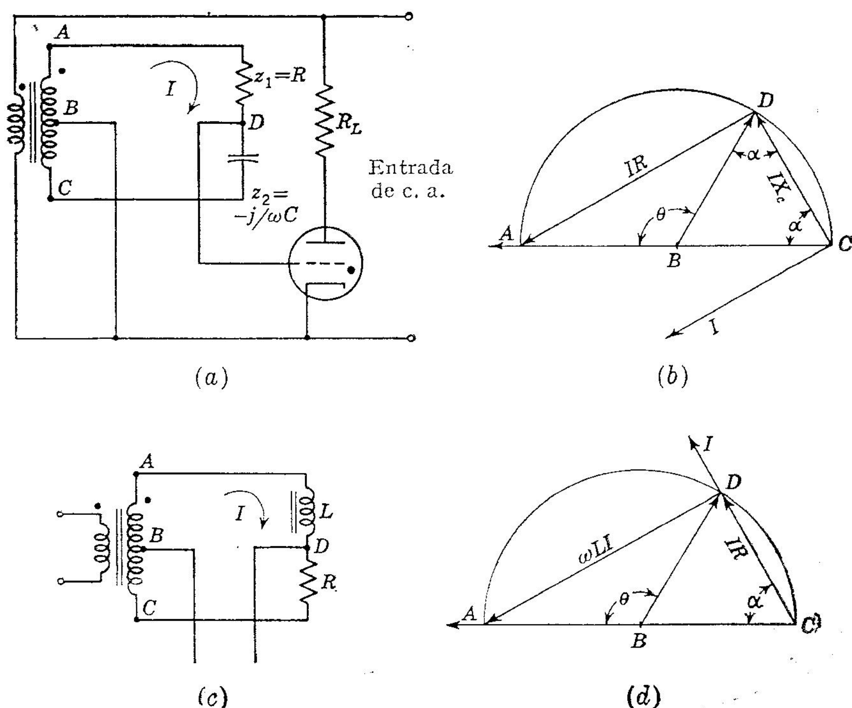


FIG. 15-13. Puentes desviadores de fase.

dicada por los puntos, la tensión de A está en fase con la alimentación del ánodo; la tensión CA se dibuja como un vector en la Fig. 15-13*b*. Con $Z_1 = R$ y $Z_2 = -j/\omega C$, sabemos que las caídas de tensión IR e IX_C deben cortarse en ángulo recto y su suma debe ser igual a la tensión constante CA. De este modo, el lugar geométrico del punto D es una circunferencia de diámetro CA, según se indica en la Fig. 15-13*b*. El vector BD es entonces la tensión rejilla-cátodo, que será de amplitud constante, y el ángulo θ es el ángulo según el cual la tensión de rejilla está en retardo respecto a la tensión de ánodo. La variación de R o de

X_C cambiará el ángulo de defase de la tensión de rejilla, siendo $\theta = 0^o$ para $R = 0$ y $\theta = 180^o$ para $R = \infty$.

En el diagrama vectorial es evidente que el triángulo BCD es isósceles. Por tanto,

$$\theta + (180^o - 2\alpha) = 180^o$$

o

$$\theta = 2\alpha = 2 \text{ tg}^{-1} \frac{Z_1}{Z_2} = 2 \text{ tg}^{-1} \omega CR \qquad (15\text{-}6)$$

en el caso de emplear elementos R y C.

Si $Z_1 = j\omega L$ y $Z_2 = R$, también es posible un circuito defasador que emplee una R o una L variables. También resulta un diagrama de círculo como el de la Fig. 15-13*d* con $AD = \omega LI$ y $DC = IR$. Puede encontrarse que

$$\theta = 2 \text{ tg}^{-1} \frac{Z_1}{Z_2} = 2 \text{ tg}^{-1} \frac{\omega L}{R} \qquad (15\text{-}7)$$

Esta modificación del circuito se indica en la Fig. 15-13*c* y se utiliza con frecuencia, ya que es posible emplear inductancias variables de ta-

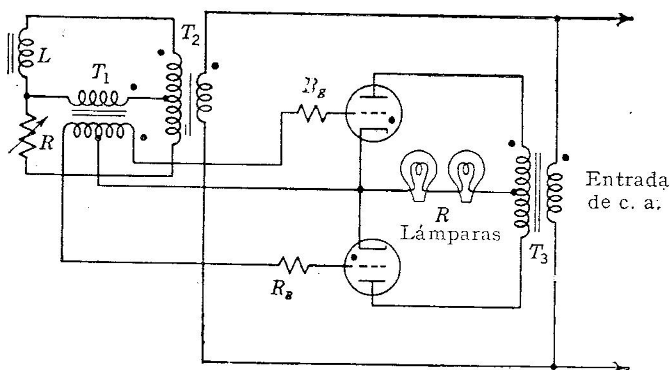


FIG. 15-14. Circuito de onda completa controlado por tiratrones con desviador de fase RL. La polaridad de los transformadores está indicada por los puntos.

maño práctico a las frecuencias normales de trabajo. Debe puntualizarse que en estos circuitos no es posible normalmente utilizar la zona completa de 180° de defase, ya que ninguna L, R o C variables cubren el intervalo de cero a infinito.

Las dos ecuaciones para θ se han obtenido en la hipótesis de que el circuito de rejilla del tiratrón no consume una corriente apreciable, y esto es normalmente cierto antes de la iniciación del arco. Una vez producido el disparo, la desviación de fase y la forma de onda pueden cambiar a causa de la corriente de rejilla, pero el resultado no es importante en ese momento. En la Fig. 15-14 se indica un circuito de control de onda completa que emplea una resistencia variable para el defase. Las polaridades de los transformadores se indican mediante puntos. El con-

trol de la salida de continua puede realizarse mediante la variación de la resistencia R. Este circuito ha sido muy usado en el control de iluminación.

Si el control se realiza mediante una L variable, la inductancia puede estar constituida por un núcleo de hierro móvil en el interior de una bobina, siendo el movimiento mecánico la función primaria de control. En los casos en que la función primaria de control debe ser una corriente o una tensión es normal evitar el empleo de elementos móviles utilizando una *reactancia saturable* como elemento de inducción variable.

15-9. Control mediante una reactancia saturable. Una reactancia saturable es una inductancia cuyo valor puede controlarse mediante una corriente continua. Refiriéndonos a la Fig. 15-15, la corriente continua circula por el devanado N_3 arrollado alrededor del brazo central del núcleo. A través de los devanados N_1 y N_2, arrollados en los brazos

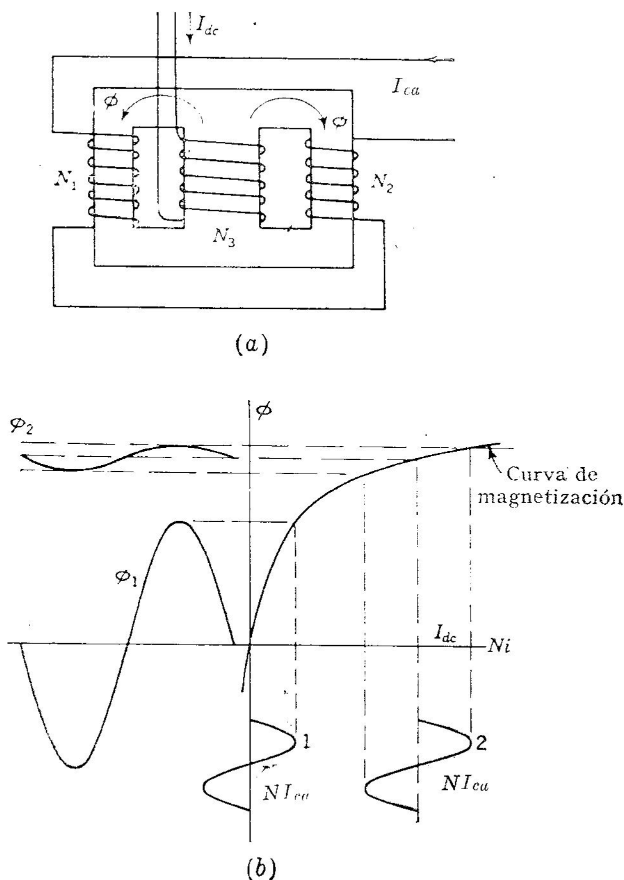


FIG. 15-15. Reactancia saturable.

exteriores circulan corrientes alternas realizando las conexiones de tal modo que los flujos se sumen en el exterior del núcleo. Aunque las bobinas de alterna se indican conectadas en serie, pueden también conectarse en paralelo, siendo en ambos casos el funcionamiento casi idéntico, difiriendo solamente en que en la conexión en paralelo circulan corrientes correspondientes a armónicos.

Los flujos de alterna se oponen en el brazo central, por lo que no se inducirá ninguna tensión alterna en la bobina de continua N_3, siempre que los devanados de alterna y los núcleos sean idénticos. No es conveniente tener presente en el circuito de continua una gran tensión alterna, ya que N_3 puede tener muchas vueltas al objeto de que funcione con pequeños valores de corriente.

En la Fig. 15-15*b* se indica como condición 1 el funcionamiento sin corriente continua ni flujo presente. La corriente I_{ca} produce una fuerza magnetomotriz $(N_1 + N_2)I_{ca} = NI_{ca}$, que según la curva de magnetización de la figura determina un flujo ϕ_1 indicado a la izquierda del eje de flujos. Esta gran variación de flujo origina una gran fuerza contraelectromotriz determinando una gran reactancia inductiva.

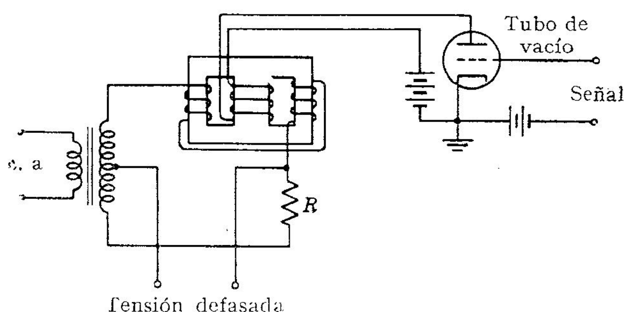


FIG. 15-16. Empleo de una reactancia saturable como elemento de control en un puente de desviación de fase.

Cuando se aplica una corriente I_{dc} a N_3, el flujo continuo desplaza el eje cero según NI_{ca} hasta el punto indicado como condición 2 en la figura. Debido a la horizontalidad de la curva de magnetización en la región de saturación, solamente se produce una pequeña variación de flujo. Esto determina una pequeña fuerza contraelectromotriz solamente y la inductancia presenta una pequeña reactancia.

La reactancia viene dada por $2\pi f N\, d\phi/di$. La derivada representa la pendiente de la curva de magnetización, y el valor de esta pendiente en las dos condiciones elegidas confirma el razonamiento anterior.

La reactancia de las bobinas de alterna puede variarse uniformemente entre márgenes muy amplios, posiblemente de hasta 20 : 1. La fase de la tensión de salida del puente de la Fig. 15-16 podrá entonces variarse de acuerdo con la teoría de la sección precedente. Dado que N_3 puede realizarse utilizando muchas vueltas y un alambre muy fino, puede variarse el defase mediante corrientes muy débiles si así se desea. Para

estas aplicaciones deben usarse aceros magnéticos de alta permeabilidad y pequeños lazos de histéresis de forma casi rectangular, con objeto de obtener una gran sensibilidad a pequeñas corrientes.

Cuando se trabaja cerca del codo de la curva de magnetización se produce una gran distorsión del flujo de alterna. Sin embargo, los armónicos producidos en uno de los brazos de alterna se opondrán parcialmente a los producidos en el otro brazo y reducirán algo la distorsión.

Reactancias saturables de pequeño tamaño se emplean, según se indica, para realizar el control del funcionamiento de los tiratrones o para variar una corriente alterna de acuerdo con el valor de una corriente continua. Reactancias saturables de gran tamaño, con la corriente continua suministrada por tiratrones controlados, se utilizan para suministrar la corriente alterna para el funcionamiento de hornos eléctricos, luces de teatro y otras cargas no afectadas por la distorsión de la corriente. En la iluminación variable de teatros proporciona una variación continua, sin escalones, de alta eficiencia, debido a las pequeñas pérdidas de los tiratrones, y una reducción del panel de contactores a un pequeño pupitre de control.

15-10. Control de los tiratrones mediante impulsos. En muchas aplicaciones de los tiratrones se desea que el ángulo de disparo sea una fiel representación de alguna condición física e independiente de las características del tubo, temperatura de condensación del mercurio, tensiones de polarización y otras variables del tubo. Esto puede reali-

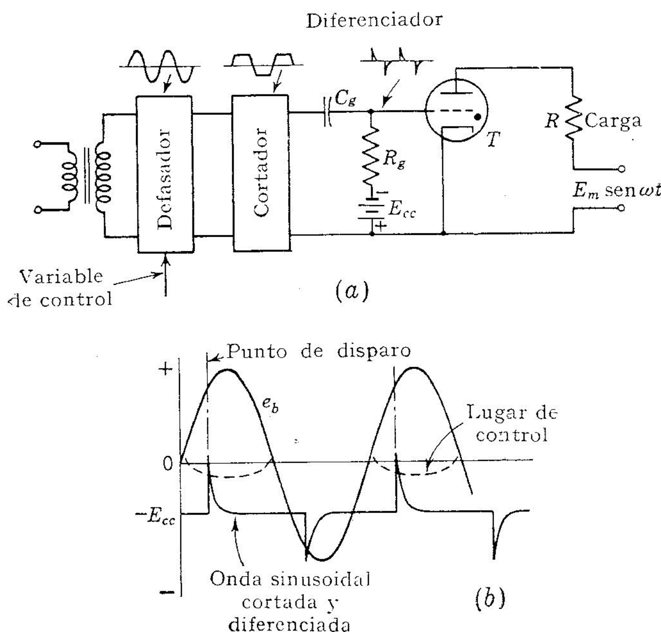


FIG. 15-17. Disparo de un tiratrón mediante impulsos.

zarse disparando el tiratrón por medio de impulsos agudos y positivos de la tensión de rejilla en el momento deseado. El nivel exacto del lugar crítico de control, que es función de la temperatura del mercurio, no juega ningún papel en la determinación del momento del disparo.

En la Fig. 15-17 se indica un medio de obtener impulsos agudos para disparar con precisión los tiratrones, en el que una onda sinusoidal es defasada mediante un circuito defasador, de acuerdo con la variable de control, cortada a una forma aproximadamente rectangular y posteriormente diferenciada mediante un circuito RC. Los impulsos positivos de la onda resultante pueden utilizarse para disparar un tiratrón, polarizado en exceso, en el momento exacto deseado, como se indica en la Fig. 15-17*b*. El funcionamiento del cortador y del diferenciador se han estudiado en el Cap. 9.

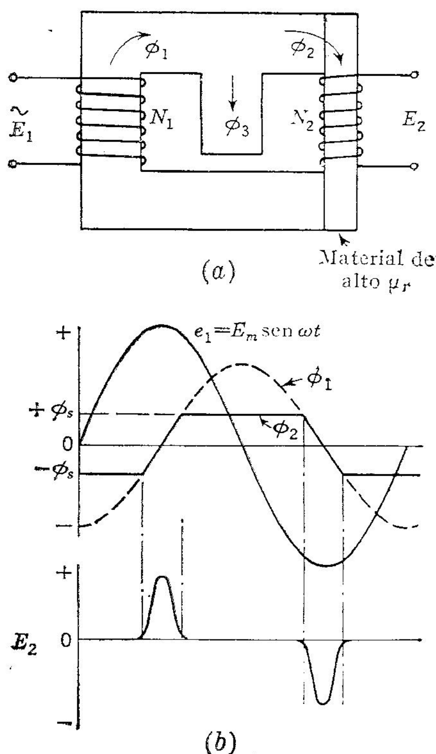


FIG. 15-18. (*a*) Transformador de picos con derivación magnética. (*b*) Acción del transformador de picos.

Otro dispositivo que produce un impulso suficientemente agudo sin necesidad de utilizar ningún otro dispositivo electrónico es el *transformador de picos* que puede intercalarse entre el circuito defasador y la rejilla del tiratrón. Un dispositivo de este tipo puede estar constituido por un pequeño transformador en serie con una resistencia para producir una gran caída de tensión en la cresta de la corriente magnetizante, dando una onda de flujo aplanada, o por un transformador proyectado especialmente para producir el mismo efecto que al reemplazar la resistencia serie por una gran reactancia interna del transformador. Un transformador de picos de este tipo se indica en la Fig.15-18.

El brazo del primario está derivado magnéticamente por un núcleo que presenta un entrehierro de aire y el devanado del secundario está arrollado sobre un brazo de pequeña sección, constituido por un material magnético de alta permeabilidad inicial que se satura a una fuerza magnetomotriz baja. A medida que la fuerza electromotriz aplicada se eleva desde cero, $\phi_1 = \phi_2$, ya que la reluctancia del entrehierro en derivación es mucho mayor que la del circuito magnético secundario. Sin embargo, el secundario se satura a un bajo nivel de flujo ϕ_s y, por en-

cima de este nivel, el flujo primario es forzado a pasar a través de la derivación que contiene el entrehierro. El cambio de flujo en el secundario se produce, pues, solamente durante el intervalo en que el flujo cruza el cero, al pasar de $-\phi_s$ a $+\phi_s$. Como resultado de esto, la fuerza electromotriz del secundario presentará un impulso de tensión durante el mismo intervalo, dando lugar a la onda E_2 indicada en la Fig. 15-18*b*.

En la hipótesis de que la caída de la fuerza magnetomotriz en el hierro es despreciable respecto a la precisa para forzar al flujo a pasar por el entrehierro de aire y de que el acoplamiento al secundario puede despreciarse ya que afecta solamente a la corriente del primario sólo durante el pequeño intervalo en que el flujo pasa de $-\phi_s$ a $+\phi_s$, según la teoría de los circuitos magnéticos, resulta

$$\phi_3 = \frac{N_1 i_1}{l_g/\mu A_g} \quad \text{weberios} \tag{15-8}$$

siendo l_g = longitud del entrehierro de aire, en m
A_g = área del entrehierro, en m²
$\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ para el aire

La fuerza contraelectromotriz del primario está relacionada con el flujo primario ϕ_1 por

$$e = E_m \operatorname{sen} \omega t = N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$$

de la cual se deduce, de acuerdo con las hipótesis hechas,

$$\phi_3 = \phi_1 = \frac{-E_m}{\omega N_1} \cos \omega t \tag{15-9}$$

y, por tanto, el flujo presenta un defase en retardo de 90°, como indica la Fig. 15-18. De las Ecs. (15-8) y (15-9) se deduce que la corriente instantánea en el primario es

$$i_1 = \frac{-E_m l_g}{4\pi \times 10^{-7} A_g \omega N_1^2} \cos \omega t \tag{15-10}$$

dando para la corriente primaria eficaz

$$\mathbf{I}_1 = \frac{-\mathbf{E}_1 l_g}{4\pi \times 10^{-7} A_g \omega N_1^2} \quad \text{amperios} \tag{15-11}$$

siendo $\mathbf{E}_1$ la tensión eficaz aplicada. Puede verse, a partir del valor máximo de la Ec. (15-10), que la impedancia de entrada del primario es

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{j4\pi \times 10^{-7} \omega N_1^2 A_g}{l_g} \quad \text{ohmios} \tag{15-12}$$

El transformador puede entonces proyectarse de modo que esta impedancia no resulte severamente cargada por el puente defasador con que debe funcionar.

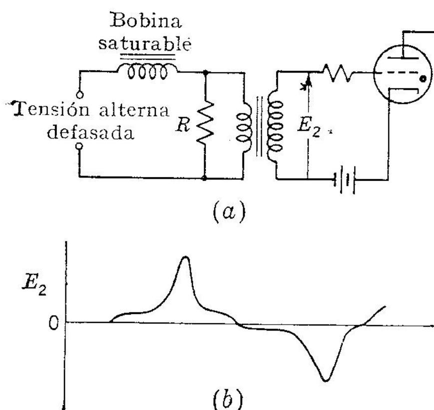


FIG. 15-19. Circuito de picos de reactancia saturable.

El empleo de un material que se sature a una baja densidad en el brazo secundario dará lugar a un impulso estrecho, siendo preciso solamente que ϕ_s sea pequeño frente al valor de cresta de ϕ_1. La forma de la onda de tensión del secundario depende de la curva de magnetización del material, de la carga del circuito secundario y de las capacidades, y no intentaremos su estudio.

Otro circuito de picos utiliza una bobina que se satura cerca de la cresta de la tensión alterna aplicada. La gran corriente de cresta que circula cuando la bobina se satura produce un impulso de tensión en R (Fig. 15-19) y esto determina un impulso en la tensión secundaria E_2 que permite disparar el tiratrón del modo más preciso.

15-11. El ignitrón. El *ignitrón* fue ideado por Slepian en 1933 para obtener un arranque eléctrico más rápido de los tubos de depósito de mercurio. Utiliza un ánodo de grafito, un cátodo tipo depósito y un electrodo iniciador, todos ellos contenidos en una envuelta de acero. En los tubos de pequeños tamaños se practica el vacío y se sellan, pero las grandes unidades normalmente funcionan conectadas de modo continuo a bombas de vacío para eliminar los gases que puedan producirse durante el funcionamiento. La mayor parte de los tubos de distintos tamaños llevan camisas de agua para eliminar el calor producido durante el funcionamiento del tubo. La Fig. 15-20 indica en corte un tipo de ignitrón.

El iniciador está constituido por un semiconductor refractario, normalmente carburo de silicio o carburo de boro, que no es mojado por el mercurio. El iniciador en forma de varilla y terminado en punta se introduce en el depósito de mercurio y el tubo se dispara, haciendo pasar una corriente del iniciador al depósito. La teoría del funcionamiento no es todavía muy conocida, pero se cree que la primera chispa se produce cuando el gradiente de tensión en la delgada capa de gas que rodea a la varilla no mojada excede del valor correspondiente a la descarga disruptiva en el gas. La primera chispa se convierte en un cátodo puntual en unos cuantos microsegundos. El iniciador *inicia* el arco, en contraste con la acción de la rejilla del tiratrón, que *impide* que se forme el arco hasta el momento deseado.

El iniciador permite formar el arco en cualquier punto que se desee del semiciclo positivo de la tensión anódica, con lo que la corriente media anódica puede variarse como en un tiratrón. Hasta la fecha, el ignitrón es adecuado para funcionamiento a baja tensión, mientras que el tiratrón puede funcionar hasta a 15.000 V. Dado que el ignitrón es un tubo de depósito de mercurio, no existen grandes limitaciones en la emisión catódica disponible, como en el tiratrón de cátodo caldeado y,

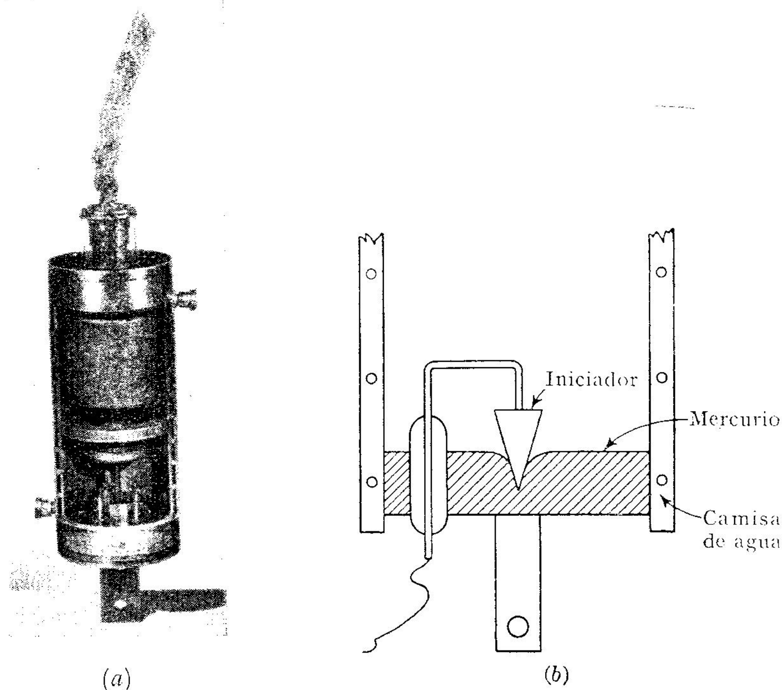


FIG. 15-20. (*a*) Vista en corte del ignitrón tipo 5555. (*Cortesía de General Electric Company.*) (*b*) Sección recta indicando el iniciador.

por tanto, son posibles altos valores de cresta e impulsos de corriente. Debido al cátodo de depósito de mercurio, la caída de tensión en el tubo puede variar entre 15 y 25 V.

En favor del tiratrón está su alta impedancia de entrada, es decir, la del circuito de rejilla, ya que el ignitrón precisa corrientes de 10 a 30 A, entre 50 y 400 voltios, para su disparo. Esto significa que su circuito de entrada es de baja impedancia, pero la potencia media que precisa es también baja, ya que la operación de disparo normalmente dura entre 50 y 150 microsegundos. Para obviar la dificultad que representa esta baja impedancia de entrada, se emplean normalmente tiratrones para disparar el circuito iniciador.

La corriente catódica en los tubos de mercurio circula realmente a partir de un cierto número de cátodos puntuales que actúan en paralelo, circulando por cada uno de 3 a 15 A. Si la corriente total se hace menor que 5 A aproximadamente, el único cátodo puntual remanente puede hacerse inestable, de modo que algunas veces es preciso utilizar una carga artificial o un cátodo auxiliar y una pequeña carga que actúe continuamente para obtener un funcionamiento uniforme.

El calentamiento interior es normalmente el factor límite de los valores máximos de la corriente, y es preciso emplear camisas de agua para mantener la temperatura del tubo en la zona deseada de 10 a 40°C. Deben utilizarse dispositivos de bloqueo que impidan que pueda pasar corriente por los tubos si no circula agua por las camisas. Pueden usarse termostatos que controlen el caudal de agua de refrigeración de acuerdo con la temperatura del agua de salida. Como los tubos de acero de las camisas se encuentran al potencial del cátodo, será preciso normalmente aislarlos de la tubería de suministro de agua conectada a masa. Esto se realiza introduciendo de 10 a 15 pies de manguera de goma en la tubería de agua provista de electrodos interiores de cobre adecuados para evitar la destrucción de la tubería por la electrólisis producida por la corriente de fugas.

La elevación de la temperatura del agua viene fijada por los valores máximos admisibles en el tubo; normalmente del orden de 4 a 9°C. Puede calcularse del modo siguiente:

$$\text{Elevación de temperatura, en } ^{\circ}\text{C} = \frac{0{,}014 \text{ KW de pérdidas}}{\text{Kg de agua/minuto}} = \frac{\text{KW de pérdidas}}{0{,}263 \text{ g/minuto}} \qquad (15\text{-}13)$$

Frecuentemente se conectan varios ignitrones para formar rectificadores de varias unidades con circuitos del tipo de los estudiados en el capítulo 14, utilizándose el control del iniciador para la regulación de la tensión de salida o para interrumpir el circuito. Pueden también utilizarse por parejas como contactores sincrónicos con cargas en corriente alterna, tales como soldadores de resistencia, en que se emplea su posibilidad de encendido y apagado para números enteros de ciclos.

15-12. Circuitos de disparo del ignitrón. En la Fig. 15-21 se indican los valores máximos y mínimos de las tensiones y corrientes del iniciador, por lo que para disparar el ignitrón será preciso aplicar durante varios cientos de microsegundos un impulso que tenga valores instantáneos que correspondan a la zona sombreada. Impulsos de corriente en el iniciador de mayor duración no sólo no son precisos, sino que determinan el sobrecalentamiento del iniciador y su posible deterioro.

No debe utilizarse en el iniciador corriente negativa, ya que una corriente inversa puede determinar la formación de un cátodo puntual en el iniciador, determinando finalmente su sobrecalentamiento y total

deterioro. Puede impedirse la corriente inversa intercalando diodos semiconductores u otros elementos rectificadores en los circuitos del iniciador.

Los circuitos de disparo del ignitrón son de dos tipos: *autoexcitados* desde la fuente de alimentación anódica y *con excitación independiente* desde una fuente exterior, normalmente un impulso de tensión continua sincronizado. La Fig. 15-22 ilustra varios ejemplos, en los que T_1 es el ignitrón. En la Fig. 15-22*a*, el rectificador D_1 sirve para evitar la corriente inversa en el iniciador y la inductancia L limita el valor de cresta del impulso del iniciador. Cuando S se cierra, se conecta el valor total de E_{ca} entre el iniciador y el depósito catódico. El iniciador dispara el tubo, y la tensión entre el iniciador y el depósito disminuye hasta la caída de tensión en el tubo, que es insuficiente para mantener corriente en el iniciador. De este modo se aplica un impulso de disparo hasta que el tubo arranca, y en ese momento el propio tubo corta la corriente en el iniciador. El fusible tiene por objeto evitar una corriente excesiva en caso de que el iniciador esté en cortocircuito con el mercurio del cátodo.

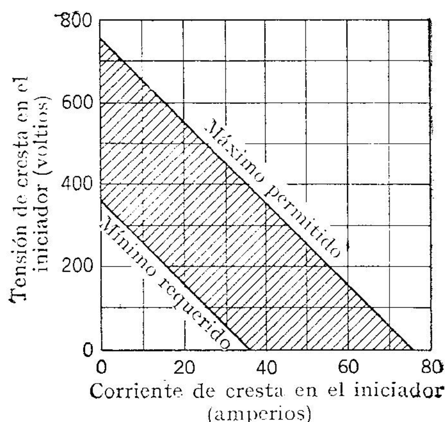


FIG. 15-21. Tensión y corriente máximas y mínimas necesarias para disparar el iniciador de un ignitrón tipo 5555.

El circuito autoexcitado no permite realizar el control del instante de disparo y puede observarse que la corriente del iniciador circula por la carga, lo cual no siempre es deseable.

En la Fig. 15-22*b* el elemento iniciador no queda conectado a su tensión anódica hasta que el tiratrón T_2 es disparado por la señal de control. En este circuito puede controlarse el momento del disparo, además de poseer la característica de autoexcitación y constituye la base de un interruptor sincronizado que puede utilizarse para reemplazar a contactores e interruptores mecánicos, dando un funcionamiento durante medio ciclo.

El circuito de la Fig. 15-22*c* es un ejemplo del tipo de excitación independiente en el que un rectificador separado proporciona una tensión continua anódica para el disparo del tiratrón T_2. Al dispararse T_2, se descarga el condensador C a través del tiratrón y del iniciador T_1, dando un gran impulso de corriente de corta duración. El condensador C se recarga durante el medio ciclo negativo de la tensión anódica del ignitrón. En el condensador C puede almacenarse una gran energía que da una intensa corriente para el disparo del ignitrón juntamente con el control de la sincronización del impulso. El servicio del tiratrón es duro en lo que se refiere a valor de cresta de la corriente, por lo que puede

precisarse un tubo grande y caro, pero se obtiene un control muy seguro del disparo.

En la Fig. 15-22*d* se indica otro circuito de disparo para obtener un mpulso de corriente. El condensador C se carga durante el ciclo a través de la inductancia limitadora L_1. La inductancia L_2 se proyecta de modo que se sature con la corriente normal de cresta. La corriente de

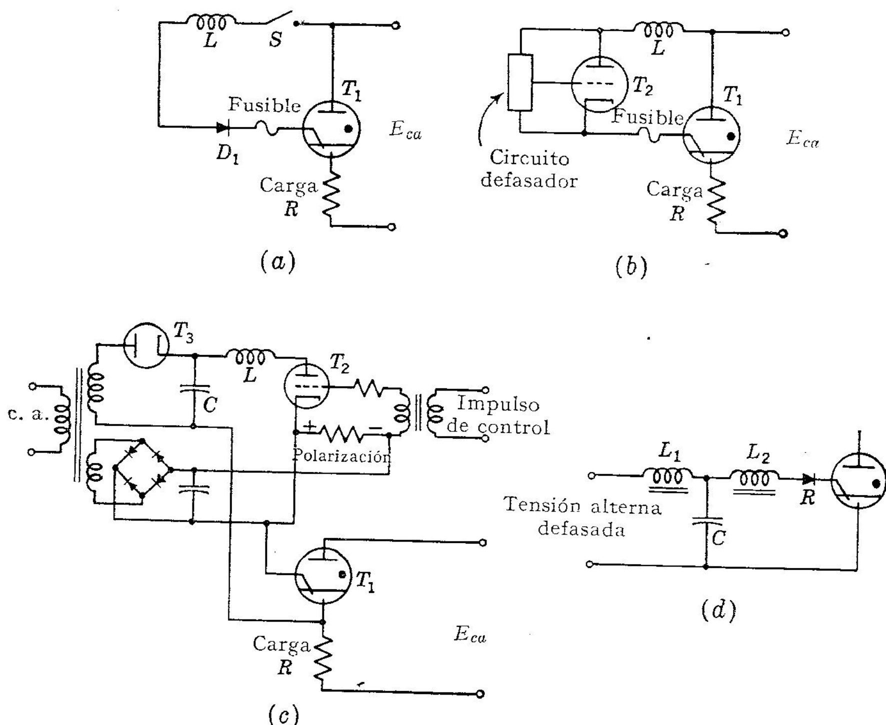


FIG. 15-22. (*a, b*). Circuitos de disparo autoexcitados. (*c*) Circuito de disparo con excitación separada. (*d*) Disparo por reactancia.

magnetización de esta reactancia es grande y crece abruptamente. A medida que la tensión en bornes del condensador C se aproxima a su valor de pico, la reactancia se satura con la corriente del iniciador y esta corriente se eleva bruscamente. El condensador se descarga entonces, a través de la reactancia, del rectificador y del iniciador, con un alto valor de cresta. El rectificador bloquea la corriente inversa en el ciclo negativo. Este método se denomina *disparo por reactancia*.

15-13. Rectificadores controlados por tiratrones o ignitrones. Los tiratrones o ignitrones empleados en los circuitos rectificadores normales, pero con control del instante de disparo, proporcionan fuentes de tensión continua variable. Su funcionamiento con carga resistiva

será similar al de los diodos, excepto en que pueden faltar algunas porciones de las ondas de corriente y pueden diferir algo las condiciones del solape.

En el circuito trifásico de media onda de la Fig. 15-23, por ejemplo, el disparo puede retrasarse según el ángulo θ_1, aunque θ_1 no puede ser

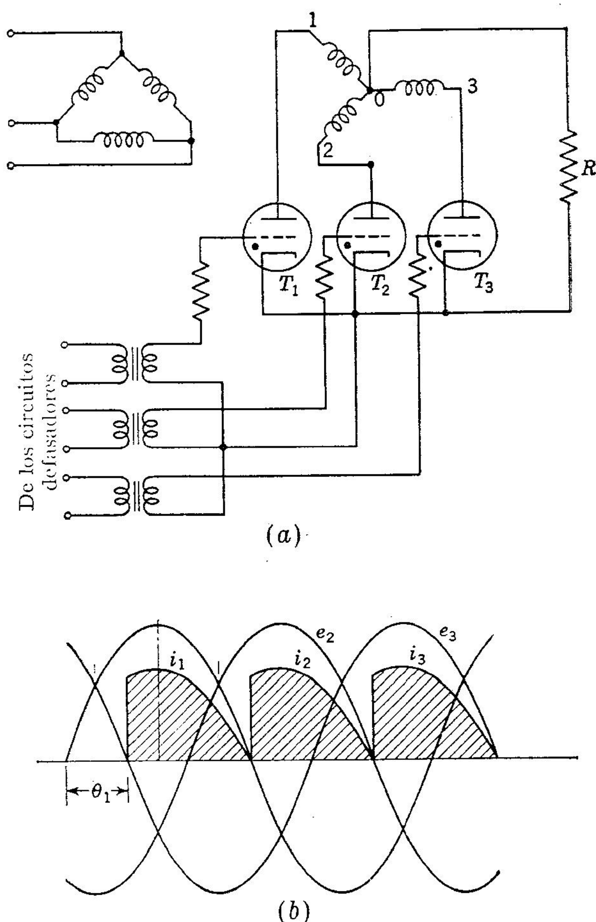


FIG. 15-23. (a) Rectificador trifásico controlado. (b) Impulsos de corriente en la carga de (a).

nunca menor que $\pi/6 = 30^o$, ya que para valores menores, el ánodo del tubo correspondiente no es positivo respecto a su cátodo. Despreciando la reactancia del transformador y con $\pi/6 < \theta_1 < \pi/3$, la corriente circulará de modo continuo, pues la corriente de T_1 continuará circulando más allá del ángulo $\pi/6 = 30^o$ hasta que T_2 se dispare. Con $\theta_1 > 60^o$, la corriente circulará de modo discontinuo para el caso de carga resistiva y el tubo T_1 dejará de conducir para $\pi/3$, como indica la Fig. 15-23*b*.

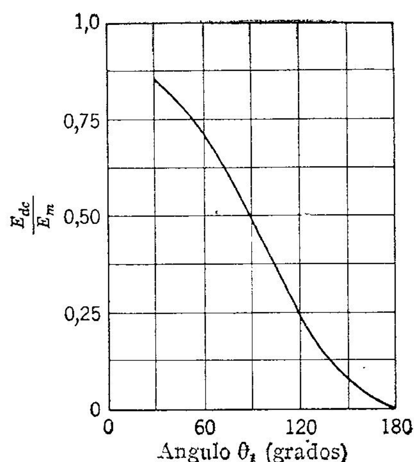
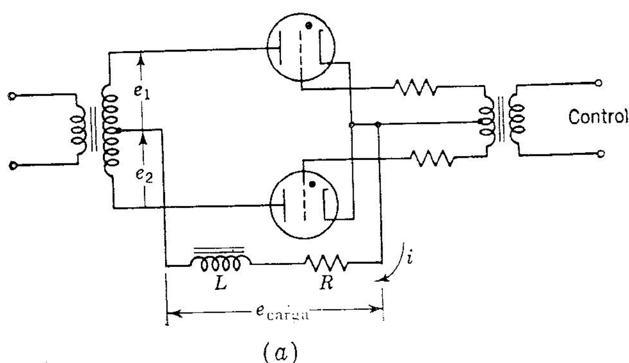


FIG. 15-24. Variación de E_{dc} en el circuito trifásico de media onda con $\theta_1 > 30°$.

Debido a las variaciones del ángulo, es mejor calcular el funcionamiento para cada condición de servicio directamente por los métodos del capítulo 14, utilizando los ángulos particulares de conducción que correspondan. Los resultados de este cálculo, en el caso del rectificador trifásico de media onda con carga resistiva, se dan en la Fig. 15-24.

Con frecuencia, se emplean los rectificadores controlados para suministrar una tensión continua variable a cargas que contienen resistencia e inductancia, como en la Fig. 15-25*a*. Cuando está presente una inductancia, la conducción continuará después del ciclo



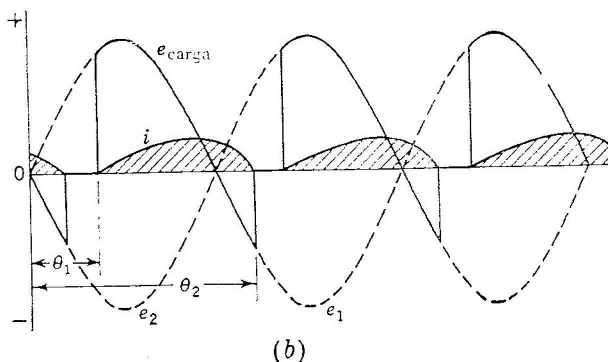


FIG. 15-25. (*a*) Rectificador controlado con carga *RL*. (*b*) Formas de onda de la corriente y de la tensión en la carga, con conducción discontinua.

cero. Si el disparo del tubo siguiente está lo suficientemente retrasado habrá un período de conducción nula y tensión cero en la carga, como indica la Fig. 15-25*b* para los circuitos de onda completa y la Fig. 15-26 para el circuito de media onda. En el caso de un disparo menos retardado o para mayor inductancia, la corriente circulará de modo continuo o el ángulo de disparo θ_1 es igual a, y determina, el ángulo de corte θ_2 del tubo precedente.

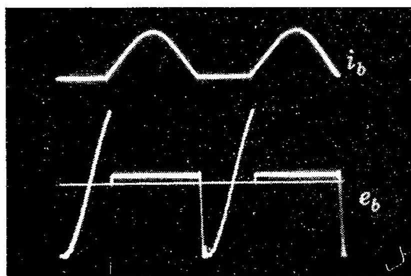


FIG. 15-26. Corriente y tensión en el tubo en un rectificador controlado de media onda con disparo retardado.

Si la caída de tensión en el tubo se considera despreciable, en el circuito de la Fig. 15-25*a*, se tendrá

$$\frac{di}{dt} + \frac{Ri}{L} = \frac{E_m}{L} \operatorname{sen} \omega t \qquad (15\text{-}14)$$

que es similar a la expresión de la Sec. 10-5. Resolviendo esta ecuación diferencial por los métodos clásicos, se encuentra que su solución completa es

$$i_b = A\epsilon^{-R\omega t/\omega L} + \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \operatorname{sen} (\omega t - \phi) \qquad (15\text{-}15)$$

siendo

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega L}{R} \qquad (15\text{-}16)$$

En el caso de corriente discontinua $\theta_1 > \theta_2 - \pi$ y la ecuación anterior es útil solamente en el intervalo $\theta_1 < \omega t < \theta_2$, como se indica en la Fig. 15-25*b*. En estas condiciones $i_b = 0$, para $\omega t = \theta_1$, con lo que

$$A = \frac{-E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \epsilon^{R\theta_1/\omega L} \operatorname{sen} (\theta_1 - \phi)$$

y, por tanto,

$$i_b = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} [\operatorname{sen} (\omega t - \phi) - \epsilon^{-(R/\omega L)(\omega t - \theta_1)} \operatorname{sen} (\theta_1 - \phi)] \qquad (15\text{-}17)$$

que describe la forma de onda de corriente de la Fig. 15-25*b*.

La corriente es de nuevo cero para $\omega t = \theta_2$, con lo que, igualando a cero la Ec. (15-17) y haciendo $\omega t = \theta_2$, obtenemos

$$\epsilon^{R\theta_2/\omega L} \operatorname{sen} (\theta_2 - \phi) = \epsilon^{R\theta_1/\omega L} \operatorname{sen} (\theta_1 - \phi) \qquad (15\text{-}18)$$

Esta es una expresión trascendente que puede resolverse gráficamente en función del parámetro del circuito ϕ y la variable independiente θ_1.

El resultado está dibujado en la Fig. 15-27, que indica que, para un retardo mayor en el ángulo de disparo θ_1, el ángulo de corte se presenta antes en el ciclo. También indica que un rectificador con alta carga inductiva no puede ser disparado después de los 90° del ciclo anódico cuando circulan impulsos discontinuos de corriente.

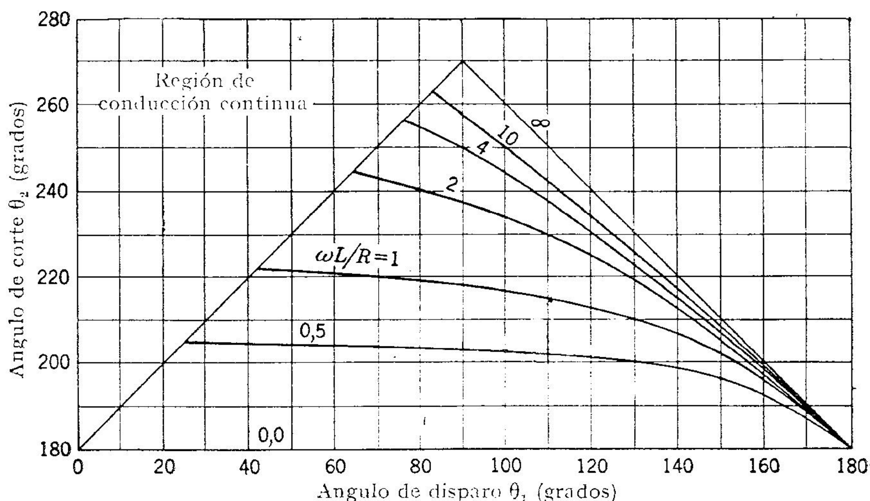


FIG. 15-27. Variación del ángulo de corte θ_2 con el de disparo θ_1 para diferentes valores de $\omega L/R$ en conducción discontinua.

En la zona de ángulos de disparo que dan conducción discontinua o dentro del área triangular de la Fig. 15-27, la corriente continua en la carga RL de un rectificador monofásico controlado de onda completa es

$$I_{dc} = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} [\text{sen}\,(\omega t - \phi) - \epsilon^{-(R/\omega L)(\omega t - \theta_1)}\,\text{sen}\,(\theta_1 - \phi)]\, d\omega t \qquad (15\text{-}19)$$

Utilizando ahora la Ec. (15-18) y ciertas relaciones trigonométricas derivadas de la Ec. (15-16), se obtiene

$$I_{dc} = \frac{E_m}{\pi R}(\cos\,\theta_1 - \cos\,\theta_2) \qquad (15\text{-}20)$$

Como no puede haber tensión media en la inductancia, la tensión en R será

$$E_{dc} = \frac{E_m}{\pi}(\cos\,\theta_1 - \cos\,\theta_2) \qquad (15\text{-}21)$$

en la región de conducción discontinua.

Con ángulos de disparo que dan conducción continua, en el circuito de onda completa, la corriente para θ_1 es igual a la corriente para $\theta_1 + \pi$, y la corriente media será

$$I_{dc} = \frac{2E_m}{\pi R} \cos \theta_1$$

y

$$\frac{E_{dc}}{E_m} = \frac{2}{\pi} \cos \theta_1 \qquad (15\text{-}22)$$

En el punto justo en que la conducción se hace continua, $\theta_2 = \pi + \theta_1$. En este caso, la Ec. (15-21) se reduce a la (15-22), como era de esperar.

Los resultados de las Ecs. (15-21) y (15-22) se indican en la Fig. 15-28, en función de $\omega L/R$ de la carga y del ángulo de disparo θ_1. El funciona-

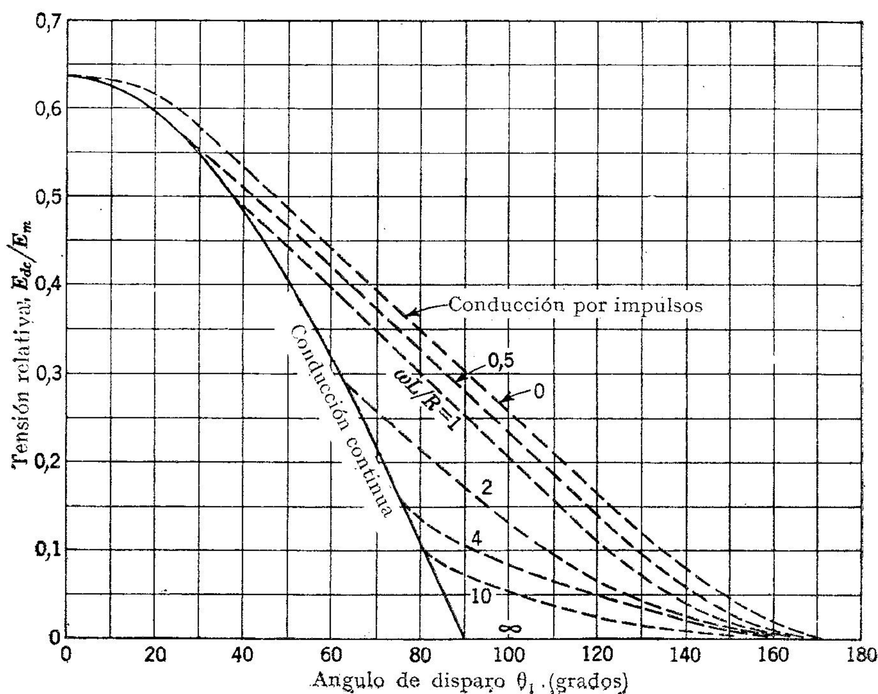
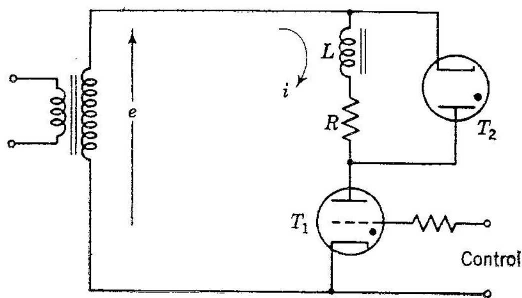


FIG. 15-28. Tensión de salida en función del ángulo de disparo θ_1 y de los valores de $\omega L/R$ para el rectificador de onda completa.

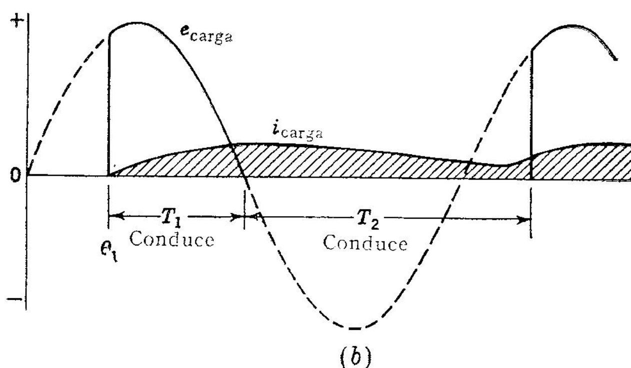
miento del rectificador de tubos de gas (tanto de tiratrones como de ignitrones) es bastante independiente del tipo de carga. Esto tiene gran importancia en los rectificadores controlados que alimentan los circuitos del inductor de motores de corriente continua.

En la Fig. 15-29*a* se indica otro circuito adecuado para alimentar cargas altamente inductivas. Si el tiratrón T_1 se dispara en θ_1, como in-

dica la Fig. 15-29*b*, debería conducir normalmente hasta un ángulo mayor que 180°. Sin embargo, a medida que la corriente en L empieza a disminuir, la tensión en la carga se invierte debido al valor $L\,di/dt$ en la inductancia y esta tensión hace al ánodo de T_2 positivo respecto al cátodo y el diodo conduce. La energía almacenada en la inductancia se disipa ahora haciendo que circule corriente por la bobina y por la carga



(*a*)



(*b*)

FIG. 15-29. Circuito para cargas altamente inductivas.

durante la mayor parte del medio ciclo negativo y, posiblemente, hasta que T_1 se dispare de nuevo. Cuanto antes se dispare en el ciclo T_1, mayor será la energía almacenada, y esto determina una mayor corriente durante el período en que T_1 está cortado.

El circuito precisa solamente un tiratrón caro y, en cambio, consigue una continuidad de la corriente comparable a la del circuito de onda completa. También hace innecesario el empleo de un transformador con toma central y no existe tendencia al paso de la conducción continua a la intermitente. Sin embargo, el circuito precisa el empleo de un tiratrón de mayor tamaño, ya que el tiempo de conducción de T_1 resulta menor y debe suministrar la misma corriente media en un período más corto.

Este circuito se emplea con frecuencia para alimentar las bobinas de continua altamente inductivas de reactancias saturables y de excitaciones de motores.

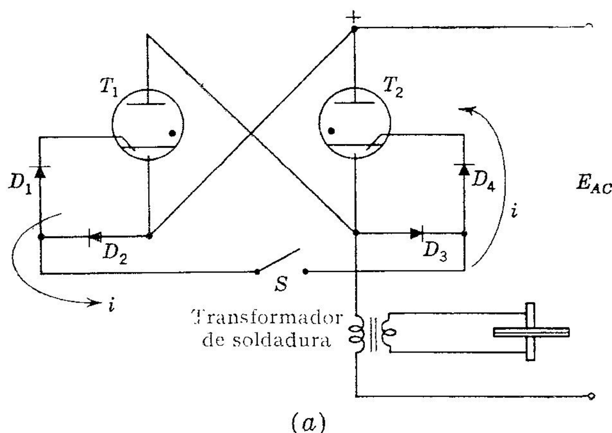
15-14. Control de la corriente alterna. Mediante el uso de dos tubos de gas en conexión paralelo inversa, pueden alimentarse y controlarse cargas que precisan corriente alterna. Los tubos se emplean normalmente como interruptores de alta velocidad no mecánicos que funcionan en sincronismo con la tensión o corriente de alimentación. Es posible controlar el ángulo de disparo, pero esto determina la aparición de fenómenos transitorios en la carga que frecuentemente son indeseables y es más común utilizar la rejilla o el iniciador simplemente para encender y apagar los tubos, con objeto de conseguir conducción total durante medio ciclo en cada uno de los tubos de una pareja.

La Fig. 15-30 ilustra este tipo de conexión para una pareja de ignitrones con autoexcitación, sistema utilizado como contactor sincronizado para encender y apagar una máquina de soldar por resistencia. El funcionamiento del control puede estudiarse considerando el instante justo en que el ánodo de T_2 se hace positivo. La corriente i circula según se indica a través de los diodos D_2 y D_4 hacia el iniciador de T_2. Cuando se inicia la conducción en T_2 la tensión aplicada al ignitrón cae por debajo de la caída de tensión en el tubo y la corriente en el iniciador cesa. Durante este proceso, el diodo D_3 ha impedido que se establezca un cortocircuito en el tubo T_2. En el medio ciclo siguiente la corriente circula a través de D_3 y D_1 hacia el iniciador de T_1 y éste se dispara mientras el diodo D_2 impide que se establezca un cortocircuito en el tubo T_1. Por tanto, la conducción se iniciará al cerrar S y cesará al final del primer semiciclo siguiente a la apertura de S. Si S es accionado por un circuito electrónico que cuente ciclos, pueden aplicarse al primario del transformador de soldadura períodos de conducción de uno o más ciclos completos, obteniendo un control del tiempo y, por tanto, del calor producido en el soldador. Este circuito será discutido con más detalle en la Sec. 15-15.

En el circuito de conexión paralelo inversa los tubos deben soportar la corriente total en la carga. El circuito de la Fig. 15-30*b* emplea una forma de adaptación de impedancias, de modo que puedan utilizarse corrientes considerablemente mayores que las máximas admisibles por los tubos. Esto es posible debido a que los tiratrones frecuentemente tienen corrientes máximas admisibles inferiores a los valores que normalmente circulan por las cargas, pero las tensiones máximas admisibles son, por lo general, considerablemente mayores que las tensiones en las cargas. El transformador serie, de este modo, adapta los tiratrones de relativamente alta impedancia a la carga de impedancia algo menor.

El primario del transformador serie debe soportar la corriente total de la línea y la relación de transformación debe ser tal, que el transformador sea elevador y que, con una corriente normal en la carga, cir-

cule por el secundario la corriente máxima admisible por los tiratrones. Cuando éstos no conducen, el transformador serie presenta una alta impedancia y por el primario circula solamente la corriente magneti-



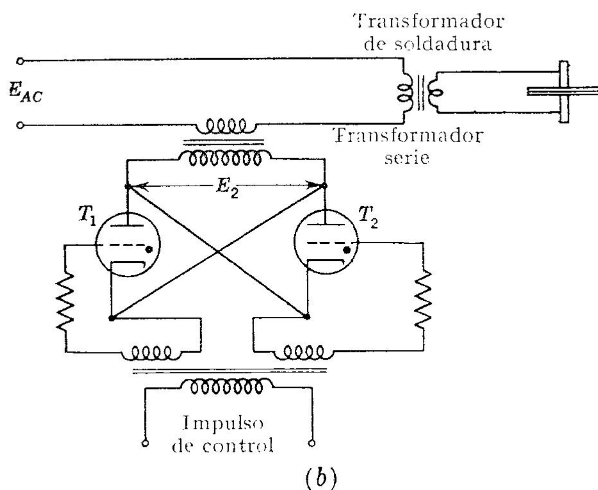


FIG. 15-30. (*a*) Conexión paralelo inversa. (*b*) Transformador serie para control de la corriente alterna.

zante, apareciendo una pequeña tensión en el transformador de soldadura. Cuando los tiratrones se disparan ponen realmente en cortocircuito al transformador, y esto hace que prácticamente se aplique a la carga toda la tensión de la línea. La relación entre la corriente en la carga y la corriente en los tubos es igual a la relación de transformación N_2/N_1 del transformador.

Ejemplo. Un par de tiratrones con una corriente máxima admisible individual de 15 A y 15.000 V de tensión inversa de cresta deben controlar un soldador de 450 V y 150 KVA. Calcúlense las características del transformador serie y las cargas de los tubos.

La corriente en la línea del soldador es

$$I_{ef} = \frac{150.000}{450} = 334 \text{ A}$$

Dado que la corriente continua en el tubo y la corriente de cresta en el mismo I_m están relacionadas por la expresión

$$I_{dc} = \frac{I_m}{\pi}$$

para que los tubos funcionen a la corriente máxima admisible de $I_{dc} = 15$ A por tubo, se precisará que la corriente de cresta por tubo sea

$$I_m = 15\pi = 47{,}2 \text{ A}$$

suponiendo conducción completa de cada tubo durante medio ciclo. La corriente eficaz en el secundario será, pues,

$$I_2 = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{47{,}2}{\sqrt{2}} = 33{,}4 \text{ A}$$

La relación de transformación será

$$\frac{1}{a} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{334}{33{,}4} = 10$$

La tensión alterna en el secundario será $450 \times 10 = 4.500$ V. La tensión inversa de cresta en cada tubo cuando no conduce será $\sqrt{2} \times 4.500 = 6.200$ V de cresta, que está por debajo del valor máximo admisible. Finalmente, el transformador debe construirse para 450/4.500 V, 150 KVA. Por cada tubo circulará una corriente media de 15 A.

15-15. Valores máximos admisibles en el ignitrón. Los ignitrones se emplean fundamentalmente en dos tipos de servicios industriales o como rectificadores controlados o en funcionamiento intermitente, por ejemplo, como contactores de máquinas de soldar en conexión paralelo inversa.

Los valores máximos admisibles en los ignitrones en servicio como rectificadores controlados son esencialmente de la misma clase que los correspondientes a los diodos de gas, con la adición de los relativos al iniciador. El iniciador, para realizar el disparo, precisa una gran corriente a baja tensión o una pequeña corriente a alta tensión, como indica la Fig. 15-21. Existen también valores máximos admisibles para la *tensión máxima instantánea en el iniciador*, tanto positiva como negativa, para la *corriente máxima instantánea en el iniciador* y para la *corriente media máxima en el iniciador*, todos ellos como límite superior de funcionamiento.

En el servicio de control de la tensión alterna de máquinas de soldar, los tubos se comportan como interruptores de alta velocidad, según se ha indicado en la Sec. 15-14. En soldadura por resistencia o por pun-

tos, los electrodos del transformador de soldadura hacen pasar elevadas corrientes a través de las chapas metálicas a unir, produciendo rápidamente calor en la unión y realizando la soldadura. La máquina se enciende y apaga para producir los sucesivos puntos de soldadura en las piezas, solapándolos, como en la soldadura en cordón, o espaciándolos según se precise. Un funcionamiento duro e intermitente de este tipo conduce a averías en los contactores mecánicos normales y no es posible una medida exacta del tiempo de operación y del calor producido en la soldadura, para tiempos cortos de unos cuantos ciclos. Los ignitrones, sin partes móviles y con la posibilidad de encenderse y apagarse a números enteros de semiciclos, se adaptan admirablemente al servicio de reemplazar a los contactores mecánicos.

Para un servicio intermitente de los tubos de este tipo deben modificarse los valores máximos admisibles para asegurar una utilización económica de los tubos. Pueden introducirse tolerancias basadas en la posible refrigeración de los tubos durante los períodos de apagado y mayor circulación de corriente durante los cortos períodos de funcionamiento.

Se supone que los tubos conducen durante medios ciclos completos y que, por tanto, la salida de los dos tubos en conexión paralelo inversa es una corriente alterna normal. La *demanda de corriente eficaz* es el valor eficaz de la corriente que circula por cada par de tubos.

El producto de la tensión de alimentación por la demanda de corriente da la *demanda de KVA* que tiene un valor máximo establecido por el de la carga o soldador controlado.

La mayor corriente continua admisible por tubo *en funcionamiento continuo* se denomina *corriente media máxima*, $I_{dc,\,máx}$ y viene dada por los valores máximos admisibles del tubo. La corriente continua real en un funcionamiento como contactor de encendido y apagado puede aumentarse por encima de $I_{dc,\,máx}$ si se utilizan adecuados períodos de enfriamiento. El valor fijado para $I_{dc,\,máx}$ está determinado por la capacidad del tubo para disipar sus pérdidas en el agua de refrigeración y no por la emisión catódica posible, ya que con un cátodo de depósito la emisión puede ser muy grande.

Las pérdidas en tubos de gas son una función lineal de la corriente media y si estas pérdidas son promediadas en un período denominado *tiempo máximo de promedio*, la corriente durante la conducción puede exceder grandemente del valor $I_{dc,\,máx}$ para conducción continua. Es decir, la corriente media máxima $I_{dc,\,máx}$ puede ser excedida como valor de corriente continua, pero no puede ser excedida como valor medio sobre el período establecido. Si un tubo dado tiene un tiempo de promedio de 6 seg ó 360 ciclos y una $I_{dc,\,máx} = 50$ A, pueden circular por el tubo 50 A de modo continuo ó 100 A durante 180 de los 360 ciclos, ó 200 A durante 90 de los 360 ciclos, y, así, sucesivamente.

Este sistema de establecer los valores admisibles reconoce que con un cátodo de depósito la razón de la corriente de cresta a la media puede ser muy alta y que un tubo tiene una cierta capacidad de almacenamiento térmico. En rigor, debería establecerse la cantidad de calor almacenable en vatios por segundo, pero dado que se supone constante

la caída de tensión en el tubo, el calor perdido es proporcional a la corriente media y, por esto, la capacidad térmica se expresa en amperios-segundo. Para un tubo dado, la capacidad térmica puede expresarse por $I_{dc,\,máx}T_a$, siendo T_a el tiempo de promedio en segundos. El factor de almacenamiento de calor es función de la tensión de funcionamiento, ya que la severidad de éste queda afectada por la tensión.

El *por ciento de servicio* es la relación del tiempo de conducción al tiempo máximo de promedio de cada caso concreto. Puede calcularse a partir de la demanda de KVA, empezando con

$$I_{ef} = \frac{\text{demanda de voltamperios}}{E_{ca}} \tag{15-23}$$

En funcionamiento de media onda por tubo en el circuito de conexión paralelo inversa

$$I_m = \sqrt{2}\, I_{ef}$$

Si I_{dc} es la corriente media por tubo que circula durante un intervalo de conducción dado de duración T_c,

$$I_{dc} = \frac{I_m}{\pi} = \frac{\sqrt{2}\, I_{ef}}{\pi} \tag{15-24}$$

Si T_c es el tiempo real de conducción durante un intervalo de promedio dado, las pérdidas reales en amperios-segundo pueden igualar pero no superar la capacidad máxima admisible en amperios-segundo, es decir,

$$I_{dc,\,máx}T_a = I_{dc}T_c = \frac{\sqrt{2}\, I_{ef}T_c}{\pi} \tag{15-25}$$

o bien

$$T_c = \frac{\pi I_{dc,\,máx}T_a}{\sqrt{2}\, I_{ef}} \tag{15-26}$$

y el por ciento de servicio de los tubos será

$$\text{Por ciento de servicio} = \frac{T_c}{T_a} \times 100\ \% = \frac{\pi I_{dc,\,máx}}{\sqrt{2}\, I_{ef}} \times 100\ \% \tag{15-27}$$

Esto fija el porcentaje admisible de tiempo de conducción durante un tiempo de promedio dado para evitar el sobrecalentamiento del tubo. El por ciento de servicio se mide frecuentemente como ciclos de conducción durante un tiempo de promedio de cierto número de ciclos. En el caso de que el tiempo de promedio sea más corto que una determinada operación de soldadura, el por ciento de servicio se da siempre para las peores condiciones de carga.

Para cubrir todos los tipos de máquinas de soldar mediante un cierto número de tubos, la industria ha establecido cartas de valores admisibles, seleccionando tipos de tubos normalizados. Estas cartas establecen

cuatro tipos de demandas en KVA, que están servidas por cuatro tipos de tubos denominados A, B, C y D. Estos tubos han sido proyectados para servicio con valores nominales de 250 y 500 V, y tienen los valores máximos admisibles que se dan en la Tab. 31.

TABLA 31. VALORES ADMISIBLES PARA LOS IGNITRONES PARA SU FUNCIONAMIENTO EN MÁQUINAS DE SOLDAR

Tipo	$I_{dc\,máx}$ A	I_{ef} nominal por pareja	Tiempo máximo de promedio segundos	I_{ef} máximo por pareja
		A 250 V		
A	22,4	50	22	1.200
B	56	125	18	2.400
C	130	300	14	4.800
D	355	800	11	9.600
		A 500 V		
A	22,4	50	11	600
B	56	125	9	1.200
C	130	300	7	2.400
D	355	800	5,5	4.800

Puede observarse que los valores máximos admisibles de la corriente eficaz crecen según el factor 2,5 por tipo, mientras que los valores máximos de I_{ef} crecen según el factor 2.

En la industria se han normalizado algunas otras características de los valores admisibles y de su aplicación, estando entre éstas la curva del por ciento de servicio. La Ec. (15-27) representa una relación hiperbólica entre el por ciento de servicio y la demanda de I_{ef} en la línea de alterna, tomando a $I_{dc,\,máx}$ y a $I_{ef,\,máx}$ como constantes fijadas. Esta relación puede representarse como indica la Fig. 15-31*a* para un tubo

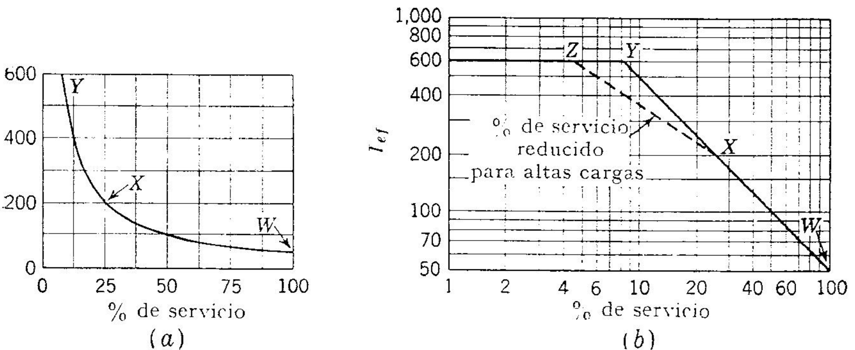


FIG. 15-31. Métodos de representar las curvas del por ciento de servicio para un ignitrón tipo A.

tipo A. Sin embargo, se obtiene una curva característica del funcionamiento del tubo más práctica si se representa sobre un papel doble logarítmico, con objeto de que la curva se convierta en una línea recta, como indica la Fig. 15-31*b*.

La experiencia ha demostrado que el por ciento de servicio debe reducirse con altos valores de la corriente eficaz, para disponer de mayor tiempo de enfriamiento y obtener una mayor vida del tubo, y esto se ha hecho según una definición arbitraria. La reducción empieza en el valor del 33 por 100 de los amperios máximos eficaces en X de la Fig. 15-31*b* y llega al punto Z, según una pendiente distinta, en cuyo punto el por ciento de servicio se reduce al 54 por 100 del valor que tendría en Y. Esta reducción está representada por la línea de trazos de la Fig. 15-31*b*.

En la Fig. 15-32 se traza la familia de este tipo de curvas que corresponde a los cuatro tipos de ignitrones, tanto para 250 como para 500 V. El por ciento de servicio, determinado mediante estas curvas, multiplicado por el tiempo de promedio en ciclos da el mayor número de ciclos de conducción admisible a los valores admisibles correspondientes a la demanda de corriente dada. Pueden repetirse períodos de conducción de la misma duración a intervalos iguales de tiempo de promedio.

Ejemplo. Un determinado trabajo de soldadura por puntos exige seis puntos, cada uno de 6 ciclos de duración, repetidos a intervalos de 30 ciclos. La demanda de corriente es de 950 A eficaces a 500 V. Determínese el tipo de ignitrón que se precisa, si es necesario un período de 7 segundos para ajustar la pieza siguiente.

El tiempo real de soldadura es de $6 \times 6 = 36$ ciclos. El tiempo en que no existe conducción durante el período de soldadura es de $5 \times 30 = 150$ ciclos; por tanto, el tiempo total de la operación es de 186 ciclos, al que hay que añadir el tiempo muerto de $7 \times 60 = 420$ ciclos, dando un tiempo total de 606 ciclos = 10,1 segundos.

El por ciento de servicio, si se emplean tubos tipo B con un tiempo de promedio de 9 segundos, es

$$\text{Por ciento de servicio} = 36/540 \times 100\ \% = 6{,}7\ \%$$

En la Fig. 15-32*b* se obtiene que los tubos tipo B pueden soportar 1.060 A para un por ciento de servicio del 6,7 y, por tanto, son adecuados para este servicio. Pueden considerarse también los tubos tipo C, a los que corresponde un tiempo de promedio de 7 segundos, ya que este tiempo excede del real de funcionamiento de 186 ciclos y es menor que el tiempo total. Para este tipo de tubos, se tiene

$$\text{Por ciento de servicio} = 36/420 \times 100\ \% = 8{,}6\ \%$$

Los tubos tipo C pueden soportar 2.000 A eficaces a este factor de servicio y deben considerarse demasiado grandes para este trabajo.

15-16. Conmutación mediante triodos de gas alimentados con tensión anódica continua. Los tiratrones pueden funcionar con tensión anódica continua y utilizarse como conmutadores, si se proyectan circuitos que produzcan tensiones transitorias capaces de hacer al ánodo negativo respecto del cátodo durante un tiempo lo suficientemente grande para que pueda producirse la desionización. El circuito de la Fig. 15-33*a* es un ejemplo de este tipo de circuitos.

Supongamos que el tiratrón se ha disparado por un impulso positivo aplicado a su rejilla, reduciéndose la tensión de ánodo, o punto A, hasta

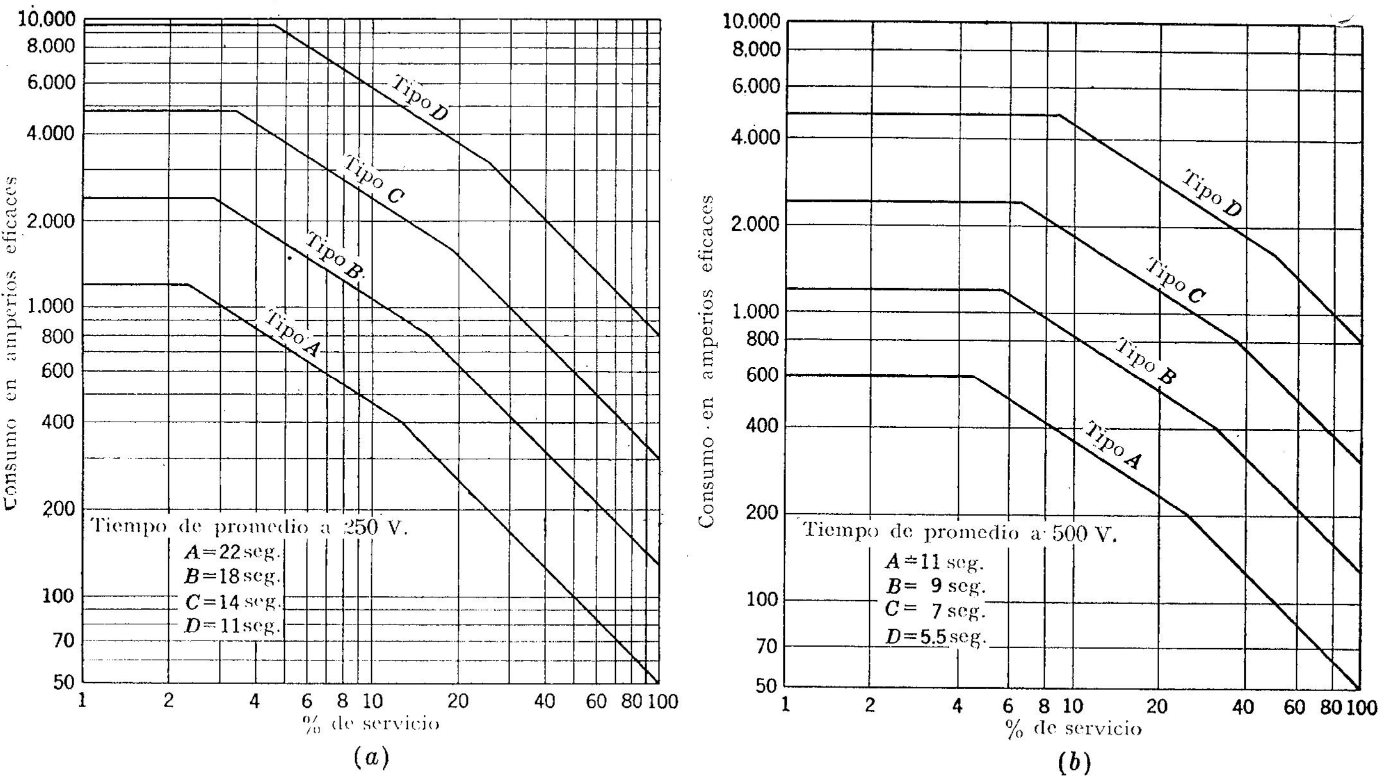
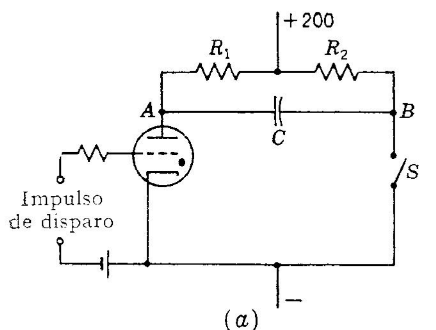


FIG. 15-32. (*a*) Por ciento de servicio para dos tubos en conexión paralelo inversa a 250 V eficaces. (*b*) Por ciento de servicio para los dos tubos a 500 V eficaces.

el valor correspondiente a la caída de tensión en el tubo, aproximadamente unos 15 V. Por la resistencia R_2 no circulará corriente y el potencial de B será el de la fuente de alimentación, es decir, 200 V y, por tanto, la diferencia de potencial entre B y A será de 185 V y ésta será, por tanto, la tensión en bornes del condensador.

Si se cierra el interruptor S, el punto B queda conectado al cátodo. Como C no puede descargarse instantáneamente, el punto A continuará estando a -185 V respecto a B, lo cual significa que A estará a -185 V



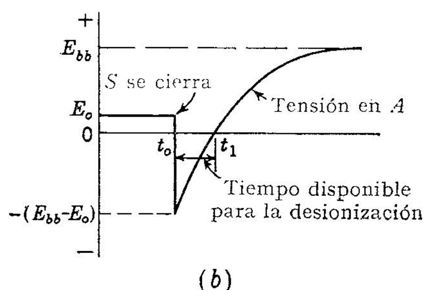
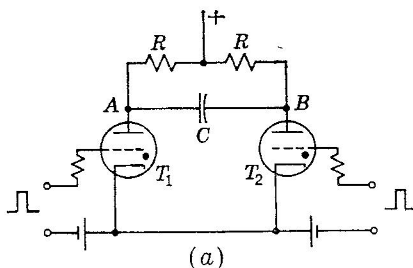


FIG. 15-33. (a) Circuito para conmutar un tiratrón con tensión anódica continua. (b) Potencial anódico en A.



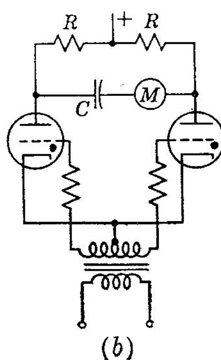


FIG. 15-34. (a) Conmutación de un tubo con tensión anódica continua. (b) Medidor de frecuencia.

respecto al cátodo, como indica la Fig. 15-33b. El condensador C empezará ahora a descargarse y la diferencia de tensión entre sus bornes tenderá a cero. Durante el intervalo de cierre de S desde el instante t_o al t_1 en que A llega a la tensión cero, el gas del tiratrón se desionizará y la rejilla recuperará el control del tubo. La tensión de ánodo puede elevarse hasta E_{bb}, pero no se producirá de nuevo el arco hasta que se reciba un nuevo impulso en la rejilla. El intervalo $t_1 - t_o$ depende de la constante de tiempo $(R_1 + R_2)C$ y debe ser mayor que el tiempo de desionización del tubo.

El interruptor mecánico S puede no resultar conveniente y puede reemplazarse por otro tiratrón, como indica la Fig. 15-34a. La única diferencia en funcionamiento entre los circuitos de las Figs, 15-33 y 15-34

es que, cuando se dispara T_2 mientras está conduciendo T_1, B queda a unos 15 V respecto al cátodo, en vez de a cero, pero éste es un detalle sin importancia en el funcionamiento del circuito.

Si las rejillas se excitan mediante una tensión alterna, como en la Fig. 15-34*b*, cada semiciclo producirá la conmutación de los tubos, el condensador C experimentará cada vez una inversión de su carga y, en cada ciclo, pasará una cierta carga a través del condensador. Esta carga pasa solamente durante la porción transitoria de la onda de tensión anódica de la Fig. 15-33*b*, y el tiempo de este fenómeno transitorio puede hacerse menor que el semiciclo aplicado de menor duración, de modo que el fenómeno transitorio se complete siempre. Si éste es el caso, puede colocarse en serie con C un miliamperímetro rectificador de onda completa y su lectura será proporcional a la frecuencia aplicada a las rejillas del tubo e independiente de la tensión aplicada a la rejilla. Este circuito es un sencillo medidor de frecuencia.

15-17. Circuitos contadores de triodo de gas. En la Fig. 15-34, después de que T_2 haya sido disparado, puede ser cortado mediante el disparo de T_1, debido a la simetría del circuito. Dado que se precisa un impulso positivo para disparar cada tubo, las rejillas pueden conectarse en paralelo, como indica la Fig. 15-35. Solamente el tubo que está cortado en cada instante podrá ser disparado por un impulso positivo, ya que, como el otro tubo está conduciendo, el impulso aplicado a su rejilla no producirá ningún efecto. De este modo, una sucesión de impulsos positivos aplicados a las rejillas harán que la conducción pase de T_1 a T_2, y de nuevo a T_1. El tubo T_2 se disparará a cada segundo impulso aplicado, por lo que el circuito será un *contador de escala* 2.

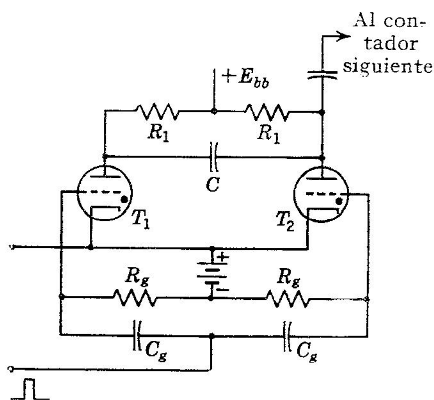


FIG. 15-35. Circuito contador de escala 2.

Puede obtenerse un impulso positivo en el ánodo de T_2 cada vez que este tubo se corta y este impulso puede aplicarse a un segundo circuito para obtener un contador de escala 4 y, así, sucesivamente. Un límite básico en este tipo de funcionamiento es el tiempo de desionización de los tiratrones, por lo que estos circuitos sólo pueden funcionar con frecuencias del orden de las audiofrecuencias. Los tubos de vacío pueden funcionar con frecuencias más altas.

15-18. Inversores. Se denominan *inversores* los circuitos que transforman la corriente continua en corriente alterna. A bajas frecuencias, los tubos de gas se prestan especialmente a este tipo de funcionamiento,

debido a su alto rendimiento en potencia. El circuito de la Fig. 15-34 funciona con corriente continua y proporciona corrientes alternas, pudiendo modificarse con la inserción de un transformador de salida, como indica la Fig. 15-36.

Si T_1 pasa a conducir por la acción de una onda positiva aplicada a su rejilla, el condensador C_1 se carga y circula corriente a través de L y de

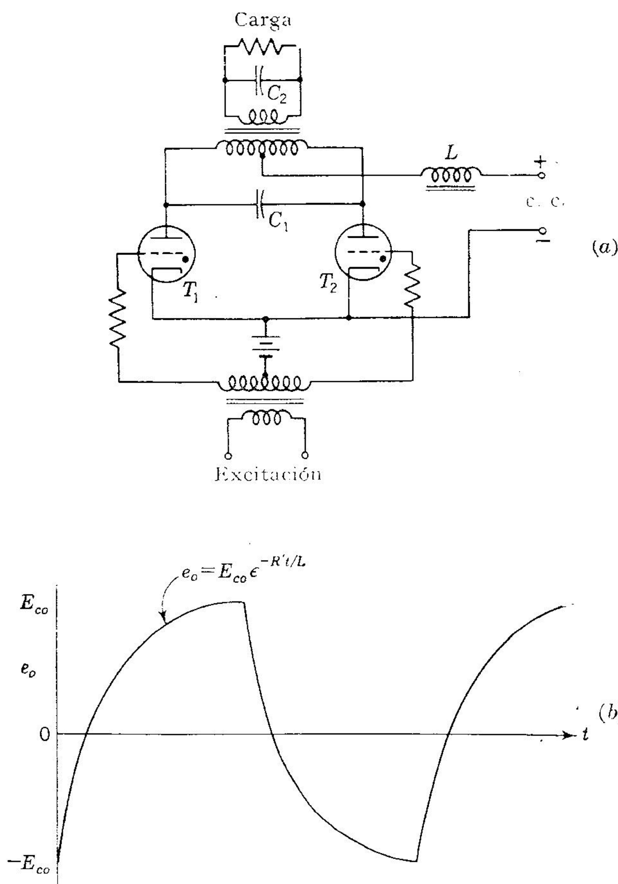


FIG. 15-36. Inversor paralelo con excitación independiente.

medio devanado del transformador hasta T_1. En el semiciclo siguiente se dispara T_2, la carga de C_1 hace instantáneamente negativo el ánodo de T_1 y éste se desioniza, con lo que su rejilla recupera el control del tubo. La corriente circula ahora por la otra mitad del transformador hacia T_2. Este ciclo de funcionamiento se repite para cada ciclo de la tensión de rejilla, con lo que cada tubo corta al otro. Las corrientes transitorias que circulan por el transformador inducen una tensión alterna

en el secundario, y el condensador C_2 contribuye a que su forma sea sinusoidal.

Si se supone que el transformador es ideal, C_1 se cargará a través de la carga reflejada R' y la inductancia L entre los límites E_{co} y $-E_{co}$, que son los valores extremos de la tensión en el condensador. Si la resistencia R' es pequeña (carga grande), C_1 resultará prácticamente eliminado del circuito, como puede verse en la Fig. 15-37, y la constante de tiempo RL será el factor determinante, resultando e_o de la forma

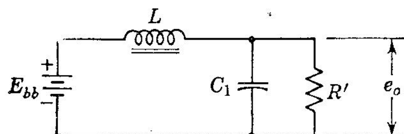


FIG. 15-37. Circuito equivalente de un inversor.

$$e_o = E_{co}\epsilon^{-R't/L} \quad (15\text{-}28)$$

Al dispararse sucesivamente los tiratrones, la tensión de salida aparecerá como una sucesión de transitorios repetidos, tal como indica la Fig. 15-36*b*.

Para valores grandes de R' (cargas pequeñas), éste puede despreciarse frente a C_1, y el circuito se convierte en resonante serie con $\omega_r = 1/\sqrt{LC_1}$. Para cargas pequeñas, la salida será, pues, casi sinusoidal.

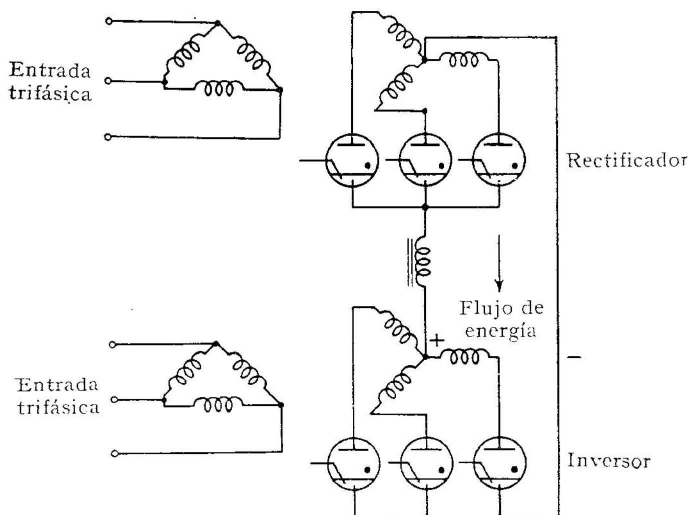


FIG. 15-38. Rectificador e inversor trifásicos.

Sin embargo, deben ajustarse cuidadosamente, tanto la frecuencia de excitación como ω_r. Si la carga en el circuito de alterna es reactiva, sus elementos reflejados pueden considerarse como parte de L y C_1. La forma de onda en la carga será, pues, casi sinusoidal para cargas pequeñas y se apartará de esta forma para cargas grandes.

Puede verse que, si un tubo no se dispara o no se corta, el circuito se

convierte en un cortocircuito para la entrada de continua. Para evitar esto se emplean circuitos más complejos.

Combinando un rectificador y un inversor, es posible obtener un cambiador de frecuencia. Este tipo de circuitos se han empleado en algunas acererías en que se precisa energía alterna a 25 ciclos. En la Fig. 15-38 se indica un circuito simplificado. La excitación de rejilla para el inversor se obtiene del sistema receptor que se supone contiene otras fuentes de alimentación. Si el enlace de continua se alarga, puede emplearse el circuito para transmisión de energía continua.

15-19. Inversor de transistores. Frecuentemente es preciso convertir una corriente continua procedente de una fuente de baja tensión, por ejemplo, baterías de acumuladores, en una corriente continua adecuada para alimentar los filtros de alta tensión de aparatos electrónicos. Esto se ha realizado en el pasado mediante vibradores electromagnéticos, cortando la entrada de continua y rectificando la salida de alterna, pero las averías de los contactos determinan que la vida de estos sistemas sea muy corta. En cambio, actualmente se ha encontrado útil un inversor u oscilador con realimentación que emplea transistores de potencia y adecuada refrigeración, del que la Fig. 15-39 presenta una versión.

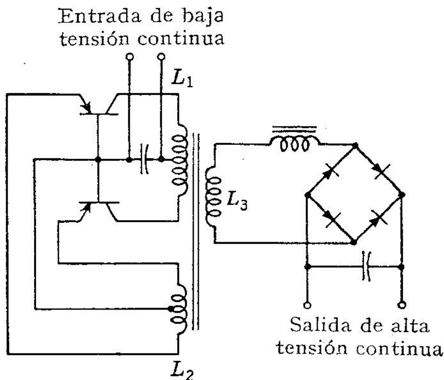


FIG. 15-39. Inversor con transistores.

Los devanados L_1 y L_2 y los transistores están conectados como en un oscilador con realimentación en contrafase de base común, utilizando el devanado L_2 para la realimentación. La salida de alterna se obtiene en L_3 al nivel de tensión deseado y es rectificada mediante un puente de diodos de germanio. La frecuencia de funcionamiento viene determinada por la inductancia y los efectos de saturación del transformador, y es normalmente del orden de 60 a 100 ciclos. Los transistores funcionan con un rendimiento del ciclo del 50 por 100, estando cortados la mitad del tiempo y, con buenas condiciones de refrigeración, pueden dar potencias de salida de varios cientos de vatios con rendimientos totales del orden del 80 por 100.

PROBLEMAS

15-1. La curva característica crítica de rejilla de un tiratrón de vapor de mercurio está dada por

e_b, en V...........	10	20	40	80	140	240
e_c, en V...........	0	—1	—2	—3	—4	—5

Dibújese el lugar de control de rejilla para una tensión alterna anódica de 120 V eficaces. ¿A qué ángulo del ciclo anódico se disparará el tubo, para cada una de las siguientes tensiones de rejilla: (*a*) — 2 V, (*b*) — 4,5 V, (*c*) una tensión alterna, de 24 V de amplitud, retrasada 45º respecto a la tensión anódica, y (*d*) la misma tensión, pero retrasada 150º?

15-2. Un rectificador de un tiratrón controlado de media onda tiene los valores máximos admisibles de 2,5 A de valor de cresta y 0,6 A de valor medio. Determínese, para una tensión alterna aplicada de 240 V eficaces, el nuevo valor de la resistencia de carga que puede utilizarse sin exceder de los valores máximos admisibles para una variación del ángulo de disparo de 0 a 90º.

15-3. El tiratrón del Prob. 15-2 se controla mediante un puente RC de desviación de fase, con $C = 5$ μF, ¿Qué intervalo de variación precisará R? Si el circuito fuese del tipo RL, ¿qué valor de L se precisaría para la misma R? La frecuencia de alimentación es de 60 ciclos.

15-4. El tiratrón tipo FG-105 tiene los valores máximos admisibles de 40 A de valor de cresta y 6,4 A de valor medio. ¿Cuál es el mayor retardo posible en el ángulo de disparo que puede usarse si la corriente media máxima admisible circula por una carga resistiva?

15-5. El circuito de la Fig. 15-40 sirve para desviar 90º la fase de E_s. La razón N_2/N_1 es igual a 3 y el transformador T_1 es ideal. Pueden utilizarse las curvas carac-

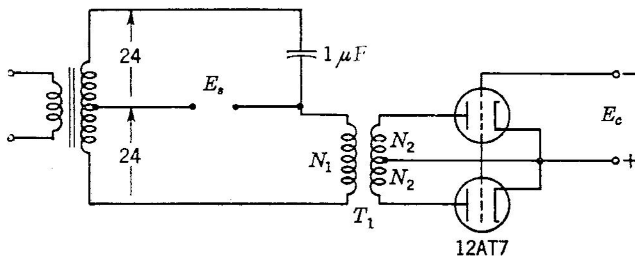


FIG. 15-40.

terísticas del tubo 12AT7 para determinar sus resistencias. Dibújese la curva de E_c en función del defase de E_s, siendo la frecuencia de alimentación de 60 ciclos y explíquese el método seguido en la determinación de las resistencias del triodo de vacío.

15-6. Se supone que la tensión crítica de rejilla de un tiratrón es nula para todas las tensiones de ánodo. La tensión de rejilla es una tensión alterna de 24 V de cresta, defasada 90º en retardo y una polarización continua variable desde — 24 a + 24 V. Calcúlense los ángulos de disparo en función de la polarización continua y dibújese la curva de la corriente anódica máxima en función de la polarización de rejilla.

15-7. Un ignitrón alimentado con una tensión anódica de 120 V eficaces a 60 ciclos, aplicada a través de una carga de 100 ohmios, es disparado a los 50º del ciclo anódico. Suponiendo que la caída de tensión en el tubo es de 20 V, calcúlese (*a*) la corriente anódica media, (*b*) la potencia de entrada, (*c*) las pérdidas en el tubo en vatios, y (*d*) la lectura de un amperímetro de alterna situado en serie con la carga.

15-8. Un rectificador monofásico de onda completa utiliza un ignitrón con una caída de tensión en el tubo de 15 V, para cargar una batería de acumuladores de 240 V y 1 ohmio de resistencia. Si el transformador suministra 300 V eficaces a cada lado de su toma media, dibújese la curva de la intensidad de carga en función del ángulo de disparo.

15-9. Un rectificador de seis fases y media onda de 50 KW a 600 V funciona al 80 % de carga durante 8 horas al día y a una media del 10 % de carga durante 16 horas al día. Seis tiratrones adecuados tienen filamentos que precisan 5 V y

20 A cada uno y caídas de tensión de 12 V por tubo. Seis ignitrones tienen caídas de tensión en el tubo de 22 V con pérdidas despreciables en el iniciador. Si la energía eléctrica cuesta 2 centavos el KW-h, ¿qué tipo de tubo dará el funcionamiento más económico? ¿A cuánto asciende la diferencia anual entre los costos?

15-10. Un circuito de media onda con tiratrón alimenta un solenoide de 10 ohmios y 0,15 henrios a partir de una fuente de 60 ciclos. La tensión de la fuente es de 115 V eficaces. Calcúlense las corrientes media y de cresta para un ángulo de disparo de 50°.

15-11. Partiendo de la Ec. (15-19), dedúzcase la (15-22) para la tensión continua de un circuito de onda completa.

15-12. Un transformador de soldadura que consume 50 KVA se controla mediante el transformador serie del circuito de la Fig. 15-30*b*, siendo la tensión de alimentación de 240 V a 60 ciclos. Si la tensión en el primario del transformador serie es de 220 V con el secundario abierto, y si los tubos de que se dispone tienen una tensión inversa de cresta de 15.000 V, calcúlese: (*a*) la corriente media por tubo, (*b*) los valores correspondientes a la tensión y a los KVA del transformador.

15-13. El ignitrón GL-5553 es un tubo tipo C. Determinar el por ciento de servicio cuando alimenta un soldador de 750 KVA en el circuito paralelo inverso y la corriente media del tubo durante el período de soldadura a 500 V.

15-14. Una máquina de soldar por puntos consume 250 KVA a 500 V. Se van a realizar soldaduras con cuatro períodos de servicio de 10 ciclos, separados por períodos intermedios de 20 ciclos, y un período de descanso de 140 ciclos que corresponden a un ciclo de operación de cuatro segundos. Determínese el tipo de tubos que debe utilizarse y especifíquese su corriente media de funcionamiento, su corriente media en el tiempo de promedio y el consumo de corriente eficaz.

15-15. En un circuito paralelo inverso se utilizan dos ignitrones para alimentar un soldador que consume 500 KVA a 250 V y 60 ciclos. Los tubos son del tipo A.

(*a*) Determínese el número total de ciclos de conducción admisible en cualquier tiempo de promedio.

(*b*) Si la caída de tensión en los tubos es de 20 V y el agua de refrigeración se recibe a 15°C, ¿cuál será la temperatura de salida del agua si los tubos funcionan repetidamente en el ciclo calculado en (*a*)? El caudal de agua es de 0,5 galones por minuto.

15-16. En el circuito de la Fig. 15-33*a*, $R_1 = 100$ ohmios, $R_2 = 5.000$ ohmios. El tubo está conduciendo y debe apagarse al cerrar *S*. La caída de tensión en el arco es de 20 V y el tiempo de desionización es de 500 microsegundos. ¿Cuál debe ser el valor de *C* para asegurar que el arco no se reanuda después de cerrar *S*, suponiendo que el arco puede reanudarse si el ánodo es positivo por valor de la caída de tensión en el tubo y existe ionización?

BIBLIOGRAFIA

1. Hull, A. W.: Hot Cathode Thyratrons, *Gen. Elec. Rev.*, **32** : 213, 390 (1929).
2. Slepian, J., y L. R. Ludwig: A New Method of Initiating the Cathode of an Arc, *Trans. AIEE*, **52** : 693 (1933).
3. Nottingham, W. B.: Characteristics of Small Grid-controlled Hot-cathode Mercury Arcs or Thyratrons, *J. Franklin Inst.*, **211** : 271 (1931).
4. Steiner, H. C., A. C. Gable, y H. T. Maser: Engineering Features of Gas-filled Tubes, *Elec. Eng.*, **51** : 313 (1932).
5. Cobine, J. D.: «Gaseous Conductors», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1941.
6. Herskind, C. C., y E. J. Remscheid: Excitation, Control, and Cooling of Ignitrons, *Trans. AIEE*, **65** : 632 (1946).
7. Myers, H. C., y J. H. Cox: Excitation Circuits for Ignitron Rectifiers, *Trans. AIEE*, **60** : 943 (1941).
8. Holubow, H.: DC Saturable Reactors for Control Purposes, *Electronic Ind.*, Marzo 1945.
9. Palmer, H. L.: Electronic Welding Control, *Electronics*, **10** : 20 (Junio 1937).

10. Bivens, M. E.: Seam and Pulsation Welding Controls, *Electronics*, **15** : 55 (Septiembre 1942).
11. Tompkins, F. N.: The Parallel Type of Inverter, *Elec. Eng.*, **52** : 253 (1933).
12. Willis, C. H., B. D. Bedford, y F. R. Elder: Constant-current D-C Transmission, *Elec. Eng.*, **54** : 102 (1935).
13. Willis, C. H., R. W. Kuenning, E. F. Christensen, y B. D. Bedford: Design of Electronic Frequency Changers, *Trans. AIEE*, **63** : 1070 (1944).
14. Wagner, C. F.: Parallel Inverter with Inductive Load, *Elec. Eng.*, **55** : 970 (1936).

CAPÍTULO 16

RELES, CONTROL DE TIEMPOS Y SOLDADORES POR RESISTENCIA

Los relés se usan cuando con una potencia pequeña debemos controlar una potencia grande, lo que se consigue con una válvula electrónica. Aplicaciones importantes de los tubos de vacío y de gas se encuentran en el funcionamiento de contactos eléctricos con corriente débil y en el control de tiempos en multitud de operaciones.

Para intervalos de tiempo de algunos segundos a muchos minutos es corriente emplear un conmutador accionado por motor síncrono. Para un control menos preciso puede usarse lámina bimetálica y elemento de caldeo o un termistor para tiempos del mismo orden. Con intervalos desde un minuto hasta fracciones de segundo es normal el uso del tubo de vacío controlado por tensiones transitorias en circuito RC, y para fracciones desde un segundo hasta milisegundos o microsegundos se emplean diversas formas de circuitos contadores, osciladores y multivibradores.

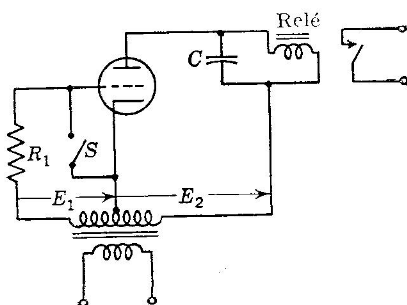


FIG. 16-1. Relé de contacto.

16-1. El relé de contacto. Los contactos muy delicados, como los que se emplean en instrumentos eléctricos, son incapaces de soportar corrientes apreciables. Estos contactos delicados pueden emplearse en S en el circuito de rejilla de la Fig. 16-1, en serie con la resistencia R_1 de muchos megaohmios, para accionar el relé del circuito de placa.

La tensión E_1 es mayor que E_2/μ de modo que, con S abierto, la rejilla es siempre suficientemente negativa para mantener el tubo cortado. Cuando se cierre S, la rejilla quedará conectada al cátodo y circulará corriente de placa. El condensador en paralelo con el relé sirve para suavizar los impulsos de la corriente de placa.

Al colocar S en serie con R_1, el circuito permite que se abra el relé cuando se cierra S.

16-2. Relés de retardo accionados por corriente continua. Las propiedades de los circuitos RC pueden usarse para obtener características

de retardo en el funcionamiento de los relés, como se muestra en la Fig. 16-2*a*. Cuando S se cierra, E_{cc} es lo bastante grande para cortar el tubo. El condensador C se cargará hasta E_{cc} y cuando S se abra, C empezará a descargarse a través de R según la ley

$$e_C = E_{cc}\,\epsilon^{-t/RC}$$

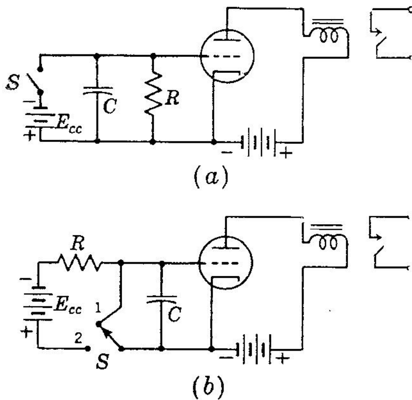


FIG. 16-2. Relés de retardo basados en los circuitos RC.

donde tanto E_{cc} como e_C son negativas. Al disminuir e_C, la polarización de la rejilla se hace menos negativa, circula más corriente de placa y, después de un tiempo t_1, esta corriente alcanza el valor de accionamiento del relé. Si la polarización para esta corriente de placa es E_1, determinada por la recta de carga correspondiente a la resistencia del relé, el retardo, después de accionar S, está dado por

$$T = RC \ln \frac{E_{cc}}{E_1} \quad \text{seg} \qquad (16\text{-}1)$$

en el supuesto de que E_{bb} es constante y la inductancia del relé y las pérdidas del condensador son despreciables.

En la Fig. 16-2*b* se presenta un circuito que emplea un circuito serie RC en el que el condensador se cortocircuita y el relé se cierra con S en la posición 1. Cuando S pasa a 2 la tensión e_C del condensador empieza a hacerse negativa, de acuerdo con

$$e_C = E_{cc}(1 - \epsilon^{-t/RC})$$

Después de un retardo, que depende de la constante de tiempo, la corriente de placa llega al valor de corte del relé y éste se abre. Si E_2 es la tensión de rejilla correspondiente a la corriente de corte, obtenida a partir de la recta de carga, se tiene

$$T = RC \ln \frac{E_{cc}}{E_{cc} - E_2} \quad \text{seg} \qquad (16\text{-}2)$$

donde E_{cc} y E_2 son normalmente negativas.

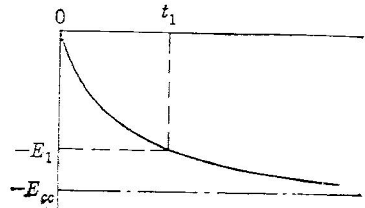


FIG. 16-3. Variación exponencial de las tensiones de rejilla de la Fig. 16-2*a*.

Los circuitos de este tipo no son de retardo muy preciso, por encima de algunos segundos, porque su funcionamiento se produce muy a la derecha de la curva de la Fig. 16-3, donde la pendiente es pequeña. Las variaciones de E_{bb} y E_{cc} afectan entonces al retardo.

Si se aumenta el valor de RC para llevar el funcionamiento a una zona de mayor pendiente, tampoco se puede conseguir mayor precisión. Si RC aumenta por un aumento de R, la corriente de rejilla del tubo puede ser apreciable con relación a la corriente de carga. Si aumentamos C, su corriente de pérdida puede aumentar e influir desfavorablemente en la precisión.

16-3. Relés de retardo accionados por corriente alterna. En las aplicaciones industriales es mucho más conveniente y económico tener relés y reguladores de tiempos que funcionen directamente con la corriente alterna de la red, sin necesidad de las complejidades inherentes a las fuentes de alimentación con rectificador. En la Fig. 16-4 se muestran los fundamentos de dos de estos circuitos.

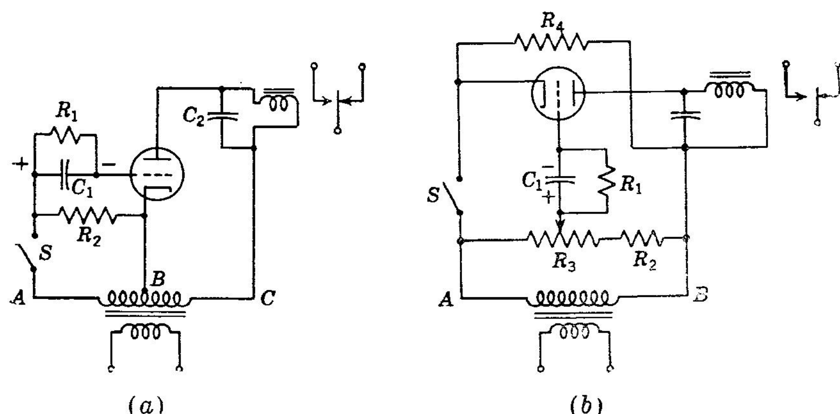


FIG. 16-4. Relés de retardo accionados por corriente alterna.

En la Fig. 16-4*a*, con el interruptor S cerrado, la tensión en A (cuando C es positivo) es suficiente para mantener al tubo cortado. Sin embargo, con S cerrado, la rectificación en el circuito de rejilla se produce en los otros semiciclos, cuando el punto A es positivo y el circuito R_1C_1 fija las crestas de la tensión de rejilla a cero o desarrolla una tensión negativa en la rejilla, como se muestra en bornes de C_1. La constante de tiempo R_1C_1 se hace grande con respecto al período, de forma que, con S cerrado, la rejilla adquiera una polarización negativa que se acerque a la tensión de cresta e_{AB}, suficiente para cortar el tubo y mantener desactivado al relé.

Cuando se abre S el circuito de rejilla queda desconectado de la entrada de alterna y unido sólo a cátodo a través de R_2, de unos 50.000 ohmios. El condensador C_1 se descarga a través de R_1 y la tensión de rejilla varía exponencialmente. La tensión de rejilla sube por encima del valor de corte, circulando la corriente de placa a impulsos, y pronto estos impulsos tienen el suficiente valor medio para activar el relé. El retardo se fija por medio de R_1 y C_1.

El circuito de la Fig. 16-4*b* es semejante, pero tiene además una tensión alterna aplicada al circuito de rejilla para mejorar la precisión en intervalos cortos, tendiendo a sincronizar el funcionamiento con ciclos enteros de la tensión de entrada. Este circuito da un retardo posterior al cierre de *S*, en vez de ser posterior a la apertura de *S*, como en el circuito anterior. Cuando se abre *S* tiene lugar la rectificación de rejilla, en los semiciclos en que el ánodo es positivo, desde el punto *A*, a través del circuito R_1C_1, rejilla y cátodo, volviendo por R_1. El condensador C_1 se carga rápidamente hasta el valor de cresta de la tensión alterna aplicada en R_2 y una parte de R_3, polarizando el tubo al corte.

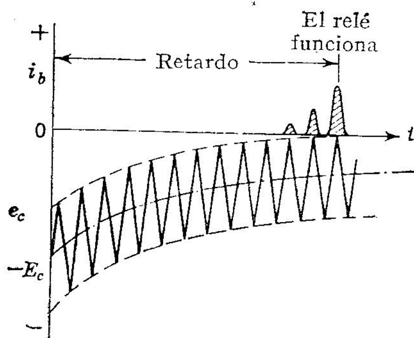


FIG. 16-5. Tensión de rejilla del circuito de la Fig. 16-4*b* después del cierre de *S*.

Cuando se cierra *S*, la polarización negativa en C_1 se aplica directamente entre rejilla y cátodo, con una componente de alterna debida a la caída en la otra parte de R_3, como se muestra en la Fig. 16-5 en el momento $t = 0$. Puede verse que, a medida que se descarga C_1 a través de R_1, la tensión media de rejilla crece, y cuando las crestas positivas sobrepasan el valor de corte, aparecen impulsos de corriente de placa y el relé entra en acción.

Moviendo el cursor de R_3 hacia la izquierda se aumenta el valor de E_c, lo que hace crecer el retardo. Al mismo tiempo, la tensión alterna añadida al circuito de rejilla disminuye, tendiendo también a aumentar el intervalo de retardo y obteniendo un amplio margen útil desde 0,5 a 12 segundos aproximadamente. Los valores de R_1 y C_1 son también factores de control del retardo obtenible.

Se pueden usar no sólo triodos sino pentodos, así como tiratrones del tipo de gas inerte, lo que permite el empleo de relés más potentes.

Los relés accionados por corriente alterna están limitados, en cuanto al tiempo de respuesta, por la naturaleza periódica de su alimentación. Para funcionamiento rápido, se precisa el uso de fuentes de continua con componentes estables.

16-4. Medida de intervalos de tiempo. Es posible medir con gran precisión intervalos de tiempo entre fenómenos sucesivos aplicando los circuitos contadores del capítulo 9. Como en la Fig. 16-6, un circuito puerta de funcionamiento rápido tiene dos terminales, uno para «arranque» y el otro para «parada». Cuando el circuito puerta se abre, la frecuencia patrón, de un oscilador local de precisión de 100 Kc y un circuito multivibrador divisor de frecuencia, se aplica a los circuitos del contador decimal. Estos registran el número de ciclos de la frecuencia patrón que han pasado por el circuito puerta, que es equivalente al tiempo transcurrido entre las dos señales de «arranque» y «parada».

Los contadores están dispuestos de forma que encienden una lámpara de neón por cada grupo (de 0 a 9) de señales que recibe cada década. Colocando estas lámparas de neón de modo que iluminen la correspondiente cifra en una escala traslúcida, se puede leer directamente el resultado expresado en el sistema decimal.

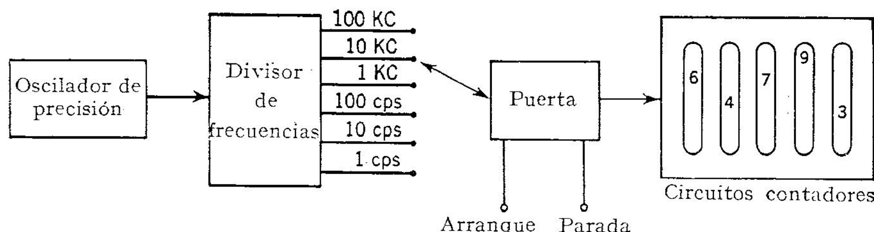


FIG. 16-6. Medida de tiempos con precisión.

Con un conjunto de cinco cifras como el de la figura se pueden registrar hasta 100.000 ciclos y en el caso que hay dibujado, la duración del fenómeno es de 64.793 × 100 μseg = 6,4793 seg. Con el aparato de la figura se pueden registrar intervalos entre 10 μseg y 100.000 seg. Es posible añadir más décadas contadoras para aumentar el número de cifras.

Este aparato puede usarse al revés para medir frecuencias desconocidas, contando los ciclos por unidad de tiempo o *fenómenos por unidad de tiempo*. Para ello, los circuitos del oscilador se usan para suministrar las señales de «arranque» y «parada», contándose las señales de la frecuencia (o fenómeno) desconocida después de ser sometidas al proceso

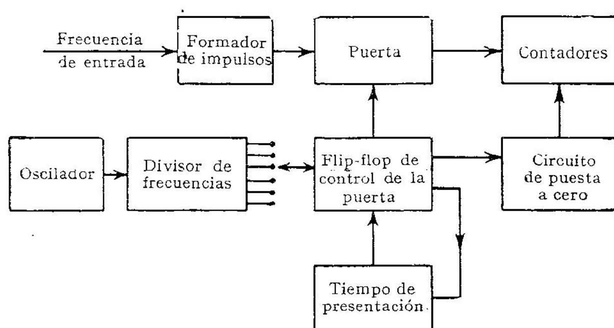


FIG. 16-7. Medida de fenómenos por unidad de tiempo.

de formación de impulsos. Esto se muestra en la Fig. 16-7. Cuando se abre el circuito puerta los impulsos de entrada pasan a los contadores y cuando se cierra, éstos muestran el número de impulsos contados. El circuito puerta se abre durante intervalos determinados con precisión desde 0,001 hasta 10 segundos, dependiendo de la frecuencia a estudiar. Los circuitos divisores de frecuencia controlan el circuito puerta por medio de un multivibrador bistable (flip-flop), que además hace que

los contadores vuelvan a cero poco después de cada apertura del circuito puerta. Para la medida reiterada de la entrada, el generador de tiempos hace que los circuitos repitan el tiempo de medida y presentación pudiendo así seguir entradas de frecuencia variable, por medio de medidas reiteradas frecuentes.

Al oscilador de cristal de gran precisión que funciona a 100 Kc se le controla normalmente la temperatura. Su precisión en la medida de frecuencias o intervalos de tiempo es del orden 0,001 por 100. Se necesitan señales de entrada de varios voltios como valor de cresta.

16-5. El proceso de soldadura por resistencia. La soldadura por resistencia es un proceso para unir metales corrientemente en forma de chapa o placa. El calor para soldar se produce por el paso de una corriente eléctrica a través de los materiales en el punto en que se quieren soldar. La soldadura resultante es de gran calidad al estar sometidas las piezas a presión por los propios electrodos durante el proceso. La soldadura por puntos consiste en una serie de puntos de unión espaciados, mientras que la soldadura en cordón se consigue por una sucesión de zonas solapadas, empleando electrodos de rodillo refrigerados con agua. La soldadura por impulsos aplica una serie de impulsos de corriente en el mismo sitio y se emplea principalmente para evitar el sobrecalentamiento de los electrodos al soldar chapas gruesas.

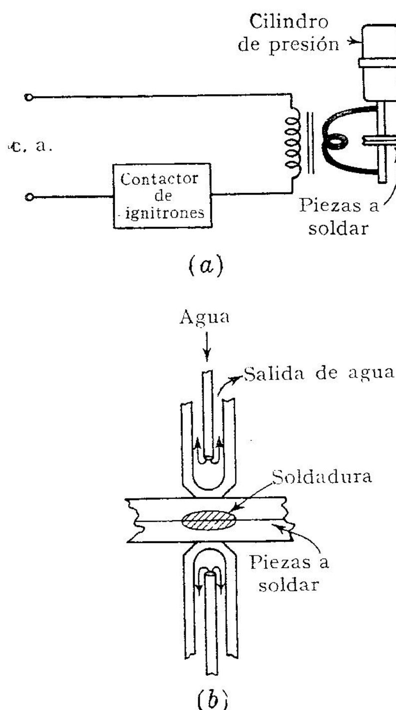


FIG. 16-8. (a) Circuito de soldadura por resistencia. (b) Electrodos refrigerados con agua.

El control electrónico de la duración e intensidad de la corriente de soldadura ha hecho posible la soldadura de precisión y los materiales tales como aluminio y acero inoxidable pueden ser satisfactoriamente soldados en la industria sólo gracias al control electrónico, obteniéndose tiempos de soldadura precisos de algunos ciclos.

Un control completo realiza una serie de operaciones automáticamente reguladas, iniciadas todas ellas por el cierre de un interruptor de pedal accionado por el operador. El control aplica primero aire a un cilindro que empuja a los electrodos contra las piezas a soldar con la presión deseada. Esta fase es llamada *tiempo de presión*. El ignitrón del circuito de la Fig. 16-8*a* es accionado entonces por el control durante el

tiempo de soldadura consistente en algunos ciclos en el transcurso de varios segundos. El transformador de soldadura eleva la corriente de la línea hasta un valor que depende del material a soldar, siendo normalmente de muchos miles de amperios. El paso de esta gran corriente produce calor allí donde las pérdidas I^2R son mayores, en la zona de unión de los materiales, como muestra la Fig. 16-8*b*.

Los electrodos refrigerados con agua eliminan algo del calor superficial, pero el tiempo de soldadura se hace corrientemente tan corto que el material que alcanza la temperatura de soldadura queda limitado al punto de unión de ambas piezas, sin que se produzca efecto apreciable en su superficie. Por consiguiente, se necesitan tiempos de soldadura cortos para reducir la posibilidad de pérdidas de calor. La presión de los electrodos se mantiene durante un *tiempo de espera* después del de

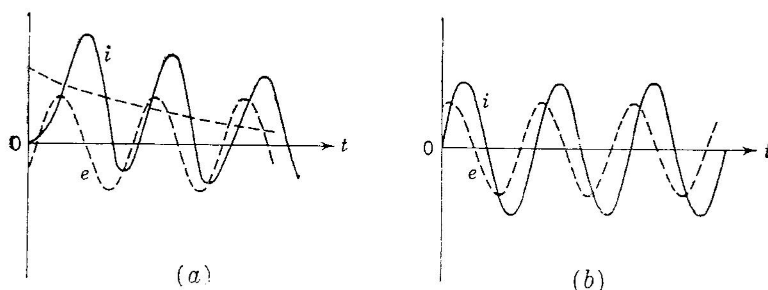


FIG. 16-9. Período transitorio en circuitos de c. a. (*a*) Efecto transitorio debido al cierre del circuito en un momento inapropiado. (*b*) No hay efecto transitorio cuando el circuito se cierra en el momento en que la corriente es cero.

soldadura para permitir que solidifique el metal. Entonces, el control hace que cese la presión neumática y los electrodos se abren. En muchas máquinas automáticas se acciona un gran número de electrodos y se les da corriente sucesivamente, realizando todas las soldaduras en la pieza sin que ésta se mueva.

La corriente de soldadura y el tiempo necesario son función del espesor y de la forma de las piezas a soldar y de su resistividad eléctrica y conductividad térmica. Los materiales de alta resistividad, como los metales férreos, se sueldan fácilmente, mientras que el aluminio y el cobre exigen un tratamiento más cuidadoso. Los materiales de baja conductividad térmica sueldan más fácilmente, debido a que el calor no puede disiparse rápidamente de la zona de soldadura. La presión de los electrodos es también importante; si es muy débil es causa de soldadura imperfecta y si es excesiva produce hoyos en la superficie.

El control adecuado del calor de soldadura exige que la corriente se inicie con valor cero, o que el control sea *sincronizado*, para evitar la aparición de corriente transitoria, como muestra la Fig. 16-9. Si la soldadura *no es sincronizada*, esta falta de sincronización lleva a distintos valores de calor generado en los primeros ciclos y, por consiguiente, si los tiempos de soldadura son muy cortos, la calidad de ésta

no es regular. No obstante, el funcionamiento no sincronizado es satisfactorio siempre que el tiempo de soldadura sea relativamente largo (próximo al segundo o mayor).

16-6. Proceso automático. Puede montarse un control de soldadura no sincronizado a partir de cuatro circuitos de retardo del tipo representado en la Fig. 16-4*b*. En la Fig. 16-10 se muestra un diagrama funcional, donde S es el interruptor de pedal que, accionado por el operario, inicia la operación. Después de situar las piezas, se cierra S abriendo la válvula de solenoide que deja pasar el aire al cilindro, con lo cual los electrodos se aproximan y poniendo en marcha el circuito de presión T_1 a través de la línea A. Cuando al final del tiempo de presión actúa T_1, se inicia la corriente de soldadura al dispararse los ignitrones, empezando el funcionamiento del circuito de soldadura T_2 a través de la línea B. Cuando T_2 actúa, apaga los ignitrones e inicia el funcionamiento del circuito T_3 ajustado al período de «espera». Al final de éste cesa la presión del aire, los electrodos se separan y, a través del conductor D, todos los circuitos se reajustan quedando en disposición de repetir la operación. El circuito T_4 empieza a funcionar, y al final de su período (previsto para que el operario pueda mover la pieza y colocarla en una nueva posición) inicia otra vez una secuencia completa, si el operario continúa pisando S.

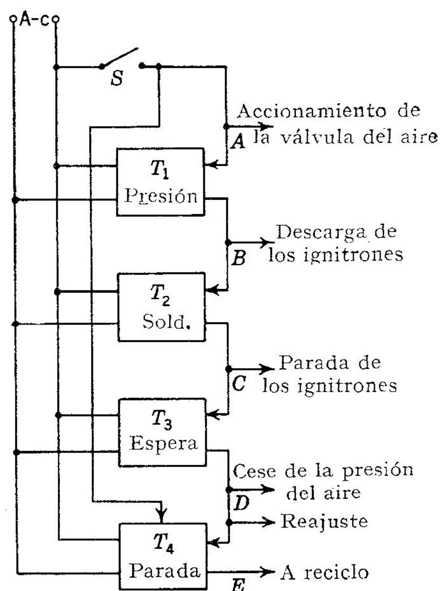


FIG. 16-10. Sistema de secuencia automática.

El operario, manteniendo cerrado S, hace que la máquina realice tantos ciclos completos como desee, con las manos libres para mover la pieza durante los tiempos de «parada» entre soldaduras. Cada fase del ciclo puede ser ajustada independientemente por medio de R_3 de la Fig. 16-4*b* o un control similar en otros circuitos de retardo.

16-7. Control sincronizado de soldadura. Se ha dicho que es conveniente que los ignitrones se disparen a corriente cero para evitar los efectos transitorios iniciales e impedir que la soldadura no sea uniforme. Un control sincronizado, del que la Fig. 16-11 es un ejemplo, permite el ajuste del circuito para este disparo en sincronismo con la corriente cero.

En esencia, este circuito es el de tiratrón controlado por desviación de fase con un transformador de picos P que suministra a la rejilla unos picos de tensión E_1 para el tiratrón T_2. La tensión E_2 es negativa en la rejilla en el semiciclo en que la tensión de ánodo de T_2 es positiva y tiene el valor suficiente para compensar E_1 y mantener al tiratrón T_2 cortado. Así, E_2 es simplemente una polarización de alterna negativa que puede eliminarse abriendo el interruptor S (lo que puede lograrse por medio del circuito de presión), dejando que los picos de E_1 actúen solos en el circuito y hagan funcionar al tiratrón a un ángulo determinado por el ajuste de R en el puente de desviación de fase. La resistencia R puede ajustarse para que dispare al ignitrón en el punto preciso de la onda de tensión alterna para eliminar el fenómeno transitorio. Con esto se consigue la máxima uniformidad en el calor de soldadura.

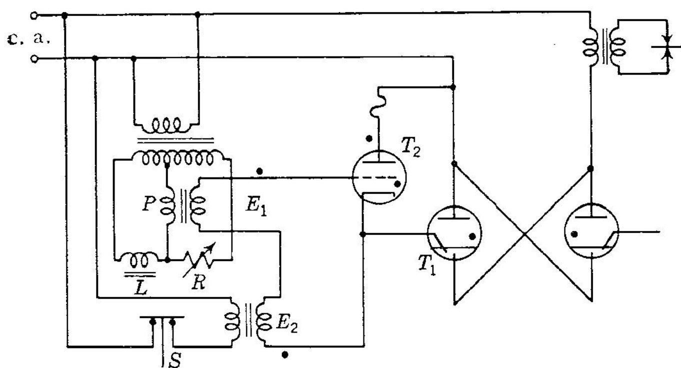


FIG. 16-11. Circuito de control sincronizado.

En otras formas del circuito, la tensión E_2 se sustituye por una polarización de continua que se elimina bajo la acción del circuito iniciador.

16-8. Circuito de seguimiento. El efecto transitorio en la corriente de soldadura debido a un ángulo de disparo inadecuado puede eliminarse por medio del control sincronizado antes descrito. Una corriente irregular, en cierto modo parecida a la anterior, se produce si no se tiene en cuenta el efecto del magnetismo residual en el transformador de soldadura. El efecto de este magnetismo residual, debido al último semiciclo de la corriente de soldadura, puede eliminarse forzando a dicha corriente a circular sólo durante ciclos completos y exigiendo que el primer semiciclo de conducción pase por el transformador siempre en el mismo sentido.

En el circuito de la Fig. 16-12 el ignitrón T_1 se dispara bajo la acción de S y de un control sincronizado de rejilla, de modo que el primer semiciclo de conducción se produzca siempre cuando la línea L_2 sea positiva. Durante este semiciclo la tensión secundaria de TR_1 está conectada de modo que la rejilla del tiratrón T_4 sea negativa. En el semiciclo siguiente esta tensión de rejilla se hace positiva y anula la

pequeña polarización fija E_{cc}. No obstante, T_4 no se dispara inmediatamente debido a que T_1 está conduciendo aún a causa de la corriente en retardo absorbida por el soldador, y la caída de tensión entre los

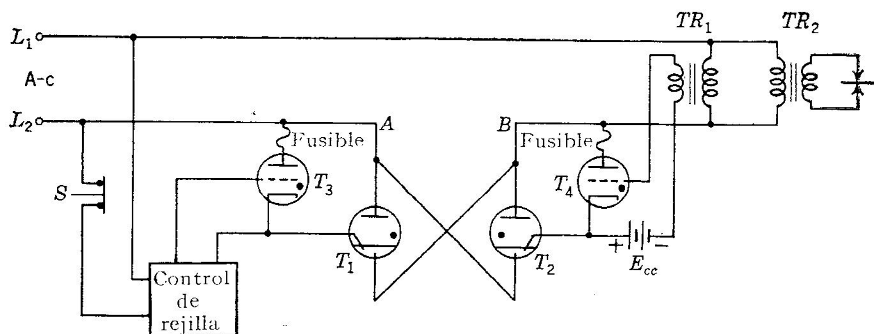


FIG. 16-12. Circuito de seguimiento con T_1 como conductor y T_2 como seguidor.

puntos A y B es demasiado pequeña para ionizar T_4. En el momento en que la corriente en el soldador es cero, la tensión en el tubo sube

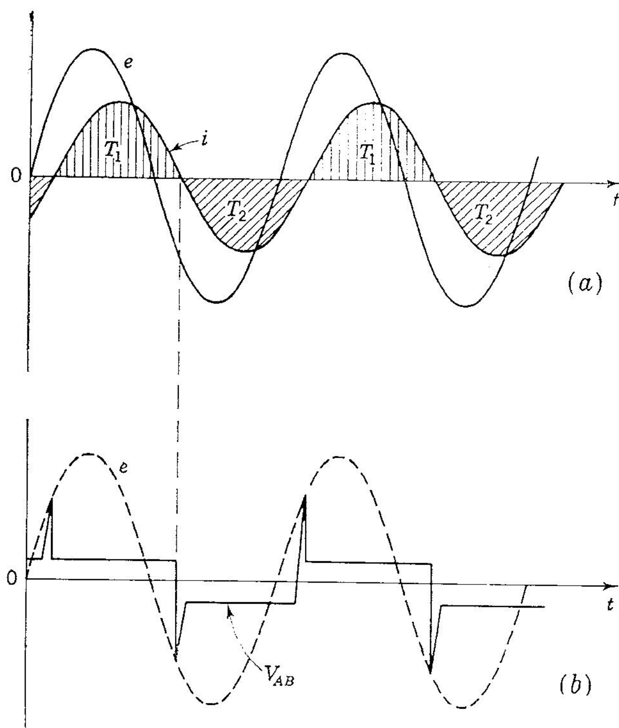


FIG. 16-13. (a) Tensión y corriente de la línea. (b) Diferencia de potencial entre A-B, que muestra una subida inmediatamente antes del disparo de los ignitrones.

bruscamente, como se muestra en la Fig. 16-13, y el tiratrón T_4 conduce, seguido por la conducción del ignitrón T_2.

En cada ciclo la conducción será iniciada por el ignitrón T_1 y se producirá una *acción de seguimiento* del ignitrón T_2 para completar la soldadura con un semiciclo de polaridad opuesta. Además de proporcionar las condiciones iniciales necesarias para corriente cero anulando el efecto del magnetismo residual, el circuito también simplifica los circuitos de control, puesto que el control sólo es preciso preverlo para el tiratrón T_3, ya que el T_4 sigue siempre al otro en su funcionamiento.

16-9. Regulación del tiempo de soldadura. Los circuitos antes descritos proporcionan los medios de iniciación y corte de la corriente de soldadura, pero sin regular la duración del funcionamiento. Esto puede añadirse fácilmente para controlar la conducción del tubo T_3 por medio de los tubos T_5 y T_6, como en la Fig. 16-14. Esto es una versión simplificada de un control industrial que encierra otras propiedades interesantes.

T_5 es conocido como tubo de «arranque» y el T_6 como tubo de «parada», siendo ambos tiratrones. El arranque está controlado por el

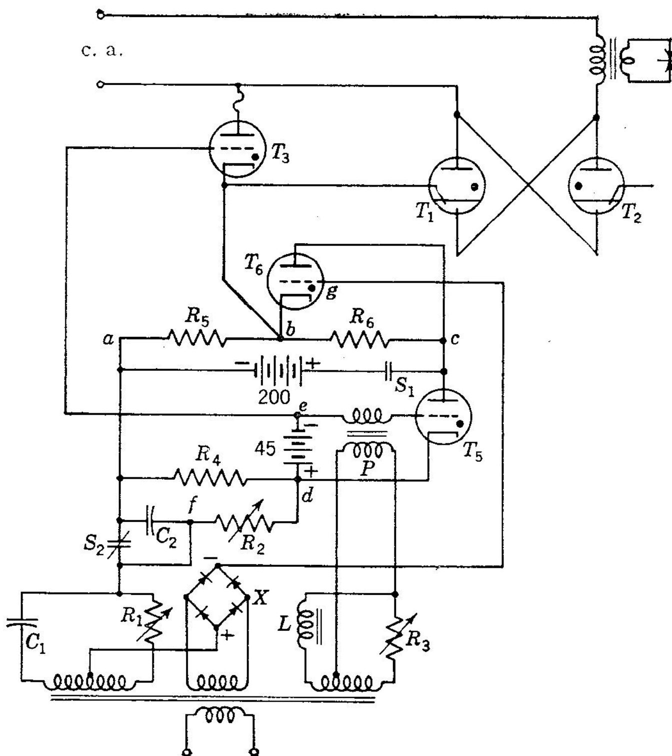


FIG. 16-14. Sistema de control sincronizado tal como se presenta en forma comercial.

puente de desviación de fase formado por L y R_3, ajustándose esta última para funcionamiento sincronizado con corriente cero. La regulación del tiempo se inicia cuando T_5 se dispara y el intervalo queda medido por la tensión creciente de C_2 que se carga a través de R_2; finalmente, esta tensión hace conducir al tubo T_6, terminándose la operación.

Los contactos S_1 y S_2 inician el funcionamiento; S_1 conecta los ánodos de los tubos T_5 y T_6 a la fuente de continua (en este caso un rectificador con filtro), mientras que S_2 interrumpe el lazo de descarga del conden-

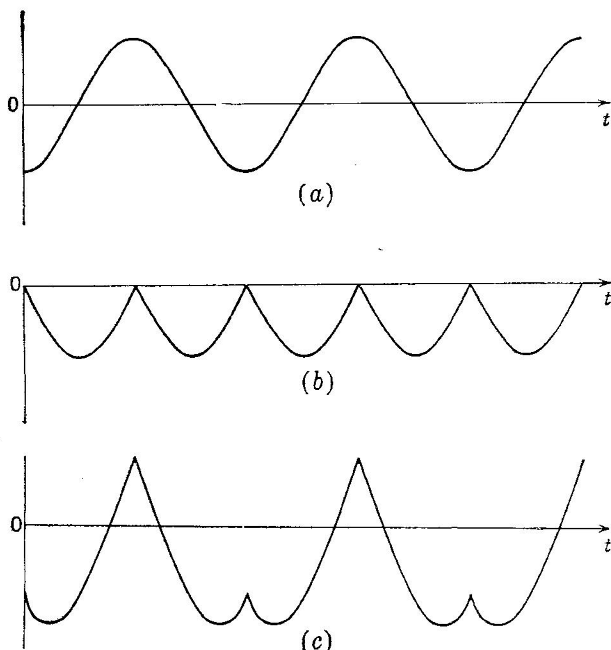


FIG. 16-15. Tensión con picos obtenida al sumar a una sinusoide una onda rectificada.

sador C_2. A continuación del cierre de S_1, el tubo T_5 se dispara con el primer pico positivo procedente del transformador de picos P, habiéndose fijado el ángulo relativo de disparo para funcionamiento sincronizado.

Sin embargo, antes de que T_5 empiece a conducir y con R_5 y R_6 iguales, el potencial del punto b y el del cátodo de T_3 es de $+ 100$ V respecto al punto a. No hay tampoco caída de tensión en R_4 y el potencial de d es igual al de a. Por tanto, con T_5 aun sin conducir, la rejilla de T_3 está a $- 45$ V respecto a a, o, lo que es igual, la polarización total de la rejilla de T_3 es de $- 145$ V. Cuando T_5 conduce, pone en corto los puntos d y c (despreciando la caída en el tubo) y la diferencia de potencial entre b y e, o entre cátodo y rejilla de T_3, es de $+ 100 - 45 = + 55$ V y el tubo T_3 también conduce. Esto hace que se inicie el funcionamiento

del ignitrón T_1 y, si se emplea seguimiento en el tubo T_2, ambos ignitrones seguirán conduciendo en tanto que lo haga T_3.

Con T_5 conduciendo y el punto d prácticamente unido al c, toda la tensión de alimentación aparece en R_2 y C_2, pero, con este último inicialmente descargado, el punto f está al mismo potencial de a, es decir, a -100 V respecto al cátodo de T_3 (punto b). Debido a la caída en R_4 producida por la corriente de T_5, el condensador C_2 empieza a cargarse a través de R_2 y el potencial de f sube por encima del nivel de -100 V.

El potencial de f proporciona una componente de continua creciente a la rejilla del tubo T_6. En serie con esta componente de continua aparece una combinación poco corriente de otras tensiones, por lo que este circuito merece un estudio más detenido.

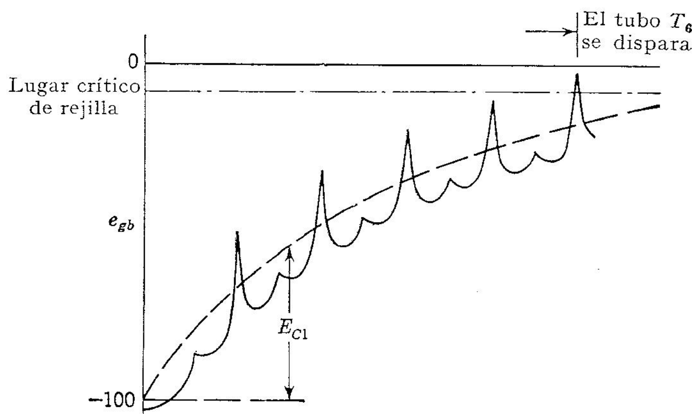


FIG. 16-16. Regulador de tiempos de precisión para soldadura por la superposición de una onda con picos.

Además de la componente variable de continua en R_2 y C_2, hay una componente de alterna defasada y derivada del puente formado por C_1 y R_1 y una componente rectificada y sin filtrar de onda completa que es suministrada por el rectificador X. El resultado de la suma de la alterna y las componentes rectificadas se muestra en la Fig. 16-15c, dando una onda con picos positivos muy agudos que coinciden con los máximos positivos de la onda de alterna, uno en cada ciclo. Esta onda resultante, al sumarse a la tensión exponencial creciente de C_2, da una onda de la forma de la Fig. 16-16 para e_{gb}, tensión rejilla-cátodo de T_6. Al cabo del número de ciclos de soldadura deseado, un pico de la tensión corta el lugar crítico de la tensión de rejilla de T_6 y éste se dispara. La circulación de esta corriente a través de R_5 hace al cátodo de T_3 más positivo evitando que T_3 vuelva a conducir interrumpiendo el funcionamiento.

Todos los tubos vuelven a sus condiciones iniciales cuando se abre el contacto S_1, al final del tiempo de «espera», por medio del circuito de espera. Cuando se quiere controlar la secuencia completa de solda-

dura hay que añadir los circuitos de «presión», «espera» y «parada». Estos circuitos pueden ser del tipo sencillo antes descrito.

La peculiar forma de onda de la Fig. 16-16 mejora grandemente la precisión del control de tiempos en función de un cierto número de ciclos de conducción. A este respecto, se comporta de modo similar al multivibrador sincronizado. El intervalo puede variarse modificando R_2. Todos los controles electrónicos de esta clase han contribuido en gran manera a la precisión de las máquinas de soldar para cortos intervalos de soldadura del orden de algunos ciclos.

16-10. Control térmico. Una buena soldadura depende, no sólo de la duración, sino también del valor de la corriente. Aunque es posible controlar este último, disponiendo diversas tomas en el transformador, se logra así un control discontinuo que, además, no puede cambiarse durante la operación. Una forma más conveniente de control de la corriente, o *control térmico,* se obtiene por medio de tomas en el transformador combinadas con control por desviación de fase en los ignitrones a ángulos posteriores al correspondiente al factor de potencia, y la corriente circula entonces en impulsos alternos, en vez de hacerlo en forma sinusoidal.

Este control continuo puede conseguirse por métodos clásicos de desviación de fase, pero, en este caso, el circuito de seguimiento no puede emplearse porque no dispone de medios para retardar el momento del disparo del tubo seguidor. Usando el circuito de tubo de parada (Fig. 16-16) combinado con un circuito desviador de fase que controle ambos ignitrones, es posible conservar las ventajas de la conducción en los semiciclos pares que se obtiene con el circuito de tubo seguidor. Puesto que el pico agudo positivo de la forma de onda ocurre una vez cada ciclo, las polaridades del transformador deben elegirse de forma que ese pico se produzca en el semiciclo en que el ignitrón T_2 está conduciendo. Entonces, el tubo de parada conduce y evita que T_3 haga que se dispare el ignitrón T_1 en el semiciclo siguiente. El circuito puede proyectarse para que su funcionamiento empiece siempre con T_1 conduciendo y, empleando la excitación por tubo de parada, el circuito se detendrá siempre con un semiciclo de conducción de T_2, obteniéndose el ciclo completo de conducción como con el tubo de seguimiento.

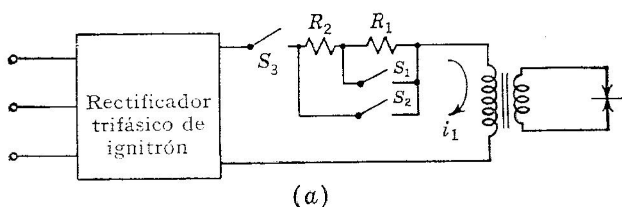
16-11. Sistemas de soldadura con almacenamiento de energía. Los sistemas monofásicos de soldadura que funcionan durante intervalos cortos imponen fuertes demandas a los sistemas de alimentación, lo que lleva a caídas de tensión excesivas y produce fluctuaciones en el alumbrado. Se han proyectado sistemas de almacenamiento de energía en los que el valor medio de la energía de entrada es bajo y que sirven también para distribuir la carga entre las tres fases de la red de suministro.

El principio de funcionamiento del sistema magnético de almacenamiento de energía se ilustra en la Fig. 16-17. Un rectificador trifásico de ignitrón suministra corriente continua i_1 al primario del transfor-

mador de soldadura cuando se cierran los contactos S_1, S_2 y S_3. La corriente del primario crece exponencialmente, debido a la gran inductancia primaria, y se induce una pequeña corriente en el secundario, i_2, que sirve para dar un calentamiento previo a las piezas a soldar. Cuando i_1 llega a un valor suficientemente elevado, correspondiente a una energía almacenada en el núcleo dada por

$$W = \frac{Li^2}{2}$$

los contactos se abren en rápida secuencia, S_2, S_1 y S_3. La caída rápida del flujo magnético induce una gran corriente secundaria que pasa



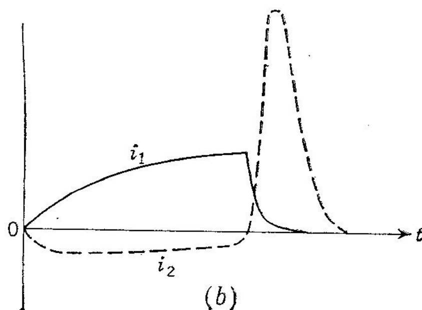


FIG. 16-17. Sistema de soldadura por almacenamiento de energía magnética.

por los electrodos (Fig. 16-17*b*) y que lleva a cabo la operación de soldadura.

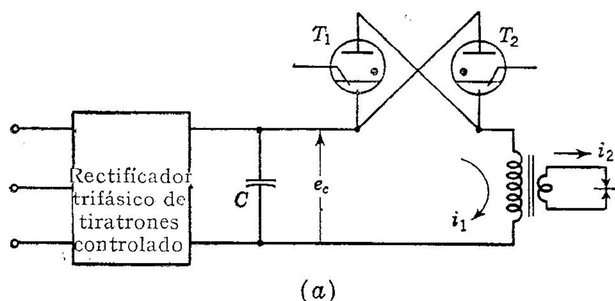
La cantidad de energía suministrada a las piezas puede controlarse por medio del valor de i_1 al que se abren los contactos. El gran impulso de corriente de muy corta duración es particularmente útil para soldar aluminio, que requiere una gran corriente en un tiempo muy corto, a causa de su baja resistividad y su alta conductividad térmica.

En la Fig. 16-18 se muestra un sistema capacitivo de almacenamiento de energía comparable al anterior. La batería de condensadores C, de 200 a 3.000 μF, se carga a una tensión de varios miles de voltios por medio de un rectificador de tiratrón. En el momento en que se desea obtener la soldadura, la energía almacenada en el condensador pasa

al primario del transformador a través del ignitrón T_1. El impulso de corriente primaria produce una gran corriente secundaria de muy corta duración. El circuito primario puede ser oscilante con una corriente de la forma.

$$i_1 = \frac{E_C}{\omega_o L} \epsilon^{-Rt/L} \text{ sen } \omega_o t$$

y el ignitrón T_2 puede dispararse, por acción de tubo seguidor, en el semiciclo inverso de la corriente. El circuito equivalente del soldador



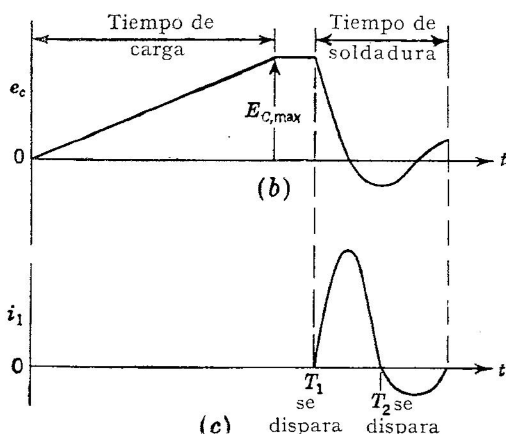


FIG. 16-18. Sistema de soldadura por almacenamiento capacitivo.

durante la descarga es el de la Fig. 16-19, donde R' es la resistencia primaria más el valor reflejado de la resistencia de carga del secundario. La frecuencia angular natural de este circuito está dada por

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

en condiciones de oscilación.

El control preciso de $E_{C,\text{máx}}$ por medio de rectificador controlado permite ajustar la cantidad de energía suministrada a las piezas a soldar, de acuerdo con la expresión

$$W = \frac{CE^2}{2}$$

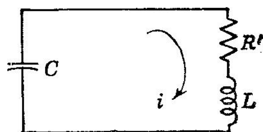


FIG. 16-19. Circuito equivalente del soldador de almacenamiento capacitivo.

También se necesitan controles adicionales para invertir el primario del transformador o para llevar a cero el flujo residual entre soldaduras, para así evitar los efectos transitorios y el funcionamiento irregular debido al flujo residual del núcleo. Los sistemas de este tipo son también útiles para soldar aluminio u otros materiales de baja resistividad y gran conductividad térmica.

16-12. Sistemas polifásicos de soldadura. Otro sistema que distribuye la carga entre las tres fases del sistema de alimentación, aunque impone una fuerte carga en un tiempo corto, es el circuito polifásico de la Fig. 16-20. Cada arrollamiento del transformador está controlado por una pareja de ignitrones en conexión paralelo inversa, pero éstos no están controlados en la forma clásica. Con el orden de las fases A-B-C, se disparan tres tubos, en este orden: T_1, T_2, T_3, T_1, T_2, T_3,

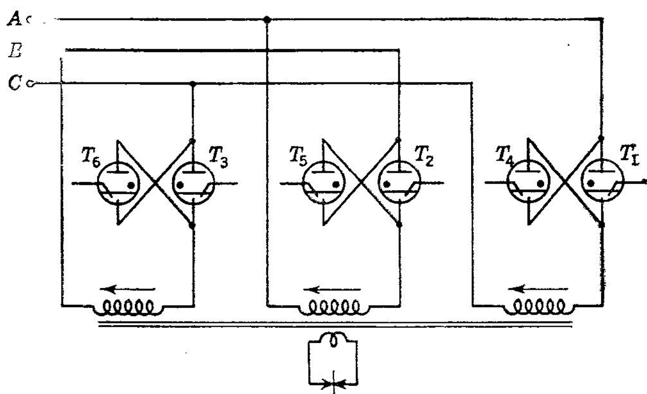


FIG. 16-20. Soldador trifásico.

durante dos ciclos, dando dos impulsos de corriente en cada arrollamiento con el sentido indicado por las flechas. Durante los dos ciclos siguientes la secuencia será T_4, T_5, T_6, T_4, T_5, T_6, dando dos impulsos de corriente en cada arrollamiento de sentido opuesto al de las flechas. Durante la primera secuencia se desarrollará una corriente secundaria en un sentido, que se invierte durante la segunda. Este ciclo puede repetirse tantas veces como sean precisas para conseguir la soldadura.

Como ya se explicó, la frecuencia del secundario será la cuarta parte de la de la línea de alimentación y, en la práctica, puede reducirse a unos 5 ciclos alterando el orden antes descrito. El circuito reparte por igual la carga entre las fases, y la baja frecuencia del secundario es útil para vencer la reactancia del circuito del secundario y de las piezas a soldar.

PROBLEMAS

16-1. Un relé de 8.000 ohmios de resistencia tiene una corriente de accionamiento de 8,0 mA y una corriente de desactivación de 2,5 mA. Proyectar un relé de contacto empleando un tubo de $\mu = 8$, $r_p = 10.000$ ohmios, $E_f = 6{,}3$ V e $I_f = 0{,}3$ A, para funcionar completamente con una corriente continua de 120 V.

16-2. En el circuito de la Fig. 16-21, con un tubo 6J5, el relé se activa con 6 mA y se desactiva con 3,5 mA. ¿Cuánto tardará el relé en actuar después que se abra S?

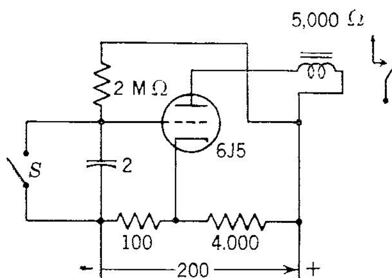


FIG. 16-21.

16-3. En el circuito de la Fig. 16-2*b* el tubo es un 6J5 con $E_{bb} = 250$ V y el relé es de 8.000 ohmios de resistencia y reactancia despreciable. Si $E_{cc} = 50$ V y el relé se activa con 5,0 mA y se desactiva con 2,7 mA, discutir el funcionamiento del relé y el retardo al accionar muy lentamente el interruptor S desde 1 a 2 y vuelta a 1.

16-4. Una máquina de soldar absorbe 200 KVA a 500 V con un factor de potencia de 0,75, en un caso particular. ¿A qué ángulo deberán los tiratrones disparar a los ignitrones con relación a la tensión cero de la línea, si ha de suministrarse la máxima potencia a la soldadura?

16-5. Un transformador de soldadura tiene una resistencia primaria de 0,15 ohmios y una constante de tiempo de 40 seg. ¿A qué corriente se abrirán los contactos en una máquina de soldar de almacenamiento magnético, si se alimenta con corriente continua de 500 V para efectuar una soldadura que requiere 7.500 W-seg de energía?

16-6. Se ha encontrado que un cierto trabajo de soldadura exige 200 KVA durante 0,05 seg. El factor de potencia de la entrada es 0,75. Se va a usar un soldador capacitivo con un condensador de 2.500 μF para el mismo trabajo. ¿A qué tensión habrá que cargar el condensador?

16-7. Para un soldador capacitivo de almacenamiento ¿qué valor de la resistencia reflejada R', en función de L y C, será necesario si ha de circular corriente en un solo sentido en una soldadura?

BIBLIOGRAFIA

1. Wald, S.: Precision Interval Timer, *Electronics*, **21** : 88 (Diciembre, 1948).
2. Frase, S. H.: Electronic Timer, *Electronics*, **21** : 136 (Abril, 1948).
3. Chance, B.: Some Precision Circuit Techniques Used in Wave-form Generation and Time Measurement, *Rev. Sci. Instr.*, **17** : 396 (1946).

4. Chute, G. M.: «Electronics in Industry», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1946.
5. Chute, G. M.: «Electronic Control of Resistance Welding», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1943.
6. Bendz, W. I.: «Electronics for Industry», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1947.
7. Bichsel, H. J., y E. T. Hughes: An Improved Electronic Control for Capacitor-discharge Resistance Welding, *Trans. AIEE*, **63** : 1150 (1944).
8. Engineers of the Westinghouse Electric Corp: «Industrial Electronics Reference Book», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1948.

CAPÍTULO 17

CONTROL ELECTRONICO DE MOTORES

Muchos de los equipos de control industrial exigen movimiento, ya sea de rotación o de traslación, como forma final de la salida. El motor eléctrico, de alterna o de continua, es el medio normal de proporcionar tal salida mecánica.

El motor de alterna no tiene la complicación de alimentación de campo independiente y, por este motivo, es de empleo frecuente en los tamaños pequeños, especialmente cuando no es necesaria una velocidad controlada. En tamaños mayores, las características de velocidad inestable y bajo rendimiento del motor de alterna han hecho que el proyectista vuelva su atención al motor de continua con excitación en paralelo, a pesar de sus exigencias de excitación. El motor de continua con excitación independiente tiene excelentes características a velocidad variable y se controla fácilmente y con buen rendimiento por medio de circuitos electrónicos. Aunque la combinación de tubos y motor es cara, es posible conseguir otras ventajas, como control de la velocidad o del par motor, limitación de la corriente de arranque para protección del motor y variación precisa y sencilla de la velocidad, todo lo cual justifica su mayor coste. Además, el control electrónico hace posible el funcionamiento de los motores de continua con líneas de alterna, sin necesidad de tener un suministro independiente de corriente continua.

En este capítulo se tratarán algunos de los principios básicos utilizados en el control electrónico de motores y su aplicación práctica.

17-1. Motores de corriente continua. Las expresiones que ligan las tensiones presentes en un motor de continua con excitación independiente pueden deducirse de la Fig. 17-1*a*, obteniendo

$$E_{dc} - I_{dc}R_a - E_a = 0 \qquad (17\text{-}1)$$

$$E_a = K_1\phi_f N \qquad (17\text{-}2)$$

donde E_a = fuerza contraelectromotriz del motor
ϕ_f = flujo de campo efectivo
N = velocidad, RPM
R_a = resistencia del inducido
K_1 = constante de proporcionalidad.

La inductancia L del inducido no influye en régimen permanente.

De las Ecs. (17-1) y (17-2) se deduce

$$N = \frac{E_{dc} - I_{dc}R_a}{K_1\phi_f} \qquad (17\text{-}3)$$

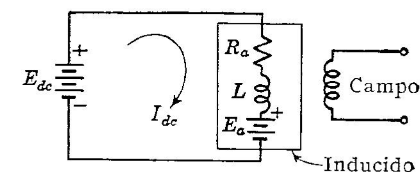
Aumentando I_{dc}, permaneciendo ϕ_f constante, la velocidad disminuye con la carga, a causa del aumento de la caída de tensión $I_{dc}R_a$ en el inducido como indica la curva (1) de la Fig. 17-1*b*. Si se compensase de algún modo esta caída de tensión $I_{dc}R_a$ y si se hiciese despreciable la reacción del inducido sobre el flujo del campo, se podría obtener la curva ideal (2) de dicha figura. Estas son las misiones encomendadas a los circuitos electrónicos que vamos a estudiar.

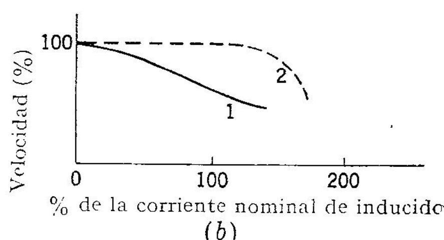
La velocidad N, a la cual funciona el motor con los valores normales de tensión y corriente en el inducido y a plena corriente de campo, puede llamarse velocidad *base* o *de régimen*. En estas condiciones, el par motor T y la potencia de salida, relacionados por

$$CV = \frac{2\pi NT}{33.000} \qquad (17\text{-}4)$$

tendrían también sus valores de régimen.

Puesto que el flujo del campo no puede aumentar apreciablemente a causa de la saturación del hierro, se deduce de la Ec. (17-3) que el único medio disponible para reducir la velocidad del motor por debajo de su valor de régimen es el de disminuir la tensión aplicada E_{dc}. La Ec. (17-3) indica una relación lineal entre E_{dc} y la velocidad, lo que se muestra en la Fig. 17-1*c*, para valores inferiores a la velocidad de régimen. Por consiguiente, un circuito para el control de la velocidad debe permitir la reducción de E_{dc}, preferiblemente en forma continua y sin pérdidas.





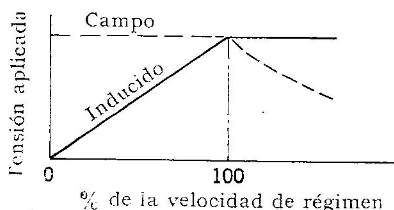


FIG. 17-1. (*a*) Circuito equivalente de un motor de continua con excitación independiente. (*b*) Relaciones velocidad-corriente. (*c*) Relación entre la velocidad y la tensión de excitación.

Dado que el calentamiento del inducido es un factor importante en el funcionamiento del motor, el valor de la corriente de régimen en el inducido es un límite superior. Para aumentar la velocidad por en-

cima de su valor de régimen aumentando la tensión aplicada E_{dc}, con flujo de campo constante, exigiría corrientes superiores a las de régimen y en funcionamiento continuado; esto no es tolerable. No obstante, la Ec. (17-3) indica que este resultado puede conseguirse dentro de los límites de tensión, reduciendo el campo, lo que significa una nueva misión a cumplir por los circuitos electrónicos de control.

Puede verse que

$$T = K_2 \phi_f I_{dc} \tag{17-5}$$

es una relación fundamental entre el par T, el campo y la corriente en el inducido. Si se disminuye el flujo, puede reducirse del mismo modo el par de carga, si no se sobrepasa el valor de régimen de la corriente.

Resulta así que el funcionamiento del motor puede dividirse en dos regiones: por debajo y por encima de la velocidad de régimen. En la primera, con flujo normal y con un valor máximo de I_{dc} fijado, la Ec. (17-5) indica que hay un par máximo constante. En la segunda región, en que se ha reducido ϕ_f manteniendo constante la I_{dc} de régimen, la Ec. (17-5) muestra que el par admisible disminuye al aumentar la velocidad y, por lo tanto, por la Ec. (17-4) se ve que ésta es una región de potencia de salida admisible constante. Las expresiones *par constante* y *potencia constante* se emplean a veces para designar estas dos regiones, no porque el funcionamiento se realice a estos límites constantes, sino porque la situación límite queda fijada por ellos.

17-2. Fuente con tiratrón para motor de continua. Mientras se usan rectificadores polifásicos e ignitrones para motores muy grandes, el mayor número de motores con alimentación rectificada tienen potencias desde fracciones de caballo hasta varios caballos, estando alimentados por fuentes monofásicas, como en la Fig. 17-2. Los tiratrones T_1 y T_2 suministran corriente continua controlada al inducido y los diodos de gas T_3 y T_4 dan la corriente continua constante al circuito independiente de excitación.

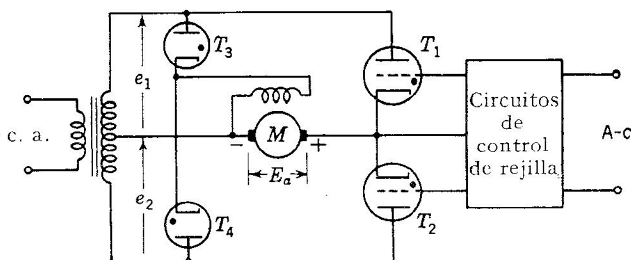


FIG. 17-2. Rectificador controlado por tiratrón para la alimentación de un motor de continua.

Las Figs. 17-3 y 17-4 muestran las ondas de tensión y corriente suministradas al devanado con un ángulo de disparo θ_1 de retardo, de forma que la conducción es discontinua, aunque está presente la inductancia del

inducido. Inmediatamente antes del momento del disparo a θ_1, la corriente es cero y la tensión del inducido es igual a la fuerza contraelectromotriz E_a. A θ_1 se dispara el tiratrón T_1 y la tensión del inducido salta al valor e_1, despreciando la caída en el tubo. La corriente en el inducido crece entonces lentamente, a causa de su inductancia, llegándose al ángulo θ_2 en que cesa la conducción y la tensión salta a E_a.

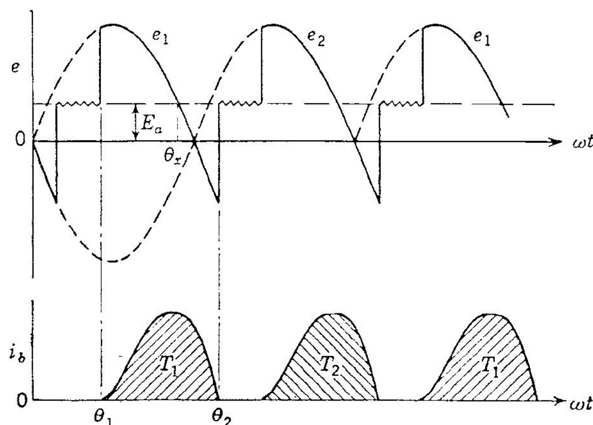


FIG. 17-3. Formas de onda en un motor controlado por tiratrón.

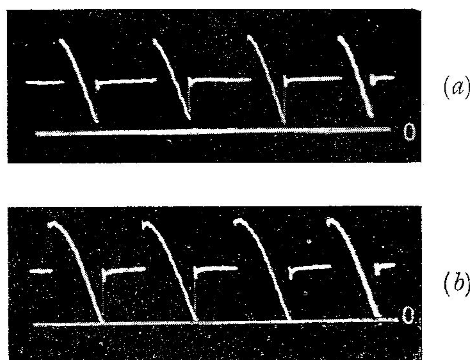


FIG. 17-4. Tensión de inducido procedente de un rectificador controlado. (a) $\theta_1 = 100°$ y pequeña carga. (b) $\theta_1 = 85°$ con gran carga.

En el circuito de la Fig. 17-2 se ve que la tensión neta disponible para producir corriente es sólo $e_1 - E_a$ ó E_m sen $\omega t - E_a$. Por consiguiente, sólo durante el intervalo entre θ_1 y θ_x, en el cual E_m sen $\omega t =$ $= E_a$, la tensión aplicada produce una corriente positiva en el circuito. El resto del período de conducción, desde θ_x a θ_2, se debe a la tensión $L\, di/dt$ generada por la corriente decreciente en la inductancia del inducido.

Si se adelanta θ_1, la tensión media aumenta y la velocidad crece. Si crece el par resistente, la corriente en el inducido debe aumentar, por la Ec. (17-5), lo que solamente puede ocurrir como resultado de reducir el valor de E_a, ya que el ángulo de disparo θ_1 es fijo. Puesto que la corriente sólo puede circular durante un corto intervalo, la f.e.m. E_a debe caer más que si el motor estuviese alimentado con corriente continua. Dado que E_a es proporcional a la velocidad, el efecto de un aumento en el par de carga es perjudicial para la regulación de la velocidad, haciendo que la relación velocidad-corriente [curva (1) de la Fig. 17-1*b*] caiga mucho más que si el motor fuese alimentado con corriente continua. Esto acentúa la necesidad del control de velocidad como parte efectiva del sistema de control por tiratrón del motor.

Durante el funcionamiento de un motor controlado por tiratrón la corriente en la carga puede cambiar de discontinua a continua, dependiendo de la velocidad, el ángulo de disparo y la inductancia del inducido.* Esta situación es semejante a la discutida en la Sec. 15-13 para cargas inductivas en rectificadores controlados. Puesto que el estudio difiere solamente en la inclusión del efecto de E_a, el análisis de las corrientes en el tubo y en el inducido será tratado aquí brevemente, considerando en primer lugar el caso de conducción discontinua.

Para el motor de la Fig. 17-1*a* y la corriente de la Fig. 17-3, la ecuación diferencial durante la conducción es

$$L\frac{di_b}{dt} + R_a i_b = E_m \operatorname{sen} \omega t - E_a \tag{17-6}$$

cuya solución es

$$i_b = A\epsilon^{-R_a t/L} + \frac{E_m}{\sqrt{R_a^2 + \omega^2 L^2}} \operatorname{sen}(\omega t - \phi) - \frac{E_a}{R_a} \tag{17-7}$$

donde

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1}\frac{\omega L}{R_a} \tag{17-8}$$

Puede definirse un nuevo coeficiente $a = E_a/E_m$. Puesto que $E_a = K_1\phi_f N$, a es directamente proporcional a la velocidad N y puede denominarse *coeficiente de velocidad.* Se puede calcular la constante A viendo que, para $\omega t = \theta_1$ es $i_b = 0$, con lo cual i_b queda

$$i_b = \frac{E_m}{R_a}\left\{\frac{R_a}{\sqrt{R_a^2 + \omega^2 L^2}} \operatorname{sen}(\omega t - \phi) - a + \right.$$
$$\left. + \left[a - \frac{R_a}{\sqrt{R_a^2 + \omega^2 L^2}} \operatorname{sen}(\theta_1 - \phi)\right]\epsilon^{-(R_a/\omega L)(\omega t - \theta_1)}\right\} \tag{17-9}$$

* Como ejemplo, en un motor de continua de 1 CV, 230 V, la resistencia del inducido es 6,6 ohmios y su inductancia de 0,05 henrios.

Teniendo en cuenta la definición dada por la Ec. (17-8),

$$\cos \phi = \frac{R_a}{\sqrt{R_a^2 + \omega^2 L^2}} \tag{17-10}$$

y, por tanto,

$$i_b = \frac{E_m}{R_a}\{ \cos \phi \operatorname{sen} (\omega t - \phi) - a + [a - \cos \phi \operatorname{sen} (\theta_1 - \phi)] \epsilon^{-(R_a/\omega L)(\omega t - \theta_1)} \} \tag{17-11}$$

que es válida en el intervalo $\theta_1 \leq \omega t \leq \theta_2$, siempre que $\theta_1 > \theta_2 - \pi$, o que la conducción sea discontinua.

Puede verse, por la forma de la onda, que $i_b = 0$ cuando $\omega t = \theta_2$, para conducción discontinua, de modo que

$$\epsilon^{R_a\theta_2/\omega L} \frac{\cos \phi \operatorname{sen} (\theta_2 - \phi) - a}{\cos \phi \operatorname{sen} (\theta_1 - \phi) - a} = \epsilon^{R_a\theta_1/\omega L} \tag{17-12}$$

Esta es una relación trascendente que puede resolverse gráficamente con θ_1, a y $\omega L/R_a$ como parámetros. El resultado se ha representado en la Fig. 17-5 que es análoga a la 15-27. La mayor complejidad de la Fig. 17-5 se debe a las varias familias de curvas de parámetro a, habiéndose tomado directamente de la Fig. 15-27 la correspondiente a $a = 0$.

Puede verse que el tubo no puede dispararse a ángulos mayores o menores que aquéllos para los que $E_m \operatorname{sen} \omega t = E_a$, ya que en ese caso la tensión de ánodo sería negativa. Por consiguiente, el primer ángulo de disparo es

$$\theta_{1,\text{mín}} = \operatorname{sen}^{-1} a$$

Este ángulo fija el límite para todas las curvas $\omega L/R_a$ de la familia, para un valor dado de a, como muestran los límites verticales en las familias de $a = 0{,}8$ y $a = 0{,}4$.

El límite superior corresponde a

$$\theta_{1,\text{máx}} = \pi - \operatorname{sen}^{-1} a$$

y determina el lugar geométrico indicado por la línea de trazos que va desde $a = 1{,}0$ a $\theta_1 = 90^\circ$ y asciende hacia la derecha hasta $a = 0$ a $\theta_1 = 180^\circ$.

Se puede demostrar que, para un ángulo de conducción mayor de 180°, ó $\theta_2 - \theta_1 \geq \pi$, la conducción será continua y no es de aplicación el análisis anterior basado en impulsos de corriente. En la figura se muestra la línea límite (de trazos) para $\theta_2 - \theta_1 = \pi$ que empieza a $\theta_1 = 0$ y $\theta_2 = 180^\circ$ y que asciende hacia la derecha dejando fuera la zona de conducción continua.

Podemos estudiar también la corriente en condiciones de conducción continua partiendo como antes de la Ec. (17-6), pero teniendo en cuenta que la situación para el cálculo de la constante A es distinta. Para conducción continua, como en la Fig. 17-6, $\theta_2 = \theta_1 + \pi$. Escri-

biendo la Ec. (17-7) para $\omega t = \theta_1$, y para $\omega t = \theta_2 = \theta_1 + \pi$ e igualando, podemos hallar A, que resulta

$$A = \frac{(2E_m/\sqrt{R_a^2 + \omega^2 L^2})\,\text{sen}\,(\theta_1 - \phi)}{(\epsilon^{-R_a\pi/\omega L} - 1)\epsilon^{R_a\theta_1/\omega L}} \tag{17-13}$$

con lo cual llegamos finalmente al valor de i_b para conducción continua

$$i_b = \frac{E_m}{R_a}\left[\cos\phi\,\text{sen}\,(\omega t - \phi) - a - \right.$$

$$\left. - \frac{2\cos\phi\,\text{sen}\,(\theta_1 - \phi)}{1 - \epsilon^{-R_a\pi/\omega L}}\,\epsilon^{-(R_a/\omega L)(\omega t - \theta_1)}\right] \tag{17-14}$$

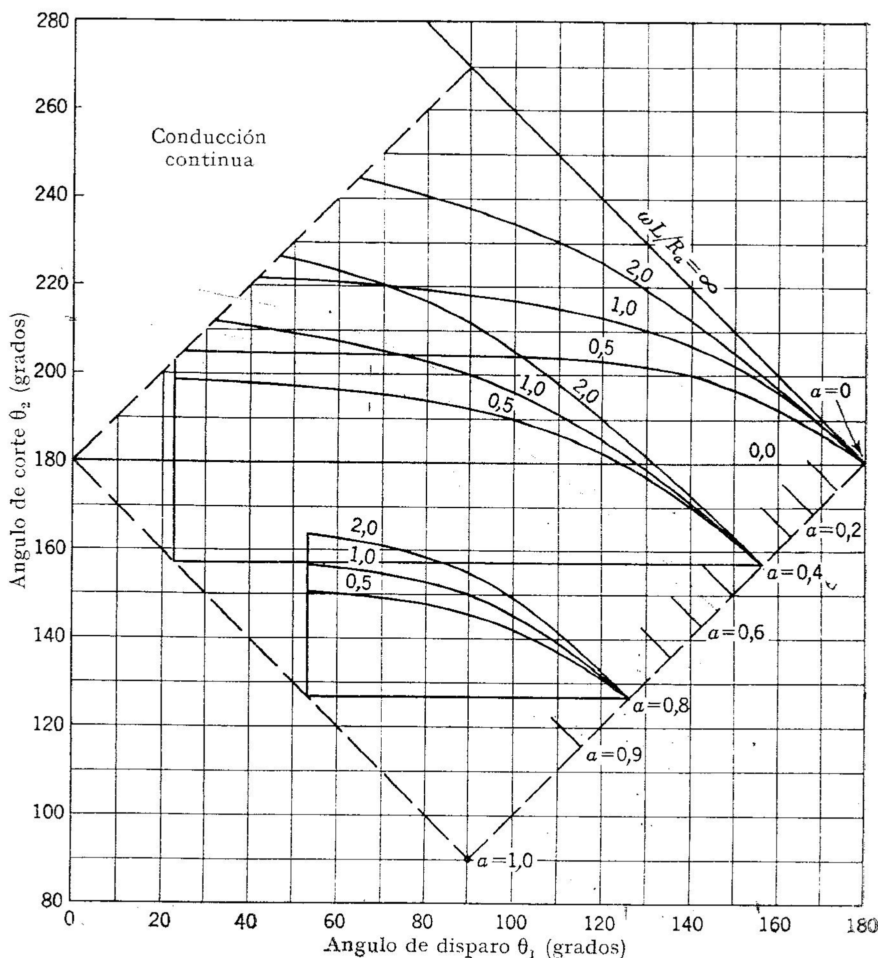


FIG. 17-5. Angulo de corte θ_2 en función del ángulo de disparo θ_1.

Esto corresponde a la forma de onda de la Fig. 17-6. La conducción continua se producirá siempre que el valor teórico de θ_2 sea mayor que $\theta_1 + \pi$, como determina la Fig. 17-5. El valor de θ_2 para conducción continua puede considerarse igual a $\theta_1 + \pi$.

Es de señalar que todas estas posibles formas de onda, como las mostradas en las Figs. 17-3 y 17-6, tienen un contenido de armónicos apreciable y, por tanto, $I_{ef} > I_{dc}$. Esto significa que, para un par medio dado, que puede ser proporcional a I_{dc}, un motor se calentará más si se alimenta a través de un rectificador que si se conecta a una línea de continua. Por ello, en los motores que funcionan con rectificador se obtienen potencias inferiores a las nominales; por ejemplo, en un motor cuya potencia nominal es 1 CV se obtienen 3/4 CV.

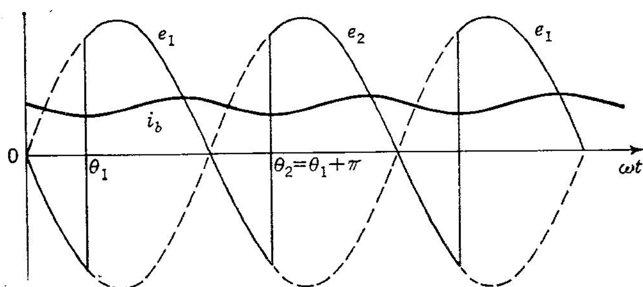


FIG. 17-6. Corriente y tensión en conducción continua.

17-3. Relaciones velocidad-par. La Ec. (17-1) describe las relaciones existentes en un motor de excitación independiente alimentado con corriente continua. Se puede normalizar con respecto a la tensión E_{dc} aplicada, obteniendo

$$1 - \frac{I_{dc} R_a}{E_{dc}} - \frac{E_a}{E_{dc}} = 0 \qquad (17\text{-}15)$$

El segundo término puede ponerse en la forma

$$\frac{I_{dc}}{E_{dc}/R_a}$$

El denominador E_{dc}/R_a es la corriente que circularía por el inducido en reposo. Por la Ec. (17-5), el par es proporcional a la corriente, suponiendo que no hay reacción de inducido y que el campo ϕ_f es constante. Es conveniente definir un *coeficiente de par*

$$T_{dc} = \frac{T}{T_o} = \frac{I_{dc}}{E_{dc}/R_a} \qquad (17\text{-}16)$$

que expresa la relación entre el par real y el de reposo del motor, cuando se conecta a una línea de corriente continua.

La fuerza contraelectromotriz E_a es proporcional a la velocidad de acuerdo con la Ec. (17-2), suponiendo nuevamente que no hay reacción de inducido. Puede definirse también, para alimentación con corriente continua, un *coeficiente de velocidad*

$$a_{dc} = \frac{E_a}{E_{dc}} \tag{17-17}$$

como la relación entre la velocidad real y una velocidad máxima teórica para la que E_{dc} es la fuerza contraelectromotriz. Este término está relacionado evidentemente con el empleado anteriormente, $a = E_a/E_m$, para el motor alimentado por rectificador.

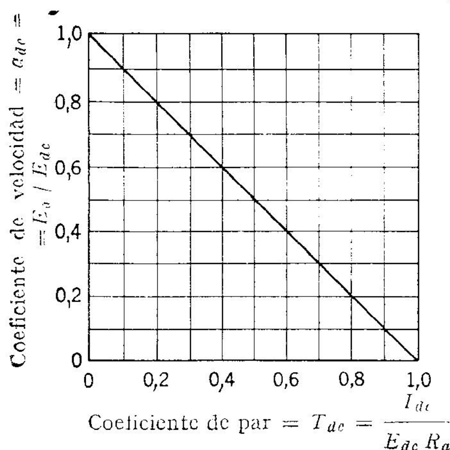


FIG. 17-7. Característica teórica velocidad-par para un motor alimentado desde una línea de continua. (Se desprecia la reacción de inducido.)

Por la Ec. (17-15), podemos escribir

$$\frac{I_{dc}}{E_{dc}/R_a} + \frac{E_a}{E_{dc}} = 1 \tag{17-18}$$

$$T_{dc} + a_{dc} = 1 \tag{17-19}$$

En la Fig. 17-7 se representa la relación entre a_{dc} y T_{dc}, como curva teórica velocidad-par para un motor alimentado por una línea de corriente continua.

Es conveniente obtener una característica similar para un motor alimentado por rectificador, para comparar este sistema con el funcionamiento normal con corriente continua. Tal curva puede obtenerse hallando I_{dc}, aunque en funcionamiento discontinuo el par motor se produce a impulsos. La inercia del motor y la de la carga suavizan dichos impulsos y se obtendrá un par medio proporcional a I_{dc}. Refiriéndonos al motor equivalente de la Fig. 17-1*a*, una corriente continua no puede producir una tensión en una inductancia; por tanto

$$I_{dc} = \frac{1}{\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{E_m \text{ sen } \omega t - E_a}{R_a}\, d\omega t \tag{17-20}$$

para el motor alimentado por rectificador de la Fig. 17-2, suponiendo la rectificación de onda completa y despreciando la caída en el tubo. La forma de onda adecuada es la de la Fig. 17-3 con conducción discontinua.

Haciendo $a = E_a/E_m$ e integrando queda

$$I_{dc} = \frac{E_m}{\pi R_a}[\cos\theta_1 - \cos\theta_2 - a(\theta_2 - \theta_1)] \qquad (17\text{-}21)$$

Esta expresión puede escribirse

$$\frac{I_{dc}}{2E_m/\pi R_a} = \frac{1}{2}[\cos\theta_1 - \cos\theta_2 - a(\theta_2 - \theta_1)] \qquad (17\text{-}22)$$

La relación $2E_m/\pi R_a$ es la corriente tomada del rectificador de onda completa por el inducido en reposo. Así, la Ec. (17-22) puede interpretarse como la relación entre el par motor T en funcionamiento y el de reposo T_o. Por tanto, con alimentación por rectificador, el coeficiente de par de la Ec. (17-16) puede definirse de nuevo como

$$T_r = \frac{T}{T_o} = \frac{I_{dc}}{2E_m/\pi R_a} \qquad (17\text{-}23)$$

Y entonces

$$T_r = \frac{I_{dc}}{2E_m/\pi R_a} = \frac{1}{2}[\cos\theta_1 - \cos\theta_2 - a(\theta_2 - \theta_1)] \qquad (17\text{-}24)$$

Puesto que a es el coeficiente de velocidad para el motor alimentado por rectificador, la expresión anterior es una relación adimensional entre el par y la velocidad para el caso de conducción discontinua con rectificadores.

Para conducción continua, la corriente media está dada por la Ec. (17-20) con $\theta_2 = \theta_1 + \pi$. El resultado es

$$I_{dc} = \frac{E_m}{\pi R_a}(2\cos\theta_1 - a\pi) \qquad (17\text{-}25)$$

que es la Ec. (17-21) con $\theta_2 = \theta_1 + \pi$. El coeficiente de par para conducción continua es

$$T_r = \frac{I_{dc}}{2E_m/\pi R_a} = \cos\theta_1 - \frac{a\pi}{2} \qquad (17\text{-}26)$$

Con los datos obtenidos por medio de la Fig. 17-5 y las ecuaciones correspondientes, es posible dibujar las curvas velocidad-par para un motor controlado por tiratrón a partir de las Ecs. (17-24) y (17-26). Estas curvas están representadas en la Fig. 17-8; en la Fig. 17-9 se da una curva determinada experimentalmente para confirmar la forma teórica de las de la Fig. 17-8.

Comparando las curvas de la Fig. 17-8 con la de la Fig. 17-7 para un motor alimentado directamente de la red de continua, se ve que el

uso de la alimentación por tiratrón hace que la velocidad caiga rápidamente con el par. Esto muestra la necesidad de un circuito de control para mantener la velocidad de funcionamiento deseada.

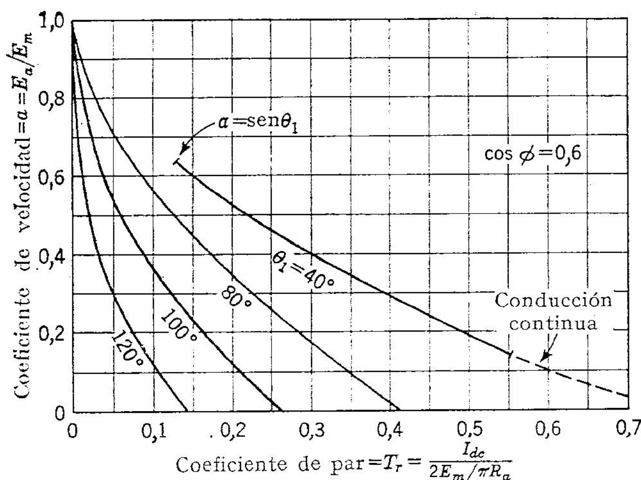


FIG. 17-8. Curvas teóricas velocidad-par para un motor alimentado por tiratrón; cos ϕ = 0,6.

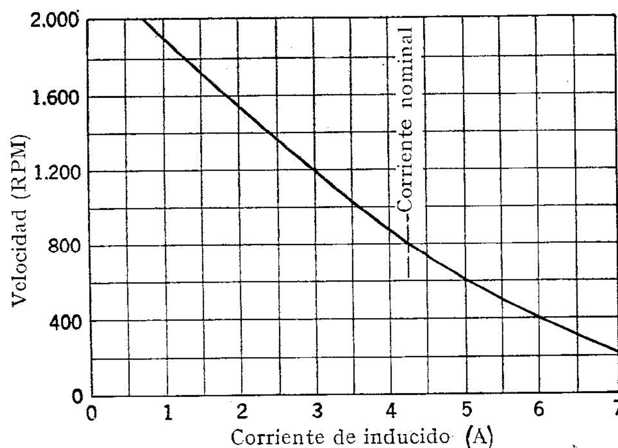


FIG. 17-9. Curva real velocidad-par, para θ_1 = constante, de un motor controlado por tiratrón de 1 CV, 1.750 RPM, 230 V.

No debe olvidarse que los rectificadores no empiezan a conducir hasta que E_m sen $\omega t - E_a$ es positivo en la Ec. (17-20). Esto sólo se verifica si $a \leq$ sen θ_1, lo que establece un límite para las curvas a $\theta_1 =$ = 80° y 40°. Para esta última curva y puesto que sen 40° = 0,64, los tubos no pueden conducir si $a > 0{,}64$ y, por consiguiente, la curva de θ_1 = 40° acaba en ese valor.

La tensión media necesaria en el inducido es

$$E_{dc} = E_a + I_{dc}R_a$$

y dividiendo por E_m,

$$\frac{E_{dc}}{E_m} = \frac{E_a}{E_m} + \frac{I_{dc}R_a}{E_m} = a + \frac{2}{\pi}T_r \qquad (17\text{-}27)$$

La tensión de inducido necesaria para accionar un motor controlado por tiratrón se expresa pues en función de un coeficiente de tensión adimensional

$$v_a = \frac{E_{dc}}{E_m} = a + \frac{2}{\pi}T_r \qquad (17\text{-}28)$$

En la Fig. 17-10 se muestra una curva de v_a en función del coeficiente de par T_r. Con ella se puede prever la tensión necesaria para obtener el par de salida deseado. La Fig. 17-11 es una curva determinada experimentalmente con un motor controlado por tiratrón para confirmar la Fig. 17-10

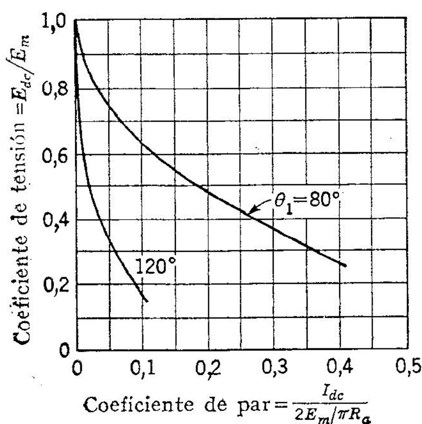


FIG. 17-10. Característica teórica tensión-par para un motor controlado por tiratrón; cos ϕ = 0,6.

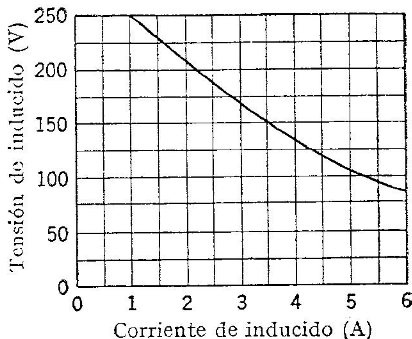


FIG. 17-11. Curva experimental tensión-par, para θ_1 = constante, de un motor de 1 CV, 1.750 RPM, 230 V.

17-4. Regulación de la velocidad por control de la tensión de inducido. En las dos formas más usadas de control de motores por tiratrón, el control de la rejilla de los tiratrones rectificadores se realiza en un caso por el método de control por polarización y fase y en el otro por medio de una reactancia saturable y un puente de desviación de fase. Puesto que estos métodos ya han sido tratados, centraremos nuestra atención aquí en los circuitos de medida y de control empleados para proporcionar las tensiones o corrientes necesarias para dichos métodos.

Si se regula la fuerza contraelectromotriz, la velocidad del motor estará controlada, excepto en lo que respecta al efecto de la reacción de inducido. La tensión de inducido se diferencia de la fuerza contraelectromotriz sólo en la caída de tensión en la resistencia del inducido que es normalmente pequeña, de modo que, controlando la tensión del inducido, se obtendrá un razonable control de velocidad. Este es el fundamento del circuito de la Fig. 17-12.

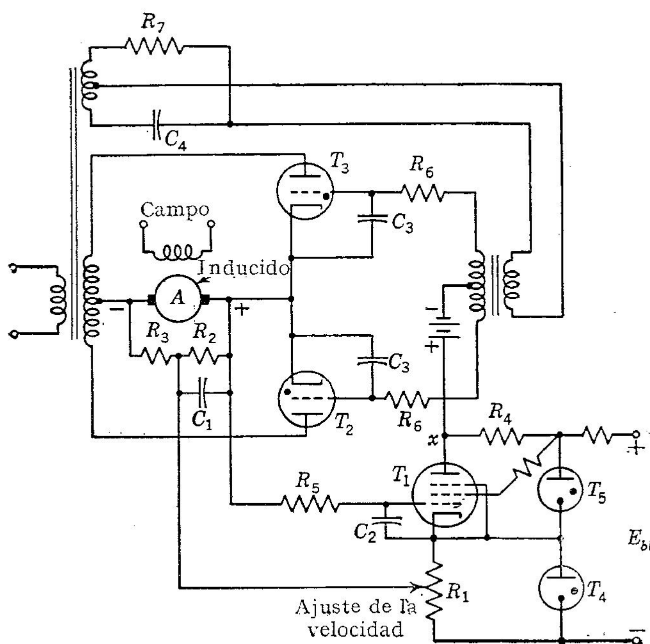


FIG. 17-12. Circuito para la regulación de la tensión de inducido; método de control por polarización y fase.

Una parte de la tensión del inducido, determinada por la relación

$$\frac{R_2}{R_3 + R_2}$$

se emplea para accionar el control. El filtro constituido por C_1, R_5 y C_2 elimina la mayor parte del rizado en la tensión del inducido. A la fracción de esta tensión que representa la velocidad se le opone una tensión continua de referencia obtenida en la parte superior de R_1 y que es suministrada por el regulador T_4. La velocidad deseada está representada por la tensión tomada de R_1, y cualquier diferencia entre esta tensión y la fracción real de la tensión del inducido se aplica a la rejilla de T_1. Si la velocidad es pequeña, la caída de tensión en R_1 es mayor que la de R_2, lo que hace a la rejilla de T_1 negativa y al punto X más

positivo. Esta tensión, añadida a la alterna defasada del puente $R_7 - C_4$, hace avanzar el ángulo de disparo de los tiratrones, proporcionando mayor corriente al inducido y aumentando la velocidad del motor. El equilibrio se alcanza cuando la tensión en bornes de R_2 iguala a la tensión seleccionada en R_1, por lo que R_1 sirve para ajustar la velocidad.

En el circuito de la Fig. 17-13 la velocidad se ajusta con la tensión tomada de R_1 y comparada con una tensión fija obtenida en R_2. Cualquier diferencia de tensiones es amplificada por el amplificador de continua formado por T_1 y T_2 para controlar la reactancia saturable SR.

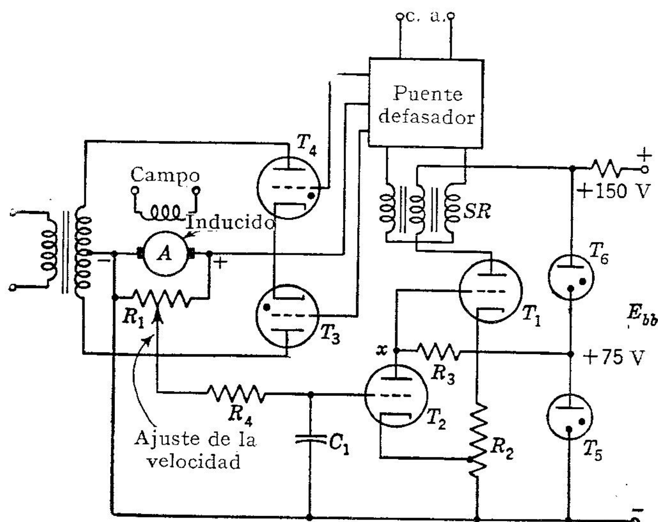


FIG. 17-13. Regulación de la tensión de inducido para el control de la velocidad; método de la reactancia saturable.

Si la velocidad es inferior a la normal, la diferencia de tensiones hace a la rejilla de T_2 negativa. Esto hace que el punto X y la rejilla de T_1 sean positivos, aumentando la corriente de placa de T_1, saturando la reactancia SR. El ángulo de disparo de los tiratrones avanza, aumentando la corriente en el inducido y elevando la velocidad del motor hasta que la tensión en R_1 se iguala a la fijada en R_2. Se obtienen mayores velocidades corriendo la toma de R_1 hacia la izquierda, y viceversa.

17-5. Compensación de la caída IR. Puesto que la tensión de inducido es la suma de E_a e $I_{dc}R_a$, no sirve exactamente para representar la velocidad. Se puede llevar a cabo electrónicamente la sustracción del término $I_{dc}R_a$, incluyendo en el circuito regulador de la tensión de inducido una señal compensadora proporcional a la corriente de inducido. Esto hará que el control de la velocidad sea proporcional al valor de E_a solamente.

Un método sencillo de obtener una tensión proporcional a $I_{dc}R_a$ es añadir una resistencia R_2 muy pequeña en serie con el inducido, como en la Fig. 17-14. Este método exige que la tensión en R_2 se reste de la que hay en R_1, a pesar de que, según el circuito, se sumen. A causa del terminal común y de la pequeñez de R_2 (si su caída ha de ser admisible), hay que incluir el tubo T_2 como amplificador para invertir la polaridad de la caída IR, antes de añadirla al circuito de medida de la tensión del inducido. El circuito de entrada de T_1, el amplificador de control, incluye un aumento en la tensión de R_4 proporcional a $I_{dc}R_a$, una caída en R_1 proporcional a $E_a + I_{dc}R_a$ y un aumento en el

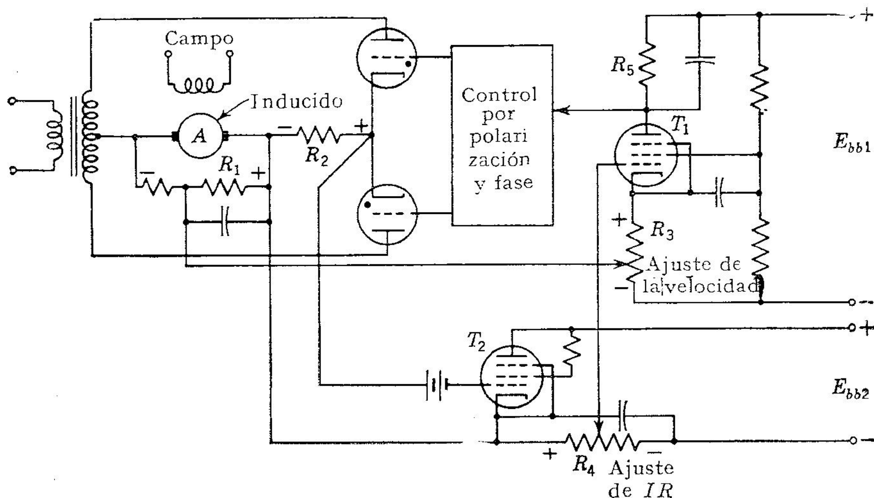


FIG. 17-14. Compensación sencilla de la caída IR.

potenciómetro de referencia R_3. El resultado es una sustracción de $I_{dc}R_a$ de la tensión de inducido y la tensión resultante se compara con la de referencia en R_3.

Otra forma del circuito más flexible y útil es la de la Fig. 17-15, en la cual se usa un transformador de corriente CT para obtener una tensión en el secundario proporcional a la corriente de inducido. El empleo de dos primarios anula el flujo de saturación de continua y suma las corrientes de ambos tiratrones. La rectificación de la tensión del secundario da una salida en R_5 proporcional a la corriente del motor, sirviendo C_3 para filtrar dicha salida. Una parte de la salida se introduce en el circuito de medida de la Fig. 17-12, o en el de la Fig. 17-13, para modificar la tensión indicadora de la velocidad.

Según la Fig. 17-15, la entrada a T_2 empieza con una caída de tensión en R_1, proporcional a $E_a + I_{dc}R_a$, sigue con un aumento de tensión fijo en R_2 y otro en R_5 proporcional a $I_{dc}R_a$ y llega al cátodo. La tensión resultante es proporcional a E_a, y se compara con la tensión de referencia fija de R_2. El funcionamiento de T_1 ya se ha tratado antes.

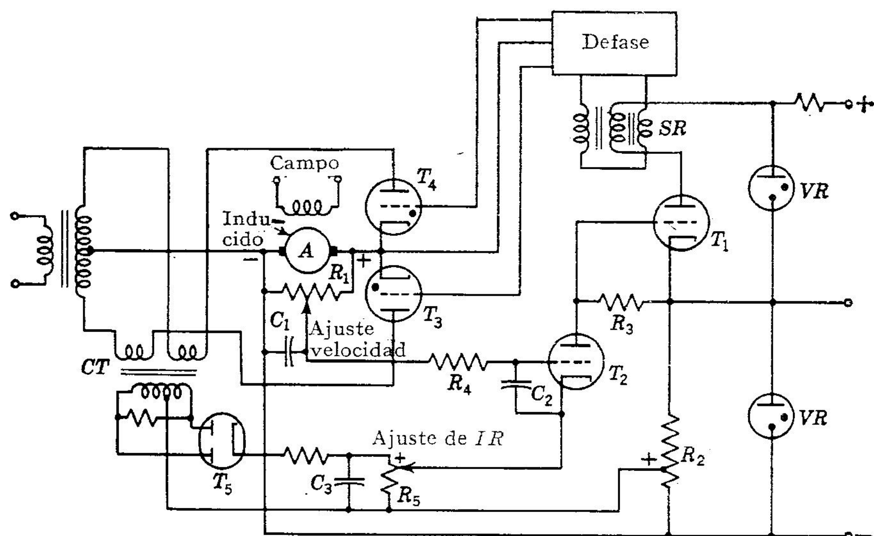


FIG. 17-15. Señal de compensación de la caída IR de un transformador de corriente.

Una característica interesante del circuito es el uso de una tensión de referencia fija en R_2. El ajuste en R_1 para la fuerza contraelectromotriz da como resultado una tensión constante $E_a + I_{dc}R_a$ como entrada al circuito de control para todas las velocidades y, puesto que el margen de corriente y el valor de $I_{dc}R_a$ serán los mismos para cualquier

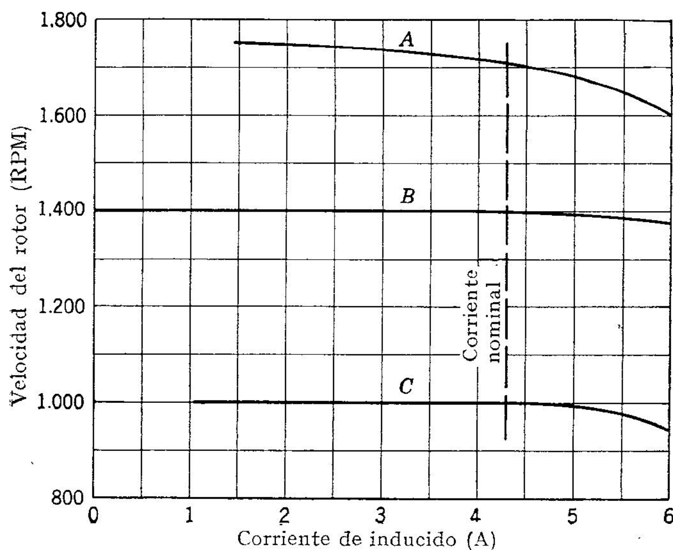


FIG. 17-16. Comportamiento del regulador de velocidad constante.

velocidad, la referencia E_a y la compensación de la caída IR se mantienen con los valores apropiados, independientemente de la velocidad del motor. Si se comparase $E_a + I_{dc}R_a$ directamente con una referencia ajustable se mezclarían los controles de la caída IR y la velocidad.

Debe recordarse que la fuerza contraelectromotriz de un motor con excitación independiente es representativa de la velocidad sólo en el supuesto de reacción nula de inducido, y la compensación de la caída IR es sólo apropiada si la resistencia del inducido no cambia con la temperatura. Es evidente que el circuito descrito no controlará la velocidad con gran precisión aunque la mantendrá dentro de estrechos límites. Los resultados para diferentes velocidades se muestran en la Fig. 17-16. Es probable que el descenso de las curvas a corrientes altas sea debido, no a la falta de regulación de la velocidad, sino a la acción del circuito limitador de corriente que trataremos más adelante.

17-6. Debilitamiento del campo. Para aumentar la velocidad por encima del valor de régimen con la correspondiente corriente de inducido hace falta que la de excitación se reduzca. Esto puede conseguirse modificando el potenciómetro R_1 usado para ajustar la velocidad en los circuitos precedentes. Se puede proyectar el potenciómetro para que realice la misión discutida antes con la mitad de su desplazamiento total, pasando luego el contacto a una zona en la que da una tensión fija representativa de la máxima velocidad del motor a pleno campo.

Un segundo potenciómetro se monta sobre el mismo eje, de forma que en su punto central el contacto se haga sobre un sector resistivo empleado como control de fase para los rectificadores de campo. Así, después de alcanzar la velocidad máxima a pleno campo, se conecta un circuito de control a los rectificadores para reducir la corriente de excitación, permitiendo que aumente la velocidad del motor. La fuerza contraelectromotriz permanece constante en esta zona y el control de velocidad por tensión de inducido continúa siendo efectivo para regular a los rectificadores del inducido.

17-7. Limitación de la corriente de inducido. Es relativamente fácil añadir a los circuitos precedentes un control por limitación de la corriente de inducido, para proteger al motor y a los tiratrones de sobrecargas debidas al arranque o al funcionamiento con cargas excesivas. Tal protección es de particular importancia a causa del poco margen de sobrecarga de los tiratrones.

La Fig. 17-7 muestra la inclusión del circuito limitador de corriente en los sistemas previamente estudiados de control de velocidad y compensación de la caída IR. El circuito limitador de corriente consta del tubo T_6, la resistencia de control R_6 y la polarización obtenida en R_2. Puesto que T_2, tubo de control de velocidad, y T_6, tubo limitador de corriente, funcionan por medio del rectificador T_5, las entradas a los amplificadores son de fases opuestas. Un aumento en la corriente de inducido tiende a hacer la rejilla de T_6 más positiva, mientras que la de T_2 se hace más negativa, a causa de la caída IR.

Dentro de la zona de funcionamiento normal de la corriente del inducido desde carga cero hasta aproximadamente el 150 por 100 de carga, el tubo está polarizado por debajo del corte, por medio de R_2, y no tiene efecto en el circuito. Dentro de dicha zona el tubo T_2 es efectivo para controlar la velocidad, como ya se ha descrito. Cuando la corriente de inducido sobrepasa un predeterminado valor máximo, el tubo T_6, que puede ser un pentodo de corte brusco, empieza a conducir debido al aumento de la tensión en bornes de R_6. Por su mayor ganancia,

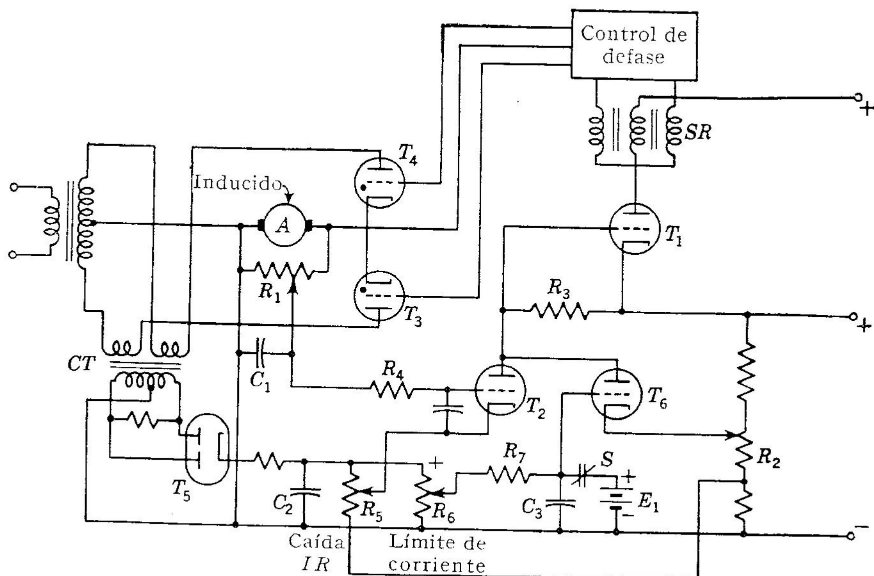


FIG. 17-17. Adición del circuito limitador de corriente.

T_6 anula el efecto de T_2 de alterar la tensión de rejilla de T_1. Como resultado, T_6 hace que la rejilla de T_1 se haga más negativa. Esto hace disminuir la corriente de placa de T_1 que pasa por SR, con lo cual, el ángulo de disparo de los tiratrones queda retardado. Esto evita que la corriente de inducido pueda exceder del límite de seguridad predeterminado. El efecto de T_6 se ilustra en la Fig. 17-18, que muestra que el motor puede ser detenido sin que la corriente exceda del 200 por 100 del valor normal.

En el arranque no hay corriente de inducido ni tensión en R_6, el tubo T_6 está cortado y el ángulo de disparo de los tiratrones está muy avanzado. El control del límite de corriente no tiene efecto en la amplitud del primer semiciclo de la corriente suministrada por los tiratrones. Este primer semiciclo de corriente, limitada sólo por la resistencia y la inductancia del inducido puede tener una cresta tan alta que perjudique a un tiratrón, especialmente si R_1 está ajustada para gran velocidad, puesto que el ángulo de disparo establecido por T_2 estará muy avanzado.

Se añade un circuito de protección especial, compuesto de R_7, C_3, el interruptor S y una tensión auxiliar, para tener un medio de controlar la corriente durante el período de arranque. El interruptor S está normalmente cerrado, con lo que C_3 se carga a E_1 voltios, que es también la tensión de la rejilla de T_6. En el momento en que se cierra el interruptor principal de conexión a la línea, el S se abre, quedando en C_3 la tensión citada, que permite a T_6 conducir, haciendo que T_1 quede cortado y retrasado así el ángulo de disparo de los tiratrones para que no conduzcan aún.

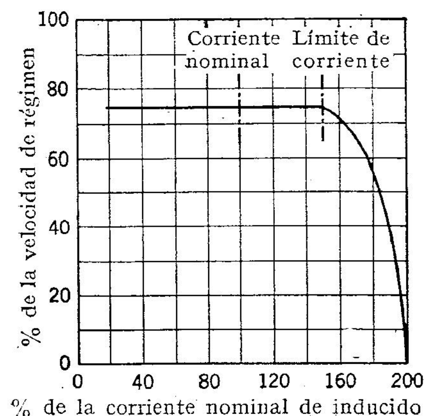


FIG. 17-18. Efecto de los circuitos limitadores de corriente.

El condensador C_3 se descarga a través de R_7 y R_6, por lo cual la corriente de placa de T_6 disminuye rápidamente permitiendo a T_1 conducir y que avance el ángulo de disparo de los tiratrones. Este va avanzando a medida que C_3 se descarga hasta que esta descarga es completa, en cuyo momento se dispone en R_6 de la tensión limitadora de corriente para controlar a T_6 en forma normal. La constante de tiempo de C_3 y su resistencia asociada debe ser igual solamente a unos cuantos períodos para dejar que el circuito limitador de corriente se haga cargo rápidamente del control del ángulo de disparo de los tiratrones. Dicho circuito permite la aceleración del motor y de la carga a corriente constante, fijada por el ajuste de R_6.

La Fig. 17-19 muestra el efecto producido en los primeros semiciclos de la corriente de inducido. Después de los primeros cuatro semiciclos, la corriente se mantiene a su nivel máximo permitido hasta que se

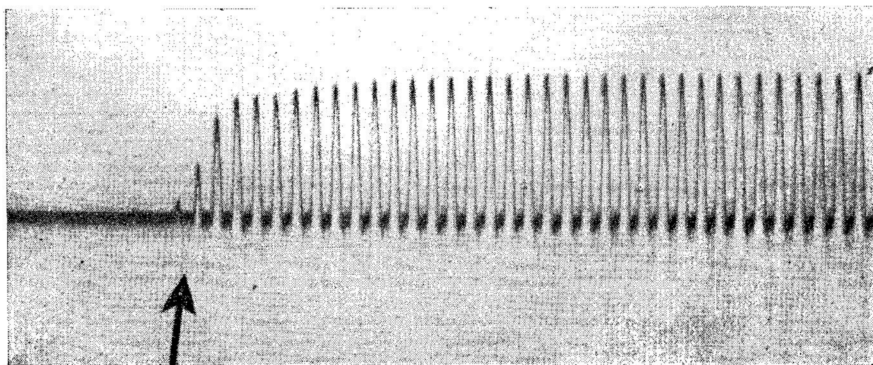


FIG. 17-19. Impulsos de corriente de inducido durante el arranque.

termina el período de aceleración; a partir de este momento, el tubo T_2 y los circuitos de control de velocidad se encargan de regular la corriente del inducido.

17-8. Controles auxiliares. La inversión del motor controlado por tiratrón puede conseguirse por medio de un interruptor magnético que invierte las conexiones del inducido. Si el motor está girando en el momento de la inversión, entra en juego el circuito de retardo de arranque para que los tiratrones queden cortados y el interruptor pueda invertir los terminales sin que circule corriente. La corriente que circula después que se rehace el contacto está favorecida por la f.e.m. generada y tiene el sentido adecuado para frenar el motor. La corriente en los tubos circula durante la mayor parte del tiempo en que la tensión alterna de alimentación es negativa, estando los ánodos positivos mantenidos por E_a. La corriente que circula entonces representa la potencia devuelta a la línea, y este proceso se conoce con el nombre de *frenado regenerativo*. Después que el motor se para comienza, en forma normal, su funcionamiento en sentido contrario.

El frenado dinámico es otra característica de la mayoría de los sistemas de control. Cuando se pulsa el botón de «parada», los tiratrones se desconectan y el motor se acopla a una resistencia pequeña. Esta absorbe la energía cinética y produce una parada rápida. Cualquier tipo de interruptor hace entrar en juego al circuito de retardo de arranque produciendo el retardo de algunos ciclos.

También se añade un retardo por motor síncrono para permitir que los cátodos de los tiratrones alcancen su temperatura de funcionamiento antes de que entren en acción estos sistemas de control del motor.

17-9. Control de velocidad por tacómetro. Los motores pequeños tienen grandes resistencias y malas condiciones intrínsecas de regulación de velocidad, siendo insuficientes los circuitos antes descritos para conseguir un buen control de velocidad. Se necesita un sistema que mida la velocidad del motor y la compare con el valor de referencia. Uno de estos sistemas emplea un tacómetro generador de continua, corrientemente con campo de imán permanente, de tal modo que la f.e.m. de salida sin carga es lineal con respecto a la velocidad. El tacómetro generador se acopla al árbol de salida del motor que se controla, y la tensión de salida del tacómetro se compara con una tensión de referencia estable. El valor E_r de esta referencia es una función calibrada de la velocidad, y cualquier diferencia entre E_r y la tensión E_t del tacómetro es amplificada y aplicada como señal de control para los tiratrones principales, con objeto de restaurar la velocidad al valor deseado.

Si el amplificador de continua tiene ganancia suficiente, es posible obtener una precisión del 1 por 100 para todas las velocidades excepto las muy bajas. Las variaciones en la tensión de la línea y en la temperatura tienen influencia despreciable, puesto que la medida de la velocidad se hace directamente. Las medidas de la tensión de inducido y de la caída IR no son necesarias.

Se emplean sistemas de control completos que incluyen la limitación de la corriente de inducido y la medida de la velocidad por medio de tacómetro. Puesto que el sistema utiliza realimentación, surge el problema de la estabilidad que será discutido en general en el capítulo siguiente.

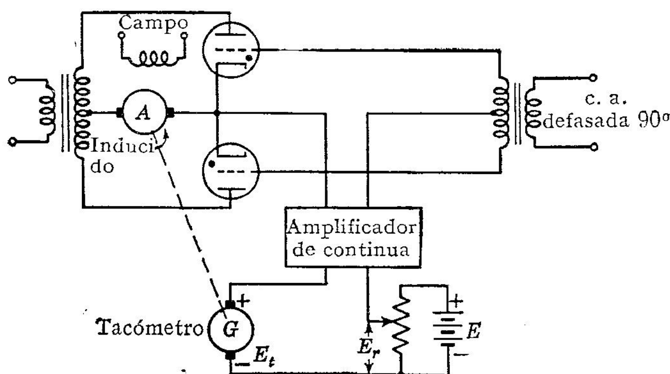


FIG. 17-20. Control de la velocidad por tacómetro.

17-10. Control de motores de corriente alterna de pequeño par. El control de motores de alterna pequeños, de tipo mono o bifásico, es una aplicación importante de la electrónica en muchos instrumentos registradores y en sistemas de control de pequeña potencia. Estos motores se usan corrientemente para hacer girar una resistencia de equilibrio de un puente y mover una aguja registradora o indicadora, así como variar la posición de una válvula u otro aparato mecánico o eléctrico. En este caso, el motor gira intermitentemente en el sentido adecuado para equilibrar el puente con la variable primaria, con una velocidad dependiente del valor (o velocidad de cambio) de la separación de la variable del valor nominal.

Los circuitos electrónicos deben dar a estos pequeños motores información de la velocidad y sentido de rotación, de acuerdo con una señal de entrada. El valor absoluto y la fase de la entrada son corrientemente los factores que suministran esta información exigida por el control.

En la Fig. 17-21 se muestra una forma sencilla de circuito de control apropiado para un motor monofásico con condensador. Emplea dos reactancias saturables, S_1 y S_2, mandadas por tubos de vacío o pequeños tiratrones para controlar el motor. Los tubos funcionan con tensiones de placa alternas y debe dárseles una señal de entrada de corriente continua que varíe en forma diferencial para invertir el sentido de giro del motor.

Cuando la rejilla de T_1 está a tensión superior a la de T_2, por el primer tubo pasa más corriente y en S_1 se produce una caída menor que en S_2. El arrollamiento de campo F_1 se excita así directamente,

mientras que F_2 es excitado parcialmente desde S_1 a través del condensador, dando como resultado un par de arranque en un cierto sentido. Cuando predomina la corriente que pasa por T_2, es F_2 el que está excitado directamente, mientras que F_1 está alimentado a través del condensador, con lo cual el motor funciona en sentido contrario.

En la Fig. 17-22 se muestran otros circuitos adicionales para el control de motores pequeños. El de la Fig. 17-22*a* es apropiado para motor bifásico y emplea tensión alterna de placa, con ánodos polarizados en oposición, y una señal de entrada común. Así, cada tubo compara la fase de la tensión de entrada con su tensión de placa y el que conduce más es el que tiene simultáneamente ambas tensiones positivas. Se obtiene la inversión del sentido de giro dependiendo de

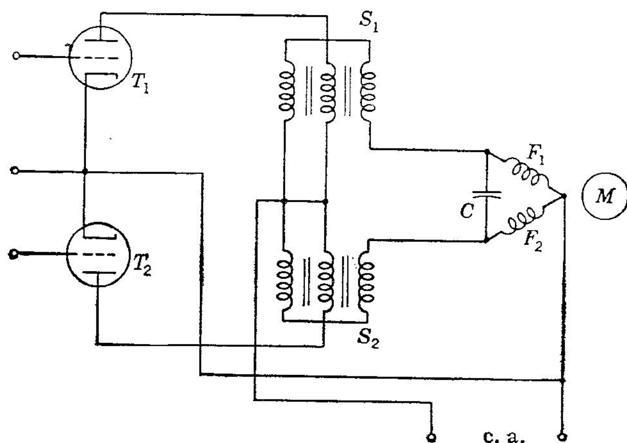


FIG. 17-21. Control de motores pequeños de alterna.

qué tubo está conduciendo, de acuerdo con la fase de la señal de entrada.

El circuito de la Fig. 17-22*b* emplea un motor inversor de doble excitación controlado por los transformadores serie L_1 y L_2, con sus secundarios polarizados como indican los puntos. Debido a la saturación producida por la componente continua de la corriente de placa y por la corriente de carga durante los semiciclos de conducción, puede obtenerse una relación de cambio de la impedancia primaria de al menos 10 : 1 en ambos transformadores entre no conducción y conducción total. Esto permite que la mayor parte de la tensión de la línea aparezca en el arrollamiento de campo del motor cuando el tubo conduce, obligando al motor a girar en el sentido deseado. El condensador C aumenta la tensión aplicada a la excitación, por resonancia serie.

La inversión de fase de la señal de entrada hará que funcione el otro tubo. La amplitud de la entrada de alterna determina la acción de los transformadores serie y controla la velocidad del motor. Un

circuito de este tipo es adecuado para funcionar con un puente de alterna, en el que un cambio de fase de 180° marca la separación, en un sentido u otro, de la posición de equilibrio.

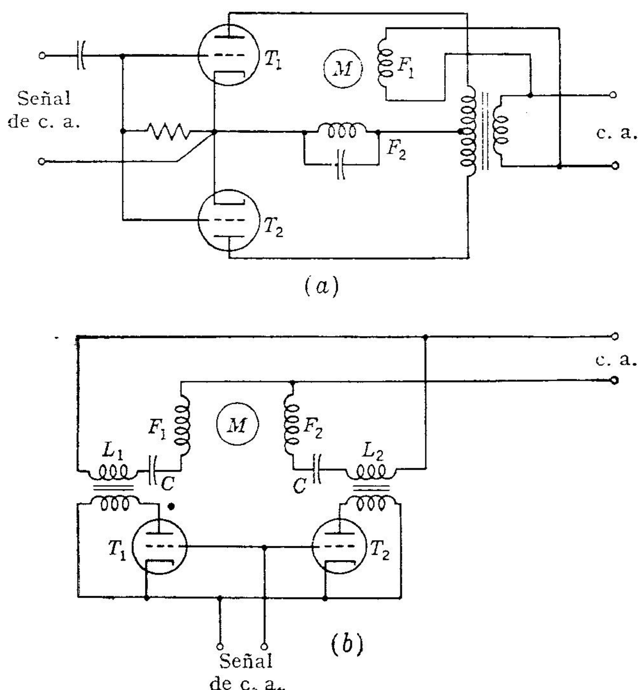


FIG. 17-22. Circuitos de control de motores pequeños por discriminación de fase.

17-11. Circuitos selectivos de fase. La discriminación de fase o selección, como medio de obtener información sobre la polaridad o sentido, ha sido empleada en los últimos circuitos, representativos de una clase amplia de detectores de fase. Estos circuitos son usados corrientemente con varios sistemas indicadores o con motores bifásicos, y se presenta en su forma básica en la Fig. 17-23.

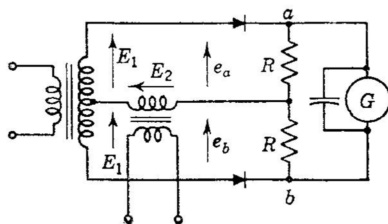


FIG. 17-23. Detector de fase fundamental.

Dos señales de alterna, de E_1 y E_2 voltios eficaces, de una fuente de frecuencia común y fase arbitraria, se introducen en el circuito. Estas tensiones pueden definirse como

$$e_1 = E_{1m} \text{ sen } \omega t \tag{17-29}$$

$$e_2 = E_{2m} \text{ sen } (\omega t + \phi) \tag{17-30}$$

donde ϕ es arbitrario (corrientemente cero o 180°). En el secundario, las tensiones son

$$e_a = E_{1m} \text{ sen } \omega t + E_{2m} \text{ sen } (\omega t + \phi) \tag{17-31}$$
$$e_b = E_{1m} \text{ sen } \omega t - E_{2m} \text{ sen } (\omega t + \phi) \tag{17-32}$$

Para el análisis, suponemos que los rectificadores tienen idénticas características dinámicas lineales, lo que se consigue si $r_p \ll R$. Después de la rectificación, la tensión pulsatoria será

$$E_a = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} E_{1m} \text{ sen } \omega t \, d\omega t + \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} E_{2m} \text{ sen } (\omega t + \phi) \, d\omega t$$

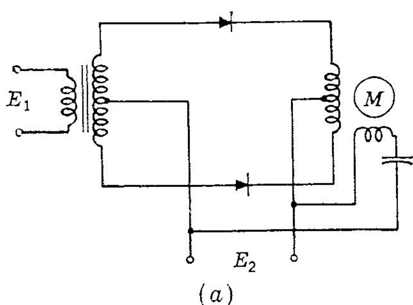
y $$E_b = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} E_{1m} \text{ sen } \omega t \, d\omega t - \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} E_{2m} \text{ sen } (\omega t + \phi) \, d\omega t$$

integrando y haciendo $b = E_{2m}/E_{1m}$, se tiene

$$E_a = \frac{E_{1m}}{\pi}(1 + b \cos \phi) \tag{17-33}$$

$$E_b = \frac{E_{1m}}{\pi}(1 - b \cos \phi) \tag{17-34}$$

Por consiguiente, las amplitudes de ambas tensiones continuas en el punto común dependen del ángulo ϕ, y, si $b = 1$, la salida variará



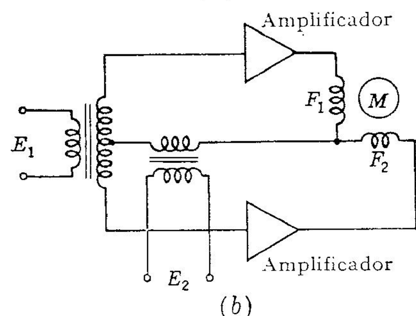


FIG. 17-24. Control de motores de alterna por detectores de fase.

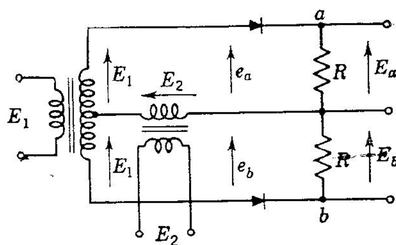


FIG. 17-25. Indicador de fase.

desde cero a $2E_{1m}/\pi$ en cualquier sentido, al pasar ϕ desde cero a 180°.

El control de motores bifásicos por medio de circuitos de esta naturaleza se muestra en la Fig. 17-24. En el circuito de la Fig. 17-24*b*, se emplea corrientemente un valor $\phi = \pm 90°$ y el motor toma a su cargo la detección sin rectificación independiente. Este circuito es muy usado en servomecanismos.

El detector de fase básico resulta un indicador de fase conveniente, por medio de una modificación, como en la Fig. 17-25, en la que los

rectificadores deben seguir una característica cuadrática. Esto exige normalmente que $r_p \gg R$. Entonces, puede suponerse que

$$i_b = a_o + a_1 e + a_2 e^2 \tag{17-35}$$

y, si e_a y e_b son como indican las Ecs. (17-31) y (17-32), las corrientes en los dos circuitos serán

$$i_{b1} = a_o + a_1 E_{1m} \text{ sen } \omega t + a_1 E_{2m} \text{ sen } (\omega t + \phi) + a_2 E_{1m}^2 \text{ sen}^2 \omega t + \\ + 2a_2 E_{1m} E_{2m} \text{ sen } \omega t \text{ sen } (\omega t + \phi) + a_2 E_{2m}^2 \text{ sen}^2 (\omega t + \phi) \quad (17\text{-}36)$$

$$i_{b2} = a_o - a_1 E_{1m} \text{ sen } \omega t + a_1 E_{2m} \text{ sen } (\omega t + \phi) + a_2 E_{1m}^2 \text{ sen}^2 \omega t - \\ - 2a_2 E_{1m} E_{2m} \text{ sen } \omega t \text{ sen } (\omega t + \phi) + a_2 E_{2m}^2 \text{ sen}^2 (\omega t + \phi) \quad (17\text{-}37)$$

Estas corrientes producirán una tensión neta en los terminales a-b igual a

$$e_{ab} = (i_{b1} - i_{b2})R = 2a_1 E_{1m} R \text{ sen } \omega t + 2a_2 E_{1m} E_{2m} R \text{ sen } \omega t \text{ sen } (\omega t + \phi)$$

Teniendo en cuenta, en el segundo término del segundo miembro, que

$$\text{sen } a \text{ sen } b = {}^1/_2[\cos (a - b) - \cos (a + b)]$$

se obtiene

$$e_{ab} = 2a_1 E_{1m} R \text{ sen } \omega t - a_2 E_{1m} E_{2m} R \cos (2\omega t + \phi) + a_2 E_{1m} E_{2m} R \cos \phi \tag{17-38}$$

Los términos fundamental y segundo armónico pueden puentearse por medio de un condensador, quedando

$$E_{ab} = a_2 E_{1m} E_{2m} R \cos \phi \tag{17-39}$$

como componente de continua. Si E_{1m} y E_{2m} se hacen constantes, la tensión E_{ab} es proporcional a cos ϕ (factor de potencia) y un instrumento indicador conectado a a-b medirá el ángulo ϕ. Un circuito como éste con la salida dispuesta para puentear la corriente alterna, puede muy bien usarse como entrada para el circuito de control de la Fig. 17-21.

PROBLEMAS

17-1. Un motor de 3/4 CV funciona en el circuito de la Fig. 17-2. La resistencia de inducido es de 2,48 ohmios y su inductancia 0,021 H. Cuando se prueba con una línea de 115 V de continua, la velocidad del motor es de 1.800 RPM y la corriente de inducido es 5,7 A con una potencia en el árbol de 3/4 CV. Despreciando la caída en el tubo, calcular y dibujar la curva de T/T_0 en función del coeficiente de velocidad a para $\theta_1 = 90°$, cuando el motor está excitado por tiratrones. La tensión del secundario del transformador es de 300 V.

17-2. El motor del problema 17-1 funciona a una velocidad de 1.000 RPM excitado por tiratrones. Calcular el valor medio de la corriente.

17-3. Explicar cómo un circuito compensador de la caída IR puede emplearse para sobre o subcompoundar un motor.

17-4. Calcular la relación I_{ef}/I_{dc} para el motor del problema 17-1 con $\theta_1 = 80^o$ y 1.700 RPM.

17-5. El motor del problema 17-1 se usa en el circuito de la Fig. 17-12. Si T_1 es un 6AU6 con g_m = 4.000 μmhos y r_p muy grande, R_2 = 1.000 ohmios, R_3 = = 9.000 ohmios y $R_1 = R_4$ = 100.000 ohmios, calcular el cambio en la tensión de salida en X para un cambio en la velocidad desde 1.700 a 1.750 RPM.

BIBLIOGRAFIA

1. Ryder, J. D.: Electronic Control for D-C Motors, *Electronics*, **12** : 20 (Diciembre, 1938).
2. Vedder, E. H., y K. P. Puchlowski: Theory of Rectifier-D-C Motor Drives, *Trans. AIEE*, **62** : 863 (1943).
3. Moyer, E. E.: Electronic Control of D-C Motors, *Electronics*, **16** : 98 (Mayo, 1943), 119 (Junio, 1943), 118 (Julio, 1943), 133 (Septiembre, 1943), 128 (Octubre, 1943).
4. Puchlowski, K. P.: Electronic Control of D-C Motors, *Trans. AIEE*, **62** : 870 (1943).
5. Chute, G. M.: «Electronics in Industry», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1946.
6. Schmidt, A., Jr.: Operating D-C Motors from Controlled Rectifiers, *Elec. Eng.*, **67** : 516 (1948).
7. Engineers of the Westinghouse Electric Corporation: «Industrial Electronics Reference Book», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1948.
8. Chance, F. B., et al.: «Waveforms», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1949.
9. Hague, B.: «Alternating-current Bridge Methods», Pitman Publishing Corporation, New York, 1930.

CAPÍTULO 18

SERVOMECANISMOS

El hombre, con sus lentas respuestas, es un factor limitador de la velocidad y complejidad de muchos aparatos modernos, por lo que ha aumentado la importancia del control automático para reemplazarlo. Debido a la rapidez de funcionamiento de los dispositivos electrónicos, la electrónica ha sido llamada frecuentemente para el proyecto de sistemas de control automático, constituyendo éstos hoy una de las grandes aplicaciones de la electrónica.

Casi todos estos sistemas emplean la realimentación, siendo los métodos de análisis muy semejantes a los del amplificador con realimentación, desarrollados por Black, Nyquist y Bode. Por esta unidad de principio y método, el análisis y proyecto de los servomecanismos y otros sistemas de control constituyen una parte de considerable interés para los que trabajan en el campo electrónico industrial.

18-1. Servomecanismos y control. Un *sistema de lazo abierto* es una forma de control en la que no se emplea ningún contraste entre la entrada y la salida (realimentación). Por ejemplo, se instala un generador con su reóstato de campo lejos del laboratorio al que va a suministrar energía. La escala del reóstato está calibrada en tensiones de la línea, pero no se dispone de voltímetro. El proyectista ha supuesto que la tensión suministrada al laboratorio es la indicada por la calibración original del reóstato. En la práctica, tal calibración no sería eficaz puesto que la tensión se vería afectada por la carga, la velocidad del generador, la tensión de campo y otras variables. No hay comprobación de la magnitud controlada y el funcionamiento es el de un sistema de lazo abierto.

Si al sistema anterior se le añadiese un voltímetro en el laboratorio para medir la tensión en la resistencia de carga, con un dispositivo seguidor tal que cada movimiento de la aguja del voltímetro fuese reproducido por un motor que accionase el reóstato de campo de forma que la tensión de la línea se mantuviese en un valor prefijado, el funcionamiento sería el de un *sistema de lazo cerrado*. En él se haría una comprobación constante de la tensión en la resistencia de carga, y cualquier error o diferencia entre el valor deseado y el real provocaría inmediatamente una acción correctora.

El nombre de servomecanismo se aplica ordinariamente a un regulador de posición de lazo cerrado, ya sea giratorio o de traslación. Así,

el dispositivo que seguiría el movimiento de la aguja del voltímetro del ejemplo anterior y haría que el motor llevase al reóstato de campo a la posición correspondiente, es un servomecanismo.

El uso de este nombre implica, sin embargo, dos cosas más. En primer lugar, la energía requerida de la salida debe tomarse de una fuente local y no es suministrada por la entrada. De hecho, la energía de salida requerida es corrientemente mucho mayor que la posible energía de entrada, y el sistema es normalmente un amplificador de potencia. En segundo lugar, el sistema está excitado por una señal de error o diferencia (error) entre la entrada y la salida deseada correspondiente. Es decir, si θ_i es la posición angular de entrada en un instante cualquiera y θ_o es la posición angular de salida en el mismo instante, el error es

$$\text{Error} = \epsilon = \theta_i - \theta_o \tag{18-1}$$

y esta es la señal accionadora. Los fundamentos de un servosistema se ilustran en la Fig. 18-1. El control por error, o diferencia entre entrada

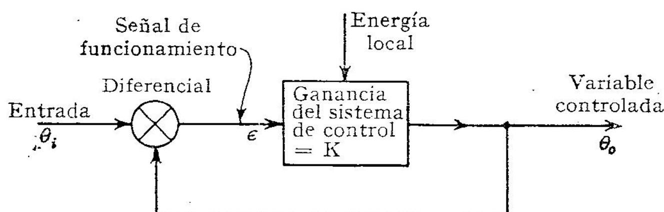


Fig. 18-1. Servomecanismo fundamental.

y salida es la esencia del control de lazo cerrado, así como del amplificador con realimentación.

En la figura se puede ver que, a causa de la realimentación, la entrada sabe siempre lo que está haciendo la salida y, si la posición de ésta no corresponde a la de aquélla en un momento dado, el control reacciona llevando a θ_o hacia el valor θ_i.

Por el contrario, en un sistema de lazo abierto, la entrada está siempre ignorante de la posición de salida; sólo puede decirle a la salida que cambie. Que, en realidad, la salida obedezca depende de los parámetros del sistema, mientras que un sistema de lazo cerrado es casi independiente de dichos parámetros. El precio pagado por esta mejora en el funcionamiento es la mayor complejidad de proyecto para obtener un sistema que sea estable y libre de oscilaciones.

Los sistemas destinados a controlar magnitudes físicas, como presión, temperatura o tensión, reciben el nombre de *reguladores*. Así pues, el mecanismo completo para control de la tensión del generador discutido antes, incluyendo el voltímetro y el reóstato de campo, puede ser considerado como un regulador, mientras que el dispositivo empleado para transmitir la posición de la aguja del voltímetro al reóstato sería un servomecanismo. Otro ejemplo es el regulador de la

Fig. 18-2. La distinción entre servomecanismos y reguladores no es siempre clara y puede no ser fundamental. Sin embargo, la definición de un servomecanismo, en relación con la posición, explica el análisis normal de un sistema en función de un ángulo instantáneo θ como variable independiente.

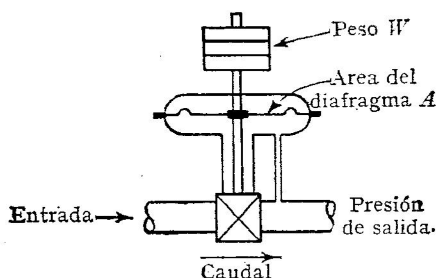


FIG. 18-2. Regulador de presión de gas; presión de salida = W/A libras/pulgada cuadrada.

Un *control continuo* es aquél en el que la salida está bajo el control de la entrada en todo momento. Esto contrasta con otra forma de control en la que las correcciones en la salida se hacen solamente a intervalos fijos.

Un *control proporcional* desarrolla un par de salida más o menos proporcional a la diferencia entre la salida y el valor de ésta deseado. El par corrector, o fuerza, puede también ser proporcional a otros factores, como velocidad de cambio del error o la integral del error.

El *control encendido-apagado* tiene solamente dos situaciones o estados de funcionamiento y la corrección aplicada depende sólo del sentido del error, no de su valor. Un termostato de uso doméstico es corrientemente de este tipo.

El análisis del funcionamiento y de la estabilidad de un proyecto depende de la determinación de las respuestas transitoria y permanente para varios tipos de entrada. En particular, la respuesta transitoria a una entrada en escalón y la respuesta permanente a una entrada sinusoidal dan mucha información útil y se estudiarán con algún detalle. Estos análisis deben considerarse como aplicados a los sistemas de control con realimentación en general, sin tener en cuenta si la ganancia del amplificador se obtiene por un sistema eléctrico, mecánico o hidráulico.

18-2. Servomecanismo de primer orden. Un servomecanismo sencillo e ideal que lleva a una ecuación diferencial de primer orden es el mostrado en la Fig. 18-3. El sistema pretende que el ángulo θ_o del árbol de salida siga a la entrada θ_i en todo momento.

La salida θ_o se realimenta y se resta de la entrada θ_i para dar el

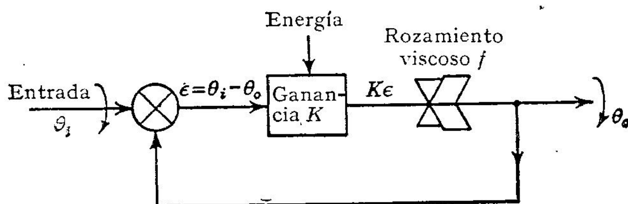


FIG. 18-3. Servomecanismo sencillo de primer orden.

error $\epsilon = \theta_i - \theta_o$ que sirve de entrada al amplificador de ganancia K, en par desarrollado por radián del error de entrada. La salida es, pues, un par de valor $K\epsilon = K(\theta_i - \theta_o)$ ejercido sobre el árbol de salida. Actuando como carga sobre el árbol de salida hay un sistema de inercia despreciable pero con una constante de amortiguamiento viscoso, o coeficiente de rozamiento viscoso, F. Esto es lo mismo que suponer que el par de rozamiento ejercido como carga es proporcional a la velocidad de rotación o que el par de carga de rozamiento es $F\,d\theta/dt = Fp\theta$, empleando p en lugar de la derivada respecto al tiempo. Tal dispositivo de carga puede ser un pequeño y ligero indicador de cierto tipo.

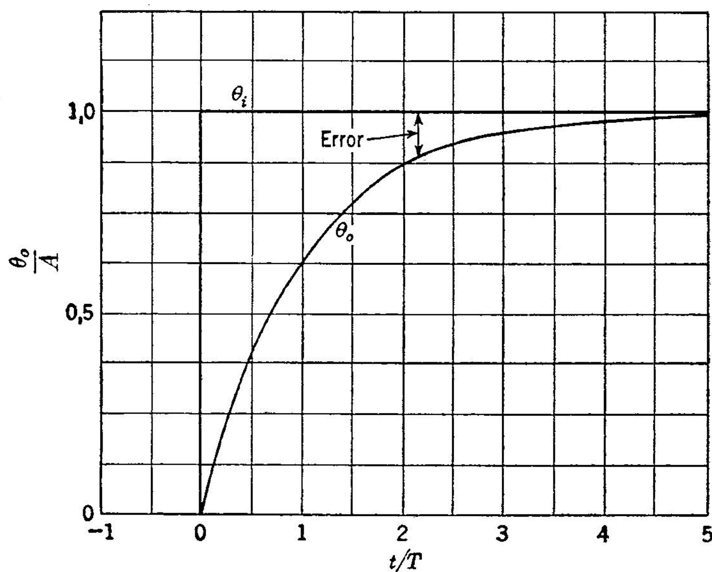


FIG. 18-4. Respuesta θ_o del servomecanismo de primer orden a una entrada en escalón θ_i.

La ecuación diferencial * del sistema puede obtenerse igualando a cero la suma de los pares del árbol de salida, o bien

$$Fp\theta_o - K(\theta_i - \theta_o) = 0 \tag{18-2}$$

$$\theta_o = \frac{K\theta_i}{K + Fp} = \frac{1}{1 + Fp/K}\,\theta_i \tag{18-3}$$

Esta última ecuación expresa la relación que debe existir entre θ_o y θ_i.

Una entrada θ_i constituida por una *función escalón* (Fig. 18-4) es útil para comprobar la respuesta de un servomecanismo, así como lo

* Si se emplea el sistema anglosajón, θ se mide en radianes, el par T en pies-libras, el amortiguamiento viscoso F en pies-libras por radián por segundo y la inercia J en slugs-pies^2.

fue para un amplificador, aunque en este último caso era repetitiva y se llamó onda cuadrada. Esta entrada en escalón tiene la propiedad de que

$$\theta_i = 0 \qquad \text{para } t \leq 0$$
$$\theta_i = A \qquad \text{para } t > 0$$

y, a veces, es llamada *entrada de amplitud constante.* Por tanto, de la Ec. (18-2), para $t > 0$,

$$\frac{F}{K} p\theta_o + \theta_o = \theta_i = A \tag{18-4}$$

El segundo término, θ_o, de la ecuación es un ángulo y, por consiguiente, sin dimensiones. Por el primer término, puesto que $p = d/dt$, se puede ver que el coeficiente F/K debe tener las dimensiones de tiempo para que dicho primer término pueda carecer también de dimensiones. Entonces, si

$$T = \frac{F}{K} \tag{18-5}$$

la solución transitoria puede obtenerse escribiendo la Ec. (18-4) como

$$(Tp + 1)\theta_o = 0 \tag{18-6}$$

que tiene por solución

$$\theta_{ot} = C\epsilon^{-t/T} \tag{18-7}$$

donde C es una constante a determinar. Por relaciones similares a las que se aplican a los circuitos RC y RL, el parámetro T puede considerarse como la *constante de tiempo*.

La solución permanente para la Ec. (18-4) debe obtenerse a continuación. Para un sistema con realimentación puede demostrarse que la solución permanente tendrá la misma forma que la función de entrada θ_i. El valor permanente de θ_i es A y, por tanto, en régimen permanente $p\theta_i = 0$. Por la Ec. (18-4), la solución permanente es pues

$$\theta_{os} = A$$

y la solución completa es

$$\theta_o = A + C\epsilon^{-t/T} \tag{18-8}$$

Si la posición de referencia de la salida fuese tal que, a $t = 0$, $\theta_o = 0$.

$$C = -A$$

y la Ec. (18-8) resulta

$$\theta_o = A(1 - \epsilon^{-t/T}) \tag{18-9}$$

para $t > 0$. La Fig. 18-4 presenta la respuesta a la función escalón en función de las relaciones adimensionales θ_o/A y t/T. La respuesta transitoria es de forma exponencial y después de un tiempo considerable (t grande) la salida θ_o se hará igual a la entrada A o, lo que es lo mismo,

no habrá error permanente en un sistema de primer orden para una entrada en escalón. Este resultado se corresponde también con el de un circuito eléctrico de primer orden con R y C o R y L.

Puesto que $T = F/K$, la respuesta puede hacerse más rápida aumentando la ganancia K o empleando un amplificador más potente. Sin embargo, haciéndolo así, componentes mayores introducirán efectos de inercia apreciables, y el sistema de primer orden supuesto pasará a ser de segundo orden con una respuesta mucho más compleja.

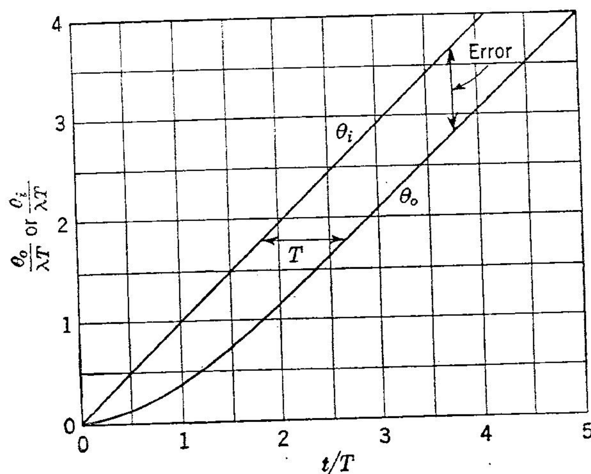


FIG. 18-5. Respuesta de un servomecanismo de primer orden a una entrada en rampa.

La respuesta del sistema de primer orden a una *entrada en rampa* θ_i de la forma de la Fig. 18-5 es también interesante. La función de entrada es ahora

$$\theta_i = 0 \qquad \text{para } t \leq 0$$
$$\theta_i = \lambda t \qquad \text{para } t > 0$$

que es también llamada *función de entrada de velocidad constante*. La solución transitoria es, desde luego, independiente de la función de entrada, y así se obtiene una vez más la forma de la Ec. (18-7). Es lógico suponer una solución permanente de la misma forma que θ_i; por tanto,

$$\theta_{os} = B_1 t + B_2 \tag{18-10}$$

Con la Ec. (18-10) y haciendo $\theta_i = \lambda t$ en la Ec. (18-4) se llega a

$$B_1 T + B_1 t + B_2 = \lambda t \tag{18-11}$$

Igualando coeficientes se obtiene

$$B_1 = \lambda \qquad B_2 = -\lambda T$$

Llevando estos resultados a la Ec. (18-10) y sumándole la solución transitoria, se obtiene el valor

$$\theta_o = C\epsilon^{-t/T} + \lambda(t - T) \tag{18-12}$$

Aplicando la condición inicial, $\theta_o = 0$ para $t = 0$, resulta $C = \lambda T$, y la solución completa para la entrada en rampa es

$$\theta_o = \lambda(t - T + T\epsilon^{-t/T}) \tag{18-13}$$

Si la salida ha de seguir exactamente a la entrada, θ_o debe ser igual a λt. En cambio, la Ec. (18-13) demuestra que hay un error transitorio exponencial y, además, un error permanente en tiempo, o retardo, de T segundos.

En la Fig. 18-5 se da una representación adimensional de $\theta_o/\lambda T$ en función de t/T. El error permanente puede reducirse haciendo K grande para disminuir T, pero de nuevo algunas inercias antes despreciables llegarían a ser considerables y el sistema sería en realidad de segundo orden.

También tiene importancia la respuesta permanente a una entrada sinusoidal, bien porque el conocimiento de esta respuesta puede emplearse para predecir la correspondiente a cualquier función periódica, a través de una serie de Fourier, o bien porque ese conocimiento sirve para predecir la estabilidad del sistema funcionando en lazo cerrado. Puede suponerse una entrada de la forma

$$\theta_i = D \cos \omega t$$

que también puede escribirse

$$\theta_i = D \operatorname{Re} (\epsilon^{j\omega t}) \tag{18-14}$$

donde Re representa la parte real de $\epsilon^{j\omega t}$, o sea, el coseno de ωt.

La salida permanente puede suponerse de la forma

$$\theta_{os} = H\epsilon^{j\omega t} \tag{18-15}$$

Puesto que la ecuación diferencial original era

$$(Tp + 1)\theta_o = \theta_i$$

al tener en cuenta la Ec. (18-15), se obtiene

$$(j\omega T + 1)H\epsilon^{j\omega t} = D\epsilon^{j\omega t} \tag{18-16}$$

de la que hay que tomar la parte real. Se tiene

$$H = \frac{D}{j\omega T + 1} \tag{18-17}$$

Escrita en forma polar

$$H = \frac{D\epsilon^{-j\phi}}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$$

donde

$$\phi = \mathrm{tg}^{-1}\, \omega T \tag{18-18}$$

Sustituyendo en la Ec. (18-15) y tomando la parte real, se obtiene la solución permanente

$$\theta_{os} = \frac{D \cos(\omega t - \phi)}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \tag{18-19}$$

Para $\omega T \ll 1$ la relación entre las amplitudes de salida y de entrada es virtualmente la unidad y el ángulo de fase casi nulo. Al hacerse ωT apreciable con respecto a la unidad, la amplitud empieza a decrecer y aparece un ángulo de fase negativo (retardo). Para $\omega T \gg 1$ la amplitud resulta disminuida según el factor $1/\omega T$ y el ángulo de fase se aproxima a -90°. La constante de tiempo T puede hallarse fácilmente a partir de la respuesta sinusoidal, viendo que $\omega T = 1$, o $T = 1/\omega$, cuando la respuesta $|\theta_o|/D$ es 0,707 del valor correspondiente a bajas frecuencias o a frecuencia cero.

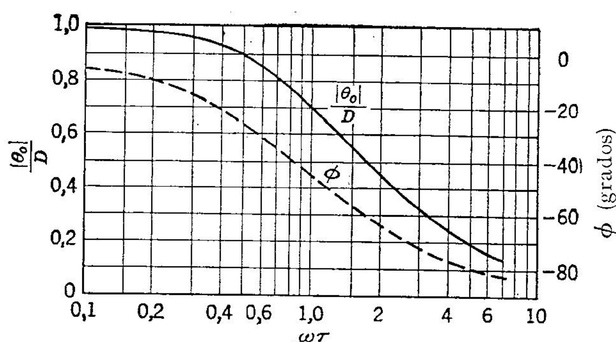


FIG. 18-6. Respuesta sinusoidal de un servomecanismo de primer orden.

En la Fig. 18-6 se representan la relación $|\theta_o|/D$ y ϕ, viéndose que sus formas son similares a las curvas de respuesta de un amplificador constituido por sistemas RC de primer orden. En los servomecanismos las frecuencias de interés están comprendidas corrientemente en la zona de cero a algunas decenas de ciclos.

El sistema de primer orden no tiene realidad práctica, salvo en algunos casos especiales, pero sirve como introducción a los métodos de análisis a seguir. Una forma más real es el sistema de segundo orden en el que se hallan presentes las inercias normales y que añade el problema de la estabilidad a los de las respuestas transitoria y permanente ya considerados en los sistemas de primer orden.

18-3. Sistemas de segundo orden. Cuando en un sistema sencillo, como el de la Fig. 18-7, se incluye la inercia, resulta un sistema más práctico cuyo funcionamiento queda descrito por una ecuación de segundo orden. La inercia total del sistema referida al eje de salida es J y el rozamiento viscoso es F, despreciándose cualquier fricción no lineal o de Coulomb. Tampoco se considera ningún par de carga exterior. La ganancia K del amplificador se expresa de nuevo en libras-pie por radián del ángulo de error de entrada.

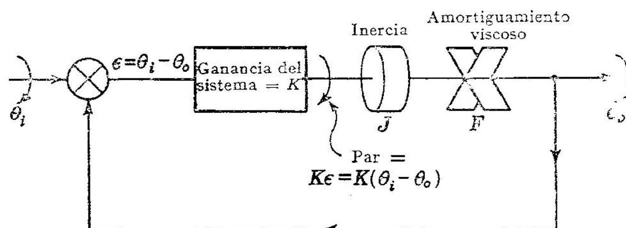


FIG. 18-7. Control de posición de segundo orden.

Podemos sumar el par del eje de salida para obtener la ecuación diferencial del sistema

$$J\frac{d^2\theta_o}{dt^2}+F\frac{d\theta_o}{dt}-K(\theta_i-\theta_o)=0$$

que puede escribirse así

$$\left(\frac{J}{K}p^2+\frac{F}{K}p+1\right)\theta_o=\theta_i \tag{18-20}$$

de donde
$$\theta_o=\frac{1}{(J/K)p^2+(F/K)p+1}\theta_i \tag{18-21}$$

Efectuando la división indicada por la fracción del segundo miembro, la ecuación puede ponerse como serie infinita de potencias del operador p. Esto es,

$$\theta_o=\left[1-\frac{F}{K}p+\left(\frac{F^2}{K^2}-\frac{J}{K}\right)p^2-\cdots\right]\theta_i \tag{18-22}$$

forma que es útil generalmente para determinar la respuesta permanente a entradas que sean funciones algébricas del tiempo. Por ejemplo, si θ_i es una función escalón, $p\theta_i=p^2\theta_i=p^n\theta_i=0$ en régimen permanente y $\theta_o=\theta_i$, es decir, el mecanismo de segundo orden tiene error permanente nulo para una entrada en escalón o de amplitud constante.

Para una entrada en rampa o de velocidad constante, $\theta_i=\lambda t$,

resulta $p\theta_i = \lambda$, $p^2\theta_i = 0$, $p^n\theta_i = 0$ (para $n > 1$). Por la Ec. (18-22), la respuesta permanente a una entrada en rampa es

$$\theta_{os} = \left(1 - \frac{F}{K}p\right)\theta_i = \lambda\left(t - \frac{F}{K}\right) \quad (18\text{-}23)$$

Puesto que la entrada es $\theta_i = \lambda t$, se ve que la salida va retrasada respecto a la entrada F/K segundos. Esto indica que la variable controlada θ_o tiene siempre un error suficientemente grande como para producir un par que compense el par permanente F de amortiguamiento viscoso y para producir la velocidad de salida, ya que la entrada en rampa puede considerarse como una velocidad constante. A causa de este retardo, el sistema de segundo orden se comporta como uno de primer orden con tal tipo de entrada.

La utilidad de la Ec. (18-22) puede verse también suponiendo una entrada

$$\theta_i = \lambda t^2 \quad (18\text{-}24)$$

Ahora $p\theta_i = 2\lambda t$, $p^2\theta_i = 2\lambda$, $p^n\theta_i = 0$ (para $n > 2$). La solución permanente es, pues,

$$\theta_{os} = \lambda t^2 - 2\lambda\left(\frac{F}{K}t - \frac{F^2}{K^2} + \frac{J}{K}\right) \quad (18\text{-}25)$$

El primer término del segundo miembro es la función de entrada. Por tanto, la aceleración original continúa, pero el error aumenta en función del tiempo. Esto puede considerarse como debido a la necesidad que tiene la señal de error de desarrollar el par de salida suficiente para vencer la carga de fricción y tener en cuenta al mismo tiempo el par resistente debido a la aceleración de la carga de inercia.

18-4. Respuesta transitoria de un sistema de segundo orden a una entrada en escalón. Volviendo a la ecuación diferencial (18-20) del sistema de segundo orden,

$$\left(\frac{J}{K}p^2 + \frac{F}{K}p + 1\right)\theta_o = \theta_i \quad (18\text{-}26)$$

para el sistema de la Fig. 18-7, se puede aplicar la entrada en escalón, donde

$$\theta_i = 0 \qquad \text{para } t \leq 0$$
$$\theta_i = A \qquad \text{para } t > 0$$

Se ha visto que la solución permanente es $\theta_{os} = A$. La solución transitoria puede obtenerse suponiendo que es de la forma

$$\theta_{ot} = C\epsilon^{\cdot t}$$

donde C es una constante arbitraria. Sustituyendo en la Ec. (18-26) se obtiene

$$\frac{J}{K}\gamma^2 + \frac{F}{K}\gamma + 1 = 0$$

cuyas dos raíces son

$$\gamma_{1,2} = -\frac{F}{2J} \pm \sqrt{\frac{F^2}{4J^2} - \frac{K}{J}} \qquad (18\text{-}27)$$

Por la Ec. (18-27), es evidente que ambas raíces son de la forma

$$\gamma_{1,2} = -a + jb \qquad (18\text{-}28)$$

donde

$$a = \frac{F}{2J} \qquad (18\text{-}29)$$

$$b = \sqrt{\frac{K}{J} - \frac{F^2}{4J^2}} \qquad (18\text{-}30)$$

y a es la inversa de la constante de tiempo del sistema. La Ec. (18-30) muestra que b puede ser real, cero o imaginaria, dependiendo de los parámetros del sistema, en particular de la ganancia K y del amortiguamiento F.

La solución transitoria está dada por

$$\theta_{ot} = \epsilon^{-at}(C_1\epsilon^{jbt} + C_2\epsilon^{-jbt}) \qquad (18\text{-}31)$$

que se amortigua a una velocidad que depende del valor del exponente $a = F/2J$, función directa del amortiguamiento. El valor crítico de F para el que $b = 0$, es

$$F_c = 2\sqrt{KJ}$$

y es conveniente definir una *razón de amortiguamiento* ξ,

$$\xi = \frac{F}{2\sqrt{KJ}} \qquad (18\text{-}32)$$

como la relación entre el amortiguamiento y su valor crítico.

Si el amortiguamiento F fuese cero, la solución se reduciría a

$$\theta_{ot} = C_1\epsilon^{j\sqrt{K/J}t} + C_2\epsilon^{-j\sqrt{K/J}t} =$$

$$= D_1 \cos\sqrt{\frac{K}{J}}\,t + D_2 \operatorname{sen}\sqrt{\frac{K}{J}}\,t \qquad (18\text{-}33)$$

y el resultado sería oscilatorio, con una *frecuencia angular natural no amortiguada*

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}} \tag{18-34}$$

Es de notar que

$$a = \xi\omega_n \tag{18-35}$$

$$b = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \tag{18-36}$$

y ξ y ω_n pueden considerarse parámetros convenientes para describir el comportamiento del sistema.

La solución transitoria dada por la Ec. (18-31) resulta así

$$\theta_{ot} = \epsilon^{-\xi\omega_n t}(C_1\epsilon^{j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t} + C_2\epsilon^{-j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t}) \tag{18-37}$$

Hay tres casos posibles, dependiendo del valor de ξ^2 comparado con la unidad.

Caso I. $\xi < 1$. Se ha visto antes que para entradas permanentes, $\theta_o = \theta_i = A$, y, por tanto, la solución completa puede escribirse, a partir de la Ec. (18-37), así,

$$\theta_o = A + \epsilon^{-\xi\omega_n t}(D_1 \cos \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}\, t + D_2 \operatorname{sen} \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}\, t) \tag{18-38}$$

Para calcular las constantes, se aplican las condiciones iniciales

$$\theta_o = 0, p\theta_o = 0 \quad \text{para } t = 0$$

a la Ec. (18-38) y su derivada, llegando a

$$D_1 = -A \qquad D_2 = -\frac{A\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

La respuesta del servomecanismo de segundo orden, con $\xi < 1$, puede escribirse, pues

$$\frac{\theta_o}{A} = 1 - \epsilon^{-\xi\omega_n t}\left(\cos \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}\, t + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \operatorname{sen} \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}\, t\right) \tag{18-39}$$

El resultado es oscilatorio, como era de esperar cuando las raíces tienen partes imaginarias, es decir, son complejas. Se dice que el sistema con $\xi < 1$ es *subamortiguado.*

Caso II. $\xi > 1$. Las raíces de la Ec. (18-27) son ambas reales y el resultado es un sistema fuertemente amortiguado y lento. La solución completa es

$$\theta_o = A + \epsilon^{-\xi\omega_n t}(D_1\epsilon^{\omega_n\sqrt{\xi^2-1}t} + D_2\epsilon^{-\omega_n\sqrt{\xi^2-1}t}) \tag{18-40}$$

Teniendo en cuenta las condiciones iniciales en la Ec. (18-40) y su derivada, se obtiene

$$\frac{\theta_o}{A} = 1 - \frac{\epsilon^{-\xi\omega_n t}}{2}\left[\left(1 + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}}\right)\epsilon^{\omega_n\sqrt{\xi^2-1}t} + \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}}\right)\epsilon^{-\omega_n\sqrt{\xi^2-1}t}\right] \tag{18-41}$$

Así pues, cuando $\xi > 1$, la respuesta a una entrada de amplitud constante es exponencial y se dice que el sistema es *sobreamortiguado*.

Caso III. $\xi = 1$. En este caso las dos raíces de la Ec. (18-27) se reducen a una o, lo que es igual, $b = 0$. La solución transitoria es

$$\theta_{ot} = \epsilon^{-\omega_n t}(C_1 + C_2 t) \tag{18-42}$$

obteniéndose la solución completa al sumarle A. Introduciendo las condiciones iniciales, se tiene

$$\frac{\theta_o}{A} = 1 - \epsilon^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t) \tag{18-43}$$

para el caso en que $\xi = 1$. Esta es llamada la condición de amortiguamiento crítico, puesto que representa el menor amortiguamiento que puede emplearse sin que la respuesta presente sobreimpulso. Físicamente, no puede darse el caso de raíz doble, puesto que no es posible en la práctica mantener un sistema con ξ exactamente igual a la unidad.

Es obvio que ninguna de estas soluciones permite a θ_o seguir la entrada en escalón θ_i, debido a la inercia y al amortiguamiento. La capacidad de θ_o para seguir a una entrada en escalón se ilustra en la Fig. 18-8, donde se ha representado la respuesta θ_o/A en función del tiempo, con la razón de amortiguamiento ξ como parámetro. Valores de ξ entre 0,3 y 1 dan respuestas rápidas, siendo aconsejable $\xi = 0{,}7$ si se puede tolerar solamente un pequeño sobreimpulso.

El tiempo de respuesta puede reducirse aumentando la ganancia K, que hace aumentar ω_n, pero el amortiguamiento F debe también aumentarse para mantener la misma razón de amortiguamiento ξ, con lo cual aumenta la pérdida de energía. Una gran K crea un sistema rígido, pero esto queda limitado por los efectos del huelgo de los engranajes y otros retardos.

La presencia de raíces complejas conjugadas ha llevado a un posible sistema oscilatorio. Como quiera que la oscilación se amortigua hasta anularse *si la parte real de las raíces es negativa*, una comprobación de la estabilidad de tales sistemas lleva consigo la determinación de si existe alguna raíz con la parte real positiva.

Se vio en la Ec. (18-23) que, para una entrada en rampa, el error permanente era de F/K segundos. Si esta es la clase de entrada que va a darse, debe reducirse ξ y tolerar un mayor sobreimpulso para los cambios bruscos de la entrada, con objeto de reducir el error permanente

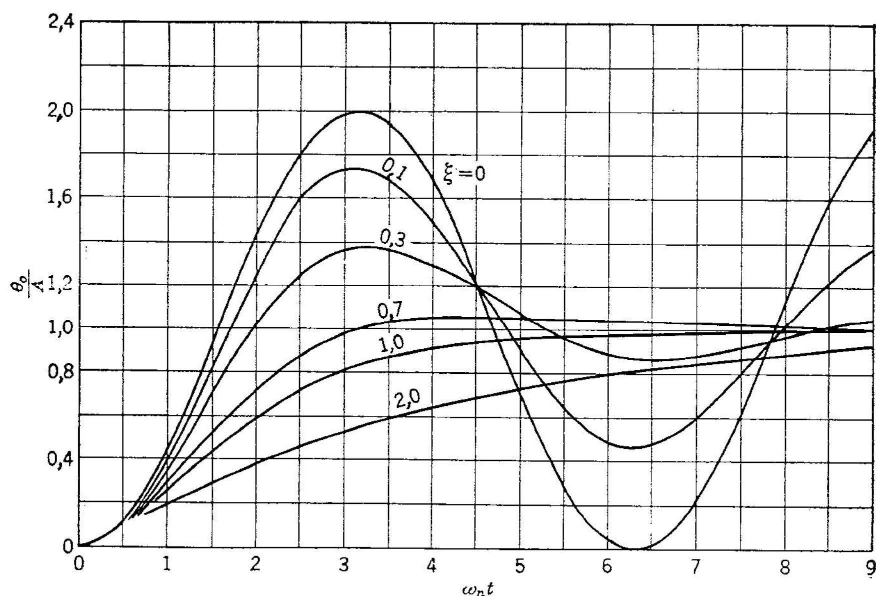


FIG. 18-8. Respuesta a una función en escalón de un sistema de segundo orden.

para cambios bruscos en la velocidad. Por consiguiente, la elección de un factor de amortiguamiento no está perfectamente definida, sino que depende de la naturaleza de la entrada.

18-5. Control de derivada. En el sistema anterior, la entrada al amplificador de par era la señal de error $\theta_i - \theta_o$, igual al error de posición, y se dice que tal sistema tiene control de posición. Se ha visto que la efectividad de ese control depende grandemente del valor del amortiguamiento viscoso empleado, cuya elección depende de varios factores. El valor de la ganancia K puede aumentarse también para mejorar la respuesta, pero esto requiere un aumento correspondiente en el amortiguamiento, con la consiguiente pérdida de energía.

Se ve también en muchos servomecanismos prácticos que la fricción viscosa inherente al mecanismo, engranajes, etc., es tal que $\xi > 0{,}3$. Para hacer que la respuesta transitoria sea satisfactoria es necesario añadir amortiguamiento viscoso y esto puede disipar una gran parte de la energía del órgano motor. Se ha hallado que puede conseguirse una corrección más satisfactoria de las características del sistema añadiendo un lazo de *realimentación de derivada*.

La Fig. 18-9 muestra un esquema de tal sistema, en el que no sólo se realimenta la posición de salida θ_o para restarla de la entrada, sino que además se realimenta y se resta su derivada $p\theta_o$. Esto es equivalente a restar una cantidad proporcional a la velocidad de salida. Tal indicación de velocidad puede obtenerse usando un tacómetro generador

en el árbol de salida o por medio de circuitos diferenciadores eléctricos en el amplificador, si θ_o puede representarse en forma de tensión. El par amortiguador es proporcional a la velocidad y puede verse que el par desarrollado, debido a la señal de velocidad realimentada, es también proporcional a la velocidad. Así se tiene un medio de aumentar o disminuir el par total amortiguador efectivo del sistema.

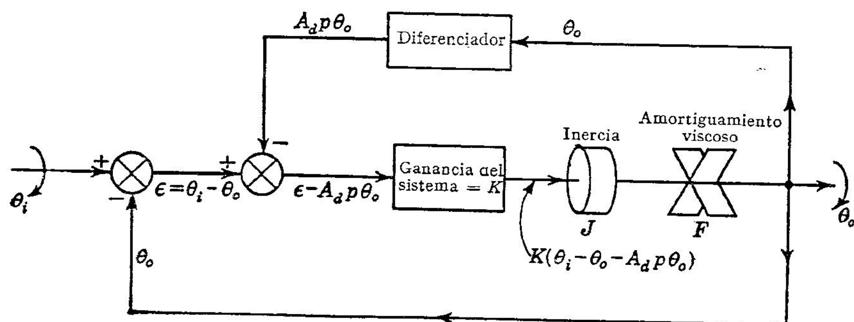


FIG. 18-9. Control con realimentación de derivada.

Si $A_d p\theta_o$ es la realimentación de velocidad, siendo A_d una constante con dimensiones de tiempo, la ecuación diferencial del sistema de la Fig. 18-9 puede escribirse sumando los pares del árbol de salida.

$$Jp^2\theta_o + Fp\theta_o - K(\theta_i - \theta_o - A_d p\theta_o) = 0$$

que puede ponerse en la forma

$$[Jp^2 + (F + KA_d)p + K]\theta_o = K\theta_i \tag{18-44}$$

Puede verse que el coeficiente del término en $p\theta_o$ es $F + KA_d$ y éste es la constante de amortiguamiento *efectivo*, como resultado de la realimentación de velocidad. Aunque se aumenta el amortiguamiento, no hay disipación adicional de energía por el término KA_d.

Por la Ec. (18-32), la razón de amortiguamiento ξ es

$$\xi = \frac{F + KA_d}{2\sqrt{KJ}} \tag{18-45}$$

Por medio de esta realimentación de velocidad adicional es posible obtener cualquier razón de amortiguamiento en un sistema lineal de segundo orden.

El amortiguamiento inherente F puede ser bastante pequeño y el valor de ξ puede ser suficiente para obtener pequeños sobreimpulsos con cambios de posición bruscos. El error permanente con entradas en rampa, o de velocidad constante, es F/K segundos, pudiendo redu-

cirse F para aminorar este error, pero manteniendo ξ para evitar una respuesta oscilatoria a una entrada en escalón, por medio del empleo del término KA_d de realimentación de velocidad.

18-6. Control de velocidad de error. Otro método de controlar el amortiguamiento efectivo del sistema es el *control de velocidad de error* de la Fig. 18-10. Además de la normal realimentación de posición, la señal de error se deriva y la velocidad de error resultante se introduce en el amplificador unida a la propia señal de error.

Sumando los pares del árbol de salida se obtiene

$$Jp^2\theta_o + Fp\theta_o - K(\epsilon + A_e p\epsilon) = 0 \tag{18-46}$$

Puesto que $\epsilon = \theta_i - \theta_o$

$$[Jp^2 + (F + KA_e)p + K]\theta_o = (1 + A_e p)K\theta_i \tag{18-47}$$

La razón efectiva de amortiguamiento viscoso para el sistema es, pues,

$$\xi = \frac{F + KA_e}{2\sqrt{KJ}} \tag{18-48}$$

y se puede obtener cualquier razón de amortiguamiento deseada, ajustando el coeficiente A_e de la velocidad de error.

Como en el control de derivada, tal alteración de ξ puede usarse para tener la oportunidad de reducir F hasta el punto de anularse, eliminando así el error permanente para una entrada en rampa, o de velocidad constante, conservando el pequeño sobreimpulso de un sistema bien amortiguado para una entrada en escalón.

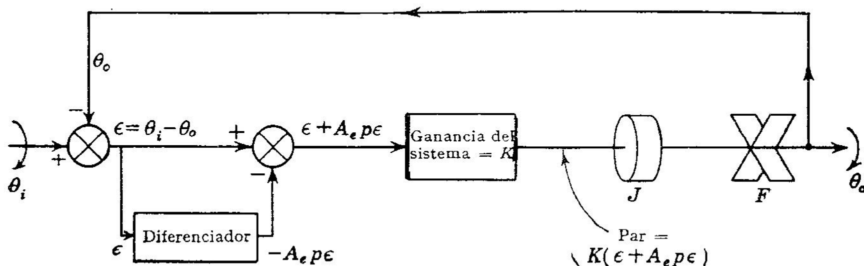


FIG. 18-10. Sistema de control de velocidad de error.

Debido a las diferencias en los segundos miembros de las Ecs. (18-44) y (18-47) habrá una diferencia en las respuestas a cambios de entrada en escalón. El término $A_e p\theta_i$ corresponde a un impulso infinito en el instante de la aplicación del escalón. Los sistemas físicos no pueden responder así, y siempre habrá menor amortiguamiento real que el que indica el análisis teórico, debido a la salida finita de los diferencia-

dores obtenibles. Esto se muestra en las curvas de respuesta de la Fig. 18-11, para una entrada en escalón $\theta_i = A$, en las que siempre se presenta cierto sobreimpulso, independientemente del valor efectivo de ξ.

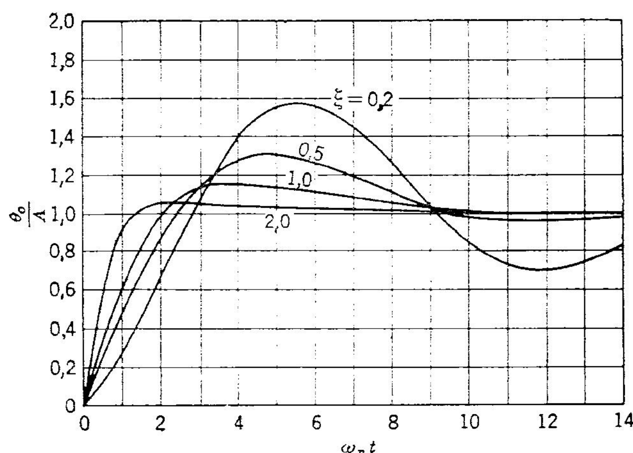


FIG. 18-11. Respuesta a un escalón con amortiguamiento de velocidad de error.

18-7. Control integral. Otra forma de control interesante y útil es el *control integral*, en que se halla la integral del error respecto al tiempo y se introduce en el amplificador junto a la señal de error. Este tipo de sistema es llamado también *control de reajuste automático* en la industria de control de procesos.

La Fig. 18-12 muestra un sistema de control integral al que se ha añadido un par de carga resistente T_L en la salida. La suma de los momentos en la salida da

$$Jp^2\theta_o + Fp\theta_o - K(\epsilon + A_i\int\epsilon\, dt) + T_L = 0$$

Para mostrar otra forma de solución, la expresión anterior puede es-

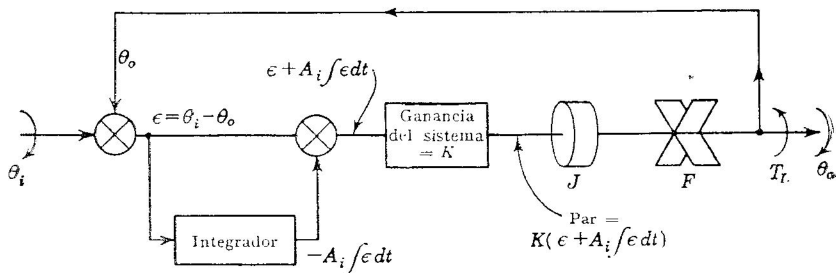


FIG. 18-12. Sistema de control integral.

cribirse en función del error ϵ en vez de la salida θ_o. Así, sumando $-Jp^2\theta_o - Fp\theta_o$ a ambos miembros, se obtiene

$$\left(Jp^2 + Fp + K + \frac{KA_i}{p}\right)\epsilon = T_L + (Jp^2 + Fp)\theta_i \qquad (18\text{-}49)$$

La ecuación resultante es de tercer orden y la solución transitoria tendrá tres raíces, de las cuales una o las tres serán reales, puesto que las raíces complejas se dan siempre por parejas.

Es de particular interés la respuesta permanente a entradas en escalón (amplitud constante) y en rampa (velocidad constante) que pueden estudiarse efectuando la división indicada por

$$\epsilon = \frac{T_L + (Jp^2 + Fp)\theta_i}{Jp^2 + Fp + K + KA_i/p} \qquad (18\text{-}50)$$

que lleva a

$$\epsilon = \left[\frac{F}{KA_i}p^2 + \left(\frac{J}{KA_i} - \frac{F}{KA_i^2}\right)p^3 + \cdots\right]\theta_i +$$
$$+ \left(\frac{1}{KA_i}p - \frac{1}{KA_i^2}p^2 + \cdots\right)T_L \qquad (18\text{-}51)$$

Puesto que la entrada es $\theta_i = A$, en el caso de entrada en escalón, y $\theta_i = \lambda t$, para una entrada en rampa, la expresión anterior indica

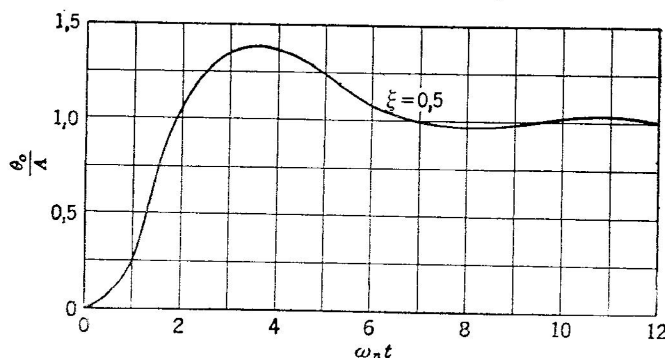


FIG. 18-13. Respuesta a un escalón en el control integral. $A_i/\omega_n = 0,2$.

que con control integral el error permanente será cero, ya que la derivada de θ_i de orden inferior que aparece en el error es la segunda.

También puede verse en la Ec. (18-51) que, si el par de carga T_L es constante, no se introduce ningún error permanente al arrastrar dicha carga. La respuesta de un control integral típico a una entrada en escalón se muestra en la Fig. 18-13. Se usa frecuentemente una combinación de control integral para obtener un error permanente nulo

y control de derivada, o de velocidad de error, para dar el amortiguamiento suficiente para que la respuesta transitoria sea satisfactoria. Cuando se hace así, con varios lazos de realimentación, debe investigarse la estabilidad.

18-8. Regulador de temperatura con control integral. Como ilustración del efecto del control integral, estudiaremos su aplicación al problema de control de temperatura representado en la Fig. 18-14, donde se calienta un líquido por medio del fuel que deja pasar la válvula de control. El calor de entrada se hace proporcional a la señal de error

$$H_i = K(\theta_i - \theta_o)$$

siendo este sistema conocido como *control proporcional* en la industria de control de procesos. Suponer esa proporcionalidad exige la condición

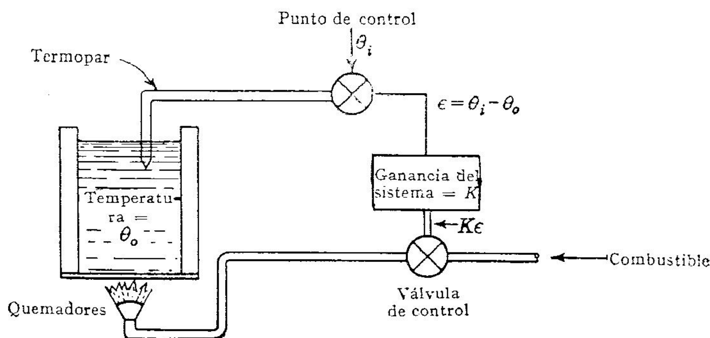


FIG. 18-14. Regulador de temperatura.

de fuel constante y una relación lineal entre la posición de la válvula y el caudal de fuel para el funcionamiento adecuado.

La salida θ_o y la entrada θ_i deben interpretarse aquí como las temperaturas real y deseada, respectivamente. El fuel proporciona la cantidad de calor $S\, d\theta_o/dt$ para los cambios de temperatura y compensar las pérdidas por conducción que son proporcionales a la diferencia entre la temperatura del baño y la del medio. La ecuación del sistema es, pues,

$$K(\theta_i - \theta_o) = Sp\theta_o + \lambda(\theta_o - \theta_e) \tag{18-52}$$

Si $K/\lambda = B$, se tiene

$$\frac{S/\lambda}{1 + B} p\theta_o + \theta_o = \frac{B}{1 + B}\theta_i + \frac{1}{1 + B}\theta_e \tag{18-53}$$

Esta expresión es de la forma de la Ec. (18-4) para un sistema de primer orden, y la respuesta transitoria será una exponencial como la de la Fig. 18-4, con una constante de tiempo $(S/\lambda)/(1 + B)$.

En régimen permanente, con θ_i y θ_e constantes, será $p\theta_o = 0$ y la temperatura resulta

$$\theta_{os} = \frac{B}{1 + B}\,\theta_i + \frac{1}{1 + B}\,\theta_e \qquad (18\text{-}54)$$

La diferencia entre θ_o y θ_i puede eliminarse en la calibración del dial usado para ajustar θ_i, si $B = K/\lambda$ permanece fijo. Sin embargo, cualquier cambio en K, calor de entrada por unidad de error de temperatura, producirá una variación en la temperatura de salida θ_{os}. Del mismo modo, el efecto de un cambio en la temperatura del medio queda reducido en el factor $1/(1 + B)$, aunque todavía tendrá cierta influencia. Si ésta se reduce aumentando K, se hacen apreciables otros efectos dinámicos y el sistema puede resultar de segundo orden.

Para disminuir el error permanente y la influencia de los cambios en K, λ o θ_e, es posible añadir control integral. La posición de la válvula y el calor de entrada resultante se hace que varíen de acuerdo con

$$H_i = K(\theta_i - \theta_o) + K_1\int(\theta_i - \theta_o)\,dt$$

Llevando este valor al primer miembro de la Ec. (18-52) y derivando para eliminar la integral, se llega a

$$\left(\frac{S}{\lambda B_1}p^2 + \frac{1 + B}{B_1}p + 1\right)\theta_o = \left(\frac{B}{B_1}p + 1\right)\theta_i + \frac{p}{B_1}\theta_e \qquad (18\text{-}55)$$

donde $B_1 = K_1/\lambda$.

Esta expresión es de la forma de la Ec. (18-47) para un sistema de segundo orden con control de velocidad de error y, así, este sistema funcionará de modo similar con

$$\xi = \frac{\lambda + K}{2\sqrt{KK_1S}} \qquad (18\text{-}56)$$

El error permanente será nulo e independiente de las variaciones en los parámetros K y λ. Los cambios ambientales afectarán al período transitorio, pero no alterarán la temperatura de funcionamiento permanente θ_{os}. La adición de control integral ha mejorado el funcionamiento considerablemente. Esto es particularmente cierto, puesto que los cambios en la carga o en el ambiente, si no hubiese control integral, desplazarían la temperatura permanente del punto de control deseado.

18-9. Respuesta sinusoidal de un sistema de segundo orden. El funcionamiento del sistema de segundo orden de la Fig. 18-15 con realimentación de posición y de derivada se obtuvo en la Ec. (18-44) como

$$[Jp^2 + (F + KA_d)p + K]\theta_o = K\theta_i \qquad (18\text{-}57)$$

La frecuencia natural no amortiguada de un sistema de segundo orden se definió por la Ec. (18-34) como

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

mientras que la razón de amortiguamiento para este sistema se obtuvo por la Ec. (18-45) como

$$\xi = \frac{F + KA_d}{2\sqrt{KJ}}$$

Empleando ω_n y ξ, la Ec. (18-57) se convierte en

$$\left(\frac{1}{\omega_n^2} p^2 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + 1\right) \theta_o = \theta_i \qquad (18\text{-}58)$$

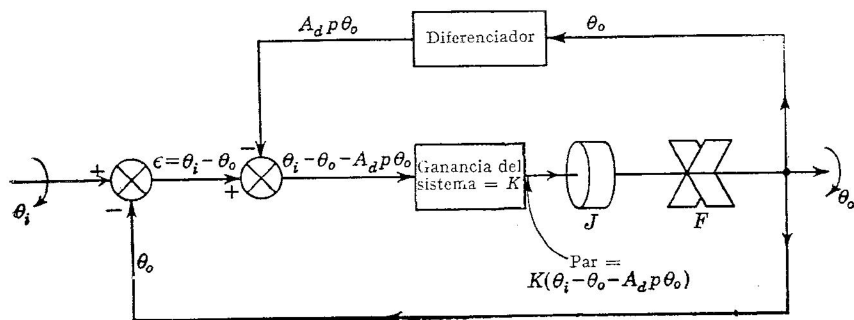


FIG. 18-15. Control con realimentación de posición y de derivada de segundo orden.

Para una entrada sinusoidal dada por $\theta_i = A_1 \cos \omega t = A_1 \text{Re } \epsilon^{j\omega t}$, puede hallarse la respuesta permanente suponiendo $\theta_o = A_2 \text{ Re } \epsilon^{j(\omega t + \phi)}$ y, así,

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + j2\xi\omega/\omega_n} = Y(j\omega) = M\epsilon^{j\phi} \qquad (18\text{-}59)$$

donde M es el módulo de $Y(j\omega)$, la función de transferencia de lazo cerrado, y ϕ su argumento. De la expresión anterior

$$M = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2/\omega_n^2)^2 + (2\xi\omega/\omega_n)^2}} \qquad (18\text{-}60)$$

$$\phi = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi\omega/\omega_n}{1 - \omega^2/\omega_n^2} \qquad (18\text{-}61)$$

Es conveniente estudiar $Y(j\omega)$ por medio de gráficos de M y ϕ en función de ω/ω_n y ξ, como los representados en las Figs. 18-16 y 18-17.

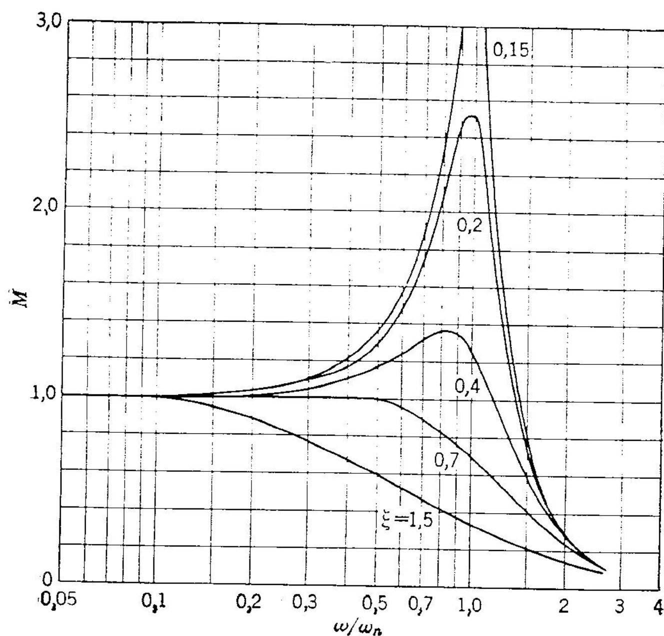


FIG. 18-16. Valor absoluto de $Y(j\omega)$.

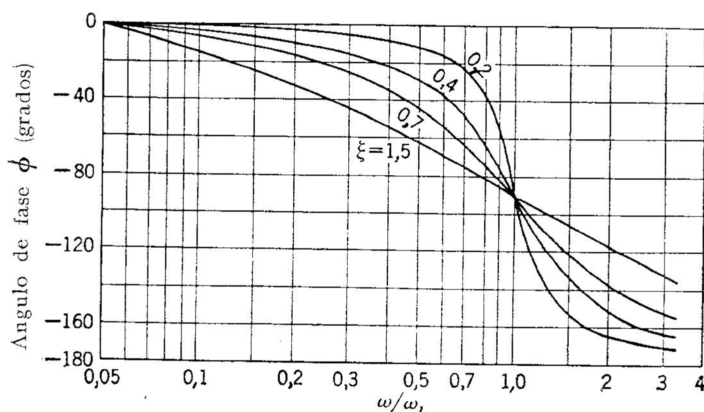


FIG. 18-17. Angulo de fase del sistema de segundo orden.

La Fig. 18-16 muestra resonancia para $\omega/\omega_n \cong 1$. Estas curvas nos recuerdan las de la Fig. 5-18 para el amplificador de tubo de vacío de banda ancha compensado. Los sistemas están, evidentemente, relacionados, puesto que están representados por ecuaciones de segundo orden de forma similar.

El pico de resonancia se produce cuando el denominador de la

Ec. (18-60) pasa por un mínimo. Derivando el denominador con respecto a ω e igualando a cero, se obtiene

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} \qquad (18\text{-}62)$$

como la frecuencia a la que se produce el pico en la respuesta. Si $\xi >$ $> 0{,}707$, no aparece en la respuesta ningún máximo o sobreimpulso.

Haciendo $\omega = \omega_p$ en la Ec. (18-60) se tiene

$$M_p = \frac{1}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}} \qquad (18\text{-}63)$$

como valor de pico del módulo de la función de transferencia.

En la Fig. 18-17 se ve que el argumento es de -90° para todos los valores de ξ cuando $\omega/\omega_n = 1$ y tiende a -180° para ω/ω_n grande.

18-10. Análisis de la función de transferencia. La aplicación de cada uno de los sistemas precedentes es general respecto a tipos de aparatos, pero se han incluido amplificadores idealizados de ganancia K y no se ha indicado ningún medio para estudiar el efecto de los amplificadores de par de características distintas a las ideales. Un método que conduce a resultados más generales emplea el operador conocido como *función de transferencia* para describir el efecto de cada subgrupo de elementos del sistema sobre la respuesta de todo el conjunto. La función de transferencia es una expresión de la razón de la salida a la entrada de un aparato o subsistema, en función del operador p, tal que

$$\frac{\text{Salida}}{\text{Entrada}} = \text{Función de transferencia} = Y(p) \qquad (18\text{-}64)$$

Para un amplificador, esto es simplemente la expresión de la ganancia en función del operador p.*

Por ejemplo, en la Fig. 18-10 se indica que el par de salida del amplificador del sistema es

$$T_o = K(\epsilon + A_e p \epsilon) = K(1 + A_e p)\epsilon$$

La ganancia de este amplificador en función del par desarrollado por radián de error es

$$\frac{T_o}{\epsilon} = K(1 + A_e p) = Y_1(p) \qquad (18\text{-}65)$$

y esto define la función de transferencia $Y_1(p)$ del amplificador, incluyendo el diferenciador como parte del amplificador.

* Cuando se emplea la transformada de Laplace, el operador función de transferencia será una función de s, como $Y(s)$, incluyendo así el concepto de frecuencia compleja del Cap. 7.

El subsistema constituido por la inercia J y el amortiguamiento viscoso F puede representarse también por una función de transferencia. La entrada al subsistema es el par T_o y la salida es θ_o. La ecuación del movimiento expresada en función de estas magnitudes se obtiene, por medio de la Ec. (18-46), como

$$(Jp^2 + Fp)\theta_o = T_o$$

de donde

$$\frac{\theta_o}{T_o} = \frac{1}{Jp^2 + Fp} = \frac{1/F}{p\left(\frac{J}{F}p + 1\right)} = Y_2(p) \qquad (18\text{-}66)$$

Así, Y_2 es la función de transferencia de aquella parte del sistema que comprende la inercia de salida y el amortiguamiento viscoso. La figura

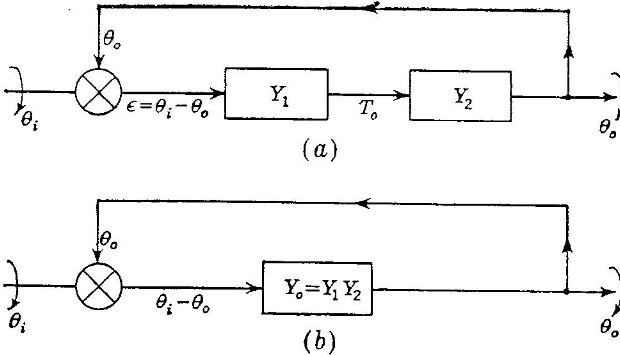


FIG. 18-18. Sistema de control descrito por medio de funciones de transferencia.

18-10 puede pues representarse haciendo uso de las funciones de transferencia Y_1 e Y_2, como en la Fig. 18-18*a*.

Más aún, el amplificador de control integral de la Fig. 18-12 tiene una función de transferencia dada por

$$Y_1 = \frac{T_o}{\epsilon} = K(1 + A_i p^{-1}) \qquad (18\text{-}67)$$

Este amplificador va seguido por un subsistema con inercia y amortiguamiento representado por la función Y_2 de la Ec. (18-66). Por consiguiente, el diagrama de bloques de la Fig. 18-18*a* servirá también para el control integral de la Fig. 18-12 y, definiendo apropiadamente Y_1, corresponderá igualmente a control de posición, de velocidad de error e integral.

Si el lazo de realimentación de posición de la Fig. 18-18*a* se rompe, aun tenemos un sistema con una salida θ_o y una entrada de cierto

valor ϵ, aunque ϵ no represente ya a $\theta_i - \theta_o$. Por la definición de función de transferencia, podemos escribir

$$\theta_o = Y_2 T_o = Y_1 Y_2 \epsilon = Y_o \epsilon \tag{18-68}$$

para la Fig. 18-18. Esto sirve para definir

$$Y_o(p) = Y_1 Y_2 = \frac{\theta_o}{\epsilon} \tag{18-69}$$

como la *función de transferencia de lazo abierto* del sistema, o la función de transferencia que se obtendría si se quitase la realimentación.

Como resultado de esta definición de Y_o, un diagrama de bloques de cualquier sistema con un solo lazo de realimentación puede reducirse siempre al de la Fig. 18-18*b*. Cuando el lazo de realimentación se cierra, $\epsilon = \theta_i - \theta_o$ y, entonces,

$$\theta_o = Y_o \epsilon = Y_o(\theta_i - \theta_o)$$

$$\theta_o = \frac{Y_o}{1 + Y_o} \theta_i \tag{18-70}$$

La función de transferencia para un sistema de un solo lazo de realimentación es, pues, $Y_o/(1 + Y_o)$, en función de la función de transferencia de lazo abierto Y_o.

18-11. Función de transferencia para realimentación de lazo múltiple. Los servomecanismos incluyen frecuentemente numerosos elementos con sus funciones de transferencia particulares y, por razones de esta-

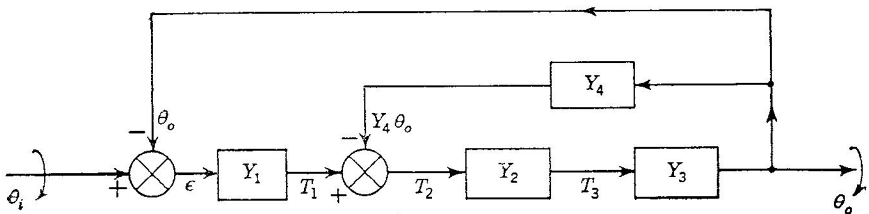


FIG. 18-19. Servomecanismo con múltiples lazos.

bilidad, la realimentación puede emplearse en partes del sistema tanto como en el conjunto. Un sistema así, expresado en función de las funciones de transferencia, es el representado en la Fig. 18-19.

Después que la señal pasa por el primer elemento del sistema

$$T_1 = Y_1 \epsilon = Y_1(\theta_i - \theta_o)$$

y queda

$$T_2 = Y_1(\theta_i - \theta_o) - Y_4 \theta_o \tag{18-71}$$

como entrada a los dos últimos elementos. Así,

$$T_3 = Y_2[Y_1(\theta_i - \theta_o) - Y_4\theta_o]$$

y
$$\theta_o = Y_2 Y_3[Y_1\theta_i - (Y_1 + Y_4)\theta_o] \tag{18-72}$$

El sistema completo está expresado, pues, por la función de transferencia

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{Y_1 Y_2 Y_3}{1 + Y_1 Y_2 Y_3 + Y_2 Y_3 Y_4} \tag{18-73}$$

Pueden analizarse otros sistemas con realimentación de lazo múltiple, siguiendo este procedimiento paso a paso.

18-12. Funciones de transferencia de varios circuitos. Debido a lo valiosa que es la función de transferencia en el análisis de los sistemas,

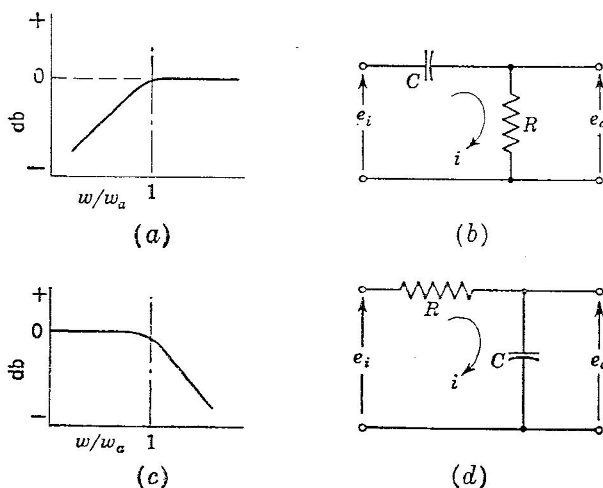


FIG. 18-20. (*a*, *b*) Circuito diferenciador o de adelanto. (*c*, *d*) Circuito integrador o de retraso.

es muy útil disponer de las funciones de transferencia para ciertos circuitos y elementos de uso común. Entre éstos se encuentran los circuitos diferenciadores e integradores de la Fig. 18-20, estudiados ya en el capítulo 9.

De la Fig. 18-20*b*

$$Ri + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt = e_i \tag{18-74}$$

Haciendo $p = d/dt$ y viendo que $e_o = Ri$, sale

$$e_o = \frac{RCp}{1 + RCp}\,e_i$$

y la función de transferencia del circuito de la Fig. 18-20b es

$$Y(p) = \frac{e_o}{e_i} = \frac{RCp}{1 + RCp} \tag{18-75}$$

Para $RCp \ll 1$, el sistema se comporta como un diferenciador de función de transferencia RCp. Este circuito será denominado más adelante *circuito de adelanto*, debido a su funcionamiento en régimen permanente sinusoidal en que $p = j\omega$ y $\omega_a = 1/RC$, con lo cual

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{\omega/\omega_a}{\sqrt{1 + \omega^2/\omega_a^2}} \underline{/\phi_a} \tag{18-76}$$

siendo

$$\phi_a = \text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega/\omega_a} \tag{18-77}$$

es decir, e_o va adelantado con respecto a e_i el ángulo ϕ_a.

Para el circuito de la Fig. 18-20d, de nuevo

$$Ri + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt = e_i$$

pero $e_o = i/Cp$, y así

$$e_o = \frac{1}{1 + RCp} e_i \tag{18-78}$$

y la función de transferencia para la Fig. 18-20d es

$$Y(p) = \frac{e_o}{e_i} = \frac{1}{1 + RCp} \tag{18-79}$$

Para $RCp \gg 1$, el sistema funciona como un integrador de función de transferencia $1/RCp$. Se le conoce también como *circuito de retraso* (o retardo) debido a su funcionamiento sinusoidal, en que $p = j\omega$, $\omega_a = 1/RC$ y

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2/\omega_a^2}} \underline{/\phi_b} \tag{18-80}$$

$$\phi_b = -\,\text{tg}^{-1} \frac{\omega}{\omega_a} \tag{18-81}$$

es decir, e_o va retrasado con respecto a e_i el ángulo ϕ_b.

En la Fig. 18-21 se muestran dos circuitos más que sirven como circuitos de adelanto o de retraso. Estos ya se discutieron en la Sec. 5-4 como adecuados para alterar fase y módulo en el dominio de frecuencias.

De allí, y haciendo $j\omega = p$, la función de transferencia para la figura 18-21*b* es

$$Y(p) = \frac{e_o}{e_i} = \alpha \frac{1 + R_1Cp}{1 + \alpha R_1Cp} \tag{18-82}$$

donde
$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Funciona como circuito de adelanto con respuesta sinusoidal, como se

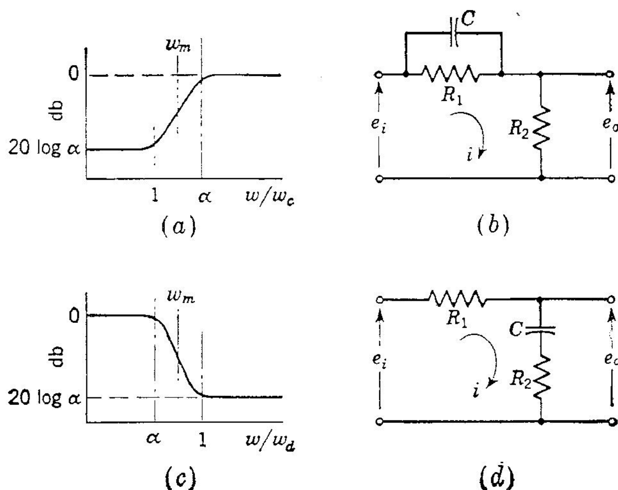


FIG. 18-21. (*a, b*) Circuito de adelanto. (*c, d*) Circuito de retraso.

indica en la Fig. 18-21*a*, donde $\omega_c = 1/R_1C$, y el punto de máxima desviación de fase es ω_m, dado por

$$\omega_m = \frac{\omega_c}{\sqrt{\alpha}}$$

La función de transferencia para la Fig. 18-21*d* es

$$Y(p) = \frac{e_o}{e_i} = \frac{1 + R_2Cp}{1 + R_2Cp/\alpha} \tag{18-83}$$

donde, otra vez, $\alpha = R_2/(R_1 + R_2)$. Funciona como circuito de retardo con respuesta sinusoidal, como indica la Fig. 18-21*c*, donde $\omega_d = 1/R_2C$, y el punto de máxima desviación de fase ω_m está dado por

$$\omega_m = \omega_d \sqrt{\alpha}$$

Se prefiere corrientemente el circuito de adelanto de la Fig. 18-21*b* sobre el de la Fig. 18-20*b*, debido a que este último tiene una función

de transferencia que se anula para $\omega = 0$. Esto produciría un error permanente. Los circuitos de la Fig. 18-21 dan también alguna flexibilidad adicional en el ángulo de fase, puesto que el ángulo de máximo adelanto o retardo puede ser elegido por el proyectista.

18-13. Funciones de transferencia de varios elementos físicos. Se usa frecuentemente un motor de continua con excitación independiente para suministrar el par de salida de un servosistema. Por consiguiente, la característica de transferencia del motor debe incluirse en la del amplificador de par. La inercia y el amortiguamiento del motor deberían ser incluidos como formando parte de los elementos de carga.

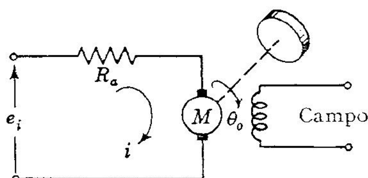


FIG. 18-22. Circuito de un motor de corriente continua.

La ecuación para el motor de la Fig. 18-22 es

$$e_i = R_a i + C_n p \theta_o \qquad (18\text{-}84)$$

donde R_a es la resistencia del inducido y C_n es la constante de la tensión generada en voltios por radián por segundo.

El par de salida del motor es proporcional a la corriente y

$$\text{Par} = C_T i = J p^2 \theta_o \qquad (18\text{-}85)$$

siendo C_T el par por amperio de corriente en el inducido. El momento de inercia es el del rotor y la carga conectada, despreciándose el rozamiento, ya que en tales motores es pequeño. Llevando la Ec. (18-85) a la (18-84), se tiene

$$Y = \frac{\theta_o}{e_i} = \frac{1/C_n}{p\left(\dfrac{R_a J}{C_T C_n} p + 1\right)} = \frac{1/C_n}{p(T_m p + 1)} \qquad (18\text{-}86)$$

Este resultado es idéntico, en su forma, al de la Ec. (18-66) para un sistema con inercia y amortiguamiento viscoso. Este efecto está proporcionado por la fuerza contraelectromotriz del motor.

La mayoría de los motores bifásicos tienen funciones de transferencia de esta misma forma.

En muchos casos la realimentación de posición se lleva a cabo por medio de un transmisor síncrono, y la diferencia entre las posiciones de entrada y salida se realiza en un sincro-diferencial, como en la figura 18-23. Los transmisores emplean un rotor monofásico con un estator trifásico. Las tensiones trifásicas inducidas en el estator son representativas de la posición angular del rotor. Estas tensiones del sincro de entrada se llevan a los devanados del estator de un sincro-diferencial, conectándose las tres tensiones del transmisor de salida a los devanados trifásicos del rotor del diferencial. El rotor del sincro-diferencial

realiza un giro igual al error $\theta_i - \theta_o$, si se aplica un par de carga despreciable.

La función de transferencia del sistema sincro-diferencial completo puede verse que es

$$\frac{\epsilon}{\epsilon'} = \frac{1}{p^2/\omega_n + (2\xi/\omega_n)p + 1} \tag{18-87}$$

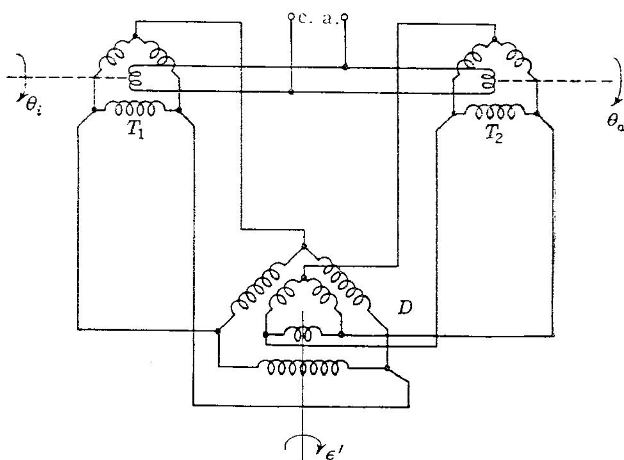


FIG. 18-23. Sistema sincro-diferencial.

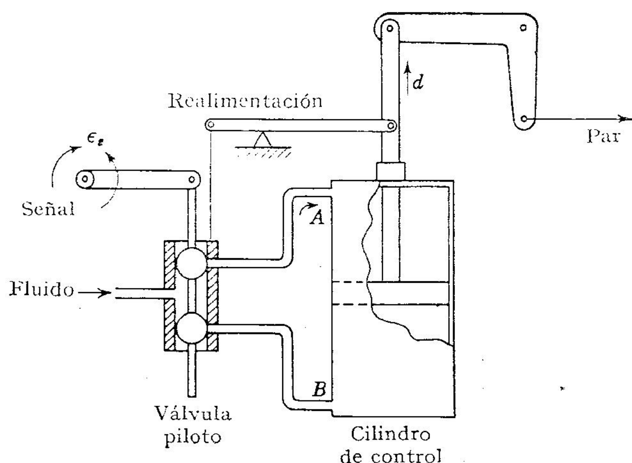


FIG. 18-24. Válvula hidráulica o neumática.

donde ϵ es el verdadero error $\theta_i - \theta_o$ y ϵ' es la indicación real de salida del sincro. Es corrientemente necesario introducir un amortiguamiento adicional para evitar un sobreimpulso excesivo del sistema síncrono.

El amplificador de par hidráulico de la Fig. 18-24 tiene, sobre el motor eléctrico, la ventaja de dar un margen efectivo de velocidad más amplio y mucho mayores relaciones entre el par de salida y la inercia del sistema. El fluido es admitido a la cámara A o a la B del cilindro por un movimiento muy pequeño de la válvula piloto al desplazarse las bolas de su posición «neutra» por la acción de la señal de entrada. Al moverse el émbolo, el cuerpo de la válvula piloto es desplazado para recuperar la posición neutra. Así, cada movimiento de salida producido por la señal produce un movimiento medido y controlado del émbolo, cuya velocidad es aproximadamente proporcional al desplazamiento de la válvula piloto y a la señal ϵ_s. La función de transferencia de este sistema es

$$\frac{\epsilon_s}{d} = \frac{K}{p(T_a p + 1)} \tag{18-88}$$

donde d es el desplazamiento del émbolo, K la ganancia y T_a aparece como la constante de tiempo del amplificador de par. Es de forma idéntica a la del motor de continua de la Ec. (18-86).

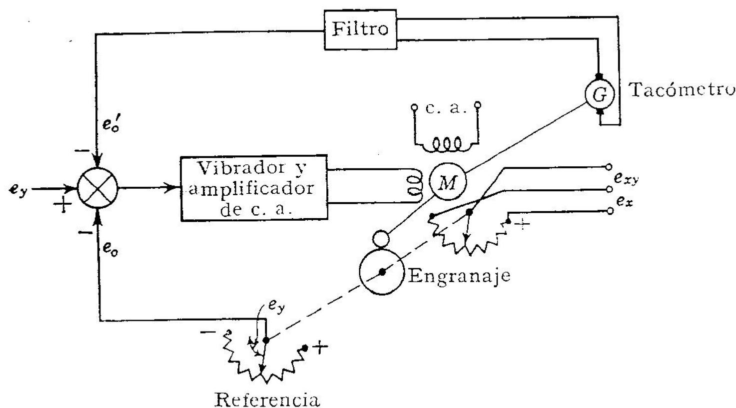


FIG. 18-25. Servomultiplicador.

18-14. Servosistema de motor de alterna. En el Cap. 8 se trató de los servomultiplicadores para calculadores analógicos, para obtener una función producto

$$e_{xy} = e_x e_y$$

y en la Fig. 18-25 se muestra un ejemplo de tal servomecanismo. Una tensión de entrada e_y hace que el motor M mueva un potenciómetro hasta una posición tal que su tensión de salida sea igual a e_y. Acoplado mecánicamente a éste, hay otro potenciómetro cuya tensión total es e_x. La posición del cursor de este segundo potenciómetro representa a e_y y, así, su tensión de salida es $e_x e_y = e_{xy}$, como se deseaba.

El sistema de control emplea realimentación de posición a través del potenciómetro de referencia y realimentación de velocidad a partir de un tacómetro generador. Se añade un filtro de paso alto para repucir el terror permanente con entradas en rampa, o de velocidad constante.

Una entrada de velocidad constante produciría en el tacómetro una salida invariable o de frecuencia cero que se elimina por medio del filtro de paso alto del tipo de la Fig. 18-20*b*. Esto suprime el error permanente inherente a la realimentación de velocidad, dejando a esta realimentación a frecuencias altas su capacidad para suministrar un mayor amorti-

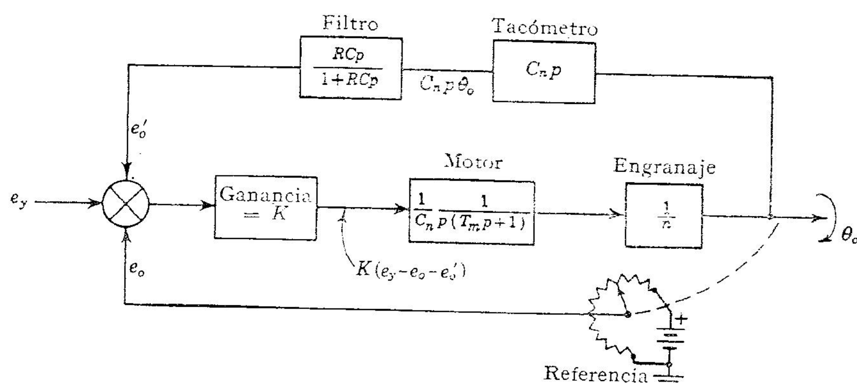


FIG. 18-26. Diagrama de bloques de un servomultiplicador.

guamiento. La frecuencia de corte del filtro debe ser considerablemente menor que el valor ω_n del sistema.

La señal continua de entrada $e_y - e_o - e'_o$ es transformada por un vibrador de 60 ciclos y un amplificador para alimentar a uno de los devanados de un motor bifásico. La otra fase se alimenta directamente de la línea. La polaridad de la entrada del amplificador determina el sentido de giro del motor. La Fig. 18-26 muestra el sistema dibujado de otro modo, incluyendo las funciones de transferencia de cada elemento. Así, es fácil escribir la función de transferencia del sistema empleando los métodos de la Sec. 18-10.

18-15. Estabilidad. Puesto que la mayoría de los servomecanismos prácticos quedan descritos por ecuaciones diferenciales .de segundo (o superior) orden, generalmente con raíces complejas, es preciso examinar la posibilidad de la inestabilidad de estos sistemas.

Por la Ec. (18-70)

$$(1 + Y_o)\theta_o = Y_o\theta_i$$

y, para una entrada sinusoidal, la salida puede suponerse $\theta_o = \epsilon^{j\omega t}$ e Y_o transformada de función de p en función de $j\omega$, puesto que

$p^n\theta_o = (j\omega)^n\theta_o$ en tal supuesto. Si la Ec. (18-70) la escribimos como

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{Y_o(j\omega)}{1 + Y_o(j\omega)} \tag{18-89}$$

nos recuerda la relación de transferencia del amplificador con realimentación del capítulo 7,

$$A' = \frac{A}{1 - A\beta} \tag{18-90}$$

Las dos ecuaciones son en realidad de la misma forma, siendo positivo el signo del denominador de la Ec. (18-89), porque la realimentación en los servomecanismos se supone inherentemente negativa por ser $\epsilon = \theta_i - \theta_o$, mientras que el signo de $A\beta$ en la expresión del amplificador está determinada por el ángulo de $A\beta$. Esencialmente, en los servomecanismos, el análisis empieza con un error, $\epsilon = \theta_i - \theta_o$, como entrada, dejando la sustracción fuera del análisis, mientras que en el amplificador con realimentación, el análisis empieza con una señal exterior, teniendo lugar la sustracción entre la entrada y la salida dentro del análisis. Esta diferencia es simplemente cuestión de costumbre, pero es la razón de que el signo que aparece en el denominador de las Ecs. (18-89) y (18-90) sea diferente.

La Ec. (18-89) muestra que, si la función de transferencia de lazo abierto para una entrada sinusoidal $Y_o(j\omega)$ se aproxima al valor $-1 + j0$, la salida θ_o aumentará y tenderá a infinito, lo que constituye una condición de inestabilidad. De hecho, si el lugar geométrico de $Y_o(j\omega)$, para todos los valores de ω, rodea al punto $-1, j0$, se produce oscilación. Este resultado está basado en el trabajo de Nyquist y difiere de la discusión hecha en el Cap. 7 solamente en que el punto crítico ha pasado del semiplano derecho al izquierdo debido al cambio de $-$ a $+$ entre $A\beta$ e $Y_o(j\omega)$.

La conveniencia de basar el análisis en la función de transferencia sinusoidal de lazo abierto $Y_o(j\omega)$, en lugar de la función de lazo cerrado, se pone en evidencia cuando se comprueba que puede calcularse o medirse más fácilmente la primera que la segunda y que, en el caso de un sistema inestable, la función de lazo cerrado no puede, en modo alguno, medirse.

Como ejemplo de representación de la respuesta de lazo abierto semejante a la curva $A\beta$ del Cap. 7, consideremos el sencillo control de posición de la Fig. 18-7, cuya ecuación de lazo abierto es

$$Jp^2\theta_o + Fp\theta_o - K\epsilon = 0$$

de donde, la función de transferencia de lazo abierto $Y_o(p) = \theta_o/\epsilon$ es

$$Y_o(p) = \frac{K/F}{p[(J/F)p + 1]} \tag{18-91}$$

Para el régimen permanente sinusoidal $p = j\omega$, y

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \frac{KJ/F^2}{(j\omega J/F)(j\omega J/F + 1)} = \frac{K\tau/F}{j\omega\tau(j\omega\tau + 1)} \qquad (18\text{-}92)$$

es la función de lazo abierto, siendo $\tau = J/F$ la constante de tiempo. Puede verse que el numerador de la Ec. (18-92) es una constante pro-

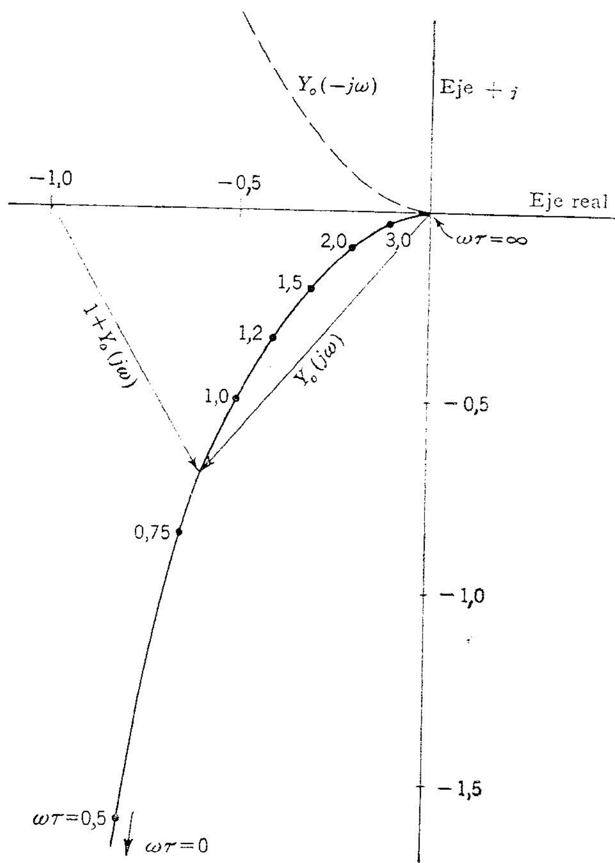


FIG. 18-27. Gráfico de $Y_o(j\omega)$ de la ecuación (18-92).

porcional a la ganancia, para un sistema particular. Aquellos factores cuyo módulo y argumento dependen de la frecuencia aparecen en el denominador, y pueden escribirse como $\mathbf{G}(j\omega)$. Si designamos por $\mathbf{K}'$ los factores independientes de la frecuencia, se obtiene

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \mathbf{K}'\mathbf{G}(j\omega) \qquad (18\text{-}93)$$

En la Fig. 18-27 se ha dibujado la Ec. (18-92) como función de $\omega\tau$, haciendo la ganancia efectiva $\mathbf{K}' = K\tau/F = 1$. Es evidente que tal sistema será estable, ya que los aumentos en la ganancia $\mathbf{K}'$ sólo producirían una ampliación del diagrama y no pueden hacer que el lugar geométrico rodee al punto $-1, j0$.

Puesto que la curva es el lugar geométrico de $\mathbf{Y}_o(j\omega)$, restando gráficamente -1 de cualquier radio vector $\mathbf{Y}_o(j\omega)$ se puede obtener el vector $1 + \mathbf{Y}_o(j\omega)$. Esto aclara la conclusión de que el lugar geométrico debe pasar por el punto crítico o rodearlo para que haya inestabilidad, ya que sólo de esta forma puede ser $\mathbf{Y}_o(j\omega) = -1 + j0$, o bien $1 + \mathbf{Y}_o(j\omega) = 0$.

Picos de resonancia pueden hacer que el lugar de $\mathbf{Y}_o(j\omega)$ se aproxime al punto $-1, j0$ a ciertas frecuencias, con el resultado de dar un error transitorio oscilante prolongado para un cambio brusco en la entrada.

18-16. Criterios de estabilidad. En el proyecto de sistemas es corriente desarrollar primero $\mathbf{G}(j\omega)$, factor determinante de la forma del lugar geométrico de $\mathbf{Y}_o(j\omega)$. Esto deja indeterminado el valor de la ganancia a emplear, lo cual tiene importancia ya que la proximidad de $\mathbf{Y}_o(j\omega)$ al punto crítico es una medida de la estabilidad relativa del sistema y la rapidez de su respuesta a una entrada en escalón. Es decir, que, según se ha visto en las curvas precedentes, la respuesta a un escalón será rápida pero no oscilatoria en sistemas cuya respuesta sinusoidal presente sólo un ligero pico. Este indica una gran proximidad del lugar geométrico de lazo abierto al punto crítico y es útil una correlación entre el lugar de lazo abierto y el módulo de la función de transferencia de lazo cerrado.

Esta correlación ayuda también a prever el funcionamiento de sistemas de orden superior que no han sido tratados aquí. En general, si la respuesta sinusoidal de tal sistema es bastante plana, con sólo un ligero pico a cierta frecuencia más allá de la cual la respuesta cae, se obtendrá una respuesta transitoria satisfactoria.

La correlación entre la amplitud de las respuestas de lazo abierto y lazo cerrado se puede obtener directamente del diagrama de Nyquist de la función de lazo abierto $\mathbf{Y}_o(j\omega)$. Por la Ec. (18-70), la función de lazo cerrado es

$$\mathbf{Y}(j\omega) = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\mathbf{Y}_o(j\omega)}{1 + \mathbf{Y}_o(j\omega)} = \frac{x + jy}{1 + x + jy} \qquad (18\text{-}94)$$

y, si M es la amplitud y ϕ el ángulo de fase, como en la Sec. 18-9, se tiene

$$M^2 = \frac{x^2 + y^2}{(1 + x)^2 + y^2} \qquad (18\text{-}95)$$

y

$$M^2 - 1 = \frac{x^2 + y^2}{(1 + x)^2 + y^2} - 1 = -\frac{1 + 2x}{(1 + x)^2 + y^2} \qquad (18\text{-}96)$$

de donde
$$\frac{M^2}{M^2-1} = -\frac{x^2+y^2}{1+2x}$$
$$x + \frac{M^2}{M^2-1} = \frac{x^2+x-y^2}{1+2x}$$
y finalmente
$$y^2 + \left(x + \frac{M^2}{M^2-1}\right)^2 = \left(\frac{M}{M^2-1}\right)^2 \qquad (18\text{-}97)$$

que representa una familia de circunferencias en el plano Y_o, que corresponden a amplitud constante M para la función de transferencia de lazo cerrado $Y(j\omega)$. Los radios de estas circunferencias son

$$r = \frac{M}{M^2-1}$$

estando sus centros situados en los puntos

$$-\frac{M^2}{M^2-1} \qquad 0$$

Para M muy grande, como en el caso de un gran pico de resonancia, el radio de la circunferencia se acerca a cero y el centro al punto -1, 0. El lugar de $M = 1$ es una recta perpendicular al eje real en el punto $x = -\frac{1}{2}$. Las circunferencias para $M > 1$ tienen sus centros en la parte negativa del eje real; las de $M < 1$ tienen sus centros en la parte positiva del eje real.

El lugar de $\mathbf{Y}_o(j\omega)$ de la Fig. 18-27, con $K' = 1$, se ha dibujado sobre la familia de circunferencias de la Fig. 18-28. Se ve que dicho lugar es tangente a la circunferencia de aproximadamente $M = 1{,}2$ a una frecuencia dada por $\omega\tau \simeq 0{,}85$. Esto indica un valor de pico M_p de 1,2 para la función de transferencia de lazo cerrado $\mathbf{Y}(j\omega)$.

La Ec. (18-93) puede usarse para calcular la función de transferencia sinusoidal de lazo cerrado con $K' = 1$

$$\mathbf{Y}(j\omega) = \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{\mathbf{K'G}(j\omega)}{1 + \mathbf{K'G}(j\omega)} \qquad (18\text{-}98)$$

dando la curva *a* de la Fig. 18-29, lo que confirma que $M_p = 1{,}2$.

Si se considera conveniente un aumento en el pico de la amplitud para mejorar la respuesta transitoria, el lugar de $\mathbf{Y}_o(j\omega)$ puede ampliarse multiplicando cada vector $\mathbf{Y}_o$ por un factor constante, conservando invariable su ángulo, obteniéndose el lugar dibujado de trazos en la Fig. 18-28. Esto aumentará la amplitud en el pico a $M_p = 1{,}5$, a una frecuencia dada por $\omega\tau \simeq 1{,}2$. Por la Ec. (18-63) se halla que $\xi = 0{,}356$ para $M_p = 1{,}5$ y, si se tiene en cuenta que $K' = K\tau/F = KJ/F^2 = (1/2\xi)^2$, se obtiene que, para $M_p = 1{,}5$, $K' = 1{,}98$, y este es el

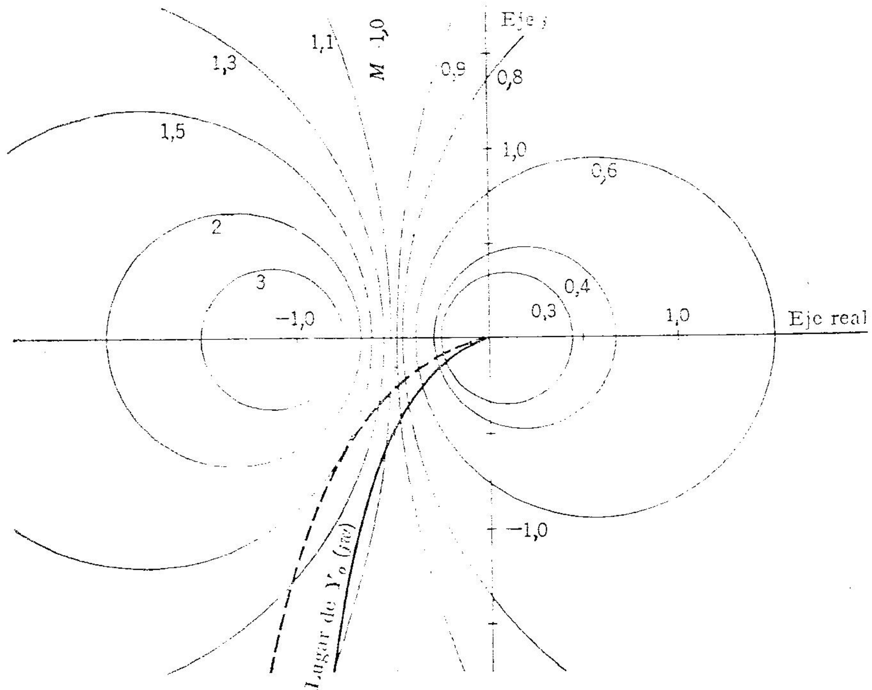


FIG. 18-28. Circunferencias de M constante.

valor de la ganancia necesario para aumentar el pico de la amplitud. La función de transferencia de lazo cerrado, calculada por la Ec. (18-98) con $K' = 1{,}98$, se ha representado en b en la Fig. 18-29, lo que confirma que $M_p = 1{,}5$.

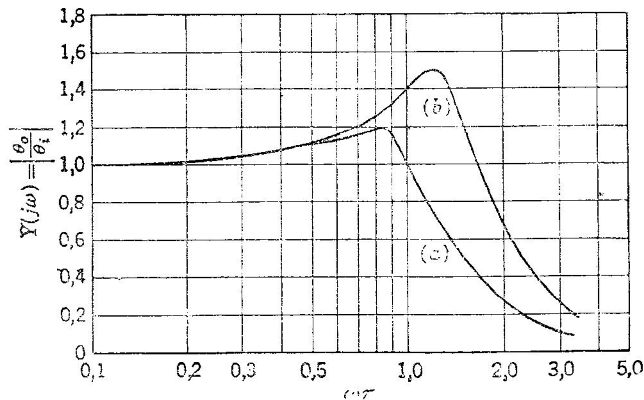


FIG. 18-29. Amplitud de la función de transferencia de lazo cerrado (a) para la línea llena de la Fig. 18-28 con $K' = 1$. (b) Para la curva de trazos con $K' = 2$.

Como medio aproximado para determinar la estabilidad directamente a partir de los datos de amplitud sinusoidal de lazo abierto y ángulo de fase, se pueden emplear las curvas de amplitud en decibelios y de ángulo de fase como funciones de la frecuencia logarítmica, haciendo

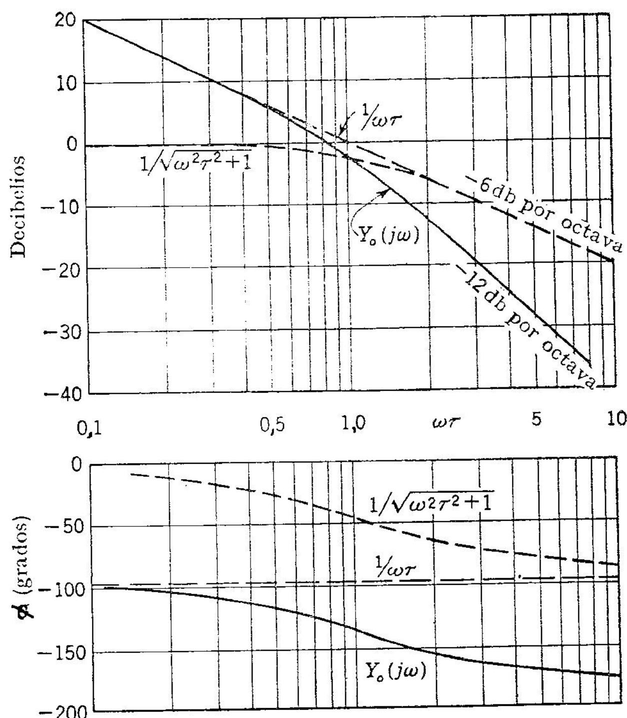


FIG. 18-30. Representación de $Y_o(j\omega)$ empleando los métodos de las frecuencias de esquina.

uso de las técnicas de las frecuencias de esquina del Cap. 5. Tomando como ejemplo el sistema representado por la Ec. (18-92)

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \mathbf{K'G}(j\omega) = \frac{K'}{j\omega\tau(j\omega\tau + 1)}. \tag{18-99}$$

La amplitud en decibelios es

$$\text{db} = 20 \log \frac{1}{\omega\tau} + 20 \log \left|\frac{1}{\omega\tau + 1}\right| =$$

$$= -20 \log (\omega\tau) - 20 \log \sqrt{\omega^2\tau^2 + 1} \tag{18-100}$$

pudiendo dibujar la curva de decibelios en función de $\omega\tau$, para cada factor por separado, sumando las ordenadas para obtener la Fig. 18-30.

Puede verse que el primer factor de la Ec. (18-99) da una reducción de amplitud o ganancia de — 6 db por octava. También produce un ángulo de fase constante de — 90°. A frecuencias superiores en que $\omega\tau \gg 1$, el segundo término también da una pendiente de — 6 db por octava y un ángulo de — 90°. La resultante de ambos factores para $\omega\tau \gg 1$ es una pendiente de — 12 db por octava y un ángulo de casi — 180°. Los términos cuadráticos introducirán, por supuesto, picos.

Es posible deducir que cuando una curva de amplitudes en decibelios tiene una pendiente de — 6 db por octava, llevará asociada un ángulo de fase de — 90°; cuando la pendiente sea de — 12 db por octava el ángulo de fase será de — 180° aproximadamente, y, así, sucesivamente.

Por la Fig. 18-27 puede verse que si, a la frecuencia correspondiente a la ganancia unidad, el ángulo es menor de — 180°, el diagrama de Nyquist no rodeará al punto $-1, j0$ y el sistema será estable. Por el gráfico logarítmico de la Fig. 18-30 es posible estimar el ángulo a ganancia unidad (0 db), ya que si la pendiente es igual o mayor de — 12 db por octava, el ángulo en ese punto será igual o mayor de — 180°. Por consiguiente, las asíntotas a la curva de decibelios en el punto de ganancia cero db nos ayudarán a obtener una estimación rápida de las condiciones de inestabilidad.

Puesto que no puede obtenerse un gráfico experimental de un sistema inestable, este método presta grandes servicios en el proyecto y permite realmente prever la proximidad, por defecto o por exceso, a la inestabilidad. En el proyecto de un sistema de control es conveniente que su curva de atenuación de lazo abierto en función de la frecuencia no llegue a tener una caída de — 12 db por octava en las proximidades del punto de ganancia cero db. De hecho, es conveniente normalmente que la pendiente no exceda de — 6 db por octava en dicha zona. Tal sistema será estable con lazo cerrado y, si la pendiente de — 6 db por octava continúa bastante más allá del punto de ganancia cero db, la respuesta a un escalón se aproximará a la exponencial y el sistema se parecerá a uno de primer orden.

18-17. Márgenes de ganancia y de fase. Un medio mejor para determinar la proximidad a la inestabilidad nos lo da el diagrama de Nyquist de una función de transferencia sinusoidal de lazo abierto, como el mostrado en la Fig. 18-31.

El *margen de ganancia* se define como el valor absoluto del lugar geométrico de $1 + \mathbf{Y}_o(j\omega)$ cuando el ángulo de fase es de $-180°$ (sobre el eje real negativo). Esto representa, pues, el aumento de ganancia en decibelios que puede tolerarse sin oscilación y se indica en la Fig. 18-31.

El *margen de fase* es 180° menos el ángulo de $\mathbf{Y}_o(j\omega)$ a la frecuencia para la cual $|Y_o(j\omega)|$ es la unidad. Esto se halla en la Fig. 18-31 en el punto en el que el lugar geométrico corta a la circunferencia unidad.

Los valores recomendados para ambos márgenes varían con el sistema y con su aplicación. Si la pendiente de la curva de atenuación en decibelios es demasiado negativa en una región dada, deben incluirse

circuitos de compensación o formación como los de la Sec. 18-11, para reducir la pendiente y el ángulo de fase a un valor aceptable. Esto se consigue esencialmente por medio de estos circuitos, cambiando la ganancia y el ángulo de fase a las frecuencias de particular interés.

Es posible corrientemente incluir tales circuitos de adelanto o retardo directamente en los amplificadores y, por tanto, el análisis puede ser alterado solamente por la inclusión de otra función de transferencia. Es de notar, no obstante, que un circuito de adelanto reducirá la ga-

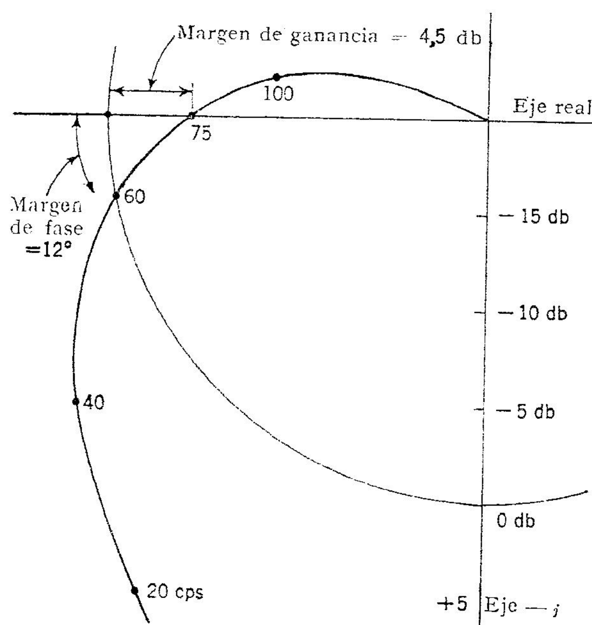


FIG. 18-31. Márgenes de fase y ganancia.

nancia a frecuencia cero en el factor α, y la ganancia interna debe aumentarse en este mismo factor si se quiere mantener pequeño el error permanente. Un circuito de retardo reducirá la ganancia a alta frecuencia en un factor similar.

18-18. Ejemplo: Otros diagramas de Nyquist. El uso del diagrama de Nyquist para el análisis de la estabilidad puede aclararse más aplicándolo al control de posición y de derivada de la Fig. 18-9. El efecto de la inclusión del lazo de realimentación de derivada puede hallarse considerando el esquema de la Fig. 18-32 como el de un sistema de lazo abierto, tomando la realimentación de posición como parte interna del sistema. Esto hace a θ_i la entrada y θ'_o la salida del lazo abierto. Cuando el lazo se cierra finalmente, como se indica con la línea de trazos, se obtiene un sistema equivalente a la Fig. 18-9.

La función de lazo abierto, antes de efectuar el cierre indicado por la línea de trazos, se obtiene de

$$\theta'_o = Y_1 Y_2 Y_3(\theta_i - \theta_o) \tag{18-101}$$

pero
$$\theta_o = \frac{\theta'_o}{Y_3}$$

por lo cual
$$Y_o(p) = \frac{\theta'_o}{\theta_i} = \frac{Y_1 Y_2 Y_3}{1 + Y_1 Y_2} = \frac{Y_3}{1/Y_1 Y_2 + 1} \tag{18-102}$$

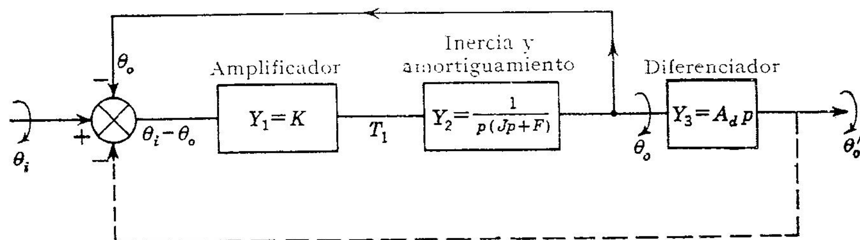


FIG. 18-32. Control de derivada como un lazo abierto.

Incluyendo las funciones de transferencia individuales

$$Y_o(p) = \frac{A_d p}{(J/K)p^2 + (F/K)p + 1}$$

y haciendo

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}} \qquad \xi = \frac{F}{2\sqrt{KJ}}$$

se obtiene

$$Y_o(p) = \frac{A_d p}{p^2/\omega_n^2 + 2\xi p/\omega_n + 1} \tag{18-103}$$

Pasando al régimen permanente sinusoidal ($p = j\omega$),

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \frac{j\omega A_d}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + j(2\xi\omega/\omega_n)} \tag{18-104}$$

Para un caso subamortiguado ($\xi = 0{,}3$) y después de alterar ligeramente el numerador,

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \mathbf{K}'\mathbf{G}(j\omega) = \frac{j(\omega/\omega_n)(\omega_n A_d)}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + j0{,}6(\omega/\omega_n)}$$

donde la ganancia de lazo abierto es

$$\mathbf{K}' = \omega_n A_d \tag{18-105}$$

y la función dependiente de la frecuencia es

$$G(j\omega) = \frac{j(\omega/\omega_n)}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + j0{,}6(\omega/\omega_n)} \tag{18-106}$$

La función de transferencia de lazo cerrado es

$$Y(j\omega) = \frac{K'G(j\omega)}{1 + K'G(j\omega)} = \frac{G(j\omega)}{1/K' + G(j\omega)}. \tag{18-107}$$

En esta forma el punto crítico es $-1/K', j0$, para una representación de $G(j\omega)$, y esto permite el estudio del efecto de la ganancia de lazo

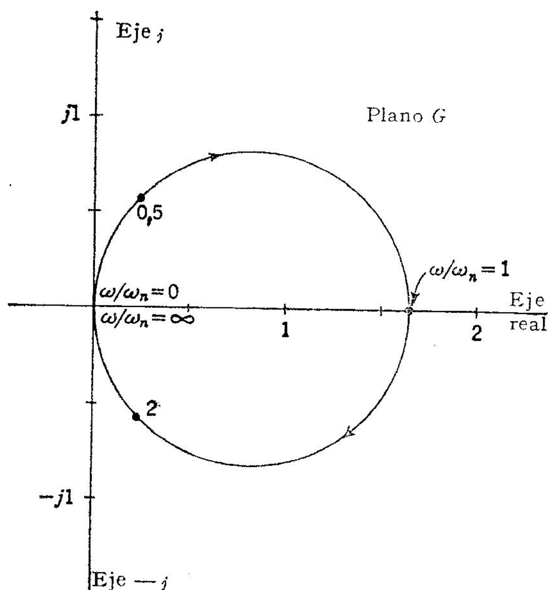


FIG. 18-33. Gráfico de $G(j\omega)$.

abierto sobre la estabilidad. Sólo se necesita una curva $G(j\omega)$, y el punto crítico se mueve en el gráfico sobre el eje real, de acuerdo con la ganancia efectiva K'.

La función $G(j\omega)$ puede representarse en el plano complejo, como en la Fig. 18-33. Para $\omega/\omega_n = 0$, la curva se reduce al origen, creciendo en sentido de las agujas del reloj con ω/ω_n. Sigue la trayectoria circular, cortando al eje real a 1,67 para $\omega/\omega_n = 1$, volviendo, para grandes valores de ω/ω_n, hacia el origen, que alcanza cuando $\omega/\omega_n = \infty$. Para valores negativos de ω, la curva abandona el origen a $-\infty$ y recorre la circunferencia en sentido contrario. El gráfico completo para todos los valores de ω, de ∞ a $-\infty$, produce dos revoluciones.

Con el punto crítico en $-1/K' + j0$ ó en $-1/\omega_n A_d + j0$, como se ha indicado antes, el sistema puede ser estable o inestable, dependiendo del valor de A_d. Es evidente que, si A_d es cero o positivo, la curva no puede rodear al punto crítico que quedará entonces sobre el eje real negativo, y el sistema será estable. Sin embargo, si A_d se hace negativo, el punto crítico pasará al lado positivo del eje real y la estabilidad dependerá del valor de A_d. Para $-0{,}6/\omega_n < A_d < 0$ el punto crítico queda fuera del círculo y el sistema es estable. Para $A_d < -0{,}6/\omega_n$ el punto crítico pasa al interior del círculo y será rodeado dos veces, y el sistema será inestable.

En general, se puede ver que el punto crítico está determinado por el amortiguamiento. Es decir, para $A_d > -2\xi/\omega_n$, el sistema será estable, mientras que para $A_d < -2\xi/\omega_n$, será inestable. Para $A_d = -2\xi/\omega_n$ el sistema, después de cualquier perturbación inicial, oscilará, pudiéndose considerar por ello este punto asimismo inestable.

18-19. Otros sistemas. Los sistemas tratados, aunque típicos para el estudio de los principios fundamentales, son algo menos complicados que los que se dan frecuentemente en la práctica. Los sistemas de orden superior, con sus diagramas de Nyquist y sus problemas de estabilidad más complejos, no han sido analizados, ni tampoco el grupo completo de servomecanismos que funcionan con señales de corriente alterna moduladas. Puesto que la literatura sobre servomecanismos es tan amplia, pareció conveniente aquí limitar su estudio a los principios fundamentales, dejando la discusión de sistemas más complicados a obras especializadas en esta materia.

PROBLEMAS

18-1. La ecuación del movimiento de un sistema, cuya inercia es despreciable, es

$$a_1 p\theta + a_0\theta = f(t)$$

Hallar la respuesta a una entrada en escalón en que $f(t) = 0$ para $t < 0$, $f(t) = A$ para $t > 0$. Supóngase que $\theta = 0$ a $t = 0$, y representar gráficamente el resultado como θ/A en función de t.

18-2. Un sistema de segundo orden tiene

$$mp^2s + cps + ks = f(t)$$

con $m = 2$ libras peso, $k = 4$ libras por pie, $c = 0{,}5$ libras por pie. Hallar la frecuencia natural, el factor de amortiguamiento y el valor de c necesario para amortiguamiento crítico. Encontrar también el tiempo a que se produce el primer máximo de la respuesta si $\xi = 0{,}3$.

18-3. Un servomecanismo tiene la función de transferencia

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \frac{K'}{j\omega\tau(3j\omega\tau + 1)(j\omega\tau + 1)}$$

Empleando los círculos M, determinar el máximo valor de K' admisible si la curva de ganancia debe tener un valor de pico de 1,4. ¿Cuál es el valor de $\omega\tau$ en este pico?

18-4. La respuesta de frecuencia en régimen permanente de un sistema, obtenida en lazo abierto es la que describe la tabla adjunta. ¿Qué reducción de ganancia se necesita para dar un margen de ganancia de 10 db?

Frecuencia	*Salida, db*	*Frecuencia*	*Salida, db*
0,5	21,5	7,0	10,0
1,0	15,0	10	—16,0
2,0	8,0	15	—23,5
3,0	2,5	20,0	—28,0
5,0	—5,0	30	—35,5

18-5. Dibujar el diagrama de lazo abierto para

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \frac{4}{j\omega(1 + 0{,}04j\omega)}$$

y determinar si el sistema es estable.

18-6. Dibujar el diagrama de lazo abierto para

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \frac{100}{j\omega(15 - j\omega)}$$

18-7. Dibujar el diagrama de lazo abierto para

$$\mathbf{Y}_o(j\omega) = \frac{-\omega^2 X}{(1 + 2j\omega)(1 - 0{,}5j\omega - \omega^2)}$$

y determinar las condiciones que debe reunir X para obtener un sistema estable.

18-8. El sistema de la Fig. 18-34 tiene la siguiente ecuación de movimiento

$$C(\theta_i - \theta_o) = Fp\theta_o + T_L$$

Empleando el método que conduce a la Ec. (18-22), escribir la solución para θ_o como serie de potencias de p y hallar las salidas en régimen permanente para las entradas $\theta_i = \alpha_1 t$ y $\theta_i = \beta_1 t^2$, siendo T_L una carga constante.

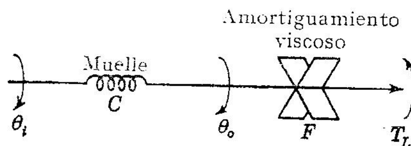


FIG. 18-34

18-9. El sistema de la Fig. 18-7 tiene $J = 0{,}75$ slug-pulgada cuadrada y $F = 0{,}15$ pulgada-libra por radián por segundo. (*a*) Representar la función de transferencia de lazo abierto en el plano Y_o. (*b*) A partir de esta curva, determinar el valor de K' para $M_p = 1{,}25$ y hallar la frecuencia a que se obtiene esta ganancia. (*c*) ¿Cuál es la razón de amortiguamiento del sistema?

18-10. Al amplificador del Pro. 18-9 se le añade control integral, lo que puede hacerse cambiando la función de transferencia del amplificador a $Y = K\ (1 + A_i p^{-1})$, donde $A_i = 2$ seg^{-1}. (*a*) Dibujar la función de transferencia de lazo abierto en el plano Y_o. (*b*) ¿Cuál es la ganancia K' para M_p mínimo?

18-11. Un sistema de control con realimentación tiene $\mathbf{K'G}(j\omega)$ dado por

$$\mathbf{K'G}(j\omega) = \frac{K'}{(j\omega\tau_1 + 1)(j\omega\tau_2 + 1)}$$

(*a*) Para $\tau_1 = \tau_2 = 1$ seg, dibujar el diagrama de Nyquist y hallar el valor de M_p.
(*b*) Repetir para $\tau_1 = 10$ seg y $\tau_2 = 1$ seg.

BIBLIOGRAFIA

1. Minorsky, N.: Directional Stability of Automatically Steered Bodies, *J. Am. Soc. Naval Engrs.*, **34** : 280 (1922).
2. Hazen, H. L.: Theory of Servomechanisms, *J. Franklin Inst.*, **218** : 279 (1934).
3. Hazen, H. L.: Design and Test of a High Performance Servomechanism, *J. Franklin Inst.*, **218** : 543 (1934).
4. Nyquist, H.: Regeneration Theory, *Bell System Tech. J.*, **11** : 126 (1932).
5. Smith, E. S.: «Automatic Control Engineering», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1944.
6. Eckman, D. P.: «Principles of Industrial Process Control», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1945.
7. Brown, G. S., y D. P. Campbell: «Principles of Servomechanisms», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1948.
8. James, H. M., N. B. Nichols y R. S. Phillips: «Theory of Servomechanisms», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947.
9. Lauer, H., R. Lesnick y L. E. Matson: «Servomechanism Fundamentals», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947.
10. Porter, A.: «Introduction to Servomechanisms», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950.
11. Ahrendt, W. R. y J. F. Taplin: «Automatic Feedback Control», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1951.
12. Trimmer, J. D.: «Response of Physical Systems», John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950.
13. Nixon, F. E.: «Principles of Automatic Control», Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1953.
14. Fett, G. H.: «Feedback Control Systems», Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1954.
15. Chestnut, H. y R. W. Mayer: «Servomechanisms and Regulating Systems Design,» John Wiley & Sons, Inc., New York, 1951.
16. Thaler, G. J. y R. G. Brown: «Servomechanism Analysis», McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1953.

ÍNDICE